Lehrbuch der Physik

mit

mathematischer Begründung,

zum Gebrauche

in den höheren Schulen und zum Selbst-Unterrichte

von

Dr. August Kunzek,

k. k. ord. Professor der Physik an der Universität in Wien, emeritirter Decan und Rector der Lemberger Universität, correspondirendes Mitglied der kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, und Mitglied der k. k. Landwirthschafts-Gesellschaften in Wien und Lemberg, und des siebenbürgischen Vereines für Naturwissenschaften zu Hermannstadt.

Mit 387 eingedruckten Abbildungen.

Wien 1853.

Wilhelm Braumüller,

k. k. Hofbuchhändler.

Vorrede.

Die Wissenschaft, die nur Wahrheiten und Bestrebungen nach Erforschung derselben behandelt, ist ein Gut an sich, und kann nicht als Mittel zu etwas Höherem dienen, mithin soll die Ehrfurcht vor der Wissenschaft verbieten, über den Nutzen, den sie der Menschheit bringt, zu sprechen; allein wo es gilt, die Kraft und die Zeit zu bemessen, die bei der Ausbildung der Jugend für die verschiedenen Sphären des Wissens und der geistigen Thätigkeit in Anspruch zu nehmen ist, wird es Pflicht, die Wichtigkeit einer Wissenschaft für Veredlung des Menschen, Entwicklung seiner intellectuellen Kräfte, und für sein Wirken im Familien- und Staatsleben in umsichtige und gründliche Erwägung zu ziehen.

Man sollte wohl nicht zweifeln, daß die Wichtigkeit der Naturwissenschaften nach allen Beziehungen hin heutzutage allgemein anerkannt und gehörig gewürdigt werde, und doch gibt es Viele, welche die Naturwissenschaften gewissen Disciplinen und Fertigkeiten, die nur die Tauglichkeit zu gewissen praktischen Zwecken im Auge haben, beizählen, und als Gegensatz der sogenannten humanistischen Studien betrachten.

Man vergißt, daß die Weisen aller Zeitalter mit der Erforschung der Naturgesetze sich vorzugsweise beschäftigten, daß die Naturwissenschaften immer einen wesentlichen Bestandtheil der philosophischen Studien bildeten, und daß noch jetzt in England der Naturforscher ein Philosoph genannt wird. Niemand wird läugnen, daß das Studium eines Kunstwerkes, das Eindringen in die Idee des Künstlers, und das Auffinden der harmonisch in einander greifenden Mittel zu deren Verwirklichung nicht nur Begeisterung für den Künstler hervorruft, sondern wunderbar veredelnd auf das Gemüth einwirkt; wie sollte nun das Studium der Natur, des schönsten, großartigsten und erhabensten Kunstwerkes eines allgütigen und allweisen Schöpfers anders als im höchsten Grade veredelnd das Gemüth des Menschen anregen! In der Natur liegt das Buch der höchsten Weisheit aufgeschlagen, und wir sollten uns glücklich preisen, in einer Zeit zu leben, der es nach vorangegangenen oft frucht-

losen Bemühungen der edelsten Kräfte vieler Jahrhunderte gelungen ist, die Schriftzüge dieses Buches mehr und mehr zur richtigen Erkenntniß zu bringen. Eine Wissenschaft, die in allen Bildungen der Natur eine höchst bewunderungswürdige Gesetzmäßigkeit nachweiset, welche zeigt, wie überall mit den einfachsten Mitteln die großartigsten Wirkungen hervorgebracht werden, wie z. B. durch eine schiefe Stellung der Erdaxe gegen die Ebene der Erdbahn die Verschiedenheit der Jahreszeiten; eine Wissenschaft, welche uns erkennen läßt, wie nothwendig ein jeder Bestandtheil der Atmosphäre für das Gedeihen der Thier- und der Pflanzenwelt ist, und wie im Verwitterungs- und Verwesungsprozesse unmerkliche Kräfte ununterbrochen und ganz geräuschlos thätig sind, um der Pflanzenwelt überall die nöthige Nahrung zu schaffen und damit auch das Leben der Menschen und der Thiere zu sichern, eine solche Wissenschaft sollte nicht Humanität und Religiösität fördern? Indem die Naturwissenschaft dem Menschen das allweise Walten im Weltall erkennen läßt, ihn mit den Naturkräften und den Gesetzen ihrer Wirksamkeit vertraut macht, und dadurch einen tiefen Blick in die Schöpfung ihm gewährt, bewahrheitet sie den Ausspruch der Schrift, daß der Mensch nach dem Ebenbilde Gottes geschaffen ist, und erhöhet in ihm das Gefühl der Selbstachtung, dieses starke Bollwerk gegen Rohheit und Gemeinheit. Man hat nicht zu besorgen, daß ein solches Wissen den Hochmuth des Menschen steigert, denn jedes tiefere Eindringen in das Gebiet der Natur, lehrt ihn neue Höhen, neue Tiefen erkennen, die wohl neue Schätze bergen, die aber neuer Anstrengungen bedürfen, und oft nur durch das gemeinsame Wirken vieler geistig begabten Männer, nicht selten erst nach Jahrhunderten gehoben werden können; die Ehrfurcht vor der Größe der Schöpfung und der hohen darin waltenden Weisheit, die unzählige Reihe der noch zu lösenden Räthsel beugen den Stolz des Menschengeistes genügsam nieder.

Die Naturwissenschaften haben gegenwärtig auch dadurch eine hohe Bedeutung gewonnen, daß sie die materiellen Interessen also den Wohlstand der Völker im hohen Grade fördern, ja ohne sie ein fortdauernder Wohlstand unmöglich ist; dieser Wohlstand ist aber ein mächtiger Faktor der Gesittung und der Cultur der Menschen; er sichert dem Staate seine Macht, seine Unabhängigkeit; daher ist eine gründliche und umfangreiche Kenntniß der Naturwissenschaften für alle, die als Leiter der Menschen im Staatsleben wirken, in unseren Tagen ein unabweisbares Bedürfniß. England hat den hohen Aufschwung in der Industrie und in der Landwirthschaft den vieljährigen Bestrebungen patriotischer Männer und Ver-

eine, naturwissenschaftliche Kenntnisse zum Gemeingute aller Klassen der Gesellschaft zu machen, hauptsächlich zu danken; wie sehr dieß von englischen Staatsmännern anerkannt wird, beweiset die Rede, die Lord John Russel unlängst zu Leed gehalten hat, worin er sagt, daß die Erziehung in unserer Zeit auf dem selbstständigeren und fruchtbareren Boden der Naturwissenschaften beruhen müsse. Einer der größten Autoritäten, der weltberühmte Alex. von Humboldt spricht sich in seinem Cosmos in folgender, wohl beherzigender Weise aus: „Gleichmäßige Würdigung aller Theile des Naturstudiums ist vorzüglich ein Bedürfniß unserer Zeit, wo der materielle Reichthum und der wachsende Wohlstand der Nationen in einer sorgfältigeren Benützung von Naturprodukten und Naturkräften gegründet sind. Der oberflächlichste Blick auf den Zustand des heutigen Europas lehrt, das bei ungleichem Wettkampf oder dauernder Zögerung nothwendig partielle Verminderung und endlich Vernichtung des National-Reichthums eintreten müsse; denn in dem Lebensgeschicke der Staaten ist es, wie in der Natur, für die nach dem sinnvollen Ausspruche Göthe's" es im Bewegen und Werden kein Bleiben gibt, und die ihren Fluch gehängt an das Stillstehen. Nur ernste Belebung mathematischer und naturwissenschaftlicher Studien wirkt einem von dieser Seite einbrechenden Uebel entgegen. — — — Diejenigen Völker, welche an der allgemeinen industriellen Thätigkeit, in Anwendung der Mechanik und technischen Chemie, in sorgfältiger Auswahl und Bearbeitung natürlicher Stoffe zurückstehen, bei denen die Achtung einer solchen Thätigkeit nicht alle Klassen durchdringt, werden unausbleiblich von ihrem Wohlstande herabsinken. Sie werden es um so mehr, wenn benachbarte Staaten, in denen Wissenschaft und industrielle Künste in regem Wechselverkehr mit einander stehen, wie in erneuerter Jugendkraft vorwärts schreiten." — So spricht ein Mann, der nicht nur als ein Koryphee der Wissenschaft verehrt, sondern auch als Staatsmann hochgeachtet wird; der die Bedürfnisse unserer Zeit mit einer Klarheit und Unpartheilichkeit aufzufassen vermag, wie es kaum einem anderen Sterblichen in unseren Tagen möglich ist. Es ist also in einem Staate nicht hinreichend, daß die Naturwissenschaften von einigen Männern sorgsam gepflegt werden; sondern sie müssen alle Volksklassen durchdringen, und dieß werden sie, wenn vor allen die Männer, welche für den Dienst im Staate und in der Kirche sich ausbilden, in diesen Wissenschaften gründlich unterrichtet worden sind.

Die Naturwissenschaften sind größtentheils eine Schöpfung der neueren Zeit; Kepler und Galilai werden wohl als die Väter der Physik verehrt, aber erst der Schluß des 18. Jahrhunderts war die ewig

denkwürdige Epoche, wo durch eine Reihe der bedeutendsten und einflußreichsten Fortschritte der geistige Horizont des Menschen schnell und sehr ansehnlich erweitert wurde; seit dem nimmt die Physik, so wie alle Zweige der Naturwissenschaft mit jedem Jahre an Umfang und an Tiefe zu, indem jede neu erworbene Erkenntniß der uns umgebenden Welt zur Entdeckung mehrerer anderen führt, welche die Betriebsamkeit der Menschen schnell bald bei der Reproduktion, bald in der Industrie vortheilhaft zu benützen versteht.

Berücksichtigt man nun den rasch zunehmenden Umfang des naturwissenschaftlichen Wissens, beachtet man, daß die Anforderung des Lebens bezüglich unserer geistigen Entwicklung und der Brauchbarkeit für Durchführung praktischer Aufgaben mit jedem Jahre größer wird, aber unsere Lebensdauer und insbesondere die für geistige Ausbildung bestimmte Jugendzeit sich gleich bleibt; so wird einerseits das Bedürfniß fühlbar, den Unterricht in den Anfangsgründen der Naturwissenschaften, also auch der Physik frühzeitig zu beginnen, anderseits die Nothwendigkeit ersichtlich, durch eine möglichst klare und gründliche Darstellung aller Lehren dem Lernenden zu Hülfe zu kommen, und ein richtiges, schnelles, ermuthigendes Auffassen, so wie auch, da die Schule nicht alles zu leisten vermag, die weitere Selbstbildung zu ermöglichen.

Ich habe mich im vorliegenden Werke bemüht, die einzelnen Lehren klar und gründlich vorzutragen und insbesondere jene Lehren, die nach meinen vieljährigen Erfahrungen beim Unterrichte den Anfängern schwer zugänglich waren, durch umständliche Zergliederung und möglichst einfache Beweisführung zur deutlichen Einsicht zu bringen. Dieses Werkchen, dessen Inhalt einer zweiten Bildungsstuffe in der Physik angehört, schließt sich an die von mir verfaßte Experimental-Physik in der Art an, daß es viele der Lehren, die in der letzteren dargestellt werden, nicht mehr enthält, andere aber wieder jedoch mit mathematischer Begründung oder in erweitertem Umfange, und mit Anführung neuer Anwendungen behandelt; an diese Lehren reihet sich eine Reihe neuer, deren Auffassung mathematische Vorkenntnisse oder eine mehr vorgerückte Reife der Jugend erforderlich ist.

Insbesondere war ich bemüht, wo es nur immer thunlich war, den Weg genau anzugeben, auf dem man zur Erkenntniß der großen Wahrheiten im Gebiethe der Naturforschung gelangt ist, weil auf diese Art die schwere und so nothwendige Kunst, Erscheinungen zu beobachten, erlernt, und die Verstandesthätigkeit, so wie das Selbstschaffen von Gedanken vorzugsweise angeregt wird; ich that es auch in der Absicht, damit man

die Mühe, die Ausdauer, den Aufwand von Geisteskraft, welche die Heroen der Wissenschaft bei ihrem Ringen nach Erkenntniß der Naturgesetze bewährten, erfahre, indem dadurch Muth und Ausdauer für geistige Arbeiten geweckt wird, und in der Achtung, die für diese Zierden der Menschheit in den jugendlichen Gemüthern nothwendig entsteht, die Liebe für Wissenschaft neue Nahrung findet. Der Umfang, in welchem ich die physikalischen Lehren behandle, ist nur insofern größer, als derjenige, in welchem die Physik in früheren Zeiten in Oesterreichs Schulen gelehrt wurde, als neuere Fortschritte berücksichtiget werden mußten. Eine gründliche Auffassung der meisten physikalischen Lehren, durch die diese Lehren erst wirkliches Eigenthum des Lernenden werden, eine tiefe Einsicht in die wichtigsten Naturgesetze und die Ueberzeugung von deren Richtigkeit ist ohne Mathematik nicht möglich; nur mit Hilfe der Macht, die sie uns bietet, ist es gelungen, so weit in der Erforschung der Natur vorzudringen, viele steile Anhöhen zu erklimmen, und der Schätze mancher Tiefen habhaft zu werden; jeder neue, geniale Fortschritt in der Mathematik setzt den Naturforscher in Stand, neue, noch unbekannte Gebiete der Natur aufzufinden, und mit deren Reichthümern die Menschheit zu beglücken. In der Anwendung der Mathematik bei Erforschung der Natur lernen wir erst den hohen Werth dieser Wissenschaft erkennen, von welcher der geistreiche Jos. von Littrow in seinen Wundern des Himmels sagt, „daß aus ihrem Gebiethe jenes heillose und wage Geschwätz, und jenes unselige Mittelding zwischen Wissen und Glauben, das in manchen Wissenschaften gleich einem Unkraut wuchert, und keine gute Pflanze aufkommen läßt, völlig verbannt ist. Sie ist, fährt er fort, die beste Disciplin des menschlichen Geistes; sie biethet unserer Jugend, und durch sie den kommenden Geschlechtern die angemessenste Gelegenheit dar, ihre geistige Kraft zu üben, und ihren Sinn für das Höchste, was uns angeht, für Recht und Wahrheit zu wecken und zu stählen, um den sie von allen Seiten umgebenden Andrang eines kränkelnden und in sich selbst zerfallenen Zeitgeistes zu widerstehen, dessen Fortschritte eine männliche und kraftvolle Anhängligkeit an das Gute überall zu einem sehr dringenden Bedürfnisse gemacht haben.“ —

Zum Verständnisse des vorliegenden Werkchens wird jedoch durchaus nicht eine vollständige, und die schwierigsten Lehrsätze umfassende Kenntniß der Mathematik erfordert, sondern nur die Bekanntschaft mit den Anfangsgründen derselben, die leicht zu erwerben ist, vorausgesetzt. Ich weiß wohl, daß bei der Fülle des Wissenswerthen, was der junge Mann in den Schulen sich anzueignen hat, es nicht Jedermann möglich ist, in alle in diesem Werkchen vorkommende Lehren vollkommen einzudringen, aber ein Lehr-

buch muß demjenigen der einer tieferen Einsicht fähig ist, möglich machen, diese frühzeitig zu gewinnen, und den erwachten Trieb nach Erweiterung des physikalischen Wissens zu nähren. Derjenige, der aus was immer für Ursachen in den physikalischen Studien so weit vorzudringen nicht vermag, wird durch den größeren Umfang der Lehren, und durch deren gründliche Behandlung, die er im Buche findet, wenigstens zur Bescheidenheit gemahnt.

Herr Prof. Heßler war so gütig, die Benützung vieler, zu seinem Lehrbuche der Physik gehörigen Holzschnitte zu gestatten, wodurch die Herausgabe dieses Werkchens erleichtert wurde.

Möge dieses Werkchen eben so freundlich, wie meine Experimental-Physik aufgenommen werden, und einiges beitragen, daß die jüngere Welt in der Naturforschung und in der Verbreitung der gewonnenen Ergebnisse derselben ihre schönsten Lebensfreuden finde. Wir müssen ja darin rasch vorwärts schreiten, wenn wir die Wohlfahrt unserer Mitbürger ernstlich fördern, und den Segen der Nachwelt ernten wollen.

Wien, im Dezember 1852.

Der Verfasser.

Inhalt.

Messen.

Abwägen.

Thermometer.

Barometer.

Gesetze nach denen die chemischen Verbindungen der Körper Statt finden.

Statik.

Hydrostatik.

Aërostatik.

Statik der Dünste.

Dynamik.

Grundlehren der Hydrodynamik und der Aerodynamik.

Schwingende Bewegung bei sehr geringer Schwingungsweite.

Acustik.

Vom Lichte.

Von der Wärme.

A. Geleitete Wärme.

B. Strahlende Wärme.

Magnetismus.

Electricität.

Grundlehren der Astronomie.

M e t e o r o l o g i e.

Verbesserungen.

Seite	27,	Zeile	19,	von oben	gesunken ist anstatt gesunken,
„	31	„	18	„ „	116 anstatt 11622.
„	46	„	6	„ „	Eisenoxyds anstatt Eisen.
„	47	„	4,	von unten,	dennoch statt demnach.
„	60	„	1	„ „	zu einander statt einander; in der Figur 13 ist der Buchstabe n′ mit m′ zu verwechseln.
„	78	„	27,	von oben,	der Wirkung statt des Gleichgewichts.
„	117	„	17	„ „	b H s anstatt b h s.
„	122	„	3,	von unten,	gerade entgegengesetzt statt entgegengesetzt.
„	173	„	1	„ „	B anstatt b.
„	202	„	4	„ unten,	das erste Glied $c\tau$ ist überflüssig.
„	202	„	1	„ „	$G\tau^2$ anstatt $G\tau$.
„	209	„	14	„ „	derselben anstatt einwirkenden Kraft.
„	223	„	9	„ oben,	$v = \sqrt{2g(Ah + hi)} - v$ anstatt $v' = \sqrt{2ghi}$.

Einleitung.

§. 1. Beziehung der Mathematik zur Physik. Ein alter Spruch sagt: „Pondere mensura et numero Deus omnia fecit", und weiset somit den Physiker an, bei Erforschung der Natur nicht anders als mit dem Meßinstrumente und mit der Wage in der Hand vorzugehen, und nur unter der Leitung der Mathematik vorwärts zu bringen. In der That, indem der Physiker die Wirkungen der Naturkräfte erforscht, muß er in einem Falle die durch sie erzeugten Bewegungen untersuchen, dabei den zurückgelegten Weg und die dazu benöthigte Zeit messen, hieraus die Geschwindigkeit und die Abhängigkeit dieser Größe von der Intensität der Kraft und der Masse des bewegten Körpers bestimmen; in einem andern Falle, wo sich die Wirkungen der Kräfte gegenseitig aufheben, hat er die Bedingungen des Gleichgewichtes festzustellen und dabei entweder das Verhältniß der Kräfte oder die Richtungen derselben anzugeben; der Physiker hat auch nicht selten die Veränderungen, die im Volumen oder im Gewichte der Körper durch gewiße Einflüße herbeigeführt werden, zu ermitteln, somit sind Größen der mannigfaltigsten Art und in den mannigfaltigsten Beziehungen zu einander, Gegenstände seiner Untersuchungen. Insbesondere bringt sich ihm häufig die Aufgabe auf, aus bekannten Beziehungen gegebener Größen andere von ihnen abhängige unbekannte Größen aufzufinden; so z. B. hat er aus den gegebenen Größen und Richtungen der Kräfte, die auf einen oder auf mehrere mit einander verbundene materielle Punkte einwirken, die Größe, die Richtung und den Angriffspunkt ihrer Resultirenden zu bestimmen.

Die wiederholte Beobachtung einer unter abgeänderten Verhältnissen entstehenden Erscheinung führt uns zur Erkenntniß der bleibenden Regel, nach welcher sie sich entwickelt, und die als der Ausdruck eines Naturgesetzes betrachtet wird. Das Bestreben des Physikers geht nun dahin, das aufgefundene Gesetz in einen mathematischen Ausdruck zu bringen; ist dieß gelungen, so läßt sich daraus mit Hilfe der Mathematik eine Reihe anderer Wahrheiten ableiten, zu deren Erkenntniß man auf dem Wege der Erfahrung niemals gekommen wäre. So z. B. läßt sich aus der Art, wie der elektrische, durch einen Metalldraht gehende Strom auf eine nahe Magnetnadel wirkt, die Größe der Kraft berechnen, mit welcher ein magnetisches Element von einem elektrischen Stromtheilchen abgestoßen wird, was man aus Versuchen niemals erkannt hätte, weil sich mit kleinen Stromtheilchen keine Versuche anstellen lassen.

Die Vergleichung der berechneten Resultate mit den auf dem Erfahrungswege gefundenen führt zur Bestätigung, manchmal auch zur Verwerfung des aufgestellten Gesetzes, je nachdem die Rechnung mit der Erfahrung übereinstimmt oder nicht.

Zur Kenntniß der obersten Naturgesetze gelangt man nicht auf dem Wege der Erfahrung, sondern nur an der Hand der Mathematik durch

streng fortgeführte Schlüsse, die an feststehende, aus Beobachtungen abgeleitete Gesetze angeknüpft werden. Auf diese Art fand Newton das Gesetz der Gravitation, indem er von den drei Keplerischen, aus Beobachtungen abgeleiteten Gesetzen ausgegangen ist. — Durch die Aufstellung der obersten Naturgesetze erhalten erst die untergeordneten, auf dem empirischen Wege aufgefundenen ihre vollkommene Begründung, und es wird möglich, tiefer in das innere Heiligthum der Natur vorzudringen und die Grenzen der auf dem Erfahrungswege erworbenen Kenntniße immer mehr zu erweitern. So z. B. ergab sich aus dem Gravitationsgesetze als eine nothwendige Folgerung, daß ein jeder Planet in Folge der Anziehung, mit welcher die andern auf ihn wirken, in seiner elliptischen Bewegung kleine Störungen erleidet, welche man mit den unvollkommenen astronomischen Instrumenten zu Keplers Zeiten nicht im Stande war, wahrzunehmen; dem Scharfsinne der Astronomen gelang es nun, die Instrumente in der Art zu vervollkommnen, daß man diese durch Rechnung gefundenen Störungen auch wirklich beobachten und von der Uebereinstimmung der berechneten Resultate mit den beobachteten sich überzeugen konnte.

Die Mathematik leistet dem Physiker auch noch in einer andern Beziehung sehr wichtige Dienste. Bekanntlich ist jede Abmessung, so wie jede Abwägung, sie mag noch so sorgfältig vorgenommen werden, mit kleinen Fehlern behaftet, deren Grund theils im Mangel an Schärfe bei unserem Gesichts- oder Gehörsinne, theils in kleinen, unvermeidlichen Unvollkommenheiten der gebrauchten Instrumente zu suchen ist; die Mathematik ist es nun welche den Physiker mit Methoden vertraut macht, aus wiederholten Abmessungen einer Größe dasjenige Resultat zu finden, welches mit dem kleinsten Fehler behaftet ist. So z. B. lehrt die Mathematik, daß wenn man die Differenzen zwischen dem wahren Werthe einer Größe x und den beobachteten Werthen derselben, mithin die begangenen Fehler zum Quadrate erhebt, und nun den Werth von x sucht, für welchen die Summe dieser Quadrate ein Minimum wird, dieser Werth von x derjenige ist, der sich dem wahren Werthe am meisten nähert, also mit dem kleinsten Fehler behaftet ist. Diese Methode, den wahrscheinlichsten Werth gewisser Größen zu finden, die man die Methode der kleinsten Quadratsummen nennt, führt auch zu dem Satze, daß bei gleich guten Beobachtungen d. i. solchen, für deren Richtigkeit die Wahrscheinlichkeit gleich groß ist, das arithmetische Mittel der wahrscheinlichste Werth der gesuchten Größe ist. Will man z. B. eine Größe x durch Messung bestimmen, und hat dafür bei n mal wiederholten Abmessungen die Werthe $a, b, c \ldots$ gefunden, so hat man für den wahrscheinlichsten Werth von x den Ausdruck

$$x = \frac{a + b + c + \ldots}{n}$$

Aus diesen wenigen Andeutungen ist zu ersehen, daß ohne Mathematik das Studium der Natur im Großen unmöglich ist. Der Weg, den sie uns führt ist allerdings schwierig, beschwerlich, aber im hohen Grade lohnend, weil es nur auf diesem Wege möglich wird, eine klare, richtige und umfangreiche Erkenntniß der Naturkräfte und der Gesetze ihrer Wirksamkeit zu gewinnen. Die Schwierigkeiten, welche uns die Natur bei der mathematischen Lösung mancher Aufgaben biethet, waren von jeher für hochbegabte Männer ein

besonderer Reiz auf Mittel zu denken, sie zu überwinden und veranlaßten auf solche Art eine fortschreitende Erweiterung der mathematischen Hilfsmittel, so, daß die Mathematik gegenwärtig bereits eine Macht geworden ist, durch die man wahrhaft Großes auszuführen im Stande ist. Indessen gibt es noch immer viele ungelöste Räthsel, deren Lösung viel schwieriger ist, als die der bereits gelösten, und daher nur bei einer noch weiteren Ausbildung der Mathematik möglich wird.

Messen.

§. 2. Messung der Ausdehnungen. Um die Messung irgend einer Größe vorzunehmen, bedarf man einer Einheit, das ist eines unveränderlichen Maßes, das entweder die Natur uns darbietet, wo es dann ein natürliches Maß heißt, oder das durch ein Uebereinkommen festgestellt wird. Die Grundlage jeder Raummessung ist die Längeneinheit, die man Anfangs vom menschlichen Körper entlehnte, wie z. B. die Elle, den Fuß, den Zoll, dabei aber genöthigt war, sich an bestimmte Individuen zu halten; so z. B. ist der englische Yard von dem Arm Heinrich I. entlehnt.

In Deutschland hatte jede größere Stadt ihren besondern Fuß. Der Wiener Fuß ist die Grundlage der Wiener Raum-Maße.

Um zu große Zahlen, wie auch um kleine Brüche zu vermeiden, gebraucht man bei Messung großer Längen größere, und bei Messung kleiner Längen kleinere Einheiten, die jedoch zu derjenigen, welche die Grundlage bildet, in einem bekannten Verhältniße stehen. Das gesetzliche Maß, nach dem die Richtigkeit anderer Maße festgestellt wird, heißt Eichmaß (etalon). Eichen heißt, dem Maße die gesetzmäßige Größe geben.

Zur Messung der Flächen dient als Maß ein Quadrat, dessen eine Seite eine Längeneinheit ist, also eine Quadratmeile, eine Quadratklafter u. s. w. Als Feldmaß dient in Oesterreich ein Quadrat von 1600 Quadratklaftern und wird Joch genannt; eine Quadratmeile zählt 10.000 Joch.

Das Maß zur Bestimmung des Rauminhaltes (des Volumens) ist ein Würfel, welcher die Längeneinheit zur Seite hat, z. B. eine Kubik-Meile, eine Kubik-Klafter, ein Kubik-Fuß u. s. w.

Ein Eimer hat 1.792 Kubik-Fuß; eine Maß $= \frac{1}{40}$ Eimer $=$ 77.4144 Kub. Zolle, ein Seitel $= \frac{1}{4}$ Maß $=$ 19.3536 Kubik-Zolle.

In Deutschland ist bei physikalischen Untersuchungen das altfranzösische Maß gebräuchlich; die Grundlage derselben ist die Toise de Pérou oder die Pariser Klafter, die auch in 6 Fuß, ein Fuß in 12 Zolle und 1 Zoll in 12 Linien getheilt wird. Eine Angabe in Wiener Maß wird durch Multiplikation mit 0.973103 in Pariser Maß, und Letzteres durch Multiplikation mit 1.02764 in Wiener Maß verwandelt.

Die Grundlage der englischen Maße ist der Yard, dessen dritter Theil den englischen Fuß bildet, der auch in 12 Zolle getheilt wird. Ein englischer Fuß ist $=$ 0.9642 Wiener Fuß.

In Frankreich wird das neufranzösische Maß gebraucht, dessen Einheit Meter heißt und den 10 Millionsten Theil des nördlichen Meridianquadranten beträgt. Der Meter wird in 10 Decimiter, in 100 Centimeter, und in 1000 Millimeter getheilt.

Die Länge von			10	Metern	heißt	ein	Decameter
„	„	„	100	„	„	„	Hectometer
„	„	„	1000	„	„	„	Kilometer
„	„	„	10000	„	„	„	Myriameter.

Der Meter zählt 3 Fuß 11.296 Linien der Toise de Pérou und 3 Fuß 1 Zoll 11.549 Linie Wiener Maß bei 13° R. Ein Wiener Fuß = 0.3161023 Meter; eine Wiener Linie = 2.195 Millimeter. Ein Millimeter ist = 0.4555 Wiener Linie.

Die Einheit des Flächenmaßes bildet ein Quadrat dessen eine Seite ein Decameter ist, und heißt eine Are; sie beträgt 100 Quadratmeter. Ein Quadrat, dessen Seite 100 Meter zählt, und das somit 10.000 Quadratmeter beträgt, heißt Hectare. Eine Are ist = 27.7998 Wiener □ Klafter, eine Hectare = 1.737 Joch.

Das Grundmaß zur Bestimmung des Rauminhaltes ist der Liter, das ist, ein Würfel, dessen jede Seite einen Decimeter lang ist; er zählt 0.0316 Wiener Kubik-Fuß oder 2.827 Wiener Seitel. Hundert Liter bilden einen Hectoliter, dieser ist = 1.626 österr. Metzen. Ein Kilolitre (Kubikmeter) heißt Stère.

Die Länge eines Secundenpendels ist an einem jeden Orte eine unveränderliche Größe; nehme man diese Länge eines Pendels, das z. B. unter 45° nörd. Breite an der Meeresfläche bei 0 R. Secunden schlägt, als Einheit an, so hätte man eine natürliche Längeneinheit. Schon Huyghens machte im Jahre 1673 den Vorschlag, die Pendellänge als Maßbestimmung zu Grunde zu legen, und Condamine ließ die Länge des Pendels unter dem Aequator auf das in Peru errichtete Denkmal mit den Worten: mensurae naturalis exemplar, utinam universalis! einzeichnen. Die im Jahre 1790 in Paris ernannte Commission zur Festsetzung einer natürlichen Einheit für Maße und Gewichte wendete gegen die Pendellänge ein, daß sie ein heterogenes Element nämlich die Zeit und ein willkührliches, der Tageseintheilung in sich enthalte und entschied sich für die Vornahme einer Gradmessung von Dünkirchen bis Barcelona, aus der sich die Entfernung des Nordpols vom Aequator berechnen läßt, deren Zehnmillionster Theil als Längeneinheit anzunehmen, und hierauf die Anzahl der Schwingungen zu bestimmen wäre, die ein Pendel von dieser Länge bei 0°R. und unter der Breite von 45° am Meeresufer im leeren Raume während eines Tages macht, um eine natürliche Maßeinheit für die Folge zu erhalten. Der in den Archiven zu Paris aufbewahrte Meter als etalon prototyp ist von Platin und hat seine richtige Länge bei 0°R. die Toise de Pérou, von der der Meter abgenommen wurde ist von Eisen und hat das rechte Maß bei 13°R. Der Meridianquadrant ist = 5.130740 Toisen bei der angenommenen Abplattung der Erde von $\frac{1}{334}$. Man hatte von der neuen Längeneinheit keinen andern Vortheil erlangt, als das man wußte, der wievielte Theil des Erd-Meridianquadranten jede gemessene Länge und der wievielte Theil der Erdoberfläche jede gemessene Fläche ist. Der Vorzug des metrischen Maßes vor allen andern, liegt nur in der Unterabtheilung in Zehntheile, indem dadurch die Rechnungen sehr erleichtert werden.

§. 3. Längenmessung. Eine Abmessung bestimmen, heißt den Abstand eines Punktes von einem andern Punkte angeben, dieß geschieht mit Hilfe der Maßstäbe und zwar entweder auf die Art, daß man den Abstand mittelst eines fein zugespitzten Zirkels auf den Maßstab überträgt, oder daß man den Maßstab fest an die zu bestimmende Abmessung anlegt, und sieht, wie viel Theilstriche desselben zwischen den Grenzen der Abmessung sich befinden, was entweder mit dem freiem Auge, oder, wo eine große Genauig-

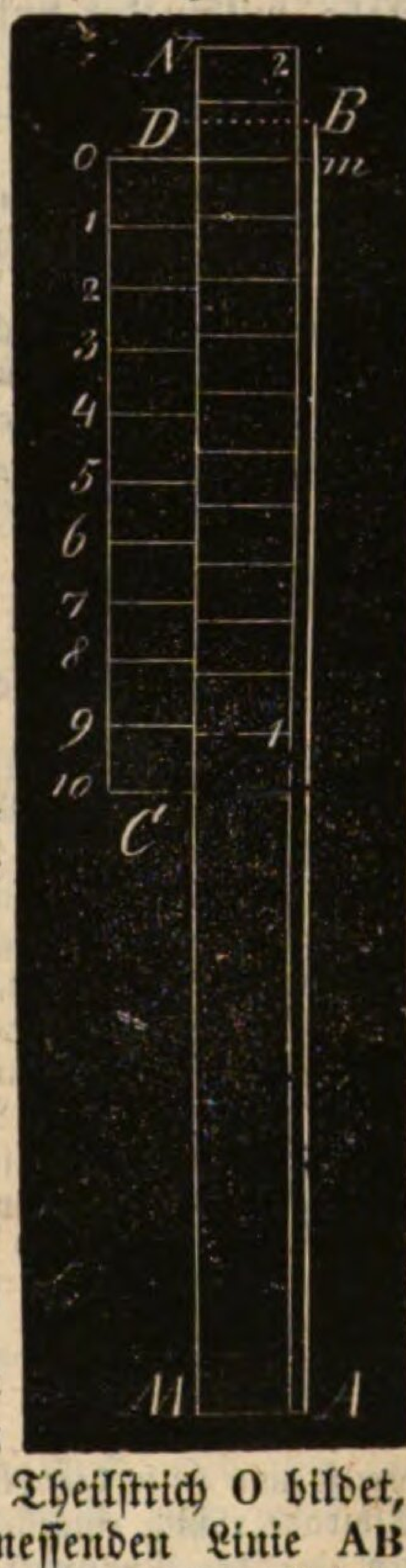
keit nothwendig ist, mit bewaffnetem Auge (mit Hilfe einer Loupe oder Mikroscops) erkannt wird.

Um auch solche Längen, die kleiner sind, als die kleinsten Unterabtheilungen des Maßstabes, mit Genauigkeit abmessen zu können, bedient man sich des **Nonius** (auch **Vernier** genannt) d. i. einer Vorrichtung, an welcher eine in gleiche Theile getheilte Linie, sich befindet, und die an einer andern in gleiche aber in größere oder kleinere Theile getheilten Linie des Maßstabes sich verschieben läßt.

Wäre z. B. die Linie AB Fig. 1. mittelst eines in Zolle und Linien getheilten Maßstabes MN abzumessen, und man legt den Maßstab gehörig an, so ergiebt sich, daß der Endpunkt B zwischen zwei Theilstriche des Maßstabes fällt und die Länge des Stückes mB nicht genau nach dem Augenmaße beurtheilt werden kann. Um nun mB in Zehnteln einer Linie genau angeben zu können, nimmt man man einen Metallstreifen CD, dessen Länge 11 Linien, also 11 kleinste Theile des Maßstabes zählt und theilt diese Länge in 10 gleiche Theile, deren jeder $^{11}/_{10}$ Linie einer Linie beträgt; mithin ist der Unterschied zwischen einem Theil von CD und einem kleinsten Theile des Maßstabes gleich

$$\frac{11}{10} - \frac{11}{11} = 11 \left(\frac{1}{10} - \frac{1}{11} \right) = \frac{1}{10} \text{ L.}$$

Fig. 1.



Vergleicht man nun die Lage der Theilstriche an Metallstreifen CD, von oben an gezählt, mit der Lage der Theilstriche am Maßstabe, so ergiebt sich,

daß der 1te um $\frac{1}{10}$ tel L. , .

" " 2te " $\frac{2}{10}$ " "

" " 3te " $\frac{3}{10}$ " "

und s. f. tiefer liegt als der entsprechende Theilstrich am Maßstabe. Diese Vorrichtung CD ist nun der **Nonius**; verschiebt man sie so, daß der obere Rand, der nun den Theilstrich O bildet, in seiner Verlängerung durch den Endpunkt B der zumessenden Linie AB geht, und es zeigt sich hierauf, daß der Theilstrich 1 mit einem Theilstriche des Maßstabes coinzidirt, so beträgt die geschehene Verschiebung und mithin das Stück mB nur $\frac{1}{10}$ L. Coincidirt aber erst der 3. Theilstrich mit einem Theilstriche des Maßstabes, so hat man den Nonius um soviel vorgeschoben, um wie viel der 3. Theilstrich tiefer liegt, als der entsprechende des Maßstabes, also um $\frac{3}{10}$ L.; somit zählt dann mB $\frac{3}{10}$ L. Man hat daher

nach richtiger Einstellung des Nonius nur zu sehen, welcher seiner Theilstriche mit einem Theilstriche des Maßstabs genau übereinstimmt; wäre es z. B. der 6te, so beträgt die Länge von mB $\frac{6}{10}$ L.; mithin die Länge der ganzen Geraden AB 1″ 10.6‴.

Wäre die Länge des Nonius gleich 9 Linien, und in 10 gleiche Theile getheilt, so würde die Länge eines Theils um $\frac{1}{10}$ L. kleiner als am Maßstabe, mithin der unterste Theilstrich um $\frac{1}{10}$ L., der nächst höhere um $\frac{2}{10}$ L. u. s. f. tiefer liegen als der entsprechende Theilstrich am Maßstabe.

Bei dieser letzten Einrichtung des Nonius müßten die Zahlen, welche die Zehntel angeben von unten nach oben fortlaufen. In diesem Falle kann man auch den unteren Rand des Nonius an den Endpunkt der zu messenden Linie bringen, und dann sehen, welcher seiner Theilstriche mit einem Theilstriche des Maßstabes übereinstimmt.

Die Einrichtung eines Nonius wird nun leicht begreiflich. Wenn nämlich von zwei gleichen Linien, von der Länge a, die eine in n, die andere in (n + 1) gleiche Theile getheilt ist, so ist ein Theil bei der ersten $= \frac{a}{n}$ und bei der zweiten $= \frac{a}{n+1}$, also die Differenz $= \frac{a}{n} - \frac{a}{n+1} = a\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) = \frac{a}{n(n+1)}$, dadurch wird es möglich, an der zweiten Linie auch noch einen Theil $= \frac{a}{n(n+1)}$ zu messen. Der Theil, den man am Nonius abliest, ist ein Bruchtheil der kleinsten Unterabtheilung des Maßstabes, dessen Zähler der Zahl gleich ist, welche angibt, der wievielte Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche des Maßstabes übereinstimmt, und dessen Nenner anzeigt, in wie viel Theile der Nonius getheilt wurde. Es ist übrigens gleichgiltig, ob die Linien gerade oder kreisförmig sind. Alle Instrumente, die zur Messung der Winkel dienen, tragen an den Enden eines beweglichen Durchmessers oder Halbmessers, Alhidade genannt, einen Kreisbogen, der genau an den Limbus sich anschließt und an dem der Nonius verzeichnet ist. Eine Druckschraube dient zum feststellen des Instruments und eine Mikrometerschraube zum ganz genauen Einstellen. Nehme man z. B. an: der Kreis sei in Grade und jeder Grad noch in 6 gleiche Theile, mithin von 10 zu 10 Minuten eingetheilt; ein Kreisbogen an der Alhidade von 90 Minuten also von 9 Theilen des Limbus werde in 10 gleiche Theile getheilt, so ist die Differenz zwischen 2 Theilen an den beiden Kreisbögen gleich

$$\frac{90'}{9 \times 10} = 1'$$

d. h. gleich 1 Minute, man kann somit an dem von 10 zu 10 Minuten getheilten Kreise mit Hilfe des Nonius die einzelnen Minuten unmittelbar ablesen. Hat man die Alhidade richtig eingestellt, so liest man die Anzahl Grade und die Zehner von Minuten, die der Nullpunkt des Nonius anzeigt, und sieht dann, welcher Theilstrich des Nonius mit einem Theilstriche am Limbus coincidirt; dieß gibt die Zahl der Minuten, die zu den Zehnern noch zu addiren sind.

§. 4. Berücksichtigung der Temperatur beim Abmessen der Längen. Bei der Abmessung einer Linie mittelst eines Maßstabes hat man zu berücksichtigen, daß sich die Länge des Maßstabes mit der Temperatur ändert; daher kann die Abmessung nur dann richtig sein, wenn sie bei einer Temperatur vorgenommen wird, bei welcher der Maßstab seine rechte Länge hat, und die man seine Normaltemperatur heißt; geschieht sie bei einer andern Temperatur, so muß die gemessene Länge auf die Normaltemperatur

reducirt werden; diese ist, wie schon früher bemerkt wurde, bei Pariser-Maß $+ 13^{\circ}$ R., bei Meter-Maß 0° C.

Ist l die Anzahl der Längeneinheiten des Maßstabes bei seiner Normaltemperatur von 0° C und ist c der lineare Ausdehnungscoffizient des Materials, aus dem der Maßstab besteht, d. i. der Zuwachs an Ausdehnung einer Längeneinheit desselben bei einer Temperaturerhöhung von 1° C, so ist der Zuwachs an linearer Ausdehnung des ganzen Maßstabes bei der Temperatur von t° offenbar $= c\,l\,t^{\circ}$, und die Länge des Maßstabes gleich $l + c\,l\,t = l(1 + c\,t)$.

Wird nun die Messung einer Linie, deren Länge a von der Wärme unabhängig ist, mit dem durch die Wärme verlängerten Maßstabe vorgenommen, und ist dieser in ihr n mal enthalten, so ist

$$a = n\,l(1 + c\,t) = n\,l + n\,l\,c\,t \quad (1)$$

Für $t^{\circ} = 0$, ist $a = n\,l$, mithin ist die wirkliche Länge der gemessenen Linie gleich der am Maßstabe abgelesenen Länge, vermehrt aber um den Zuwachs an linearer Ausdehnung, welchen letztere Länge bei t° erfährt. Für Temperaturen unter 0° ist t negativ zu nehmen. Ist der Maßstab nicht bei 0° C sondern bei einer anderen Temperatur richtig, wie z. B. der nach Pariser-Maß verfertigte, so bedeutet t die Größe der Abweichung der Temperatur, bei welcher die Messung vorgenommen wurde, von der Nomaltemperatur.

Bei Messing ist	$c = 0.00001920$	bei Silber ist	$c = 0.00001909$
„ Eisen „	$c = 0.00001167$	„ Platin „	$c = 0.00000856$
„ Stahl „	$c = 0.00001225$	„ Glas „	$c = 0.00000862$

Für Reaumur'sche Grade hat der Ausdehnungscoffizient einen größeren Werth. Wenn die Länge der Linie, die gemessen wird, durch die Wärme eine Aenderung erlitten hat, aber die Länge des Maßstabes unverändert bleibt oder die erlittene Aenderung vernachläßigt werden kann, und man will diejenige Länge der Linie haben, welche bei 0° C sich ergeben hätte, so hat man, wenn c' der lineare Ausdehnungscoffizient für die gemessene Linie, a' ihre gefundene Länge bei t° C und a die bei 0° C ist

$$a' = a \pm a\,c'\,t = a(1 \pm c'\,t)$$

woraus $a = \frac{a'}{1 \pm c'\,t} = a' \mp \frac{a'\,c'\,t}{1 \pm c'\,t}$ oder wenn man den kleinen Bruch $c'\,t$ im Nenner vernachläßigt $a = a' \mp a'\,c'\,t \quad (2)$

wo das Zeichen — bei Temperaturen über Null und + bei denen unter Null zu nehmen ist.

Wenn sowohl die Linie, deren Länge a gemessen wird, als auch der Maßstab durch die Wärme in der Ausdehnung geändert wird, und man soll aus der gefundenen Länge a' diejenige finden, die sich ergeben würde, wenn die Linie und der Maßstab die Temperatur $= 0^{\circ}$ gehabt hätten, und die wir mit x bezeichnen wollen; so reduzirt man zuerst a' auf die Temperatur von 0° nach der Formel $a = a' \mp a'\,c'\,t \quad (3)$

wobei c' der lineare Ausdehnungscoffizient der gemessenen Linie ist, und die Länge des Maßstabes als unveränderlich vorausgesetzt wird. Da sich aber die Länge des Maßstabes mit der Temperatur auch ändert, so muß diese Aenderung die $= a\ c\ t$ ist, wenn c der lineare Ausdehnungscoffizient des Maßstabes ist, noch in Rechnung gebracht werden. Es ist nun

$$x = a(1 \pm c\,t) = a'(1 \mp c'\,t)(1 \pm c\,t)$$

In dem Falle, wo die Eintheilung der Skala bei der Temperatur von 13° R. richtig ist, bedeutet das t im zweiten Factor der letzten Formel nur den Unterschied zwischen der Temperatur bei der Messung und der Normaltemperatur.

Zur Theilung einer Linie bedient man sich der Mikrometerschrauben, zum Theilen der Maßstäbe dienen eigene Theilmaschinen. Zum Auffinden und Messen kleiner Unterschiede oder Veränderungen in den Dimensionen der Körper gebraucht man Fühlhebel; zur Messung dünner Plättchen, so wie auch zur Bestimmung des Krümmungshalbmessers einer Linse und der Richtigkeit ihrer sphärischen Krümmung dient das Sphärometer; worüber Baumgartner's Supplementband oder Heßler's Physik nachgelesen werden kann.

§. 5. **Bestimmung des Rauminhalts eines Körpers oder eines hohlen Gefäßes.** Ist der Körper oder das Gefäß ein regelmäßig gestalteter geometrischer Körper z. B. ein Prisma, ein Cylinder, Kegel oder eine Kugel oder ein regelmäßiges Polyeder, so läßt sich sein Volumen nach den bekannten Regeln der Geometrie leicht berechnen; ist jedoch der Körper unregelmäßig gestaltet, aber sein spezifisches Gewicht S bekannt, so braucht man nur sein absolutes Gewicht P zu bestimmen und berechnet dann sein Volumen V nach der Formel

$$V = \frac{P}{S}$$

Das Volumen eines hohlen Gefäßes erhält man, wenn man das Gefäß mit Quecksilber genau vollfüllt, hierauf das Gewicht P dieses Quecksilbers bestimmt und dasselbe mit dem Gewichte eines Kubikzolls Quecksilber (= 14 Loth, 47 Gran bei 0° R.) dividirt; der Quotient gibt dann das Volumen nach Kubikzollen an. — Hiebei ist zu berücksichtigen, daß das Gewicht eines Kubikzolls bei einer höheren Temperatur in demselben Verhältniße abnimmt, in welchem die Dichte kleiner wird.

Anstatt des Quecksilbers nimmt man auch Wasser, wovon 1 Kubikzoll bei 0° R. 250½ Gran zählt. — Bei einer sehr genauen Bestimmung des Raumhaltes eines hohlen Gefäßes muß beim Abwägen des leeren Gefäßes das Gewicht der darin befindlichen Luft berücksichtigt werden.

Zur schnellen Bestimmung der Volumen flüssiger Körper dienen die Volumeter d. i. gläserne cylindrische oder conische Röhren, die in gleiche Raumtheile getheilt sind. Will man Hundertel eines Kubikzolls am Volumeter messen, so wird das Graduiren der Röhre in der Art vorgenommen, daß man $\frac{1}{100}$ eines Kubikzolls Quecksilber d. i. 34.07 Gran bei 0° R. abwägt, dieses in die vertikalstehende Röhre gießt, und den Stand des mittleren Theils der Oberfläche anmerkt; hierauf gießt man dieselbe Quecksilbermenge zum 2ten 3ten 4ten Mal in die Röhre und merkt jedesmal den Stand der Oberfläche an und zwar mit einer Auflösung von Siegellack mittelst eines Pinsels, so daß der obere Rand dieser Masse mit der Oberfläche coincidirt. Später werden die Theilstriche der Skala mit einer Diamantspitze an der Röhre gezogen; es ist gut, wenn zwei einander gegenüberliegende Skalen vorkommen, weil sie möglich machen den vertikalen Stand der Röhren genau zu beurtheilen.

Soll die Theilung nach Kubikzollen geschehen, so wählt man Wasser,

muß aber vor der Graduirung die Wandung mit Wasser befeuchten, aber so, daß beim Umkehren kein Tropfen mehr herausfällt.

Wenn der zwischen zwei Theilstrichen liegende Theil als cylindrisch angenommen werden kann; so ist eine weitere Theilung leicht möglich.

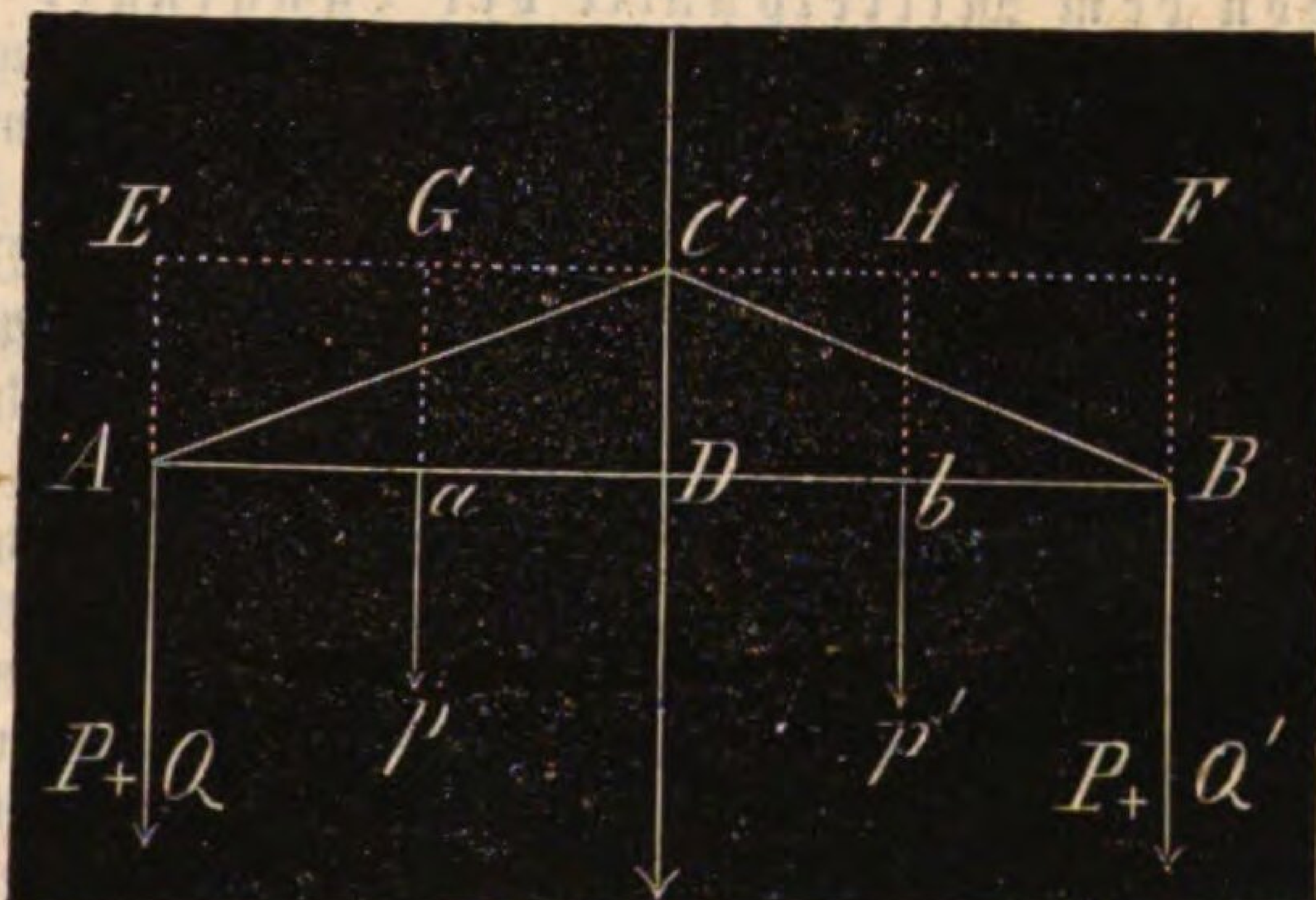
Stehen die Theilstriche der Skala gleichweit von einander ab, so hat die Röhre ihrer ganzen Länge noch dieselbe Weite, (dasselbe Kaliber) und man sagt dann, daß sie kalibrirt ist.

Röhren von sehr kleinem Durchmesser, wie z. B. Thermometerröhren, werden kalibrirt, indem man eine kleine Quecksilbermenge in die Röhre bringt, diese horizontal legt und die Länge des Cylinders, den das Quecksilber darin bildet, bestimmt, hierauf durch Neigen des Rohrs das Quecksilber immer weiter laufen läßt, und jedesmal seine Länge mißt. Behält der Quecksilbercylinder überall dieselbe Länge, so hat auch die Röhre überall dieselbe Weite.

Abwägen.

§. 6. **Bedingungen der Richtigkeit der gemeinen Wage.** Die Wage ist richtig, wenn die Längenaxe bei vollkommen gleicher Belastung der Wagschalen bei jeder Temperatur in der horizontalen Lage im Gleichgewichte steht. Um die Bedingungen der Richtigkeit zu ermitteln, bezeichnen wir mit A und B Fig. 2 die Aufhängepunkte, mit Q und Q′ die Gewichte der Schalen, in denen gleiche Gewichte, jedes = P, liegen; a und b seien die Schwerpunkte p und p′ die Gewichte der einzelnen Arme des Wagbalkens; C sei der Drehungspunkt und D der Punkt, in welchem die Längenaxe AB durch die verticale Ebene halbirt wird, welche durch den Punkt C geht und auf der horizontalen Längenaxe senkrecht steht; AD und BD sind dann die beiden Arme des Wagbalkens. Wir haben demnach an dem Hebel AB im Gleichgewichtszustande vier Kräfte, die auf die horizontale Längenaxe senkrecht wirken, und zwar in A die Kraft P + Q, in B die Kraft P + Q′, in a und b die Kräfte p und p′; da an einem Hebel im Gleichgewichtszustande die Summe der Momente der an einem Arme wirkenden Kräfte gleich ist der Summe der Momente der am anderen Arme thätigen Kräfte, so hat man die Gleichung

Fig 2.



$$(P + Q)\ CE + pCG = (P + Q')\ CF. + p'.CH,$$

wo CE, CG, CF, CH die vom Drehungspunkte auf die verticalen Richtungen der Kräfte gefällten Senkrechten sind. Da es die Richtigkeit der Wage erfordert, daß dieses Gleichgewicht bei horizontaler Stellung der Längenaxe Statt finde, so ist

$$CE = AD,\ CF = BD,\ CG = Da,\ CH = Db,$$

mithin $P.\ AD + Q.\ AD + p.\ Da = P.\ BD + Q.'BD + p.'\ Db$

oder $P\ (AD - BD) = Q.'BD - Q.\ AD - p.\ Da + p.'\ Db.$

Diese Gleichung muß Statt finden, mögen die Schalen mit was immer für einem Gewichte oder auch mit keinem belastet sein, mithin auch dann, wenn $P = O$ ist; für den letzteren Fall hat man

$$O = Q'. BD - Q. AD - p. Da + p'. Db;$$

da dieser Ausdruck nur Größen von unveränderlichem Werthe enthält, so ist sein Werth bei jedem Werthe von P immer derselbe, also jedesmal gleich Null; daher ist jederzeit

$$Q'. BD - QAD - p. Da + p.' Db = o \ (1)$$

folglich auch $P(AD - BD) = O \ (2)$

Da P alle möglichen Werthe haben kann, so kann die Gleichung (2) nur dann bestehen, wenn der Factor $AD - BD$ stets gleich Null, mithin $AD = BD$ ist; d. h. wenn die Arme des Wagbalkens vollkommen einander gleich sind.

Der Gleichung (1) wird Genüge geleistet, wenn

$$Q = Q', \ p = p', \text{ und } Da = Db$$

ist, d. h. wenn die Gewichte der Wagschalen einander gleich sind, ferner wenn zugleich die beiden gleichlangen Arme gleiche Gewichte haben und ihre Schwerpunkte gleich weit von dem Mittelpunkte der Längenaxe entfernt liegen. Letzteres ist nur dann möglich, wenn die beiden Arme aus einem gleichmäßig dichten Materiale bestehen und vollkommen symmetrisch gebaut sind. Bei dieser Beschaffenheit des Wagbalkens werden auch die bei einer Temperaturänderung vor sich gehenden Aenderungen im Volumen des Wagbalkens, somit auch in der Lage der Schwerpunkte seiner Arme vollkommen einander gleich bleiben; daher wird die Wage für alle Temperaturänderungen richtig sein.

Der Gleichung (2) kann man auch Genüge leisten, wenn man an den leichteren Arm eine Wagschale vom größeren Gewichte hängt; allein dann würde die Wage nur bei derjenigen Temperatur, bei welcher sie construirt wurde, richtig bleiben; bei einer andern Temperatur müßte, da wegen der Ungleichheit der Gewichte der Arme bei gleicher Länge derselben die Materie ungleichförmig vertheilt wäre, eine ungleiche Aenderung in der Lage der Schwerpunkte, somit auch der Momente p. Da und p.' Db eintreten, während die Größen Q und Q' sich gleich bleiben, weshalb dann die Gleichung (2) nicht mehr bestehen könnte.

Hieraus folgt, daß man aus der horizontalen Lage des unbelasteten Wagbalkens noch nicht auf die Richtigkeit der Wage schließen darf, indem es möglich ist, daß die Arme ungleiches Gewicht haben, aber diese Ungleichheit durch die Wagschalen ausgeglichen ist.

Bleibt die Längenaxe des Wagbalkens nach Hinwegnahme der Wagschalen vollkommen horizontal, so sind die Momente p. Da und p'.Db einander gleich; ändert sich diese horizontale Lage des Wagbalkens auch nach Verwechslung der Wagschalen nicht, so müssen nach (1) die Arme gleiche Längen und die Wagschalen gleiche Gewichte haben. Die Gleichheit der Abstände der Schwerpunkte a und b vom Punkte D ist sicher dann vorhanden, wenn man findet, daß die horizontale Lage des mit gleichen Gewichten an beiden Armen belasteten Wagbalkens bei bedeutend verschiedenen

Temperaturen sich nicht ändert. Aus den für die Richtigkeit der Wage aufgestellten Bedingungen

$$AD = BD, \; Da = Db, \; Q = Q', \; p = p'$$

folgt, daß die Resultirende der Kräfte, die an der unbelasteten Wage wirken, eine vertikale Richtung hat und ihr Angriffspunkt in der durch C und D geführten vertikalen Ebene liegt; dieser Angriffspunkt ist aber der Schwerpunkt des Wagbalkens sammt der daran hängenden Wagschalen; daher erfordert die Richtigkeit der Wage, daß ihr Schwerpunkt im unbelasteten Zustande in der durch die Mitte der Längenaxe gehender Vertikalebene liege.

Durch ein Uebergewicht in der einen Wagschale wird die horizontale Stellung der Längenaxe geändert; die Wage muß aber so eingerichtet sein, daß nach aufgehobenem Uebergewichte der Wagbalken sogleich in die horizontale Lage zurückkehrt; mithin muß das Gleichgewicht an der Wage bei gleicher Belastung der Arme ein stabiles sein, was nur dann Statt findet, wenn der Schwerpunkt unter der Drehungsaxe liegt.

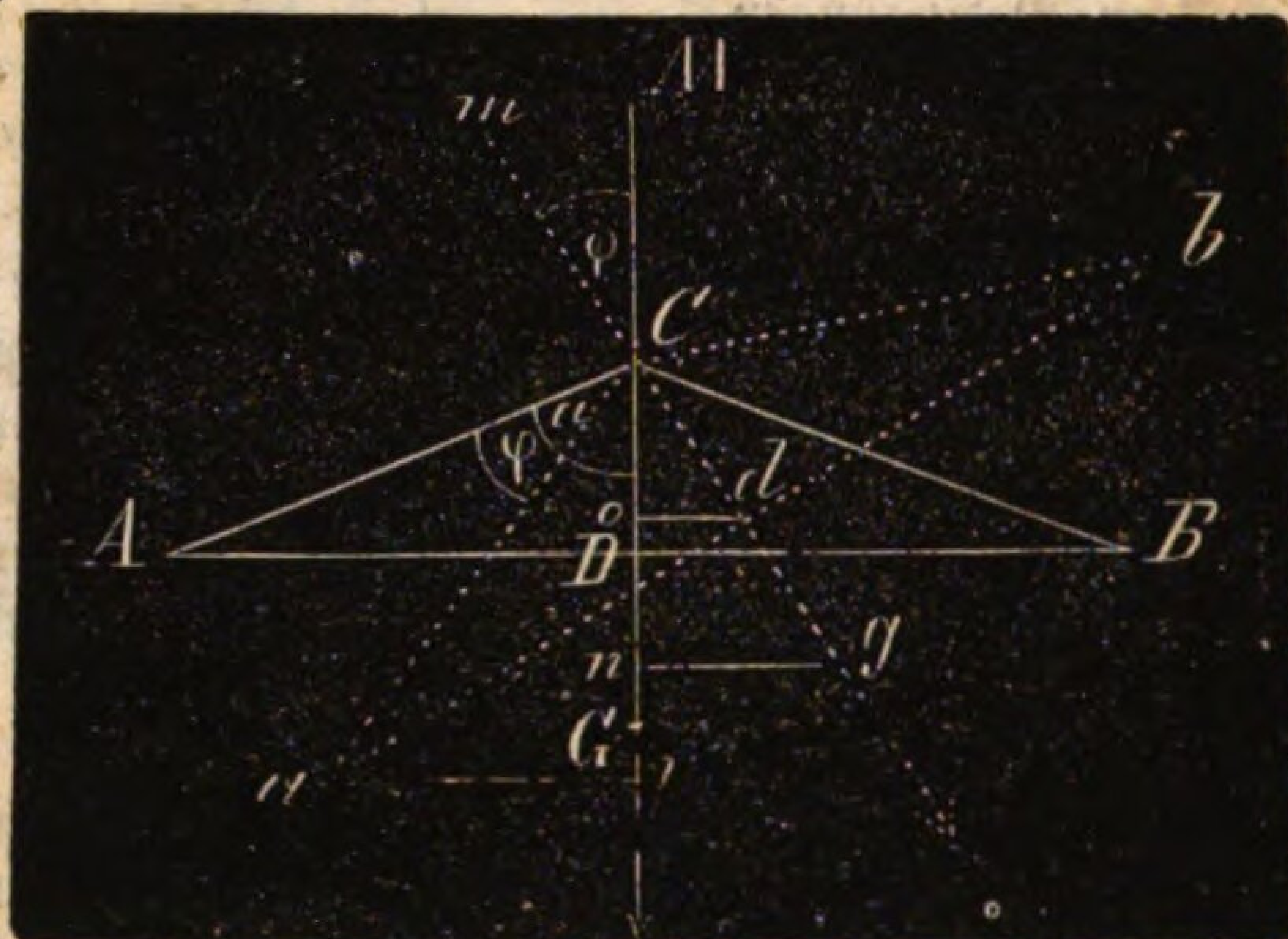
Sind die Wagschalen nur in einzelnen Punkten aufgehängt, so müssen diese Punkte mit dem Schwerpunkte der Wage in derselben auf der Drehungsaxe senkrecht stehenden Vertikalebene sich befinden.

Hängen aber die Wagschalen an aufwärts gekehrten Schneiden, so geht der Zug, mit welchem das in der Schale liegende Gewicht auf die Aufhängeschneide wirkt, nicht immer durch denselben Punkt dieser Schneide, weil dann die Lage dieses Punktes von der Lage des Gewichtes abhängt; um nun das Moment dieses Gewichtes von dieser Lage unabhängig zu machen, ist es nöthig, daß die Aufhängeschneiden genau parallel sein zu der Schneide, welche die Drehungsaxe bildet; indem in diesem Falle die Senkrechte, die auf die Richtung der Kraft gefällt wird, immer denselben Werth behält, mag der Zug durch diesen oder jenen Punkt der Aufhängeschneide gehen.

§. 7. Bedingungen der Empfindlichkeit der gemeinen Wage. Eine Wage muß ferner so eingerichtet sein, daß man das geringste Uebergewicht in der einen Wagschale an der Aenderung der horizontalen Stellung des Wagbalkens erkennen kann. Der Winkel, den dabei die geneigte Lage des Wagbalkens mit seiner horizontalen Lage bildet, nennt man den Ausschlagwinkel oder schlechweg den Ausschlag; je größer der Ausschlag bei einem bestimmten Uebergewichte, oder je kleiner das Uebergewicht bei einem Ausschlage von bestimmter Größe, desto empfindlicher erscheint die Wage. Um die Bedingungen zu ermitteln, von denen der Grad der Empfindlichkeit einer gemeinen Wage abhängt, wollen wir mit p das Uebergewicht, mit P die Belastung einer Schale, mit Q das Gewicht des Wagbalkens und der Schalen, mit φ den Ausschlagwinkel MCm = ACa

= BCb Fig. 3. bezeichnen; G sei der in der Vertikalen MCD liegende Schwerpunkt des Wagbalkens und der Schalen, daher der Angriffspunkt der Kraft Q. Anstatt der in den Schalen wirkenden gleichen Gewichte wollen wir deren Resultirende 2 P setzen, die den Mittelpunkt D der Längenaxe AB zum Angriffspunkte hat. Wir haben demnach an dem zweiarmigen Hebel ACB in G die Kraft Q, in D die Kraft 2 P und in A das Uebergewicht p, welches den Hebel bei A nach abwärts so lange neigt und dabei die Grade CDG so lange hebt, bis die Summe der Momente der Kräfte 2 P und Q dem Momente der Kraft p das Gleichgewicht hält: nehmen wir an, dieß finde Statt, wenn die Längenaxe AB in der Lage ab, und die Vertikale MCDG in der Lage mCdg sich befindet, so hat man für diesen Zustand des Gleichgewichtes die Gleichung

Fig. 3.



$$p.\ ar = 2\,P.\ do + Q\ .\ gn \quad (3)$$

wo ar, do, gn gleich sind den vom Drehungspunkte auf die Richtungen der Kräfte p, 2 P, Q gefällten Senkrechten.

Setzen wir den Winkel ACD = a, so ist der Winkel a C r = a — φ mithin, da AC = aC, CD = C d, CG = Cg, so ist

$$a\,r = AC \sin.(a - \varphi) = AC \sin.a \cos.\varphi - AC. \cos.a \sin.\varphi$$

$$do = CD \sin.\varphi \text{ und } gn = CG \sin.\varphi, \text{ oder}$$

da AC sin. a = AD, und AC cos. a = CD ist,

$$ar = AD \cos.\varphi - CD \sin.\varphi.$$

Setzt man diese Werthe von ar, do, gn in die Gleichung (3), so hat man

$$p.\ AD \cos.\varphi - p.\ CD \sin.\varphi = 2\,P.\ CD \sin.\varphi + Q.\ CG \sin.\varphi,$$

$$\text{mithin } p.\ AD = (2\,P.\ CD + Q.\ CG + p.\ CD)\ \frac{\sin.\varphi}{\cos.\varphi}$$

$$\text{und } \tan\varphi = \frac{p.\ AD}{(2\,P + p)\ CD + Q\ CG},$$

woraus ersichtlich wird, daß bei einer bestimmten Größe des Uebergewichtes p der Ausschlag, mithin auch der Grad der Empfindlichkeit desto größer wird, je größer die Arme des Wagbalkens, je kleiner die Belastung und das Gewicht des Wagbalkens sammt der Schalen, ferner je kleiner die Abstände der Punkte G und D von der Axe sind.

Ist C D = o, so ist die Empfindlichkeit am größten, und man hat dann

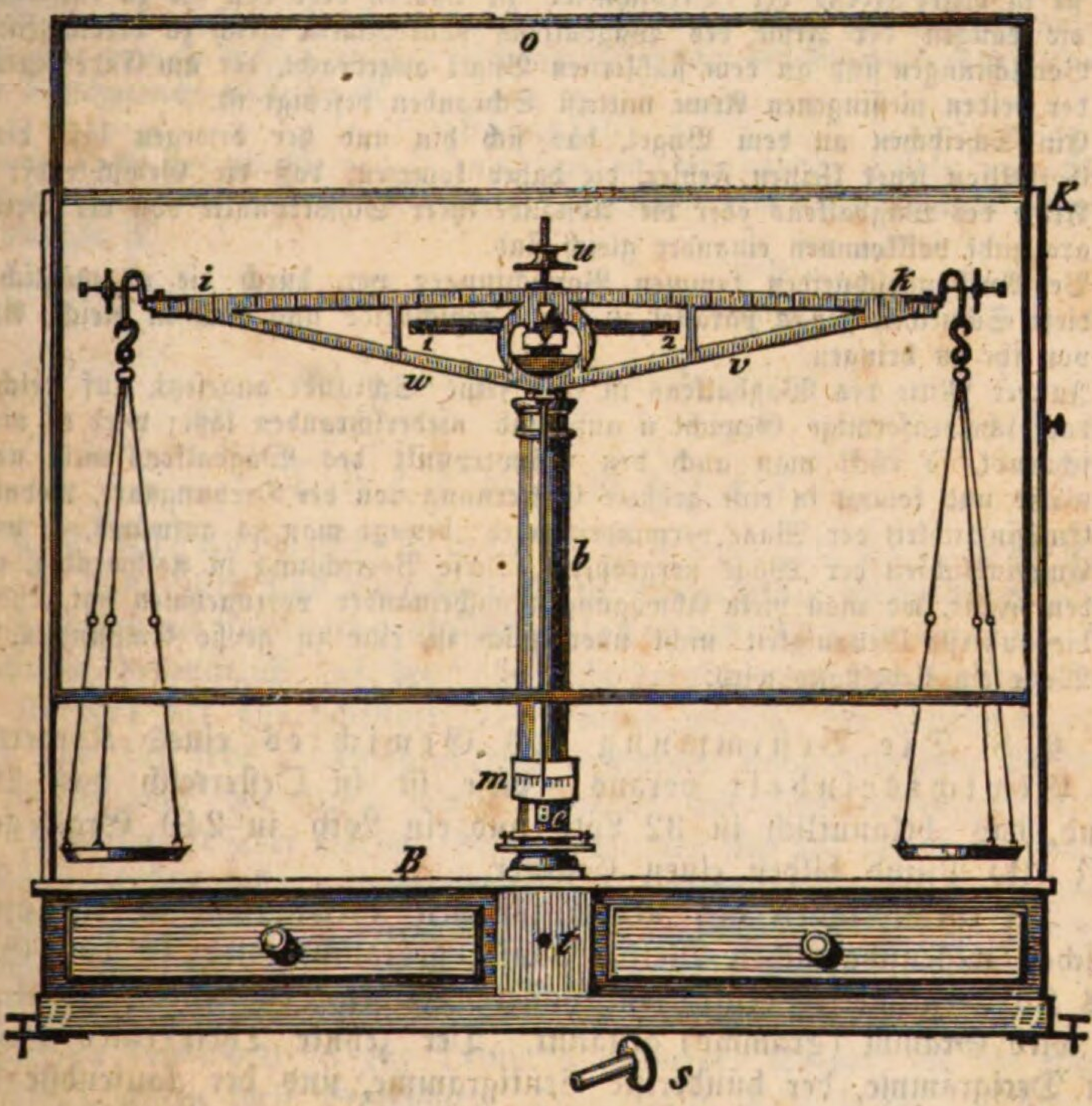
$$\tan\varphi = \frac{p.\ AD}{Q.\ CG};$$

in diesem Falle ist die Empfindlichkeit von der Größe der Belastung unabhängig, also bei jeder Belastung gleich groß.

Uebrigens versteht es sich von selbst, daß zur größeren Empfindlichkeit der Wage es erforderlich ist, die Reibung an der Drehschneide möglichst zu vermindern, weil das Uebergewicht p, um einen merklichen Ausschlag zu bewirken, auch diese Reibung überwinden muß. Zu diesem Behufe wird die Schneide aus gehärtetem Stahle verfertigt, und auf eine harte Unterlage aus Achat oder andern harten Steinen gestellt.

Die Richtigkeit der Wage erfordert eine vollkommene Gleichheit der Arme des Wagbalkens, deshalb muß der Wagbalken aus einem festen Materiale bestehen und so stark sein, daß ihn selbst die größte Belastung, die für die Wage bestimmt ist, zu biegen nicht vermag; jedoch darf der Wagbalken nicht zu massiv sein, weil die Empfindlichkeit der Wage ein geringes Gewicht des Wagbalkens erheischt. Man macht ihn daher aus dicken, stark gehämmerten Messingblech und gibt ihm die Gestalt eines sehr in die Länge gestreckten rhomboidischen Rahmes, wie aus der Fig. 4. zu ersehen ist.

Fig. 4.



Eiserne oder stählerne Wagbalken werden magnetisch, und erhalten damit das Bestreben, eine geneigte Lage anzunehmen, wie jeder um seinen Schwerpunkt bewegliche Magnet. Die Zunge ist bei sehr genauen Wagen gewöhnlich nach abwärts gekehrt und zeigt an einem Gradbogen, der am unteren Ende einer die Wage tragenden Säule befestigt ist, die Größe des Ausschlags an; sie hat bei horizontaler Lage des Wagbalkens eine genau vertikale Stellung, in welcher ihre Spitze auf den Nullpunkt des Gradbogens zeigt. Man muß daher vor jedem Abwägen die Zunge in die gehörige Stellung bringen; zu diesem Behufe ist die Platte B, auf welcher die Säule genau senk-

recht steht, mit Schraubenfüßen versehen, die es möglich machen, diese Platte mit Hilfe einer Wasserwage in eine horizontale Lage zu bringen, wo dann die Säule vertikal steht und die Zunge auf den Nullpunkt zeigt.

Es ist vortheilhafter die Wagschalen mittelst Hacken von großer Breite an Schneiden, die parallel zur Drehschneide liegen, aufzuhängen, weil sie in Folge des Umstandes, daß dabei der Druck der Belastung auf mehrere Punkte vertheilt erscheint, weit weniger abgenutzt werden, als wenn der Zug der Kraft nur durch einen Punkt geht. — Es ist auch vortheilhafter die Wagschalen an Drähten statt an Schnüren aufzuhängen, weil letztere leicht mit Staub bedeckt werden, auch Feuchtigkeit aus der Luft an sich ziehen, und dadurch eine Aenderung in ihrem Gewichte erleiden.

Um eine baldige Abstumpfung der Drehschneide zu vermeiden, besteht an guten Wagen eine Einrichtung, bei der es möglich wird, in dem Falle, wo die Wage nicht gebraucht wird, oder wo man die Gewichte und den abzuwägenden Körper auf die Schalen legt oder sie von den Schalen wegnimmt, den Wagbalken zu unterstützen und die Drehschneide außer Berührung mit der Unterlage zu bringen.

Bei Wagen, die zu sehr genauen Abwägungen dienen sollen, sind Vorrichtungen angebracht, durch die es möglich wird:

a) Die Aufhängpunkte der beiden Schalen genau in eine und dieselbe auf der Drehschneide senkrecht stehende Ebene einzustellen, und

b) sie in dieser Ebene der Drehschneide zu nähern oder von ihr zu entfernen, um die Längen der Arme des Wagbalkens vollkommen gleich zu bekommen. Beide Vorrichtungen sind an dem stählernen Bügel angebracht, der am Ende eines jeden der beiden messingenen Arme mittelst Schrauben befestigt ist.

c) Ein Scheibchen an dem Bügel, das sich hin und her bewegen läßt, dient zur Correktion jener kleinen Fehler, die daher kommen, daß die Gewichte der beiden Arme des Wagbalkens oder die Abstände ihrer Schwerpunkte von der Drehungsaxe nicht vollkommen einander gleich sind.

d) Bei Aufhängeschneiden kommen Vorrichtungen vor, durch die es möglich wird, diese Schneiden genau parallel zu der Drehschneide und auch in gleiche Abstände von ihr zu bringen.

e) In der Mitte des Wagbalkens ist eine feine Schraube angesetzt, auf welcher sich das scheibenförmige Gewicht u auf- und niederschrauben läßt; wird es niedergeschraubt, so rückt man auch den Schwerpunkt des Wagbalkens mehr nach abwärts und kommt in eine größere Entfernung von der Drehungsaxe, wodurch die Empfindlichkeit der Wage vermindert wird; bewegt man es aufwärts, so wird die Empfindlichkeit der Wage vergrößert. Diese Vorrichtung ist nothwendig, weil in dem Falle, wo man viele Abwägungen nacheinander vorzunehmen hat, und dabei die äußerste Genauigkeit nicht unerläßlich ist, eine zu große Empfindlichkeit der Wage ein Uebelstand wird.

§. 8. Die Bestimmung des Gewichtes eines Körpers setzt eine Gewichtseinheit voraus; diese ist in Oesterreich das Wiener Pfund, das bekanntlich in 32 Loth und ein Loth in 240 Gran getheilt wird; 100 Pfund bilden einen Centner.

Die Grundeinheit des neufranzösischen Gewichtsystems, das auch in deutschen wissenschaftlichen Werken häufig gebraucht wird, ist das Gewicht eines Kubikcentimeters destillirten Wassers bei der Temperatur von + 3° R. und wird Gramm (gramme) genannt. Der zehnte Theil eines Gramms heißt Decigramme, der hundertste Centigramme, und der tausendste Milligramme. Zehn Gramme bilden einen Decigramme, 100 Gramme ein Hectogramme, 1000 Gramme ein Kilogramme, und 10,000 Gramme ein Myriogramme.

1 Gramm ist = 0.001785 Wiener Pfund
= 13.714 Wiener Grane

1 Milligramm ist nahe = $\frac{1}{73}$ Wiener Gran

1 Kilogramm ist = 1.786 Wiener Pfund, oder
= 1 Pfund 25 Loth 34 Gran

1 Wiener Pfund ist = 560012 Milligramme.

Um die ganz kleinen Gewichtchen wie z. B. Milligramme entbehrlich zu machen, gab Berzelius den Wagen folgende Einrichtung: Jede Hälfte des Wagbalkens wird durch vertikale Endstriche in 10 gleiche Theile getheilt und den zur Wage gehörigen Gewichten Häckchen von feinen Platin- oder Silberdraht beigegeben, deren jedes genau das Gewicht von einem Centigramme besitzt. Hängt man ein solches Häckchen am ersten, zweiten, dritten u. s. f. Theilstrich (von der Drehungsachse an gerechnet) auf, so wirkt es auf den Hebelarm gerade so, als wenn in die Wagschale ein Gewicht von 1, 2, 3... Milligrammen gelegt worden wäre.

Man kann das richtige Gewicht P eines Körpers bei ungleichen Armen des Wagbalkens auch auf diese Art finden; Sind a und b die Arme des Wagbalkens und Q das Gewicht in einer Schale, welches bei horizontaler Lage des Wagbalkens dem Gewichte P das Gleichgewicht hält; so ist

$$Pa = Qb$$

Legt man P an die Stelle von Q, und legt in die andere Schale das Gewicht Q', welches nun beim gehörigen Einspielen der Zunge dem Gewichte P das Gleichgewicht hält, so ist

$$Pb = Q'a \text{ mithin } a = \frac{Q'b}{Q'}$$

$$\text{und } \frac{P^2}{Q'} = Q \text{ oder } P = \sqrt{QQ'}$$

Thermometer.

§. 9. Eigenschaften der thermometrischen Substanz. Eines der wichtigsten und unentbehrlichsten Instrumente bei naturwissenschaftlichen Forschungen, sowie im praktischen Leben ist das Thermometer, dessen Einrichtung bekanntlich auf der Thatsache beruht, daß das Volumen eines jeden Körpers bei zunehmender Temperatur wächst, bei abnehmender abnimmt und für jede Temperatur eine bestimmte unveränderliche Größe erhält, so daß aus der Größe des Volumens der Temperaturgrad erkannt wird. Allein nicht jeder Körper, dessen Volumen sich mit der Aenderung seiner Wärme ändert, ist zu thermometrischen Bestimmungen geeignet; um die Eigenschaften des thermometrischen Stoffes zu ermitteln, müssen wir beachten, daß wir die Temperatur eines Körpers A zu bestimmen pflegen, indem wir mit ihm den thermometrischen Körper B in Berührung bringen, und nach eingetretener Gleichheit in der Temperatur beider Körper, die des letzteren beobachten; allein diese beobachtete Temperatur ist diejenige, welche nun der Körper A besitzt, nachdem er entweder Wärme an das Thermometer abgegeben oder von ihm erhalten hat, aber nicht diejenige, die er vor der Berührung mit dem Thermometer hatte und die wir erfahren wollen.

Wir können daher die beobachtete Temperatur nur dann für die des Körpers A halten, wenn die Temperaturänderung, die dieser durch das Thermometer erleidet, so gering ist, daß sie als unmerklich vernachläßigt werden

kann. Um nun zu finden, bei welcher Beschaffenheit der thermometrischen Substanz dieß der Fall ist, wollen wir mit M die Größe der Masse des Körpers, dessen Temperatur man wissen will, bezeichnen; S sei seine spezifische Wärme, x seine Temperatur vor, und T die nach der Berührung mit der thermometrischen Substanz, deren Masse m, spezifische Wärme s ist, und welche vor der Berührung mit dem Körper die Temperatur t, nach den Berührung die Temperatur T besitzt. — Da nun S und s Wärmemenge von Masseneinheiten für einen Wärmegrad bedeuten, so ist klar, daß die Ausdrücke MSx und mst die Wärmemengen bedeuten, welche die Körper A und B besitzen, bevor sie mit einander in Berührung gekommen sind, MST und msT sind die in ihnen vorhandenen Wärmemengen, nachdem nach geschehener Berührung beide dieselbe Temperatur angenommen haben; mithin

$$MSx - MST = MS(x - T)$$

die Wärmemenge, die der Körper A verloren und

$$msT - mst = ms(T - t)$$

diejenige, welche die thermometrische Substanz von A gewonnen hat. Da nun diese zwei Größen einander gleich sein müssen, so hat man die Gleichung

$MS(x - T) = ms(T - t)$, woraus sich ergibt:

$$x = T + \frac{ms}{MS}(T - t).$$

Hieraus wird ersichtlich, daß die Temperatur x des Körpers, die wir kennen wollen, nur dann der an der thermometrischen Substanz beobachteten Temperatur T gleich gesetzt werden kann, wenn der Ausdruck $\frac{ms}{MS}(T-t)$ einen so kleinen Werth hat, daß er sich rücksichtlich der Größe T vernachläßigen läßt; dieß ist offenbar nur dann der Fall, wenn die Masse m und die spezifische Wärme s der thermometrischen Substanz sehr klein ist, und die Temperatur dieser Substanz nicht beträchtlich geändert wird; ferner wenn die Masse M in Verhältniß zu der Masse m sehr groß ist.

Die thermometrische Substanz, an deren Ausdehnung die jedesmalige Temperatur erkannt werden soll, muß auch noch die Eigenschaft besitzen, sich gleichförmig mit der Zu- und Abnahme der Wärmegrade auszudehnen und zusammenzuziehen; sie muß ein sehr guter Wärmeleiter sein und schnell jede noch so kleine Aenderung in der Temperatur anzeigen. Da nun die Metalle eine sehr geringe spezifische Wärme besitzen, gute Wärmeleiter sind, und bei den gewöhnlichen Temperaturen die Aenderung in der Ausdehnung ihrer Temperaturänderung genau proportional ist, so sind sie in kleinen Massen zu Thermometern vorzüglich geeignet, wenn man nur dafür sorgt, daß jede noch so kleine durch Veränderung in der Temperatur erzeugte Aenderung in der Ausdehnung sogleich erkennbar gemacht wird. Das Quecksilber ist unter den Metallen die vorzüglichste thermometrische Substanz, weil es die geringste Wärmecapacität besitzt und in der Wärme sich so stark ausdehnt, daß man sehr geringe Temperaturänderungen sichtbar machen kann.

§. 10. Bedingungen der Empfindlichkeit eines Quecksilberthermometers. Man unterscheidet an einem Thermometer zweierlei Arten der Empfindlichkeit; diejenige, welche sehr geringe Temperaturänderungen erkennen läßt und dann solche, kraft, welcher das Instrument sehr schnell die Temperatur der Umgebung annimmt. Letztere Em-

pfindlichkeit wird das Instrument nur dann besitzen, wenn die thermometrische Masse sehr klein ist; erstere hingegen, wenn die Länge eines Grades so groß ausfällt, daß man noch kleine Bruchtheile desselben z. B. Zehntel eines Grades ablesen kann; ein Thermometer, wo eine Flüßigkeit die thermometrische Substanz ist, wie z. B. ein Quecksilberthermometer besitzt diese Empfindlichkeit, wenn die Röhre enge und die Kugel groß ist, wie es leicht bewiesen werden kann.

Es sei an einem Ende einer wohlcalibrirten Glasröhre vom Halbmesser r eine Kugel vom Halbmesser R angeblasen, hierauf die Kugel und ein Theil der Röhre von der Länge a z. B. mit reinem Quecksilber gefüllt, so hat man für das Volumen V des in der Kugel und in der Röhre befindlichen Quecksilbers bei 0° R. den Ausdruck;

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi r^2 a ,$$

oder wenn l die Länge eines Grades bezeichnet, und die Länge a aus n Graden besteht,

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi r^2 n l.$$

Da die Ausdehnung des Glases bei den Temperaturen, bei welchen das Thermometer gebraucht wird, unbeachtet bleiben kann, so ist in dem letzten Ausdrucke die Zahl n die einzige Größe, die sich ändert, wenn die Temperatur eine andere wird; nehme man an, es übergehe bei Erhöhung der Temperatur n in n′ und V in V′, so ist

$$V' = \frac{4}{3}\pi R^3 + \pi r^2 n' l$$

mithin der Zuwachs an Volumen

$$V' - V = \pi r^2 (n' - n) l$$

Wenn man mit μ den Zuwachs einer Volumseinheit für eine Temperaturerhöhung von einem Grade bezeichnet, so ist $V\mu(n' - n)$ der Zuwachs von V Volumseinheiten für eine Temperaturerhöhung von $(n' - n)$ Graden, mithin

$$V' - V = V\mu(n' - n) \text{ und}$$

$$V\mu = \pi r^2 l, \text{ daher}$$

die Länge eines Grades $l = \frac{V\mu}{\pi r^2}$

Die Länge eines Grades am Thermometer erscheint demnach desto größer, je kleiner r der Halbmesser der Röhre, je größer V d. i. das Volumen des Quecksilbers bei 0° R., mithin je größer die Kugel, und je größer der Zuwachs an Ausdehnung einer Volumseinheit des Quecksilbers bei einer Temperaturänderung von 1° ist. — Da jedoch große Kugeln für die Empfindlichkeit der zweiten Art nachtheilig sind, so sucht man die Empfindlichkeit der ersten Art dadurch zu erzielen, daß man Röhren von sehr geringem Halbmesser anwendet. Thermometer mit sehr großen Kugeln kann man nur in dem Falle gebrauchen, wenn die Masse des Körpers dessen Temperatur zu bestimmen ist, groß ist und die Aenderungen in der Temparatur langsam vor sich gehen.

Das erste von Cornelius Drebbel im Anfange des 17. Jahrhunderts erfundene Thermometer bestand aus einer Glasröhre, an deren einem Ende eine Kugel

angeblasen war, und deren anderes Ende offen blieb; erwärmt man die Kugel über einer Weingeist-Lampe und taucht, nachdem ein Theil der darin befindlichen Luft durch die Wärme ausgetrieben worden ist, das offene Ende der Röhre in eine Flüssigkeit, so steigt diese beim Erkalten der Luft in der Kugel so lange aufwärts, bis die Spannkraft dieser Luft, vermehrt um den hydrostatischen Druck der gehobenen flüssigen Säule, dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Wirkt nun irgend ein warmer Körper auf die Kugel ein, so muß sich die eingeschlossene Luft ausdehnen und die Flüssigkeit herabdrücken; das Gegentheil erfolgt, wenn die Luft in der Kugel abgekühlt wird.

Dieses erste Thermometer war, wie man sieht, ein Luftthermometer, das wohl eine kleine Zunahme und Abnahme der Wärme erkennen ließ, aber zur Messung der Temperatur noch nicht geeignet war; nur langsam ging die Vervollkommnung dieses wichtigen Instrumentes vor sich. Die Academie der Wissenschaften zu Florenz bediente sich anstatt der Luft des Weingeistes, womit die Kugel und ein Theil der Röhre gefüllt wurden; durch Erhitzung des Weingeistes wurde die Luft ausgetrieben und dann die Röhre zugeschmolzen, wie dieß auch jetzt zu geschehen pflegt. — Newton gebrauchte Leinöl, weil es eine sehr hohe Temperatur annimmt, bevor es siedet; allein es ist träge in der Bewegung und bleibt an den Wänden des Rohrs stark hängen. Der berühmte Danziger Astronom Römer erkannte das Quecksilber als die beste thermometrische Substanz und gab zuerst die Skala an, die nach Fahrenheit, einem Danziger, benannt worden ist, weil Fahrenheit im Anfange des 18. Jahrhunderts Thermometer nach diesem Prinzipe in solcher Vollkommenheit verfertigte, daß er allgemein als der Erfinder derselben betrachtet wurde. Er war der erste, der als fixe Punkte der Skala die Temperatur des schmelzenden Eises und die des siedenden Wassers annahm; als Nullpunkt diente ihm die stärkste in Island beobachtete Kälte. Thermometer mit Fahrenheit'scher Skala sind gegenwärtig in Holland, England und Amerika im Gebrauche, man zieht sie andern vor, weil die einzelnen Grade so klein sind, daß man bei gewöhnlichen Temperaturbestimmungen nicht nöthig hat, Bruchtheile eines Grades zu gebrauchen, und weil man auch mit negativen Graden selten zu thun hat.

Réaumur verfertigte Weingeistthermometer, bestimmte die fixen Punkte der Skala eben so wie Fahrenheit, und nahm einen so starken Weingeist zur Füllung, daß sich derselbe innerhalb des Fundamentalabstandes um $\frac{80}{1000}$tel seines anfänglichen Volumens ausdehnte; daher bezeichnete er die Temperatur des aufthauenden Eises mit 0° und den Siedpunkt mit 80. De Luc übertrug dann diese Eintheilung auf das Quecksilberthermometer.

Professor Celsius zu Upsala verfertigte 1742 Thermometer, bei denen der Fundamentalabstand in 100 gleiche Theile getheilt war; diese Eintheilung ist in der neuesten Zeit unter den Namen der hunderttheiligen (Centigrade) besonders in Frankreich allgemein geworden.

§. 11. Genaue Bestimmung des Null- und des Siedpunktes. Schon Fahrenheit machte auf die Abhängigkeit der Temperatur des siedenden Wassers von dem jedesmaligen Luftdrucke aufmerksam; in der neuesten Zeit bemerkte zuerst Belani, daß der Nullpunkt der Skala, falls er bald nach dem Füllen und Luftleermachen des Thermometers bestimmt wird, mit der Zeit in die Höhe rückt; denn die beim Füllen und Luftleermachen stark erhitzte Kugel, nimmt beim Erkalten erst nach längerer Zeit ihr früheres Volumen an, und wird zugleich, da ihre Wände sehr dünn sind, durch den Druck der äußeren Luft etwas zusammengepreßt. Erst nach einigen Monaten erhält die Kugel eine Größe, die sich nicht mehr weiter ändert, weßhalb erst dann die Bestimmung des Nullpunktes vorgenommen werden soll.

Die Bestimmung des Siedpunktes soll bei dem Luftdrucke von 76 Centimeter oder 760 Millimeter, den man als Normalluftdruck angenommen hat, stattfinden, weil die Temperatur des siedenden Wassers bei einem

größeren Luftdrucke höher, bei einem niedrigeren niedriger ist. War der Luftdruck bei der Bestimmung des Siedpunktes 76 ± b, so war auch die Temperatur desselben 100 ± d° C; nach den Versuchen von Arago und Dulong wird d durch folgenden Ausdruck gegeben:

$$d = 0.037818b - 0.0018563b^2$$

Ist nun l der beobachtete Abstand des Siedpunktes vom Nullpunkt, und x der wahre Abstand zwischen 0° und 100° C, so ist

$$l : x = 100 \pm d : 100 \text{ und } x = \frac{100}{100 \pm d} . l$$

Man fand ferner, daß auch die materielle Beschaffenheit des Gefäßes auf die Siedhitze einen Einfluß übt, indem Wasser in einem metallenen Gefäße bei einer etwas kleineren Temperatur siedet als in einem gläsernen; daher machte Rudberg den Vorschlag den Siedpunkt nicht durch Eintauchen des Thermometers ins Wasser, sondern dadurch zu bestimmen, daß man es von den entstehenden Dämpfen des siedenden Wassers einhüllen läßt, indem diese bei demselben Luftdrucke immer dieselbe Temperatur haben, mag die Materie des Gefäßes wie immer beschaffen sein. Diese bereits in der Experimentalphysik angegebene Art, den Siedpunkt zu bestimmen, ist auch aus dem Grunde nothwendig, weil das siedende Wasser am Boden einen höheren Wärmegrad besitzt als an der Oberfläche.

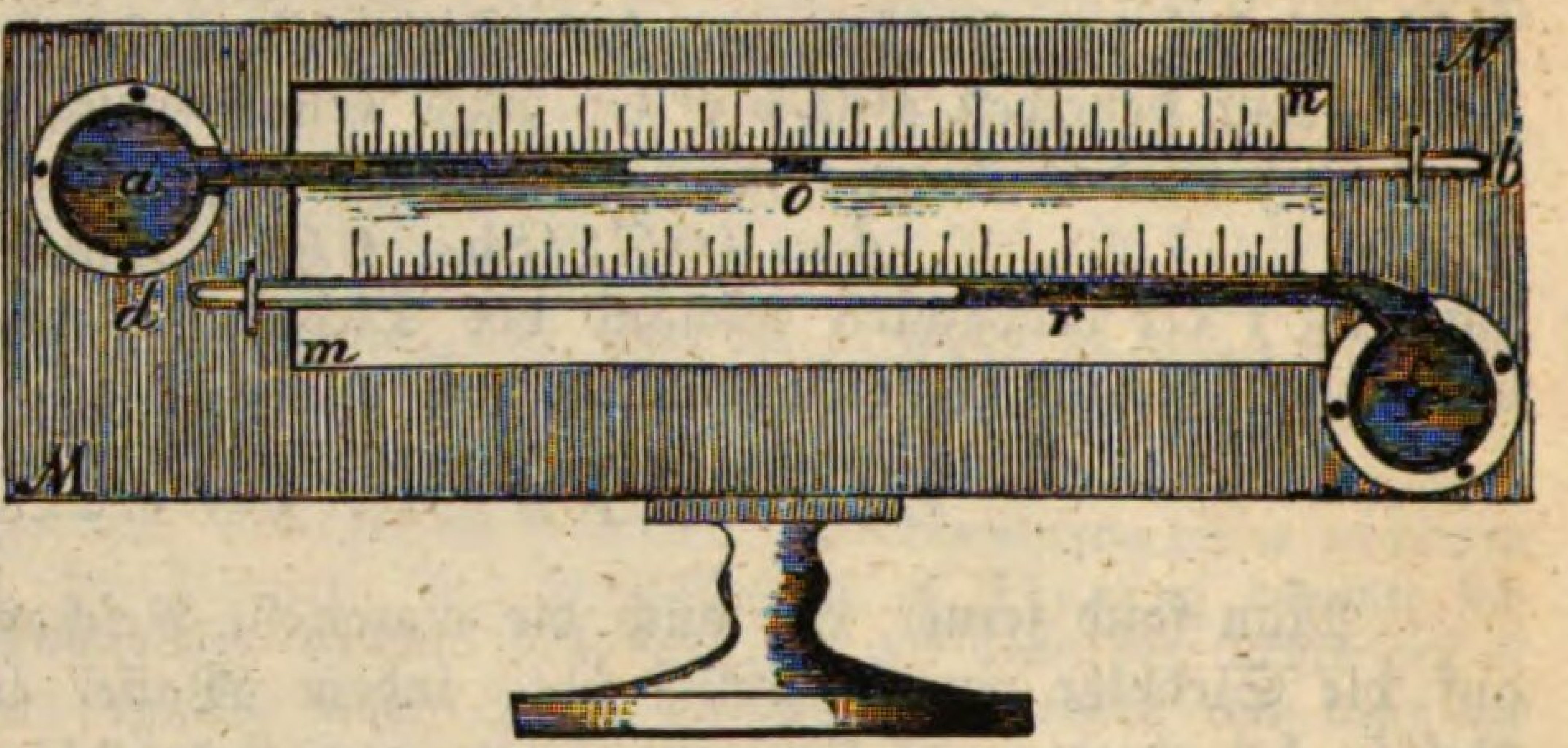
Die Ablesung der Temperatur geschieht am genauesten, wenn die Theilung an der Thermometerröhre selbst angebracht ist.

Grenzen der Anwendbarkeit des Quecksilberthermometers. Da das Quecksilber bei 32° R. gefriert und in der Nähe seines Gefrierpunktes sich rascher zusammenzieht als die Temperatur abnimmt, so wird es nicht mehr angewendet, sondern das Weingeistthermometer gebraucht, wenn Temperaturen unter — 28° R. zu messen sind. Der Gang des Quecksilberthermometers ist nur bis zur Siedhitze der Zunahme der Temperatur genau proportionirt; über der Siedhitze dehnt sich das Quecksilber in einem stärkeren Verhältniße aus, als die Temperatur wächst, weshalb das Quecksilberthermometer nur bis 80° R. gebraucht werden kann. Will man es bei höheren Temperaturen gebrauchen, so müssen seine Angaben nach einer aus Versuchen abgeleiteten Formel corrigirt werden, die aber auch nur bis 300° C. richtige Resultate gibt.

§. 15. **Maximum- und Minimum-Thermometer.** Es ist in vielen Fällen nöthig oder wünschenswerth den höchsten oder tiefsten Temperaturgrad, der während eines gewissen Zeitraums vorgekommen war, zu wissen und doch nicht leicht möglich das Thermometer während des ganzen Zeitraums zu beobachten; so z. B. ist die Temperatur der Atmosphäre stündlichen Veränderungen unterworfen, man wünscht nun die höchste und die niedrigste Temperatur eines jeden Tages zu kennen, ohne den ganzen Tag hindurch das Thermometer beobachten zu müssen. Um nun auch zu einer andern Zeit die stattgehabte höchste oder niedrigste Temperatur zu erkennen, hat man sogenannte Maximum- und Minimum-Thermometer (Thermographen) construirt. Rutherford gab demselben die

aus der Fig. 5. leicht ersichtliche Einrichtung; es besteht aus zwei an einem Gestelle befestigten horizontalliegenden Thermometern, wovon das eine ein Quecksilberthermometer ist, und das Maximum anzeigt, das andere ein

Fig. 5.



Weingeistthermometer, an welchem das Minimum der Temperatur erkannt wird. In der Röhre des ersteren und zwar an der Oberfläche des Quecksilbers befindet sich ein Stiftchen von Eisen oder Fischbein, das während der Ausdehnung des Quecksilbers bei zunehmender Temperatur vorwärts geschoben wird, und dort z. B. in o liegen bleibt, wo das Quecksilber in Folge einer Abnahme der Temperatur zurückzugehen beginnt. Man hat also nur zu sehen, bis zu welchem Theilstriche der Skala das Stiftchen gebracht wurde, um die höchste stattgehabte Temperatur zu erkennen. In der Röhre des Minimum-Thermometers ist ein Stiftchen von Glas, versehen mit einem kleinen Knöpfchen, und ganz in Weingeist eingetaucht; zieht sich während des Sinkens der Temperatur der Weingeist zusammen, so wird auch das Glasstiftchen wegen seiner starken Adhäsion zum Weingeiste zurückgezogen; beim Vorwärtsschreiten des Weingeistes während des Steigens der Temperatur bleibt es aber liegen, und zeigt somit den Punkt an, bis zu dem die Temperatur gesunken ist. Um beide Stiftchen wieder mit den Oberflächen in Berührung zu bringen, neigt man das Gestelle so, daß die Quecksilberkugel die tiefste Stelle einnimmt. Die Skalen sind auf mattgeschliffenen Glase verzeichnet, welches die Wahrnehmung der Stiftchen und eine genaue Ablösung des Thermometerstandes sehr erleichtert.

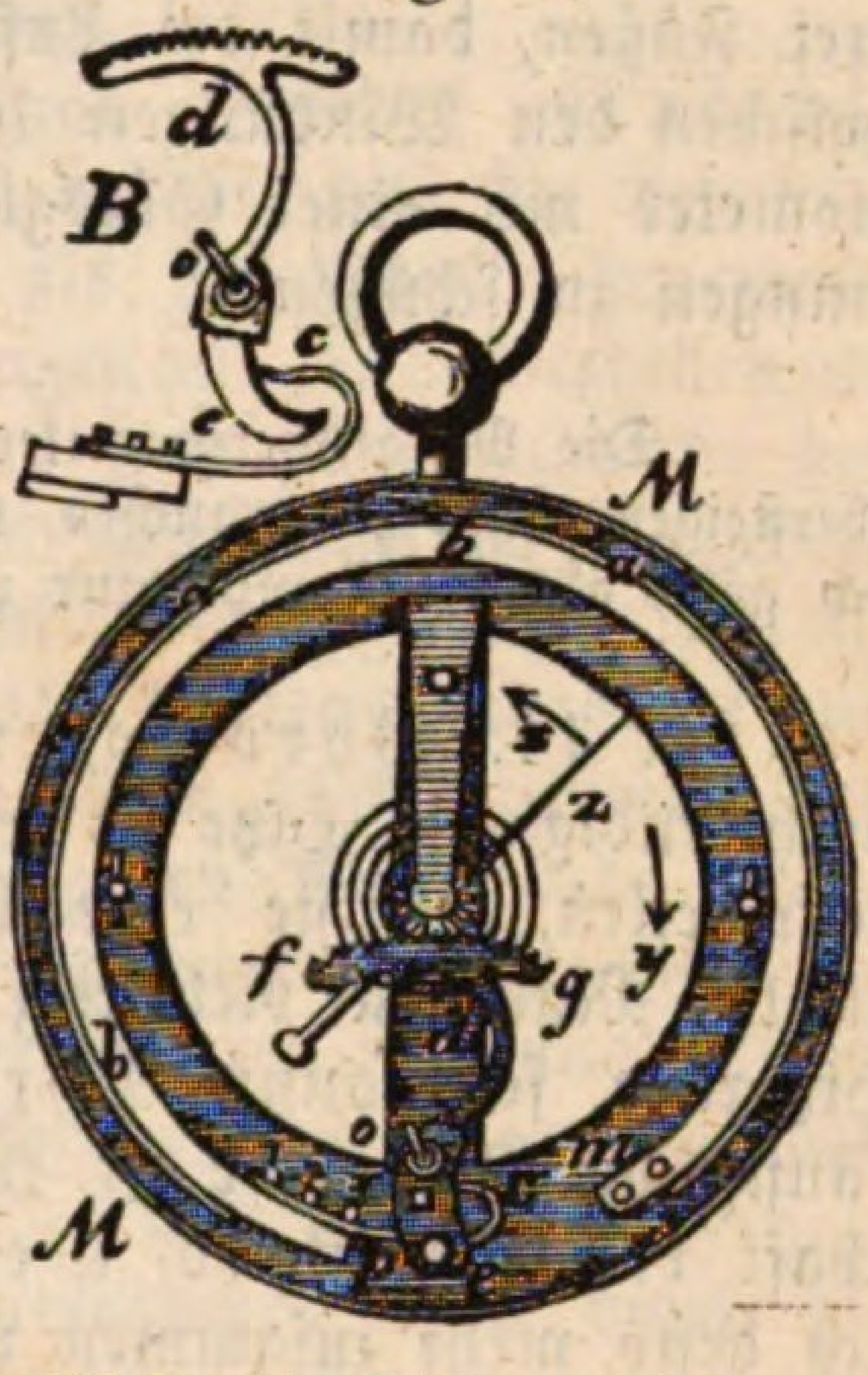
Magnus gab ein Thermometer an, das uns möglich macht, die Temperatur in den Tiefen der Erde z. B. in den artesischen Brunnen zu erkennen, und deshalb Geothermometer genannt wird! Es ist ein gewöhnliches Quecksilberthermometer, das anstatt einer Kugel, die sehr leicht zerbricht, einen cylindrischen Behälter hat; und bei dem die Röhre einen ziemlich weiten inneren Durchmesser besitzt, und oben offen ist. Die Temperatur, bei welcher das Quecksilber bis an das offene Ende sich erhebt, muß niedriger sein, als diejenige, die in der Tiefe, zu der das Instrument gebracht wird, vermuthet wird. Senkt man nun dieses Instrument in die Tiefe, deren Temperatur man wissen will und läßt es darin einige Zeit, gewöhnlich eine Viertelstunde, bis die Quecksilbermasse die Temperatur des Ortes angenommen hat, so wird das Quecksilber über das offene Ende sich erheben und daher ein Theil davon herausfließen. — Taucht man hierauf das Instrument ins Wasser und erwärmt dieses allmälig bis das Quecksilber das Ende der Röhre erreicht, so hat dieses wieder dieselbe Temperatur wie in der Tiefe; diese Temperatur erkennt man nun an einem gewöhnlichen in dem erwärmten Wasser stehenden Thermometer.

Hat das Geothermometer eine Skala, die mit der eines gewöhnlichen Thermometers genau übereinstimmt, und kennt man die Temperatur T bei welcher das Quecksilber bis an das Ende der Röhre sich erhebt; so braucht man es nur, nachdem in der Tiefe ein Theil des Quecksilbers herausgeflossen ist, mit einem gewöhnlichen Thermometer zu vergleichen, und zu sehen, um wie viel Grade es bei der nämlichen Temperatur T hinter diesem zurückbleibt; beträgt dieser Unterschied d Grade, so ist soviel Quecksilber herausgeflossen, als eine Quecksilbersäule vom Durchmesser der Röhre

und von d Grade Länge faßt; somit würde auch, falls die Röhre länger gewesen wäre, das Quecksilber in der höheren Temperatur der Tiefe um d Grade über T gestiegen sein, daher war die Temperatur in der Tiefe gleich (T + d) Graden.

§. 13. **Metallthermometer.** Diese bestehen aus zwei oder drei verschiedenen Metallstreifen, die ihrer Länge nach aufeinander befestigt sind, und in der Wärme sich krümmen, weil sich das eine Metall stärker als das andere ausdehnt. Es sind zwei Metallthermometer im Gebrauche, eines von **Holzmann**, das andere von **Brequet** construirt.

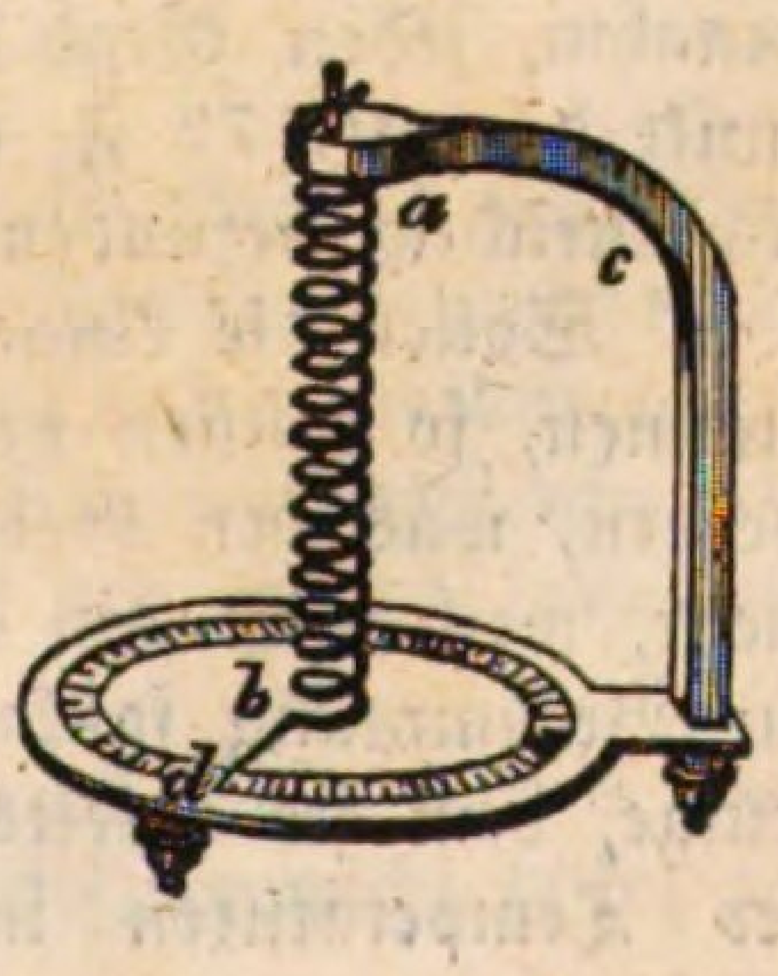
Fig. 6.



Holzmanns Thermometer Fig. 6. hat die Form einer Taschenuhr und besteht aus einem bogenförmigen Doppelstreifen von Platin und Messing oder von Eisen und Messing, so gestellt, daß das Messing den untern Theil bildet; das eine Ende m ist am Gehäuse befestigt, das andere steht vermittelst eines aufwärts gebogenen Bügels pc mit dem kurzen Arme eines Winkelhebels in Verbindung, dessen längerer Arm einen gezahnten Rechen trägt; dieser Rechen greift mit seinen Zähnen in ein kleines Getriebe ein, an dessen Axe ein beweglicher Zeiger angebracht ist. An dieser Axe wirkt auch eine feine Spiralfeder und erhält den Winkelhebel stets in Berührung mit den am thermometrischen Streifen befestigten Bügel pc. Durch die Ausdehnung des Streifens in der Wärme wird zunächst der Rechen und mit ihm auch der Zeiger bewegt, der dann auf einer kreisförmigen Skala die Temperatur anzeigt. Die Skala wird gebildet, indem man die Lage des Zeigers bei zwei verschiedenen genau bekannten Temperaturen ermittelt, den Kreisbogen zwischen diesen zwei Bögen in eben so viele gleiche Theile theilt, als die Temperaturdifferenz Grade zählt, dann die Theilung am Kreise weiter führt.

Häufig wird an jeder Seite des Thermometerzeigers noch ein Zeiger angebracht, der bloß durch Reibung an der Axe festgehalten wird. Diese Zeiger werden von dem Hauptzeiger und zwar der eine beim Vorwärtsschreiten, der andere beim Rückwärtsgehen weiter geschoben, und indem sie an den Stellen liegen bleiben, wohin sie während des Steigens und Sinkens der Temperatur gebracht worden sind, zeigen sie den höchsten und den niedrigsten Temperaturgrad an, der während eines gewissen Zeitraums eingetreten war.

Fig 7.



Breguets Thermometer, Fig. 7. das äußerst empfindlich ist, besteht aus drei gleich langen übereinandergelegten und durch starken Druck mit einander verbundenen Streifen von Platin, Gold und Silber, die man so lange auswalzt, bis sie zusammen nur die Dicke von $\frac{1}{60}$ Millimeter erhalten. Da das Silber sich doppelt so stark ausdehnt als Platin, so würden sich die zwei Streifen, wenn sie allein verbunden wären, in der höhern Temperatur leicht trennen; um dieß zu verhindern, legt man zwischen sie einen Gold-

streifen, dessen Ausdehnung nur 1½ mal so groß ist, als die des Platins. Dieser so zusammengesetzte feine Metallstreifen wird dann schraubenförmig gewunden, mit einem Ende an einem Gestelle von Messing befestigt, und am unteren Ende mit einem leichten Zeiger versehen, der sich über einer kreisförmigen an einer Scheibe verzeichneten Skala bewegt, und zwar in der Richtung der Windungen bei Erhöhung und in entgegengesetzter Richtung bei Erniederung der Temperatur. Die Skala wird auf dieselbe Art gebildet wie bei dem frühern Metallthermometer. — Die Scheibe, auf der man die Skala verzeichnet hat, ist in der Mitte durchbrochen und ruht auf drei Füßen, damit die Luft, falls man ihre Temperatur bestimmen will, zwischen den Windungen leicht zirkuliren könne. Man pflegt dieses Thermometer mit einer Glasglocke zu bedecken, um es gegen äußere Luftströmungen zu schützen.

Die Metallthermometer sind zur Messung der Temperaturen, welche 80° R. übersteigen, nicht zu brauchen, weil dann die Ausdehnung der Metalle viel rascher vor sich geht, als die Temperatur zunimmt.

§. 14. Pyrometer. In den Gewerben und Künsten ist es öfters nothwendig, die Hitze in verschlossenen Feuerräumen zu bestimmen, um zu beurtheilen, ob sie eine beabsichtigte Wirkung zu erzeugen vermag oder nicht. Man war vielfältig bemüht, Instrumente zur Bestimmung hoher Hitzgrade, sogenannte Pyrometer zu construiren; eines davon, das noch häufig im Gebrauche ist, erfand Wedgwood. Es beruht auf der Eigenschaft des Thons (d. i. eines Gemenges von Thonerde und Kieselerde) sich desto mehr zusammen zu ziehen (zu schwinden), je höher die Hitze steigt und in diesem geschwundenen Zustande auch nach erfolgter Abkühlung zu verbleiben. Wegdwood bediente sich des feinen Porcellanthons von Cornwallis. Man verfertigt davon kleine gleich lange Cylinder von bestimmtem Durchmesser, trocknet sie zuerst bei 80° R., dann in der Rothglühhitze, und setzt sie beim Gebrauche derjenigen Hitze aus, die man kennen will; nachdem sie diese Hitze angenommen haben, werden sie zwischen zwei convergirende, an einer Messingplatte befestigte, zwei Schuhlange Leisten, die an einem Ende um 0. 5 am anderen um 0.3 Zoll von einander abstehen, geschoben. Je weiter sie gebracht werden können, desto höher ist die Temperatur, der sie ausgesetzt waren, eine der beiden Leisten ist in 240 gleiche Theile getheilt, die man Grade nennt, die Zahl an dem Theilstriche, bis zu dem der Thoncylinder geschoben werden kann, zeigt die Größe der Temperatur an. Wedgwood schätzte nach der Ausdehnung einer Silberstange, die er auch bei hohen Hitzgraden der Temperatur proportionirt annahm, jeden Grad seiner Skala gleich 132° F. und fand, daß der Nullpunkt dem 1077° F. entspreche, was jedoch durch spätere Untersuchungen als unrichtig befunden wurde.

Sollen die Angaben verschiedener Wedgwoodscher Pyrometer übereinstimmen, so müssen bei allen Thonstücke von demselben Thon angewendet werden, was den Gebrauch dieser Instrumente sehr erschwert, dieß um so mehr, weil man ein Thonstück, das schon einmal gebraucht wurde, nur zur Bestimmung solcher Hitzgrade verwenden kann, die höher sind, als derjenige, dem sie bereits ausgesetzt waren. Auch läßt sich das Verhältniß der Temperaturen in zwei verschiedenen Fällen nicht genau angeben,

weil man nicht sicher weiß, daß die Zusammenziehung des Thons der Temperatur proportionirt ist.

Daniell construirte ein Pyrometer, begründet auf der Erfahrung, daß sich daß Reißblei, (eine Mischung von reinem Graphit und Thon) in der Wärme weniger ausdehnt als das Platin; allein es entsprach den Erwartungen nicht, die man sich Anfangs davon machte.

Ein Luftpyrometer, zuerst von Petersen angegeben, und später von Pouillet verbessert, gestattet genauere Messungen hoher Hitzgrade; es wird später bei den Gesetzen, welche die Ausdehnung der Gase in der Wärme befolgt, umständlich angegeben werden.

Empfehlungswerth ist auch das Verfahren, welches Makaire Prinsep in Vorschlag brachte und welches darin besteht, daß die Schmelzpunkte von reinem Silber, Gold und Platin als fixe Punkte der pyrometrischen Skala, und die Schmelzpunkte der Legirungen aus diesen Metallen als Zwischengrade derselben gebraucht werden sollen; vom Schmelzpunkte des reinen Silbers bis zu jenem des reinen Goldes soll man 10 Zwischengrade annehmen und diese durch die Schmelzpunkte der Legirungen bestimmen, in denen man die Quantität Goldes um 10 Procent zunehmen und die des Silbers um eben so viel abnehmen läßt. Vom Schmelzpunkte des reinen Goldes bis zu dem des reinen Platins sollten 100 Grade angenommen werden, denen die Schmelzpunkte der Legirungen entsprechen, die man erhält, wenn man 1 Procent Platin jeder höheren Legirung zusetzt, so daß der 100ste Grad dem reinen Platin entspricht. Die Metallstückchen brauchen nicht größer zu sein, als ein Stecknadelkopf und können wiederholt verwendet werden. Die Temperatur eines Feuerraumes wird durch die strengflüßigste der Legirungen bezeichnet, welche darin zu schmelzen vermag, was für die praktische Anwendbarkeit hinreichend ist. Man kann aber auch die Temperaturen, die den Schmelzpunkten der einzelnen Legirungen entsprechen, mittelst eines Luftpyrometers bestimmen.

Pouillet gab ein thermoelectrisches Pyrometer an, welches aus 2½ Millimeter dicken Platindrähten besteht, von denen der eine mit einem andern Metalle legirt ist; man preßt diese Drähte an einem Ende in einen Knoten zusammen, und bringt die zwei andern Enden mit einem Multiplicator in Verbindung. Beim Gebrauche bringt man den Knoten in den Feuerraum; es entsteht ein electrischer Strom dessen Intensität mit der Temperatur des erhitzten Knotens wächst und an der Ablenkung der Multiplikatornadel erkannt wird. Wird der Knoten einer niedrigen Temperatur ausgesetzt, so erhält der electrische Strom eine entgegengesetzte Richtung, und so wird es möglich, auch sehr niedrige Temperatur-Grade durch die Ablenkung der Magnetnadel zu bestimmen.

Barometer.

§. 15. Construktion des Barometers. Die Messungen des Luftdruckes, welche bei wissenschaftlichen Untersuchungen häufig vorzunehmen sind, müssen mit der größtmöglichsten Schärfe ausgeführt werden, was nur dann möglich wird, wenn das Barometer mit aller möglichen Sorgfalt construirt ist, und der Beobachter alle Umstände genau kennt, die auf den Stand desselben von Einfluß sein können.

Heißt p der Luftdruck auf eine Flächeneinheit, h die Höhe und s das spezifische Gewicht der Quecksilbersäule, die ihm das Gleichgewicht hält; so

ist bekanntlich $p = hs$. Hieraus wird schon ersichtlich, daß zu einem Barometer vor allem trockenes, chemisch reines Quecksilber gehört, weil jeder noch so geringe Zusatz eines andern Stoffes sein spezifisches Gewicht und damit auch die Höhe des Barometerstandes verändert. Das im Handel vorkommende Quecksilber ist nicht ganz rein, man reinigt es, indem man es mit stark verdünnter Salpetersäure in Berührung bringt und recht oft schüttelt, hierauf die Säure wieder abgießt, und durch wiederholtes Waschen mit destillirtem Wasser jede Spur davon entfernt. — Von Staub und Schmutz reinigt man das Quecksilber, indem man es durch Hirschleder durchpreßt oder durch papierne Trichter mit feiner Oeffnung in der Spitze so oft durchlaufen läßt, bis es am Papier keine Unreinigkeit mehr zurückläßt.

Mit dem ganz reinen Quecksilber wird nun die Barometerröhre gefüllt, deren Weite nicht unter 1½ Linie betragen und die am zugeschmolzenen Ende nicht in eine Spitze auslaufen darf, sondern mit einer Wölbung geschlossen sein soll. Vor dem Füllen muß die Röhre inwendig mit Weingeist ausgespielt und vermittelst eines an einem Drahte befindlichen Stückes Leder gereinigt werden. — Die Quecksilbersäule in der Röhre kann nur dann ein genaues Maß des Luftdruckes sein, wenn der Raum über den Quecksilber von Luft und Dünsten vollkommen frei ist, weil diese durch ihre Spannkraft die Säule niederdrücken würde; daher tritt die Nothwendigkeit ein, die Luft und die Feuchtigkeit, die an der inneren Röhrenwand adhärirt, so wie die in den Poren des Quecksilbers sich befindet, durch wiederholtes Auskochen herauszutreiben. Das Auskochen muß mit Sorgfalt vorgenommen werden; man füllt zuerst nur $\frac{1}{3}$ der Röhrenlänge mit Quecksilber an, und kocht es seiner ganzen Ausdehnung nach über einem Kohlenfeuer aus, indem man die Röhre ein wenig gegen den Horizont neigt, sie zwischen den Fingern beständig dreht, und darauf Bedacht nimmt, daß nicht etwa die Röhre durch ungleiche Erwärmung oder dadurch zersprengt werde, daß die entstehenden Dämpfe eine zu lange Quecksilbersäule heben, die beim Fallen einen zu starken Anstoß verursachen würde; hierauf bringt man eine neue Portion Quecksilber in die Röhre, das man jedoch früher erwärmt, so wie das ausgekochte etwas abgekühlt haben muß, um einen bedeutenden Temperaturunterschied zu vermeiden, weil sich das kalte, indem es dichter ist, hinunter senken und in die ausgekochten Theile wieder Luft bringen möchte. Die neue Quecksilbermasse wird nun ebenfalls ausgekocht, hierauf abermals Quecksilber zugegoßen und eben so behandelt, bis fast die ganze Röhre ausgefüllt ist; zuletzt wird noch heißes Quecksilber zugegoßen, um die Röhre vollständig zu füllen.

Beim Auskochen bildet sich etwas Quecksilberoxyd, welches die Adhäsion des Quecksilbers zum Glase so sehr vermehrt, daß sich die Oberfläche desselben nicht mehr convex, sondern ganz eben gestaltet; deshalb wird in neuerer Zeit das Auskochen öfters unterlassen, und das Quecksilber, nachdem man es in einer Atmosphäre von Kohlensäure, die keine Bildung von Quecksilberoxyd zuläßt, bis zum Sieden erhitzt hat, mittelst einer langen, bis an die Wölbung des Rohrs reichenden, und trichterförmig sich mündenden engen Röhre noch im warmen Zustande in das Barometerrohr gebracht; man kann es nach einiger Uebung dahin bringen, daß Luft und Feuchtigkeit eben so vollständig wie durch Auskochen aus dem Barometer entfernt wird.

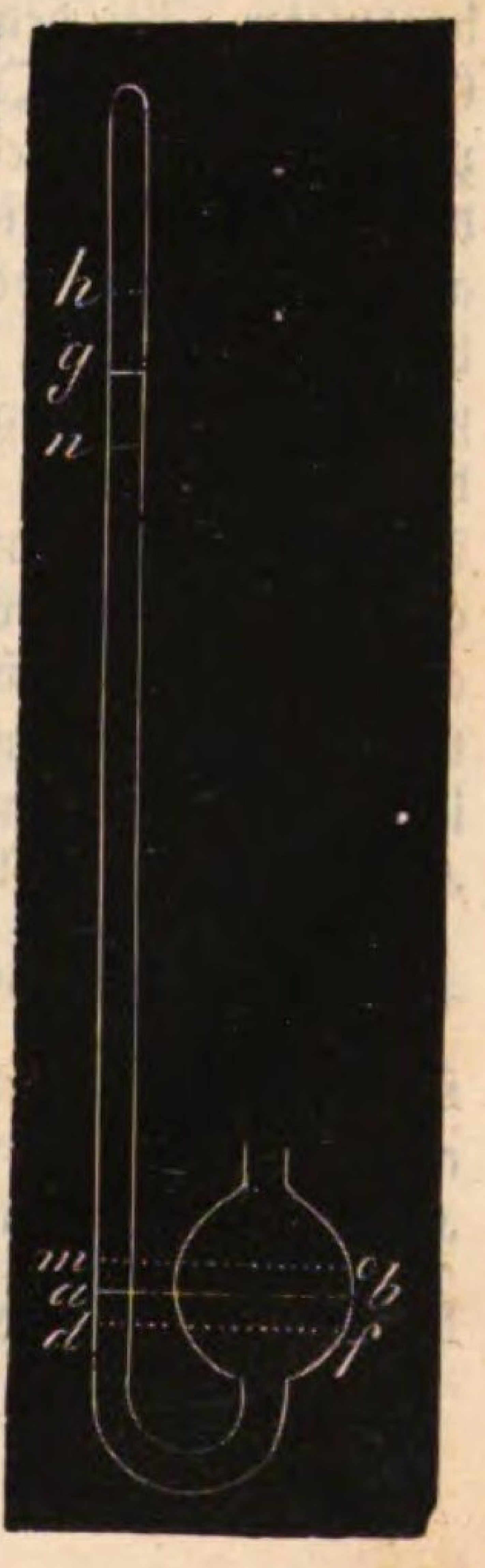
In der Torricellischen Leere befinden sich wohl Quecksilberdünste, allein diese besitzen bei der gewöhnlichen Temperatur eine so geringe Spannkraft, daß sie keine merkliche Erniedrigung der Säule zu bewirken im Stande sind. Die mit der Atmosphäre in Berührung stehende Quecksilbermasse absorbirt nach und nach wieder Luft, die allmälig immer weiter dringt, und endlich auch in die Torricellische Leere gelangt; je größer diese Leere ist, desto unmerklicher wird der Einfluß der dahin gelangten Luftblase, aber nach einiger Zeit wird es doch nothwendig, das Barometer von Neuem auszukochen. Bei engen Röhren kann die Einwirkung der Luftblase, die in den Raum über das Quecksilber eingetreten ist, nicht mehr vernachläßigt werden; außerdem ist bei engen Röhren der Reibungswiderstand und das Anhaften des Quecksilbers an den Wänden so groß, daß das Barometer unempfindlich d. h. unfähig wird, geringe Veränderungen im Luftdrucke anzugeben; man muß es vor jeder Beobachtung durch Anklopfen erschüttern, damit die Widerstände überwunden werden, und die convexe Oberfläche sich gehörig einstelle; deshalb werden enge Röhren vermieden, allein sie dürfen auch nicht zu weit sein, wenn das Barometer transportabel sein soll.

Ist das Barometer luftleer, so muß das Quecksilber beim vorsichtigen Neigen der Röhre den leeren Raum schnell und ganz ausfüllen, und an die Wölbung mit einem hellen Klange sich anlegen.

§. 16. **Arten der Barometer.** Die gebräuchlichsten Arten von Barometern sind: das **gemeine** oder **birnförmige**, das **Gefäß**- und das **heberförmige Barometer**.

1. Das gemeine Barometer, das am häufigsten verbreitet ist, besteht aus einer Röhre Fig. 8., die unten nach aufwärts gekrümmt ist, in ein birn- oder flaschenförmiges Gefäß sich endigt und an einem Brete befestigt ist, auf dem an der Seite der Röhre, die an einem Papier- oder Metallstreifen verzeichnete Skala sich befindet. An dieser Skala sollen nur die Veränderungen im Luftdrucke, die an einem Orte vorkommen gemessen werden; daher ist sie kurz und am oberen Theile des Instrumentes angebracht. Der **Anfangs**- oder **Nullpunkt** der Skala muß mit der Oberfläche des Quecksilbers im unteren Gefäße zusammenfallen, da von dieser Oberfläche an der Barometerstand gemessen wird; allein dieser Nullpunkt ändert sich mit der Aenderung des Luftdruckes. Nehmen wir an, der Nullpunkt der Skala, die mit dem Rohre in unveränderlicher Verbindung steht, befinde sich bei a in der horizontalen Ebene ab, und es sinke die Quecksilber-Oberfläche beim verstärkten Luftdrucke bis ef, während die in der Röhre sich von g bis h erhebt; so ist dann die Säule dh das wahre Maß des Luftdruckes d. i. der Barometerstand. Der an der Skala abgelesene Barometerstand ist jedoch die Zahl, welche die Visirlinie trifft, die man durch den obersten Punkt der Quecksilberkuppe bei h horizontal sich gezogen denkt, und die nur den Abstand dieses Punktes vom Nullpunkte a, somit nur die Höhe der Quecksilbersäule ah angibt; er ist daher kleiner als der wahre Barometerstand dh, um das Stück ad = bf, welches so viel beträgt als die Aenderung in der Lage des

Fig. 8



Quecksilber-Niveau im Gefäße. Bezeichnet man mit R den Halbmesser des Gefäßes und mit r den der Röhre, und berücksichtigt, daß das Volumen des Quecksilbers zwischen den durch b und f gehenden horizontalen Ebenen cylindrisch angenommen werden kann, und daher $=\pi R^2 . bf$ ist; ferner daß das Volumen der cylindrischen Säule $gh = \pi r^2 . gh$; und daß

$$\pi R^2 . bf = \pi r^2 . gh, \text{ so}$$

$$\text{ist } bf : gh = r^2 : R^2 \text{ und } bf = \frac{r^2}{R^2} gh.$$

Wäre z. B. R die Weite des Gefäßes 10mal größer als die Weite der Röhre, somit $R = 10r$, so würde $bf = \frac{1}{100} gh$, d. h. nimmt man ah als den Barometerstand an, so begeht man einen Fehler, welcher nur den hundertsten Theil der statt gehabten Aenderung im Barometerstande beträgt; er würde daher erst eine Linie betragen, wenn das Quecksilber in der Röhre um 100 Linien sich erhöbe, und nicht ganz $\frac{1}{4}$ Linie, wenn die Aenderung im Barometerstande nur 24 Linien beträgt. Beim verminderten Luftdrucke steigt das Quecksilber im Gefäße z. B. bis 0 und sinkt in der Röhre bis n; der Barometerstand an, den man dann an der Skala ablieſt, erscheint größer, als der wahre mn, der nun von einem höher liegenden Nullpunkte m zu nehmen ist. Den Fehler am den man in diesem Falle begeht, berechnet man auf dieselbe Weise, wie früher; er ist $= \frac{r^2}{R^2} gn$.

2. Den Fehler, den man bei der Bestimmung des Barometerstandes an dem birnförmigen Barometer in Folge der Veränderlichkeit in der Lage der unteren Quecksilberoberfläche macht, begeht man auch bei einem Gefäßbarometer, bei dem es nicht möglich ist, durch Hebung oder Senkung des Gefäßbodens die Quecksilberoberfläche jedesmal an den Nullpunkt der Skala zu bringen. Da jedoch die Aenderungen im Barometerstand an einem und demselben Orte nicht groß sind, und höchstens zwei Zoll betragen, so sind auch die Fehler, welche in Folge der Aenderung in der Lage des Nullpunktes begangen werden, gering und man kann sie in den Fällen vernachläßigen, wo es um keine große Genauigkeit zu thun ist, wie z. B. wenn man aus dem Stande des Barometers auf die Beschaffenheit der bevorstehenden Witterung schließen will. Bei Gefäßbarometern, bei denen das Gefäß genau cylindrisch, und sowohl sein Durchmesser als der Durchmesser der Röhre genau ermittelt ist, läßt sich der Fehler genau in Rechnung bringen. Kappellers Gefäßbarometer sind so eingerichtet, daß sich die Oberfläche des Quecksilbers im Gefäße dann am Nullpunkte befindet, wenn die in der Röhre genau die Höhe von 28 Zoll erreicht hat; an der Außenseite des Gefäßbodens ist die Zahl $= \frac{r^2}{R^2}$ verzeichnet, die man mit der Anzahl der Linien, um welche das Quecksilber in der Röhre über oder unter 28 steht, multipliziren muß, um die an dem abgelesenen Barometerstande vorzunehmende Correktion zu bekommen. Heißt n die Anzahl der Linien, um die der Stand des Quecksilbers in der Röhre von 28″ abweicht, so ist die Correction $= \frac{r^2}{R^2} n$ zu dem beobachteten

Barometerstande zu addiren, wenn dieser mehr als 28 beträgt, dagegen abzuziehen, wenn er unter 28 sich befindet. Man ist also im Stande, mit einem so eingerichteten Gefäßbarometer den Barometerstand scharf zu bestimmen, ohne nöthig zu haben, die Quecksilberoberfläche im Gefäße vor jeder Beobachtung an den Nullpunkt zu stellen.

3. Wird ein Stück der Barometerröhre am offenen Ende aufwärts gebogen, so daß sie nun aus einem langen geschloßenen und aus einem kurzen offenen und parallel zu dem ersteren gestellten Schenkel besteht, so hat man ein Heberbarometer. Die Röhre ist an einem Brete mittelst Klammern befestigt und der Abstand der Oberfläche des Quecksilbers im längeren Schenkel von der im kurzen offenen Schenkel gibt die Größe des Barometerstandes an; diese wird an einem messingenen Maßstabe, welcher mit der Barometerröhre parallel an dem Brete befestigt ist, gemessen. Um dieß mit aller Genauigkeit thun zu können, ist die Röhre oder der Maßstab beweglich eingerichtet, damit man die Oberfläche im kürzeren Schenkel vor dem Ablesen jedesmal an den Nullpunkt bringen könne; oder es ist am kürzeren Schenkel auch eine Skala angebracht, an welcher sich ablesen läßt, um wie viel Linien und Zehntel einer Linie daselbst die Oberfläche des Quecksilbers unter den Nullpunkt gesunken oder über denselben sich erhoben hat; die erhaltene Zahl hat man im ersten Falle zu dem abgelesenen Barometerstande zu addiren und im zweiten davon abzuziehen; oder es ist nur eine Skala vorhanden, deren Anfangs- oder Nullpunkt in der Mitte der Barometerröhre sich befindet und an der man den Barometerstand auf die Art bestimmt, daß man den Abstand der Quecksilberoberfläche vom Nullpunkte sowohl in einem Schenkel als in den andern mißt, und diese beiden Abstände zusammen addirt.

Barometer, die als Reisebarometer dienen sollen, müssen leicht sein, einen geringen Umfang haben und nicht leicht beim Transportiren beschädigt werden können; sie müssen eine Einrichtung bekommen, bei welcher die Luft in die Röhre nicht eintreten, und das Quecksilber nicht auslaufen kann, aber auch in der Röhre darf das Quecksilber sich nicht auf und ab bewegen, weil dadurch die Wölbung am geschlossenen Ende leicht zerbrochen werden könnte. Dem Gefäßbarometer gibt man daher die Einrichtung, daß man die Glasröhre in eine Messingröhre ganz unbeweglich macht, die Messingröhre aber, an der die Skala verzeichnet ist, mit zwei einander diametral gegenüberliegende Spalten so weit, als das Quecksilber auf und absteigt, versieht; um den Stand der Quecksilberoberfläche in der Röhre genau beobachten zu können, das offene Ende der Röhre wird enger gemacht und eben abgeschliffen; im Gefäß muß so viel Quecksilber enthalten sein, daß dieses Ende auch nach der Umkehrung des Barometers damit bedeckt bleibt.

Will man das Barometer transportiren, so neigt man vorsichtig die Röhre, damit das Quecksilber den leeren Raum ausfülle, kehrt sie dann um, und verschließt das offene Ende, indem man die Bodenschraube so weit einwärts dreht, bis ihr abgerundeter Kopf das Leder an die Mündung andrückt. Die zum Verschließen gebrauchten Stücke müssen gehörig elastisch sein, damit sie der Ausdehnung des Quecksilbers bei Erhöhung der Wärme nachgeben, und beim Zusammenziehen desselben während der Abnahme der Wärme den dabei entstehenden leeren Raum ausfüllen und so die Röhre stets vollständig schließen. — Bei Heberbarometern geschieht das Verschließen des Quecksilbers vermittelst eines Fischbeinstäbchens, das am unteren Ende mit einem elastischen Propf versehen ist, und nach der Umkehrung des Rohrs im kürzeren Schenkel bis an die Oberfläche des Quecksilbers eingeschoben, hierauf aber festgeklemmt wird. Will man das Barometer gebrauchen, so kehrt man es wieder um, hält es Anfangs in einer etwas schiefen Lage, zieht vorsichtig den Propf heraus und bringt es erst allmälig in die verticale Stellung.

Das bequemste Reisebarometer hat Gay Lussac construirte. Fig. 9. Die beiden Schenkel sind hier durch ein angeschlossenes enges Glasrohr verbunden; der kürzere wird am Ende zugeschmolzen und in einer Entfernung davon, die beiläufig den dritten Theil seiner Länge gleich ist, mit einer sehr feinen Oeffnung i versehen, welche der Luft den Eintritt, aber nicht dem Quecksilber den Austritt gestattet. Kehrt man das Instrument um, so bleibt der längere Schenkel bis an die Stelle, wo das engere Rohr mit dem kurzen Schenkel vereinigt ist, angefüllt und wird hier schon durch die Capillardepression zurückgehalten; ein kleiner Rest von Quecksilber fällt an das geschloßene Ende des kürzeren Schenkels hinab, kann aber dem Rohr beim Transportiren nicht nachtheilig sein. Die Krümmung muß mit Quecksilber angefüllt bleiben, damit nicht beim Umkehren etwas Luft in die lange Röhre gelange; um dieß in jedem Falle zu verhüten macht man das Barometerrohr aus zwei Stücken, das eine zieht man in ein feines Haarröhrchen und schmilzt daran das zweite Stück so an, daß das Haarröhrchen etwas hineinreicht; sollten nun beim Umkehren des Barometers kleine Luftbläschen in den längeren Schenkel kommen, so bleiben sie in dem Raume zwischen dem Haarrörchen und der Wand des zweiten Stückes, und können durch Umkehren der Röhre leicht wieder herausgebracht werden. — Die Barometerröhre ist soweit seitwärts gebogen, daß der kürzere Schenkel mit dem oberen Theile des längeren Schenkels in einer geraden Linie liegt, dieß zu dem Zwecke, damit man die Stellung der Quecksilberoberflächen in beiden Schenkeln auf derselben geradlinigen Skala ablesen könnte. Häufig ist bei den Gay Lussac'schen Barometern die Theilung am Glasrohre selbst eingeäzt. Das in der Fig. 10 abgebildete Barometer ist ein von Kapeller construirtes Reisebarometer.

Fig. 9.



Fig. 10.



§. 17. Gebrauch des Barometers. Will man den Barometerstand beobachten, so muß man vor Allem darauf sehen, daß das Barometer eine vertikale Stellung habe, hierauf merkt man zuerst die Temperatur an, die das an jedem genauen Barometer befindliche Thermometer anzeigt, weil später die Wärme des Beobachters seinen Stand ändern könnte; dann folgt die Einstellung der unteren Quecksilberoberfläche an den Nullpunkt der Skala, falls dieß die Einrichtung des Instruments erfordert, und nun wird der Nonius, womit stets ein genaues Barometer versehen ist, so gerichtet, daß sein oberer (oder unterer Rand), mit dem obersten Punkte der Quecksilberkuppe in dieselbe horizontale Ebene zu liegen kommt. In derselben Ebene muß sich auch das Auge des Beobachters befinden; um dieß zu bewirken, ist der Nonius mit einer Visirvorrichtung (Absehen) versehen. Eine sehr einfache Visirvorrichtung besteht aus einem mit dem Nonius verbundenen Rahmen, der zwei hinter einander gespannte horizontale Fäden enthält, die mit dem Anfangspunkte des Nonius in einer und derselben horizontalen Ebene liegen; beim Messen stellt man den Nonius so ein, daß das vor dem vorderen Faden stehende Auge den hinteren Faden und den obersten Punkt der Quecksilberkuppe verdeckt sieht.

Nach der gehörigen Einstellung des Nonius wird die Ablesung der Quecksilberhöhe zuerst an der Skala, dann am Nonius vorgenommen, und hierauf der abgelesene Barometerstand wegen der Aenderung der Quecksilberhöhe in Folge einer Abweichung der Temperatur vom Nullpunkte nach der in der Experimentalphysik angegebenenen Formel auf die Temperatur

von 0° R. reducirt. Allein nicht nur das Quecksilber, sondern auch die metallene Skala dehnt sich bei zunehmender Temperatur aus, wodurch der Theilstrich derselben, der bei 0° R. oder überhaupt bei der Temperatur, bei welcher die Skala verfertigt wurde, mit dem Gipfel der Quecksilberkuppe zusammengefallen wäre, höher zu liegen, und ein tiefer gelegener damit in Berührung kommt, weshalb der abgelesene Barometerstand kleiner erscheint, als der wirkliche, und daher noch auf die Normaltemperatur der Skala reducirt werden muß; dieß geschieht nach der im §. 4. angegebenen Formel (3.)

Der Werth von c ist für 1° R. $= \frac{1}{42,640}$ und

„ 1° C. $= \frac{1}{53,300}$

Gibt die Skala Pariser Zolle an, so ist sie nur für 13° R. richtig; ist sie nach dem Meter-Maße getheilt, so ist sie für 0° richtig. — Man hat Tabellen verfertigt, welche die Reduction des beobachteten Barometerstandes auf die Temperatur von 0° und die der Skala auf ihre Normaltemperatur sehr erleichtern.

Zuletzt muß noch die Wirkung der Capillarität an beiden Oberflächen des Quecksilbers berücksichtigt werden; diese besteht bekanntlich in einer Depression des Quecksilbers und hängt von dem Durchmesser der Röhre ab. Bei einem Heberbarometer, bei dem der kürzere Schenkel genau denselben Durchmesser hat, wie der längere dort, wo das Quecksilber auf und absteigt, ist die Capillarität an beiden Oberflächen gleich und entgegengesetzt, somit gar nicht zu berücksichtigen. Bei Gefäßbarometern kann die Capillarität im Gefäße, da sie zu klein ist, unbeachtet bleiben; die in der Röhre wirkt dem Luftdrucke entgegen, und bewirkt eine Verminderung der Barometerhöhe, deren Betrag zu dem beobachteten Barometerstande zu addiren ist.

Barometer, bei welchen die Röhre wenigstens 6 Linien Weite hat, und das mit der größten Sorgfalt construirt ist, nennt man Normalbarometer; bei diesen ist die Capillarität auch in der Röhre verschwindend klein und bleibt unberücksichtigt.

Die Größe der Depression ist bei demselben Barometer constant, sobald derjenige Theil der Röhre, wo das Quecksilber steigt und fällt, durchaus dieselbe Weite hat. Man kennt die Größe der Depression des Quecksilbers für Glasröhren von verschiedenen Durchmessern, und hat daher nur den Durchmesser der Röhre zu ermitteln, um die Größe der Correction in Rechnung bringen zu können. Allein der Erfahrung zu Folge hängt die Größe der Depression auch davon ab, ob beim Auskochen des Quecksilbers sich mehr oder weniger Quecksilberoxyd gebildet hat, weil dieses die Adhäsion der Quecksilbermasse zum Glase, folglich auch die Größe der Quecksilberkuppe abändert; daher ist es am zweckmäßigsten, für jedes Barometer die Größe der Depression auf die Art zu bestimmen, daß man es mit einem Normalbarometer vergleicht, und die sich ergebende Differenz im Barometerstande als Capillarität am Instrumente anmerkt, oder den Nullpunkt der Skala um so viel als diese Wirkung beträgt, tiefer setzt, wo dann diese Correction nicht mehr in Rechnung zu kommen braucht. In Ermangelung eines Normalbarometers muß nicht nur der Durchmesser der Röhre, sondern auch die Höhe der Convexität der Quecksilberoberfläche gemessen und hierauf die Größe der Depression nach einer von Schleyermacher und Eckhart berechneten Tafel bestimmt werden.

Gesetze nach denen die chemischen Verbindungen der Körper Statt finden.

§. 18. „Um das Wesen einer Naturerscheinung zu erforschen, sagt Liebig, sind dreierlei Bedingungen zu erfüllen; man muß zuerst die Erscheinung an sich nach allen Seiten hin kennen, sodann ermitteln, in welchem Zusammenhange sie mit andern Naturerscheinungen steht; und wenn alle diese Beziehungen entdeckt sind, so besteht die letzte Aufgabe darin, diesen Zusammenhang oder das Abhängigkeitsverhältniß zu messen, d. h. durch Zahlen festzustellen. Daher beginnen die inductiven Naturwissenschaften jederzeit mit dem Stoffe, dann kommen die richtigen Ideen und zuletzt kommt die Mathematik mit ihren Zahlen und macht das Werk fertig." Diesen stuffenweisen Entwicklungsgang zeigt uns recht auffallend die Geschichte der Chemie. Jahrhunderte sind vergangen und unzählige Versuche angestellt worden, ehe man anfing, mit der Wage in der Hand die chemischen Verbindungen zu erforschen und die Gewichtsverhältnisse zu ermitteln, in welchem sie vor sich gehen. Erst in der zweiten Hälfte des vorigen Jahrhunderts (1768) führte der berühmte Lavoisier, der die Wichtigkeit der quantitativen Bestimmungen erkannte, den Gebrauch der Wage ein, und damit begann eine neue glückliche Periode für die Chemie, die nun bald durch die Arbeiten von Wenzel, Bergmann, Richter, Proust, Dalton Gay Lussac, vorzugsweise aber durch die Bemühungen eines Berzelius, dessen Bestimmungen sich durch eine bis zu seiner Zeit (1808) nicht gekannte Genauigkeit auszeichnen, eine sichere Grundlage gewann, indem man nach und nach zur Erkenntniß der Gesetze gelangte, nach denen die Stoffe sich mit einander chemisch verbinden. Man bezeichnet den Inbegriff dieser Gesetze mit dem Namen Stöchiometrie, oder chemische Meßkunst Die Darstellung dieser Gesetze gehört in das Gebieth der Physik, da eine genaue Kenntniß derselben sowohl dem künftigen Chemiker unentbehrlich, als auch für das Studium der Physik unerläßlich ist. Diese Gesetze setzen uns in Stand, von allen chemischen Vorgängen genaue Rechenschaft zu geben, die richtige Zusammensetzungsweise der chemisch zusammengesetzten Körper zu erkennen und anschaulich zu machen. Sie sind:

1. Das Gesetz der Erhaltung der Quantität der Materie, welches darin besteht, daß das Gewicht einer chemischen Verbindung genau der Summe der Gewichte ihrer Bestandtheile gleich ist. Mag also die Verbindung zweier oder mehrerer Stoffe noch so innig, die Umwandlung ihrer Eigenschaften durch gegenseitige Einwirkung noch so groß sein, so erleidet doch die Quantität der Masse, die jeder einzelne Stoff besitzt, und die bekanntlich durch das Gewicht erkannt wird, durch die chemische Verbindung oder Zerlegung keine Veränderung. Dieses Gesetz ist eine Folge der Gleichheit der Schwere aller Massentheilen, mögen diese in ihrer materiellen Beschaffenheit noch so sehr verschieden sein; es wird aber auch durch unzählige analytische Bestimmungen als vollkommen wahr bestätigt. — Aus diesem Gesetze folgt, daß im Falle bei der Zerlegung eines Körpers die getrennten Bestandtheile weniger Gewicht haben, als der zusammengesetzte Körper vor der Zerlegung hatte, bei der Operation etwas in Verlust gekommen sein müsse; wenn dagegen das Gesammtgewicht der Bestandtheile das Gewicht des zerlegten Körpers übertrifft, so muß etwas fremdartiges hinzugetreten sein.

2. Das Gesetz der bestimmten Verhältnisse. Wenn sich zwei Stoffe chemisch mit einander verbinden, so geschieht dieß entweder in einem oder auch in mehreren, aber genau bestimmten und unter allen Umständen unveränderlichen Gewichtsverhältnissen.

So z. B. verbinden sich 20 Gewichttheile Calcium mit 8 Gewichttheilen Sauerstoff zu 28 Gewichttheile Kalk, (CaO); 15 Gewichttheile Kiesel (Silicium) vereinigen sich mit 16 Gewichttheile Sauerstoff zu Kieselsäure (Kieselerde $Si O_2$,) ; 100 Gewichttheile Schwefelsäure geben mit 70 Gewichttheilen Kalk 170 Gewichttheile Gyps

Würde von einem oder dem anderen Bestandtheil etwas mehr vorkommen, so bleibt der Ueberschuß unverbunden, jedoch kann sich dieser Ueberschuß in vielen Fällen, insbesondere wenn die Körper flüssig sind, mit der entstandenen chemischen Verbindung mengen, wodurch Körper entstehen bei denen es den Anschein hat, als wären ihre Bestandtheile in unbestimmten Gewichtsverhältnissen in Verbindung getreten.

Um einen Körper aus einer chemischen Verbindung z. B. das Quecksilber aus dem Zinnober durch einen andern z. B. durch Eisen (mittelst Glühhitze) auszutreiben, ist für eine bestimmte Qantität der Verbindung eine bestimmte Quantität des Scheidungsmittels erforderlich; nämlich zu 116[illegible] Gew. Zinnober sind 27.2 Gewicht Eisen erforderlich. Man erhält dann 100 Gewichth. Quecksilber und 43.2 Gewichth. Schwefeleisen.

3. Das Gesetz der vielfachen oder der multiplen Proportionen. Die Erfahrung lehrt, daß zwei Stoffe mehrfache, in ihren Eigenschaften wesentlich von einander abweichende Verbindungen eingehen können, in welchen ihre Gewichtsmengen verschiedene Verhältniße bilden, die sich jedoch auf eine einfache Weise aus dem Verhältniße ableiten lassen, welches die niedrigste Verbindungsstuffe ausdrückt. Sind nämlich a und b die Gewichtsmengen zweier Stoffe A und B in der niedrigsten Verbindungsstuffe, so ist ihr Verhältniß in dieser Stuffe $a : b$, und in jeder höhern Verbindungsstuffe,

$$ma : nb,$$

wo m und n jedesmal ganze Zahlen und niemals irrationale Größen sind. Bei unorganischen Verbindungen gehören diese ganzen Zahlen stets zu den ersten Gliedern der Reihe der natürlichen Zahlen. Mit andern Worten, in den höhern Verbindungsstuffen sind es nur die Gewichtsmengen 2a, 3a, 4a, 5a, 6a, 7a von dem Stoffe A, die sich mit der Gewichtsmenge b oder 3b 5b, ... des andern Stoffes B chemisch verbinden; es sind also die Gewichtsmengen in den höheren Verbindungsstuffen Vielfache (Multipla) nach ganzen Zahlen von den kleinsten Mengen der ersten Verbindungsstuffe.

Dieses Gesetz machen die Verbindungen des Sauerstoffs mit dem Stickstoff anschaulich. (Sieh Experimentalphysik) So auch verbinden sich

35.4 Gewth. Chlor mit 8 Gewicht. Sauerstoff zu unterchlorigen Säure,
" 24 " " " chloriger Säure
" 32 " " " Unterchlorsäure
" 40 " " " Chlorsäure
" 56 " " " Ueberchlorsäure.

Demnach verhalten sich die Gewichtsmengen des Sauerstoffes, die sich mit 35.4 Chlor chemisch verbinden wie 1 : 3 : 4 : 5 : 7, und sind also in den höhern Verbindungen wirklich Multipla nach ganzen Zahlen von der kleinsten Gewichtsmenge der niedrigsten Verbindungsstuffe.

4. Die Entdeckung der angeführten Gesetze war als ein großer Fortschritt in der Wissenschaft zu betrachten, allein daraus war noch immer kein innerer Zusammenhang zwischen den Quantitäten ersichtlich, in denen sich die verschiedenen Grundstoffe mit einer bestimmten Menge irgend eines andern Grundstoffes chemisch verbinden. Man hat nun durch Versuche, die mit größtmöglicher Sorgfalt und Genauigkeit angestellt wurden, unter Anwendung des bewunderungswerthesten Scharfsinnes die Gewichtsmengen der verschiedenen Grundstoffe ermittelt, die erforderlich sind, um mit 100 Gewichtth. Sauerstoff die niedrigste Oxydationsstuffe zu bilden. Diese Gewichtsmengen sind sehr verschieden, so braucht man z. B.

vom	Wasserstoffe	12.5	Gewichtth.
„	Kohlenstoffe	75	„
„	Stickstoffe	175	„
„	Schwefel	201	„
„	Quecksilber	1250	„
„	Tantal	2312.5	„

Diese verschiedenen Gewichtsmengen bringen im Allgemeinen dieselbe chemische Wirkung, nämlich ein Aufheben der charakteristischen Eigenschaften von 100 Gewichtth. Sauerstoff hervor; man sagt daher, daß sie denselben chemischen Werth haben. Sie können in den Verbindungen mit dem Sauerstoff einander ersetzen, und sind somit Ersatzmengen oder äquivalente Gewichtsmengen, weshalb sie auch kurzweg Aequivalente genannt werden.

Wenn von einem Grundstoffe nur eine einzige Verbindung mit dem Sauerstoffe bekannt ist, so hält man sie für zusammengesetzt aus einem Aequivalente dieses Grundstoffes mit einem Aequivalente Sauerstoff, ausgenommen, man wäre durch andere Umstände z. B. durch die Aehnlichkeit dieser Verbindung mit einem anderen Körper von bekannter Zusammensetzung zu der Annahme genöthigt, daß sie eine höhere Verbindungsstuffe ist.

Z. B. Je 100 Gewichtth. Sauerstoff verbinden sich mit 196 Gewichtth. Brom zu Bromsäure; da jedoch diese Verbindung in ihren Eigenschaften eine sehr große Aehnlichkeit hat mit einer höheren Oxidationsstuffe des Chlors, nämlich mit der Chlorsäure, in welcher 5 Aequivalente Sauerstoff mit einem Aequivalente Chlor vereinigt sind, so ist man genöthigt, die Bromsäure in ähnlicher Weise zusammengesetzt anzunehmen, wo dann das Aequivalent des Broms $= 196 \times 5 = 980$ erscheint.

Aus der Verschiedenheit der Aequivalente folgt, daß die Stoffe rücksichtlich ihrer chemischen Wirksamkeit sehr stark von einander abweichen; denn offenbar wirkt derjenige Stoff kräftiger, der schon in geringerer Menge die Eigenschaften von 100 Gewichtth. Sauerstoff aufzuheben vermag. Der chemisch kräftigste Stoff ist der Wasserstoff, der schwächste das Tantalmetall.

5. Die Zahlen, welche die Gewichtsmengen angeben, die von jedem Grundstoffe erforderlich sind, um mit 100 Theilen Sauerstoff die niedrigste Verbindungsstuffe zu bilden, sind auch in der Beziehung höchst merkwürdig, daß sie zugleich die Gewichtsmengen ausdrücken, in welchen die Grundstoffe unter sich selbst in der ersten Verbindungsstuffe sich chemisch vereinigen, weshalb sie auch Mischungsgewichte genannt werden. So z. B. verbinden sich Schwefel und Quecksilber miteinander genau in dem Verhältnisse, in welchem sie mit 100 Gewichtth.

Sauerstoff in Verbindung treten, nämlich 201 Gewichtth. Schwefel bilden mit 1250 Gewichtth. Quecksilber, 1751 Gewichtth. Zinnober.

In dem Verhältnisse, in welchem zwei Stoffe mit einander sich verbinden, können sie auch in allen Verbindungen mit andern Stoffen einander ersetzen oder vertreten; darum drücken die Zahlen in der besprochenen Reihe die in allen Verbindungen der ersten Stuffe einander ersetzenden Gewichtsmengen aus, und sind nicht bloß in Beziehung auf 100 Gewichtsth. Sauerstoff, sondern auch unter sich einander äquivalent.

Wird die Reihe der Aequivalente der Grundstoffe, in welcher das Aequivalent des Sauerstoffes mit 100 angegeben ist, mit 12.5 d. i. mit dem Aequivalente des Wasserstoffes Glied für Glied dividirt; so ändern sich die Verhältnisse der Zahlen unter einander nicht; die durch sie ausgedrückten Gewichtsmengen haben daher dieselben chemischen Werthe wie die früheren, und sind somit wieder Aequivalente der Grundstoffe, denen das Aequivalent des Wasserstoffes als Einheit zu Grunde liegt. Die oben angeführten Aequivalente übergehen nun in folgende:

das des Sauerstoffes ist	8
„ Wasserstoffes	1
„ Kohlenstoffes	6
„ Stickstoffes	14
„ Schwefels	16
„ Quecksilbers	100
„ Tantals	185

In dieser Reihe erscheinen die Aequivalente durch kleinere Zahlen ausgedrückt, die leichter im Gedächtnisse zu behalten sind, als die in der früheren Reihe; doch darf man die bei diesen Zahlen vorkommenden Bruchtheile nicht vernachläßigen.

Das Gesetz der bestimmten Verhältnisse und das Gesetz der Vielfachen lassen sich nun in folgender Form zusammenfassen: Die Grundstoffe verbinden sich miteinander nur nach ihren Aequivalenten, oder nach den durch Multiplikation mit ganzen Zahlen erhaltenen Vielfachen derselben, aber niemals in einem andern Verhältnisse.

Die erste Verbindungsstuffe besteht aus 1 Aequivalente von jedem Bestandtheil; in den höheren Verbindungsstuffen erscheint 1 Aequivalent des einen Stoffes mit 2, 3, 4, 5 . . Aequivalenten des andern, oder sie erscheinen in den Verhältnissen 2 : 3, 2 : 5, 3 : 5, . . mit einander verbunden.

Die binären Verbindungen des Chlors, des Jods, Broms Fluors, Schwefels mit andern Grundstoffen, falls darin diese Stoffe die Stelle des Sauerstoffs einnehmen, bezeichnet man auf ähnliche Weise, wie die Sauerstoffverbindungen und nennt sie Chloride, Jodide, Bromide, Fluoride, Sulfuride. Existiren zwei Verbindungen dieser Stoffe mit einem Grundstoffe, so nennt man die, welche die geringste Menge von Chlor, Jod u. s. w. enthält, Chlorür, Jodür, und die andern Chlorid, Jodid u. s. w.

Die folgende Tabelle gibt die Aequivalente aller Grundstoffe mit ihren chemischen Zeichen an; die letzteren drücken bekanntlich nicht bloß die Namen der Grundstoffe, sondern die ihnen zukommenden Aequivalente aus. Kommen in einer Verbindung mehrere Aequivalente von einem Grundstoffe vor, so wird die Anzahl derselben durch einen, rechts am Zeichen unten angesetzten Inder, bezeichnet. Die Verbindungen der Grundstoffe oder Verbindungen der ersten Ordnung zeigt man dadurch an, daß man die Zeichen der Grundstoffe, jedes mit dem zugehörigen Inder neben einander setzt.

Es ist üblich den Stoff, der mit dem Sauerstoffe in Verbindung steht, und den man das Radical nennt, immer zuerst anzuschreiben.

Nach Berzelius pflegt man die Anzahl der Aequivalente Sauerstoffs durch Punkte, die über das Radical gesetzt werden, anzugeben; so z. B. wird die Schwefelsäure nach Berzelius mit $\dddot{S}$, gewöhnlich mit SO_3 bezeichnet. — Die Aequivalente des Schwefels in seinen Verbindungen mit den Metallen, bezeichnet Berzelius mit Strichen ('), die über das Metall in solcher Anzahl gesetzt werden, als Aequivalente Schwefel in der Verbindung vorkommen, z. B. Roher Spießglanz oder Antimonsulfür ($Sb\,S_3$) wird bezeichnet mit $\overset{'''}{Sb}$, Eisensulfür ($Fe\,S$) mit $\overset{'}{Fe}$ Eisensupersulfid $Fe\,S_2$ (Schwefelkies) mit $\overset{''}{Fe}$.

Namen der Grundstoffe.	Zeichen	Werth des Aequivalents.	Namen der Grundstoffe.	Zeichen	Werth des Aequivalents.
1 Sauerstoff	O	8	31 Natrium	Na	23
2 Alumium	Ae	13.7	32 Nickel	Ni	29.5
3 Antimon	Sb	129	33 Osmium	Os	100
4 Arsen	As	75	34 Palladium	Pd	53.3
5 Barium	Ba	68.6	35 Phosphor	P	32
6 Blei	Pb	104	36 Platin	Pt	99
7 Bor	B	7.2	37 Quecksilber	Hg	100
8 Cadmium	Cd	56	38 Rhodium	R	52.1
9 Calcium	Ca	20	39 Ruthenium	Ru	52.1
10 Cer	Ce	46	40 Scheel	Sl	64
11 Chlor	Cl	35.4	41 Schwefel	S	16
12 Chrom	Cr	26.3	42 Selen	Se	40
13 Didym	D		43 Silber	Ag	108
14 Eisen	Fe	27.2	44 Stickstoff	N	14
15 Erbium	E		45 Strontium	Sr	44
16 Fluor	F	18.7	46 Tantal	T	185
17 Glycium	G	4.7	47 Tellur	Te	64
18 Gold	Au	96.6	48 Terbium	Tr	
19 Jod	J	126.8	49 Thorium	Th	59.6
20 Iridium	Jr	98.3	50 Titan	Ti	25.2
21 Kalium	K	39.1	51 Uran	U	60
22 Kiesel	Si	15	52 Vanadin	V	68.6
23 Kobalt	Co	29.5	53 Wasserstoff	H	1
24 Kohlenstoff	C	6	54 Wismuth	Bi	106.4
25 Kupfer	Cu	32	55 Ytrium	Y	32.2
26 Lanthan	La	36.1	56 Zink	Zc	32.5
27 Lithium	L	6.4	57 Zinn	Sn	59
28 Magnium	Mg	12	58 Zirconium	Zr	22.4
29 Mangan	Mn	28	59 Niobium		
30 Molybdän	Mo	46	60 Pelopium		
			61 Ilmenium		

Die in dieser Tabelle vorkommenden Werthe der Aequivalente sind aus Schrötters Chemie, Wien 1849 entnommen.

5. Das Gesetz der zusammengesetzten Verbindungen. Der chemische Werth eines Stoffes erleidet in der Verbindung mit andern Stoffen keine Veränderung, sondern sein Aequivalent behält unter allen Umständen seine chemische Wirksamkeit, daher ist das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers jederzeit gleich der Summe der Aequivalente sei-

ner Bestandtheile. Um es zu berechnen, muß man nicht nur die Aequivalente der Bestandtheile kennen, sondern auch wissen, wieviel Aequivalente von jedem in dem zusammengesetzten Körper verbunden sind. Dieß alles gibt die Zusammensetzungsformel an. Die chemischen Verbindungen zusammengesetzter Körper geschehen, so wie die der Grundstoffe, nur nach ihren Aequivalenten und den durch Multiplikation mit ganzen Zahlen erhaltenen Vielfachen derselben.

Die Schwefelsäure hat die Formel SO_3, ihr Aequivalent ist somit $= 16 + 3 \times 8 = 40$; das Aequivalent vom Kali KO ist $= 39.2 + 8 = 47.2$. Die Verbindung dieser beiden Körper zu schwefelsaurem Kali geschieht nach ihren Aequivalenten, nämlich 40 Gewichtth. Schwefelsäure mit 47.2 Gewichtsth. Kali.

Das schwefelsaure Kali hat die Zusammensetzungsformel $KO + SO_3$ oder KO, SO_3, und sein Aequivalent ist $= 47.2 + 40 = 87.2$.

In manchen Fällen ist das Aequivalent eines zusammengesetzten Körpers nicht gleich der einfachen Summe der Aequivalente seiner Bestandtheile, sondern dem Vielfachen derselben nach ganzen Zahlen.

Nach Berzelius bezeichnet man die Körper der zweiten Ordnung bloß dadurch, daß man die Formeln für die Körper der ersten Ordnung neben einander setzt, z. B. schwefelsaures Kali wird ausgedrückt durch die Formel $\dot{K}\,\dddot{S}$.

Anmerkung. Man unterscheidet correspondirende (analoge) und proportionale Verbindungen; erstere sind solche, welche einen gemeinschaftlichen Bestandtheil in gleichviel Aequivalenten enthalten, und dieser mit einer gleichen Anzahl von Aequivalenten anderer Körper verbunden ist z. B. Eisenoxydul Fe O correspondirt dem Eisensulfür Fe S. Von dem gemeinschaftlichen Bestandtheil, Eisen, ist ein Aequivalent im ersten Körper mit einem Aequivalent Sauerstoff, im zweiten mit einem Aequivalent Schwefel verbunden. Aethyloxyd ($C_4 H_5 O$), das in Verbindung mit einem Aequivalent Wasser (HO) den Alcohol gibt, und Aethylsulfür ($C_4 H_5 S$), das in Verbindung mit einem Aequivalent Schwefelwasserstoff (SH) Mercaptan bildet, sind correspondirende Verbindungen.

Sind in beiden Verbindungen die Bestandtheile verschieden, aber die Zahl der Aequivalente derselben gleich, so nennt man die Verbindungen proportionale wie z. B. KO, Fe S.

6. Wenn das Wasser mit zusammengesetzten Körpern in chemische Verbindung tritt, so geschieht es immer nach dem Gesetze der Aequivalente. In diesen Verbindungen spielt das Wasser manchmal die Rolle einer Säure und wird durch Säuren verdrängt, in andern Fällen aber wirkt es als Basis und wird durch Basen ausgeschieden. Wirkt das Wasser als Basis, so ist es nach H. Rose nur eine schwache Base, und kann nur Oxyde von sehr schwachen basischen Eigenschaften aus ihren Verbindungen fällen, wie z. B. die meisten durch die Formel $R_2 O_3$, (wo R das Radical bezeichnet), ausgedrückten Oxyde, manche schon bei gewöhnlicher Temperatur, andere erst durch Kochen; nur die Thonerde ($Al_2 O_3$) wird durch Wasser nicht gefällt.

7. Das Gesetz der Volumverhältnisse. Gay-Lußac machte die wichtige Entdeckung, daß auch rücksichtlich der Volumina der Quantitäten gasförmiger Stoffe, die sich chemisch verbinden und dem Volumen, des aus ihrer Verbindung entstandenen gasförmigen Produktes einfache Verhältnisse bestehen. Bezeichnet man mit v und v′ die Volumen der gasförmigen Bestandtheile, mit V das Volumen des aus ihrer Verbindung hervorgehenden Produkts, und denkt sich sämmtliche Gase unter dem Luftdrucke von 760 Millim. und bei der Temperatur von 0° so ist:

a das Verhältniß $v : v'$ entweder gleich

$$1 : 1 \text{ oder } 1 : 2,\ 1 : 3,\ 1 : 4,\ 2 : 3,\ 2 : 5$$

also jederzeit ein einfaches durch die kleinsten ganzen Zahlen ausdrückbares.

Besteht das Volumen eines Körpers aus V Volumseinheiten, und ist S das Gewicht einer Volumseinheit, also das spezifische Gewicht, ferner P das absolute Gewicht dieses Körpers, so ist bekanntlich $P = VS$ und $V = \frac{P}{S}$

Da nun ein Aequivalent nichts anderes ist, als das absolute Gewicht einer bestimmten Menge eines Stoffes, so findet man sein Volumen, (Aequivalentvolumen), wenn man es durch das spezifische Gewicht dividirt. — Man hat auf diese Art das Aequivalent-Volumen der Grundstoffe, die gasförmig erscheinen, oder sich in Gasform bringen lassen, für den Normalluftdruck und die Normaltemperatur berechnet, und ist zu dem merkwürdigen Resultat gekommen daß:

α das Aequivalentvolumen des Schwefelgases am kleinsten erscheint,

β daß das der Gase von Antimon, Arsen, Bor, Carbon, Chrom, Sauerstoff, Phosphor, Tellur, Titan und Zinn dreimal, und

γ jenes für die Gase von Stickstoff, Brom, Chlor, Fluor, Wasserstoff, Jod, Kiesel, Quecksilber, Selen sechsmal größer als das Kleinste des Schwefelgases ist; demnach sind die Verhältnisse der Volumen der Gase, unter welchen sie in der ersten Verbindungsstuffe zusammentreten nur folgende:

$$1 : 1,\ 1 : 2,\ 1 : 3,\ 1 : 6.$$

In den höhern Verbindungsstuffen, in denen Vielfache der Aequivalente nach ganzen Zahlen vorkommen, müssen auch die Volumen der Stoffe eben solche Vielfache ihres Aequivalentvolums sein.

So ist z. B. das Aequivalentvolumen des Stickstoffgases doppelt so groß als das des Sauerstoffgases; daher verbindet sich 1 Volumen Sauerstoffgas mit 2 Volumen Stickgas zu Stickstofforidul (NO); in den höheren Verbindungsstuffen dieser zwei Stoffe sind die Gewichtsmengen des Sauerstoffes 2, 3, 4, 5mal größer, mithin verbinden sich auch 2 Volumen Stickgas mit 2, 3, 4, 5 Volumen Sauerstoffgas.

b. Das Volumen, welches die aus den gasförmigen Stoffen gebildete Verbindung in Gasgestalt erhält, ist selten gleich der Summe der Volumen der Bestandtheile, also nur selten ist

$$V = v + v',$$

sondern gewöhnlich erfolgt eine Zusammenziehung der Theile, so daß der neue Körper dichter erscheint, und sein Volumen V kleiner wird als $v + v'$; am häufigsten ist $V = \frac{2}{3}(v + v')$, aber auch $V = \frac{1}{2}(v + v')$, oder

$$V = \frac{3}{4}(v + v'), V = \frac{2}{5}(v + v'), V = \frac{3}{5}(v + v'), V = \frac{4}{7}(v + v').$$

Das Volumen des Products, falls es gasförmig ist, steht zu der Summe der Volumen der Bestandtheile stets in einem einfachen, durch die ersten Glieder der Reihe der natürlichen Zahlen ausgedrückten Verhältniße. Der vor der Summe $v + v'$ stehende Bruch gibt die Größe der geschehenen Contraction an.

So z. B. 1 Volumen Stickstoffgas verbindet sich mit 3 Volumen Wasserstoffgas zu 2 Volumen Ammoniakgas (NH_3), mithin ist das Volumen des letzteren nur der halben Summe der beiden Volumen seiner Bestandtheile gleich. 2 Volumen Stickstoffgas verbinden sich mit 1 Volumen Sauerstoffgas zu 2 Volumen Stickstoffoxidul. Eine umständlichere Darstellung der Volumtheorie findet man in Schrötters Chemie Wien 1849. Das Gesetz der Volumverhältnisse hat durch Schröder eine Ausdehnung auf die nicht gasförmigen Verbindungen erhalten.

§. 18. Auflösung einiger Aufgaben. Die Kenntniß der Aequivalente macht uns möglich, mit Leichtigkeit zu berechnen, wie viel von einem Stoffe erforderlich ist, um mit einer bestimmten Menge eines anderen Stoffes eine chemische Verbindung einzugehen. Kennt man die Zusammensetzungsformel eines Körpers, so kann man leicht finden, wieviel von jedem Bestandtheile in einer gegebenen Menge dieses Körpers enthalten ist, oder wie viel man von jedem Bestandtheile braucht, um eine gewisse Quantität von diesem zusammengesetzten Körper zu erzeugen. — Die Zusammensetzungsformeln machen auch die Vertretungen, die Umwandlungen und Zersetzungen der chemischen Verbindungen recht anschaulich und leicht verständlich.

Beispiele. 1. Nach Liebig verzehrt ein erwachsener Mann bei mäßiger Bewegung täglich 27.8 Loth Kohlenstoff, der in Form von kohlensaurem Gas aus dem Körper austritt; es frägt sich, wie viel Loth Sauerstoff muß der Organismus des Menschen aus der Atmosphäre aufnehmen, um diese Umwandlung des Kohlenstoffes zu bewirken?

Da zur Verwandlung von 6 Loth Kohlenstoff in kohlensaures Gas (CO_2) 16 Loth Sauerstoff erforderlich sind, und mit der Menge des Kohlenstoffes die Menge des Sauerstoffes im gleichen Verhältnisse zunehmen muß, so ist

$$6:27.8 = 16:x, \text{ und } x = 74.1 \text{ Loth.}$$

2. Nach Valentin athmet ein Mann in der Stunde 38.766 Gramme Kohlensäure aus; es frägt sich, wie viel Gramme Kohlenstoff und Sauerstoff darin enthalten sind.

Da in 22 Gewth. Kohlensäure 6 Gewth. Kohlenstoff und 16 Gewth. Sauerstoff vorkommen; so hat man, wenn man das unbekannte Gewicht von Kohlenstoff mit x, und das von Sauerstoff mit y bezeichnet

$$6:x = 22:38.766 \text{ und } x = 10.573 \text{ Gramme}$$
$$\text{und } 16:y = 22:38.766 \text{ und } y = 28.193 \text{ Gramme.}$$

3. Wie viel Schwefelsäure ist erforderlich um 100 Loth Kalk in Gyps zu verwandeln?

Es sei x die gesuchte Menge der Schwefelsäure. Die Zusammensetzungsformel des kristalisirten schwefelsauren Kalks ist $CaO + SO_3 + 2HO$; das Aequivalent von Kalk ist $= 20 + 8 = 28$, das der Schwefelsäure $= 40$; da nur mit 28 Gewth. Kalk 40 Gewth. Schwefelsäure sich verbinden, so ist

$$28:100 = 40:x, \text{ und } x = 142.9 \text{ Loth}$$

4. Wie viel Sauerstoffgas bekommt man aus einem Loth = 240 Grane chlorsauren Kalis ($Cl.O_5 + KO$), wenn man es bis zum Glühen erhitzt, und dadurch allen Sauerstoff in Gasform austreibt.

Weil ein Aequivalent Kali = 47.2, und
„ „ Chlorsäure = 75.4, mithin in 122.6 Gewth. chlorsaures Kali 48 Gewth. Sauerstoff enthalten sind; so ist

$$122.6:240 = 48:x, \text{ und } x = 93.9 \text{ Grane.}$$

Da nun ein Kubikfuß atmosphärischer Luft 564 Grane wiegt, und die Dichte des Sauerstoffgases = 1.1057 ist, so hat ein Kubikfuß Sauerstoffgas ein Gewicht von 623.6 Gran; mithin gewinnt man aus einem Loth chlorsauren Kalis 0.15 Kubikfuß oder 259.2 Kubikzolle Sauerstoffgas.

5. Wie viel Kali ist in 100 Gran einer Kalilauge enthalten, wenn man 41.5 Gran englischer Schwefelsäure ($SO_3 + HO$) nöthig hatte, um die Lauge in den Zustand zu bringen, wo sie weder sauer noch alkalisch reagirt d. h. weder blaues Lackmuspapier roth, noch gelbes Curkumopapier braun färbt?

Da 49 Gewth. englische Schwefelsäure die charakteristischen Eigenschaften von 47.2 Gewth. Kali vollkommen aufheben, so ist, wenn x die gesuchte Menge von Kali in 100 Gran Lauge bedeutet:

$$47.2 : x = 49 : 41.5 \text{ und } x = 40 \text{ Gran},$$

also enthält die Kalilauge 40 Prozent Kali.

6. Wie viel Salpeter und englische Schwefelsäure sind zur Darstellung von Salpetersäure erforderlich?

Das Aequivalent des Salpeters ist = 47.2 + 54 = 101.2; ein Aequivalent der englischen Schwefelsäure ist = 49; nun bedarf man, wenn die Darstellung am besten gelingen soll, zu einem Aequivalent Salpeter zwei Aequivalente englische Schwefelsäure, also zu 101.2 Gewth. Salpeter 98 Gewth. englische Schwefelsäure; es bildet sich bei mäßiger Erwärmung

$$(KO.2SO_3) + HO \text{ und } NO_5.HO$$

d. h. 136.2 Gewth. doppelt schwefelsaures Kali, das in der Retorte bleibt, und 63 Gewicht Salpetersäurehydrat, das in eine mit Schnee oder kaltem Wasser umgebene Vorlage überdistillirt.

§. 9. Empirische und theoretische Zusammensetzungsformeln. Durch die chemische Analyse eines zusammengesetzten Körpers gelangt man zunächst zur Kenntniß seiner prozentigen Zusammensetzung, d. h. man erfährt, wie viel Gewichttheile von jedem Bestandtheile in 100 Gewichtstheilen des zusammengesetzten Körpers enthalten sind; allein dadurch kennt man noch nicht die Anzahl der Aequivalente eines jeden in dieser Verbindung vorkommenden Grundstoffes, und ist somit noch nicht im Stande die Zusammensetzungsformel für den analysirten Körper aufzustellen; dieß wird erst dann möglich, wenn man auch die Gewichtsmenge kennt, in welcher sich dieser Körper mit einem andern Körper von bekanntem Aequivalente verbindet. Sind M, N, P die Gewichtsmengen dreier Grundstoffe, die in 100 Gewichttheilen einer gewissen Verbindung vorkommen; ist ferner R das Aequivalent dieser Verbindung, und bedeuten A, B, C die darin vorkommenden noch unbekannten Gewichtsmengen der drei Grundstoffe; so hat man

$$100 : R = M : A, \quad 100 : R = N : B, \quad 100 : R = P : C.$$

Aus diesen Proportionen ergeben sich die Werthe von A, B, C. Sind nun a, b, c die Aequivalente der drei Bestandtheile der Verbindung und m, n, r die Anzahl der Aequivalente, die von jedem in R enthalten sind, so ist offenbar

$$A = ma, \quad B = nb, \quad C = rc \text{ und}$$

$$m = \frac{A}{a}, \quad n = \frac{B}{b}, \quad r = \frac{C}{c}$$

wo m, n, r ganze Zahlen sein müssen, weil die Anzahl der Aequivalente der in einer Verbindung vorkommenden Grundstoffe eine ganze Zahl ist. Z. B. die Analyse gibt an, daß 100 Gewth. Ameisensäure (die aus den rothen Waldameisen durch Destillation erhalten wird, einen stechend sauren Geruch hat, und auf der Haut starkes Brennen verursacht) aus

32.85 Theilen Kohlenstoff
2.68 „ Wasserstoff
64.47 „ Sauerstoff

bestehen. Nun weiß man, daß ein Aequivalent Kali sich mit 37 Gewichtsth. Ameisensäure chemisch verbindet; somit ist die Zahl 37 das Aequivalent dieser Säure, also = R.

A d. i. die Gewichtsmenge von Kohlenstoff in R ist nun = 12
B „ „ „ „ „ Wasserstoff „ „ = 1
C „ „ „ „ „ Sauerstoff „ „ = 24

Diese Zahlen müssen Vielfache der Aequivalente dieser Grundstoffe sein; dividirt man sie mit den ihnen zugehörigen Aequivalenten, so hat man

$$12 : 6 = 2,\ 1 : 1 = 1,\ 24 : 8 = 3;$$

somit ist die Zusammensetzungsformel der Ameisensäure C_2HO_3. Man nennt die durch ein solches Verfahren gewonnene Formel eine empirische, indem sie nichts anders ist, als der Ausdruck einer Thatsache, und durchaus nicht nach einer Ansicht gebildet ist, die man etwa über die Art der Gruppirung der in der Verbindung vorhandenen Elemente faßt. Gibt die Formel auch diese Gruppirungsweise an, so heißt sie eine theoretische. So z. B. ist KNO_6 die empirische Formel des Salpeters; sie gibt an, daß derselbe aus 1 Aeq. Kalium, 1 Aeq. Stickstoff und 6 Aeq. Sauerstoff besteht; hingegen die Formel

$$KO + NO_5$$

ist eine theoretisch gebildet nach der Ansicht, daß ein Sauerstoffsalz aus einer Sauerstoffbasis und einer Sauerstoffsäure zusammengesetzt ist.

In sehr vielen Fällen insbesondere bei organischen Verbindungen müssen wir uns mit der Kenntniß ihrer empirischen Formeln begnügen, weil die Wissenschaft nicht immer eine befriedigende Ansicht über die Gruppirung der Bestandtheile in den zusammengesetzten Körpern aufzustellen vermag. —

In dem Falle, wo das Aequivalent R einer Verbindung unbekannt ist, bleibt die Aufgabe unbestimmt und man kann nur finden, wie viel Aequivalente von jedem Bestandtheile der Verbindung auf 1 Aeqivalent eines Bestandtheils entfallen. Wäre z. B. das Aequivalent der Ameisensäure R nicht bekannt, so dividirt man die Zahlen M, N, P mit den Aequivalenten, also

$$32.85 : 6 = 5.47,\ 2.68 : 1 = 2.68,\ 64.47 : 8 : = 8.06;$$

nun dividirt man die erhaltenen Quotienten mit 2.68, so ergibt sich für Kohlenstoff 2, für Wasserstoff 1, für Sauerstoff 3. Die Formel ist dann C_2HO_3; diese stimmt wohl mit der vorigen überein, allein sie besagt nichts anderes als, daß in der Ameisensäure auf je 1 Aeq. Wasserstoff 2 Aeq. Kohlenstoff und 3 Sauerstoff entfallen. Die auf solche Art ermittelte Formel ist wohl wieder eine empirische, worin jedoch nur die relative Anzahl der in der Verbindung vorkommenden Aequivalente der Bestandtheile angegeben erscheint.

Nicht immer ist es möglich eine zuverläßige Formel, welche die wahre Natur eines Körpers ausdrückt, aufzustellen, weil oft die Beschaffenheit des Körpers bei der Untersuchung Schwierigkeiten darbietet, die zu Fehlern führen, die wohl an sich sehr klein sind, aber in Verbindung mit andern, die sich ungeachtet aller Vorsicht nicht vermeiden lassen, so groß werden, daß sie auf die Aequivalentenzahl einen bedeutenden Einfluß nehmen.

§. 20. Atomistische Theorie. Die Theilchen, in welche die Grundstoffe bei chemischen Verbindungen, die sie unter einander eingehen, zerfallen, und die ihrer Kleinheit wegen sich unserer sinnlichen Wahrnehmung entziehen, lassen sich nicht weiter, weder durch mechanische noch durch chemische Mittel in noch kleinere Theilchen zertheilen, obgleich sie als theilbar angesehen werden müssen, da sie ein Gewicht besitzen und einen Raum einnehmen, also ausgedehnt sind. Diese kleinsten Theilchen nennt man einfache Atome. Die Atome eines und desselben Grundstoffes sind gleichartig und einander gleich an Größe, Gestalt und Gewicht, aber die der verschiedenen Grundstoffe unterscheiden sich nicht nur rücksichtlich ihrer materiellen Beschaffenheit, sondern auch rücksichtlich ihrer physikalischen Eigenschaften. — Eine Gruppe vom mehreren gleichartigen durch Cohäsionskräfte mit einander verbundenen Atomen heißt ein Molecül.

Die chemische Verbindung der Grundstoffe geschieht durch Nebeneinanderlagerung (Juxtaposition) der einfachen Atome in Folge der zwischen ihnen bestehenden chemischen Anziehung, wobei stets eine gewisse Anzahl Atome eines Grundstoffs mit einer gewissen Anzahl Atome eines anderen Grundstoffes oder mehrerer anderen Grundstoffe in eine Gruppe sich vereinigt und ein zusammengesetztes Atom bildet. Ein chemisch zusammengesetzter Körper besteht aus einer Menge von zusammengesetzten Atomen, die für die Sinne als gleichartig erscheinen, und deren einfache ungleichartige Atome mit einer Kraft zusammengehalten werden, die keine mechanische Gewalt zu überwinden vermag; allein chemische Mittel können eine Spaltung zusammengesetzter Atome, ein Zerfallen derselben in ihre einfachen Atome bewirken.

Die Aequivalente geben die Gewichtsmengen an, in welchen die Stoffe sich mit einander chemisch verbinden, und in den chemischen Verbindungen einander vertreten. Das Verhältniß derselben bleibt unverändert dasselbe, mag die Masse der Verbindung groß oder klein sein; so sind in einem Stücke Zinnober stets 100 Gewth. Quecksilber und 16 Gewth. Schwefel, mag dieses Stück ein Pfund, ein Gran, ein Milligramm oder ein einziges Atom sein. — Dalton, der Schöpfer der atomistischen Theorie, nahm nun ganz naturgemäß an, daß in der ersten Verbindungsstuffe zweier Grundstoffe ein Atom des einen Stoffes mit einem Atom des anderen sich verbindet; dieser Annahme zufolge müßte die Anzahl der Atome in allen Aequivalenten gleich groß sein. Sind A und B die Aequivalente, a und b die Atomengewichte zweier Grundstoffe, und ist n die Anzahl der in jedem Aequivalente befindlichen Atome, so ist

$$A = na \text{ und } B = nb, \text{ mithin } A : B = a : b$$

d. h. die Aequivalentenzahlen der Grundstoffe verhalten sich zu einander, so wie die Gewichte ihrer Atome. Mittelst der Aequivalentenzahlen wird es möglich, die relativen Gewichte der Atome zu bestimmen, d. h. anzugeben, wie viel mehr Gewicht ein Atom in eine Verbindung bringt als ein an-

deres. — Nach der aufgestellten Ansicht besteht ein Atom Zinnober aus einem Atom Quecksilber und einem Atom Schwefel, mithin gibt das Verhältniß 100:16 das Verhältniß der Atomengewichte von Quecksilber und Schwefel an. Zur Vertretung von 16 Gewth. Schwefel braucht man 8 Gewichtstheile Sauerstoff, also ist das Gewicht eines Sauerstoffsatom nur halb so groß als das des Schwefelsatoms.

In den höheren Verbindungsstuffen verbinden sich 2, 3, 4 ... Atome des einen Stoffs mit 1 Atom des andern, oder 2 At. des ersten mit 3, 5.. Atomen des zweiten, also gruppirt sich bei jeder Verbindung immer nur eine Anzahl ganzer Atome des einen und mit einer Anzahl ganzer Atome des andern Stoffs zu einem zusammengesetzten Atom. So ist ein Atom Kohlenoxidgas eine Gruppe von zwei Atomen, ein Atom Kohlensäure eine Gruppe von 3 Atomen, und ein Atom Oxalsäure eine Gruppe von 2 At. Kohlenstoff und 3 Atomen Sauerstoff; die Formeln, welche die Aequivalente dieser 3 Verbindungen von Kohlenstoff und Sauerstoff ausdrücken, nämlich CO, CO_2, C_2O_3 geben zugleich die Zusammensetzungen ihrer Atome an, wenn man unter C, und O nur Atome versteht.

Die atomistische Theorie nimmt ferner an, daß bei Gasarten, die bekanntlich sämmtlich gleich zusammendrückbar, gleich ausdehnsam sind, und sich in einfachen Volumverhältnißen mit einander verbinden, die Atome bei derselben Temperatur und unter demselben Drucke in gleichen Entfernungen liegen und gleiche Volumen dieselbe Anzahl von Atomen in sich schließen. Da nun das Aequivalentenvolumen von Wasserstoffgas, Stickgas, von Chlor, Jod, Brom, Fluor u. s. f. zweimal größer ist als unter denselben Umständen das des Sauerstoffgases; so sind dieser Annahme zufolge in jedem Aequivalent der ersteren Stoffe doppelt soviel Atome enthalten als in dem des Sauerstoffes, weshalb ein Atom Wasser aus 2 Atomen Wasserstoff und einem Atom Sauerstoff besteht; daher ist die atomistische Zusammensetzungsformel des Wassers nicht HO, sondern H_2O. So setzt man in den Formeln, welche die Zusammensetzung des Stickstoffes, des Chlors u. s. f. mit dem Sauerstoff ausdrücken anstatt des Aeqivalents N, Cl ... das Doppelatom N_2, Cl_2...

Diese Hypotese über die gleiche Anzahl von Atomen bei gleichen Volumen der Luftarten führt aber zu vielen, unlösbaren Schwierigkeiten; dieser Umstand, so wie die Erwägung, daß mit jeder Aenderung der Ansicht rücksichtlich der Anzahl der einfachen Atome, die in der ersten Verbindungsstuffe zu einer Gruppe sich vereinigen, die Zusammensetzungsformeln, so wie die Atomengewichte sich ändern müßten, veranlaßten die Chemiker in der neuesten Zeit die atomistischen Hypothesen aus den Zusammensetzungsformeln zu verbannen, und sich nur an den Ausdruck der Aequivalente zu halten, deren Anzahl bei jedem Bestandtheile der chemischen Verbindung unveränderlich und bestimmbar ist, während die der Atome nie ermittelt werden wird. —

§. 21. Sauerstoffsalze. Eine Sauerstoffsäure kann sich mit einer Sauerstoffbasis nach dem Gesetze der Multiplen in mehrfachen Verhältnißen verbinden; ja es gibt Säuren die sich gleichzeitig mit mehreren Basen zu Salzen verbinden. Diese Verbindungen müssen wir genauer kennen lernen.

Der einfachste Fall ist der, wo sich 1 Aeq. einer Säure mit 1 Aeq.

einer Basis verbindet, und diese Basis durch die Formel RO ausgedrückt wird; die Verbindungen dieser Art nennt man neutrale Salze, weil viele derselben weder sauer noch alkalisch reagiren. Da das Verhältniß der Sauerstoffmenge der Säure zur Sauerstoffmenge der Basis, wenn von diesen nur 1 Aeq. vorkommt, für jede Gattung dasselbe sein muß; so ist dieses Verhältverhältniß bei den neutralen salpetersauren Salzen stets 5 : 1, bei den neutralen schwefelsauren 3 : 1, indem die ersteren nach der Formel $RO.NO_5$, die letzteren nach der Formel $RO\ SO_3$ zusammengesetzt sind.

Ist die Basis nach der Formel $R_2\ O_3$ gebildet, so ist das Salz dann als ein neutrales zu betrachten, wenn das Verhältniß zwischen dem Sauerstoffgehalt der Säure und der Basis mit dem des neutralen Salzes übereinstimmt, dessen Basis nur 1 Aeq. Sauerstoff enthält. Dieß wird z. B. bei schwefelsauren Salzen der Fall sein, wenn man zu R_2O_3 drei Aeq. der Säure nimmt; so ist das neutrale schwefelsaure Eisenoxid nach der Formel $Fe_2O_3.3\,SO_3$ zusammengesetzt, worin die Sauerstoffmenge der Säure zur Sauerstoffmenge der Basis sich verhält, wie 9 : 3 oder wie 3 : 1. Hat man einer Säure so viel Basis zugesetzt, daß ein neutrales Salz entsteht, so sagt man, daß die Säure mit dieser Basis gesättigt ist; womit jedoch nicht gesagt ist, daß die Säure keine größere Menge von der Basis aufzunehmen vermag.

Aus dem Gesagten folgt, daß ein neutrales Salz eben so viele Aeq. von der Säure enthält, wie viele Aequivalente Sauerstoff in 1 Aeq. der Basis vorkommen. Ist in einem Salze das Verhältniß zwischen der Sauerstoffmenge der Säure und der Sauerstoffmenge der Basis größer als in den neutralen, so heißt das Salz ein saures, ist es kleiner, so heißt das Salz ein basisches. So z. B. ist das Salz $KO.2SO_3$, ein saures, denn obiges Verhältniß ist 6 : 1, im neutralen aber 3 : 1.

Es gibt Säuren, die sich mit 1, 2 oder 3 Aeq. Wasser verbinden können, wodurch 3 verschiedene Hydrate entstehen, die als besondere Modifikationen der Säure betrachtet werden, deren jede in anderer Weise sich mit Basen verbindet, indem die Menge der Basis sich ganz nach der Menge der Aequivalente des Hydratwassers richtet. Eine solche Säure ist z. B. die Phosphorsäure; sie erscheint als einfaches Phosphorsäurehydrat $PO_5 + HO$, dem das Aequivalent Wasser durch keinen Hitzgrad entzogen werden kann; sie verbindet sich in dieser Form mit Basen zu neutralen Salzen, indem das 1 Aeq. Wasser durch 1 Aeq. einer Basis ersetzt wird, und heißt deshalb eine imbasische Säure. Eine andere Modifikation derselben ist das Phosphorsäurebihydrat $PO_5\ 2HO$, das als eine zweibasische Säure wirkt, indem das Aeq. der Phosphorsäure desselben mit 2 Aeq. einer Basis, die an die Stelle von $2HO$ treten, neutrale Verbindungen bildet. Ein Aeq. der Basis kann durch 1 Aeq. einer anderen Basis oder durch HO vertreten werden. — Durch Erhitzung kann dieses Hydrat in das erste verwandelt werden. — Eine dritte Modification der Phosphorsäure ist das Phosphorsäuretrihydrat $PO_5.3HO$, in dieser Form ist die Phosphorsäure eine dreibasische Säure, weil sie 3 Aeq. einer Basis erfordert, um ein neutrales Salz zu bilden, wobei 1 oder auch 2 Aeq. der Basis durch Wasser ersetzt werden können, so daß man folgende Verbindungen erhalten kann: $3RO + PO_5$ oder $2RO.HO + PO_5$ oder $RO.2HO + PO_5$. Das Radical R kann theilweise

oder auch ganz durch ein anderes einfaches Radical ersetzt werden. Wird dieses Hydrat erhitzt, so verwandelt es sich in die zweibasische Säure.

Das dreibasische phosphorsaure Natron hat die Zusammensetzung $3NaO.PO_5$ daraus können aber auch folgende Salze entstehen: $2NaO.HO + PO_5$, und $NaO. 2HO + PO_5$. Es ist merkwürdig, daß die Leguminosen (Erbsen, Bohnen, Linsen und dgl.) die Cruciferen (z. B. weißer und schwarzer Senf,) die Coniferen oder Zapfenträger, wie Fichten, Tannen, in ihren Samen dreibasisch phosphorsaure Salze anhäufen, während die Cerealien, der Hanf, Lein, Buchweizen nur zweibasische enthalten.

§. 22. Isomorphie. Wenn die Körper aus dem gasförmigen oder flüssigen Zustande in den festen Zustand übergehen, und die Molecüle in ihrer Folgsamkeit gegen die Molecularkräfte durch keine äußeren Einflüße gestört werden, so bilden sich Krystalle, die um so größer erscheinen, je langsamer dieser Uebergang in den festen Zustand vor sich geht. Bekanntlich ist ein jeder große Krystall eine Anhäufung von kleinen Krystallen, die wieder aus noch kleineren zusammengesetzt sind; die Gestalt der kleinsten Theilchen, so wie die Art und Weise ihrer Gruppirung bestimmen die Form des Krystalls, die zum Vorschein kommt. Da aber die Gestalt der kleinsten Theilchen von ihrer chemischen Zusammensetzung abhängt, so wäre zu untersuchen in welcher Beziehung die Form des Krystalls zu seiner chemischen Zusammensetzung steht.

Wenn wir im Wasser Kochsalz und Salpeter auflösen, und hierauf das Auflösungsmittel an einem warmen Orte langsam verdünsten lassen, so scheiden sich beide Salze in Form von Krystallen ab, aber in der Art, daß man die Würfeln des Kochsalzes deutlich von den langen Säulen des Salpeters unterscheidet. Untersucht man die Krystalle, nachdem man sie mit reinem Wasser abgewaschen hat, so findet man in den Kochsalzkrystallen keine Spur von Salpeter und in den Salpeterkrystallen keine Spur von Kochsalz; mithin geschieht hier die Bildung der Krystalle in einer und derselben Flüssigkeit in der Weise, daß nur die gleichartigen Theilchen sich gegenseitig anziehen, zu Krystallen vereinigen, die durch die Anziehung, welche sie gegen die in der Flüssgkeit vertheilten gleichartigen Theilchen äußern, an Größe mehr und mehr zunehmen. Die Vergrößerung findet so lange Statt, als diese Anziehung stärker ist, wie diejenige, welche zwischen den gelösten Theilchen und der Flüssigkeit besteht.

Wenn wir jedoch Bittersalz, Zinkvitriol und Nickelvitriol im Wasser auflösen, und dann die Auflösung abdampfen, so finden wir, daß jeder Krystall, der sich bildet, alle drei Salze und zwar in dem Verhältniße gemengt enthält, in welchem sie in der Auflösung vorkommen; mithin üben die sich abscheidenden Bittersalztheilchen gegen die Theilchen der andern Salze dieselbe Anziehung aus, als wenn letztere mit ihnen gleichartig wären.

Untersucht man die Krystallgestalten oben genannter Salze, so ergibt sich, daß die Gestalten derjenigen, die zusammen aus einer und derselben Flüssigkeit herauskrystallisiren einander vollkommen gleich sind, so daß kein Unterschied in den Winkeln, Ecken und Kanten bemerkbar ist; dagegen sind die Gestalten derjenigen Krystalle, die gesondert aus einer Flüßigkeit krystallisiren, von einander stark abweichend. Da nun ein großer Krystall nur eine Anhäufung von kleinen Krystallchen ist, so kann man schließen, daß auch die kleinsten Nickelvitriolkrystallchen dieselbe Gestalt haben, wie die kleinsten Bittersalz- oder Zink-

vitriolkrystalle, daß demnach die Gruppe von einfachen Atomen, die ein Zink- oder Nickelvitriol-Atom bilden, dieselbe Gestalt besitze, wie die Gruppe der Atome, die sich zu einem Bittersalz-Atom vereinigen. Die beim Zusammenkrystallisiren dieser Salze gebildete Krystallgestalt ist die nämliche, die jedem Bestandtheil eigenthümlich ist.

Die Gleichheit der Krystallgestalten ist eine Bedingung des Zusammenkrystallisirens der Stoffe ohne Aenderung ihrer Gestalt; allein sie ist nicht die einzige; denn Alaun und Salmiak haben dieselbe Krystallgestalt, und dennoch sondern sie sich ab, wenn sie aus einer und derselben Flüssigkeit herauskrystallisiren. Eine Vergleichung der chemischen Zusammensetzung derjenigen Körper, die ungeachtet der gleichen Krystallform nicht zusammenkrystallisiren, und derjenigen, die unter denselben Umständen gemischte Krystalle von der Form der Bestandtheile bilden, ergibt, daß sie bei den ersteren ungleich, bei den anderen übereinstimmend ist. So ist die Zusammensetzungsformel des Salmiaks NH_4Cl; die des Alauns $Al_2O_3 . 3SO_3 + KO . SO_3 + 24 HO$; demnach enthält ein Salmiak-Atom nur zwei zusammengesetzte Atome, ein Alaun-Atom hat deren 30. Diese zwei Stoffe sind also in ihrer Zusammensetzung einander sehr unähnlich; dagegen ersehen wir aus den Zusammensetzungsformeln

des Bittersalzes $MgO . SO_3 + 7 HO$
„ Zinkvitriols $ZnO . SO_3 + 7 HO$
„ Nickelvitriols $NiO . SO_3 + 7 HO$,

daß diese Salze in ihrer Zusammensetzung einander sehr ähnlich sind, indem in jedem zusammengesetzten Atom eine gleiche Anzahl von Aequivalenten ganz gleich geordnet erscheint, und sie sich nur dadurch unterscheiden, daß das Aequivalent von Magnesium des Bittersalzes in den andern Salzen durch ein Aequivalent Zink oder Nickel vertreten wird.

Der Thonerde-Alaun krystallisirt in farblosen regelmäßigen Octaedern; nun lehren die Untersuchungen, daß die Thonerde, ohne die mindeste Aenderung der Krystallgestalt, durch Eisenoxyd oder durch Chromoxyd, oder auch durch Manganoxyd ersetzt werden kann; man erhält dann einen Eisen-Alaun, der ganz farblos und von derselben äußeren Beschaffenheit ist, wie der Thonerde-Alaun; der Chrom-Alaun unterscheidet sich vom letztern nur durch seine dunkelgrüne, und der Mangan-Alaun durch seine violette Farbe. Bringt man einen Krystall von Chrom-Alaun in eine gesättigte Auflösung von gewöhnlichem Thonerde-Alaun, so sieht man ihn beim Abdampfen des Wassers sich vergrößern, indem sich an seine Flächen die Theilchen des Thonerde-Alauns so anlegen, als wenn sie Theilchen von Chrom-Alaun wären. Man erhält, wenn man den Krystall von Zeit zu Zeit auf andere Flächen legt, ein regelmäßiges Octaeder von farblosem Thonerde-Alaun, in dessen Mitte ein dunkelgrünes Octaeder von Chrom-Alaun ist. — So kann die Schwefelsäure des Alauns durch Chromsäure und Selensäure, das Kali durch Ammoniumoxyd ersetzt werden, ohne die Krystallform zu ändern. — Aus anderen Untersuchungen hat sich ergeben, daß die Krystallform der Verbindungen in welchen Bittererde, Zinkoxyd, Nickeloxydul und Eisenoxydul, oder Thonerde, Eisenoxyd, Chromoxyd, Manganoxyd einander vertreten, nicht die mindeste Aenderung erleidet. Die Körper, welche in derselben Form krystallisiren, und sich in einem Krystalle in allen möglichen Verhältnißen vermischen oder einander ersetzen können, nennet man isomorphe

Körper (von ἴσος gleich und μορφη Gestalt), und die Eigenschaft der Körper ohne Aenderung der Krystallform aus einer Auflösung zusammenzukrystallisiren, heißt **Isomorphie**.

Gay-Lussac machte zuerst die Beobachtung, daß ein Kali-Alaun in einer Auflösung von Ammoniak-Alaun fortfährt sich zu vergrößern ohne seine Krystallgestalt zu ändern, und daß man daher, ohne Aenderung der regelmäßigen Gestalt, den Krystall mit abwechselnden Lagen der beiden Alaunarten überziehen kann; aber erst Mitscherlich hat die Bedingungen erforscht, unter welchen zwei Stoffe in einem Krystalle sich ersetzen oder zusammenkrystallysiren.

Es gibt wohl Fälle, wo Form und Zusammensetzung verschieden ist und die Stoffe dennoch aus einer Flüssigkeit, in der sie gelöst sind, zusammenkrystallisiren, wie z. B. Zinkvitriol und Kupfervitriol ($CuO.SO_3 + 5HO$); allein in diesen Fällen ist die Form des gemischten Krystalls immer gleich der Form desjenigen Stoffes, der in größerer Masse in der Auflösung vorhanden ist; der in geringerer Menge vorhandene Stoff verhält sich wie ein beigemengter indifferenter Stoff, wie z. B. Sand, Staub u. dergleichen.

Genauere Messungen der Krystalle haben später gelehrt, daß in den Formen der ähnlichen Verbindungen isomorpher Körper kleine Abweichungen vorkommen; die atomistische Ansicht gibt darüber eine Erklärung.

Wenn nämlich ein Stoff einen andern in einer Verbindung ohne Aenderung der Krystallgestalt ersetzen soll, so muß offenbar ein Atom von ihm genau die Stelle eines Atoms des andern Stoffes erfüllen, was nur möglich ist, wenn beide sich ersetzende Atome nicht nur gleich gestalten, sondern auch gleich groß sind; wäre das Volumen des isomorphen Atoms größer oder kleiner als das des zu vertretenden, so müßte dieß sogleich in der gegenseitigen Neigung der Kanten des Krystalls zu seiner Axe zu erkennen sein. Sind die Atome isomorpher Körper von gleicher Größe und Gestalt, und wir bezeichnen ihr Volumen mit v, ihre Atomengewichte mit a und b, ihre Aequivalente mit A und B, und ihre spezifischen Gewichte mit s und s'; so ist

$$a = vs, \text{ und } b = vs'$$
$$\text{mithin } a : b = s : s', \text{ aber auch } A : B = a : b,$$
$$\text{also } A : B = s : s'$$

d. h. die Aequivalentenzahlen isomorpher Körper verhalten sich zu einander, wie ihre spezifischen Gewichte. Die Erfahrung beståttigt vollkommen dieses merkwürdige Verhältniß; sie lehrt aber auch, daß in den Fällen, wo sich die spezifischen Gewichte nicht genau so verhalten wie die Aequivalentenzahlen, eine Aenderung in der Neigung der Flächen des Krystalls, oder in den Winkeln, welche die Kanten mit den Axen einschließen, sogleich bemerkbar wird. Da die Anzahl der Atome in den Aequivalenten isomorpher Körper gleich groß ist, so müssen auch die Aequivalentenvolumen derselben einander gleich sein, was auch die Untersuchungen bestätigen.

Die Entdeckung der Isomorphie war für die Chemie von höchster Wichtigkeit, weil erst dadurch möglich wurde, die Zusammensetzungsweise und somit auch das Aequivalent vieler Körper richtig und leicht zu ermitteln. Die Untersuchungen lehren nämlich, daß chemisch zusammengesetzte Körper, die isomorph sind, stets ähnliche Zusammensetzung haben; finden wir nun einen chemisch zusammengesetzten Körper, dessen Zusammensetzungsformel sich auf andern Wegen gar nicht oder nur sehr schwer ermitteln läßt, so braucht man nur zu sehen, mit welchem Körper von bekannter

Zusammensetzung er isomorph ist. So z. B. ist nur eine einzige Oxydationsstuffe des Alumiums bekannt, nämlich die Thonerde; deshalb sollte die Formel derselben durch AlO dargestellt und daher das Aequivalent des Alumiums durch 9.13 ausgedrückt werden; allein da die Thonerde als Saphin in Rhomboedern krystallisirt, die genau so gestaltet sind, wie die Krystalle des Eisens im Eisenglanz und wie die des Chromoxyds, da ferner die Thonerde die letzgenannten Oxyde in allen correspondirenden Verbindungen ersetzen kann, ohne eine Aenderung der Krystallgestalt zu bewirken, mithin mit ihnen isomorph ist, so schließt man, daß sie eine ihnen ähnliche Zusammensetzung besitzt, und drückt sie somit durch die Formel $Al_2 O_3$ aus.

Die Isomorphie gibt uns Aufschluß über die Thatsache, daß in der Natur Mineralien vorkommen, die nach den naturhistorischen Grundsätzen zu derselben Spezies gezählt werden müssen und doch ihre chemischen Bestandtheile in qualitativer und quantitativer Hinsicht wechseln. So z. B. fand man Alaune, in welchen ein Theil der Thonerde durch Eisenoxyd ersetzt ist, andere, wo dafür Chromoxyd oder Manganoxyd vorkommt, oder wo mehrere mit Alaunerde isomorphe Stoffe enthalten sind; es entstand die Frage, welche Bestandtheile denn eigentlich den Alaun bilden. Die Isomorphie gibt darauf die Antwort, daß dort, wo zur Bildung des Alauns die Thonerde fehlte, das Eisenoxyd oder ein andere isomorpher Stoff, der vorhanden war, die Stelle einnahm. — So fand man bei der Analyse der Granaten, deren Zusammensetzung die Formel

$$3CaO, Al_2 O_3, 3 Si O_3$$

ausdrückt, daß in einem Bittererde, in einem andern keine Bittererde aber Kalkerde vorhanden war, in einem dritten war die Thonerde durch Eisenoxyd ersetzt, in andern waren von allen diesen Stoffen wechselnde Mengen vorhanden. Ueber diese Abweichungen hat die Isomorphie genauen Aufschluß gegeben.

§. 23. Amorphie und Dimorphie. Die Erscheinungen der Isomorphie bezeugen einen gewissen Zusammenhang zwischen der chemischen Beschaffenheit der Körper und ihrer Krystallform; allein man würde irren, wenn man meinen sollte, daß einer bestimmten chemischen Beschaffenheit immer dieselbe Form, oder einer bestimmten Form dieselbe chemische Beschaffenheit entspreche. Es gibt Stoffe, die beim Uebergange aus dem flüssigen Zustande in den starren, keine Krystallformen annehmen, im starrem Zustande nicht nach gewissen Richtungen theilbar erscheinen, beim Zerbrechen keine Ebenen, sondern nur gekrümmte Flächen zeigen, also, wie man sagt einen muscheligen Bruch haben, das Licht nicht doppelt brechen, auch keine Verschiedenheit in der Elasticität nach verschiedenen Richtungen darbieten, wie wir sie bei vielen Krystallen wahrnehmen. Man nennt solche Körper amorphe oder gestaltlose, wie z. B. Glas, Gummi, die meisten Harze, Leim. Diese Körper erscheinen vor dem Erstarren zähflüßig und lassen sich in Fäden ziehen, und werden beim Festwerden meistens durchsichtig.

Andere Körper erscheinen beim Festwerden in gewissen Fällen als amorphe, in andern krystallisiren sie; wird nämlich ein Körper gezwungen, plötzlich fest zu werden, so daß seine Molecüle nicht Zeit haben, sich in den Richtungen zu lagern, in denen die Cohäsionskräfte am stärksten wirken, so bilden sich keine Krystalle und der entstandene feste Körper zeigt ganz

andere physikalische Eigenschaften, (wie Farbe, Härte, Durchsichtlichkeit Einfluß auf das Licht, Ausdehnungsfähigkeit in der Wärme, Schmelzbarkeit), als in dem Falle, wo eine regelmäßige Lagerung der kleinsten Theilchen Statt findet.

Es gibt auch Körper, welche die Fähigkeit besitzen in zweierlei Gestalten zu krystallisiren, die einander ganz unähnlich sind, und in keiner Beziehung zu einander stehen, indem sie zwei verschiedenen von einander nicht ableitbaren Grundgestalten angehören. Diese Fähigkeit nennt man **Dimorphie** und die Körper selbst heißen **dimorph**; ein Körper der in mehr als zwei verschiedenen unvereinbaren Grundformen krystallisirt, heißt **polymorph**. Erhält der Körper eine andere Krystallgestalt, so ändern sich auch seine physikalischen Eigenschaften, was auch jedesmal geschieht, falls ein Körper aus dem amorphen Zustande in den krystallisirten übergeht.

Der **Kohlenstoff** z. B. erscheint als Ruß amorph, als Diamant in Formen, die dem tessularischen System, dessen Grundgestalt ein Würfel ist, und als Graphit in andern, die dem rhomboedrischen Systeme angehören.

Die Natur liefert uns an vielen Stellen krystallisirten Schwefel in Form von Rhombenoctaedern, die dem orthotypen Systeme, dessen Grundgestalt eine gerade ungleichkantige vierseitige Pyramide ist, angehört. Man erhält den Schwefel in demselben Zustande, wenn er aus einer Auflösung in Schwefelkohlenstoff, die man der freiwilligen Verdünstung überläßt, sich ausscheidet. Wenn jedoch der geschmolzene Schwefel langsam erstarrt, so erscheint er in Formen des hemiorthotypen Systems, dessen Grundgestalt eine schiefe ungleichkantige vierseitige Pyramide ist, mit einer Abweichung der Achse in der Ebene einer Diagonale.

Ein anderes Beispiel von Dimorphie biethet der kohlensaure Kalk, der als Kalkspath und Arragonit erscheint, wovon der erstere rhomboedrisch, der andere prismatisch ist. Man kann den kohlensauren Kalk künstlich darstellen, und erhält ihn in Form des Kalksspath, wenn man ihn bei gewöhnlicher Temperatur aus seinen Losungen niederschlägt, dagegen in Form des Arragonits, wenn dieß bei der Temperatur des siedenden Wassers geschieht. — Der Granat erscheint als Vesuvian, Egeran, Idocras in Gestalten, deren Grundgestalt eine und dieselbe gleichkantige vierseitige Pyramide ist, und die daher zum pyramidalen Systeme gehören; dann als Grossular Melanit, Granat in Gestalten des tessularischen Systems.

Schwefelquecksilber (HgS) erscheint krystallisirt als Zinnober von hellrother Farbe; allein wird es durch Fällung einer Auflösung von Quecksilbersublimat ($HgCl$) mit Schwefelwasserstoff erhalten, so erscheint es amorph als schwarzes Pulver, das durch Sublimation in Zinnober übergeht. Wird jedoch der Zinnober stark erhitzt, daß der Schwefel aus demselben zu entweichen beginnt, und dann rasch durch Eintauchen ins kalte Wasser abgekühlt, so wird er wieder schwarz; bei langsamen Erkalten bleibt er roth.

§. 24. **Isomerie.** Die Eigenschaften einer chemischen Verbindung sind abhängig:

a. von der Beschaffenheit der in ihr vorkommenden Grundstoffe, also von der qualitativen Zusammensetzung;

b. von dem Verhältniße der Aequivalente der sie bildenden Grundstoffe oder von der quantitativen Zusammensetzung; aber auch

c. von der Art der Gruppirung der Elemente in den näheren und in den entfernteren Bestandtheilen; denn man fand Körper, welche ganz gleiche qualitative und quantitative Zusammensetzung besitzen, und demnach verschiedenartige, in ihren physikalischen und chemischen Eigenschaften von einander abweichende Substanzen sind. Körper dieser Art nennt man **isomerische** (von ἴσος gleich und μέρος Theil), und ein solches

Verhalten heißt **Isomerie**. Man unterscheidet mehrere Modificationen der **Isomerie**.

1. Es gibt Körper, welche aus denselben Grundstoffen bestehen und dieselbe prozentige Zusammensetzung besitzen, in denen daher das Verhältniß der Aequivalente der Grundstoffe, die in einem Aequivalente der Verbindung vorkommen, genau das nämliche ist, allein die absolute Anzahl dieser Aequivalente ist in jedem Körper eine andere, somit sind auch die Aequivalentenzahlen dieser Körper verschieden. Solche Körper heißen **polymerische**.

Ein merkwürdiges Beispiel von Polymerie biethen uns die Verbindungen des Cyans (C_2N) mit dem Sauerstoffe dar; man kann sie vorwärts und rückwärts in einander verwandeln, ohne daß etwas hinzukommt oder etwas hinweggeht. Ein Aequivalent Cyan, das man durch Cy ausdrückt, mit 1 Aeq. Sauerstoff bildet die **Cyansäure**, die nur als Hydrat (CyO.HO) bestehen kann; sie erscheint als eine wasserhelle Flüßigkeit von höchst durchdringendem Geruch; ist sehr flüchtig, wirkt auf die Haut im hohen Grade ätzend, so daß ein kleiner Tropfen schmerzhafte Brandblasen verursacht. Sie geht mit Basen nur in der Art Verbindungen ein, daß das Aequivalent Wasser durch ein Aequivalent Basis vertreten wird, weshalb ihr Aequivalent nur durch CyO ausgedrückt werden kann.

Aus dem im Harne vorkommenden Harnstoffe ($C_2N_2H_4O_2$) erzeugt man eine andere Säure, die man **Cyanursäure** nennt, deren Zusammensetzung, berechnet nach der Gewichtsmenge, in welcher sie mit Basen in Verbindung tritt, durch die Formel

$$Cy_3\,O_3.\,3HO$$

ausgedrückt wird; sie ist krystallisirbar, im Wasser löslich, farblos und geruchlos. Erhitzt man verwitterte und getrocknete Cyanursäure in einer zugeschmolzenen Glasröhre bis zum anfangenden Glühen, so übergeht sie in Cyansäurehydrat, und doch konnte nichts hinzukommen, noch etwas entweichen. Dieses Hydrat geht von selbst bei gewöhnlicher Temperatur in einen weißen porcellanartigen, im Wasser unlöslichen geruch- und geschmacklosen indifferenten Körper über, den man **Cyamelid** nennt. Durch Erhitzung verwandelt man Cyamelid wieder in Cyansäurehydrat. Da Cyamelid keine Verbindungen eingeht, so kann man seine Zusammensetzungsweise nicht genau ermitteln.

Es gibt noch eine Verbindung des Cyans mit dem Sauerstoffe, die man **Knallsäure** heißt, für welche die Formel $Cy_2O_2.2HO$ sich ergibt, weil von dieser Säure niemals weniger als Cy_2O_2 in einer Verbindung vorkommen.

In allen den angeführten 4 Körpern ist die procentige Zusammensetzung vollkommen gleich, und nur die Aequivalentenzahlen, die sich für jeden derselben ergeben, sind verschieden, nämlich das Aequivalent der Knallsäure ist doppelt, das der Cyanursäure dreimal größer als das der Cyansäure. Das Hydratwasser wird immer durch eine gleiche Anzahl Aequivalente einer Basis ersetzt.

Die unter dem Namen **Camphene** bekannten, aus Kohlenstoff und Wasserstoff bestehenden ätherischen Oele werden sämmtlich durch die empirische Formel $C_5\,H_4$ ausgedrückt; allein sie unterscheiden sich dadurch von einander, daß ihre Aequivalente verschiedene Multipla von $C_5\,H_4$ sind, so z. B. ein Aequivalent

von Citronenöl wird durch $2(C_5\,H_4)$
„ Wachholderöl „ „ $3(C_5\,H_4)$
„ Terpentinöl „ „ $4(C_5\,H_4)$

ausgedrückt;

mithin ist in allen drei Oelen das Verhältniß der Anzahl Aequivalente von Kohlenstoff und Wasserstoff 5 : 4, aber das Aequivalent von Terpentinöl ist zweimal größer als das des Citronenöls.

So hat man eine Reihe von Körpern, deren Aequivalente vielfache von der Verbindung CH sind, und durch die Formeln

$$C_2\,H_2,\; C_4\,H_4,\; C_8\,H_8,\; C_{16}\,H_{16}$$

ausgedrückt werden; die Aequivalentvolumen dieser Körper sind ungeachtet der Ver-

schiedenheit ihrer Aequivalente, sämmtlich einander gleich; die Dichten und die übrigen Eigenschaften sehr verschieden.

Der Alcohol oder Aethyloxydhydrat $C_4 H_5 O + HO$, und Holzgeistäther oder Methyloxyd $C_2 H_3 O$ sind auch polymerische Körper, wo das Aequivalent des Ersten doppelt so groß ist als das des Zweiten.

Die Verschiedenheit der Eigenschaften der polymerischen Körper wird begreiflich, wenn man berücksichtigt, daß die Gruppirung der Atome in jedem eine andere ist, indem das zusammengesetzte Atom bei einem aus 2, bei einem andern aus 3, aus 4, 8, oder 16 einfachen Atomen besteht, und daher die aus den Kräften der einfachen Atome hervorgehende Resultirende, bei jedem Körper eine andere ist.

2. Eine andere Modification von Isomerie biethen die Körper dar, bei denen nicht nur die qualitative und prozentige Zusammensetzung gleich ist, sondern die auch rücksichtlich der Anzahl der Aequivalente, die von jedem Grundstoffe in der Verbindung vorkommen, mit einander übereinstimmen, die aber dennoch in ihren Eigenschaften sehr verschieden sind, weil die Grundstoffe, aus denen sie bestehen, in den näheren Bestandtheilen sich verschiedenartig gruppiren, und somit verschiedene Stoffe bilden, aus denen die Körper zunächst zusammengesetzt erscheinen. So werden der Ameisenäther und der Methylessigäther durch dieselbe empirische Formel

$$C_6 H_6 O_4$$

ausgedrückt; läßt man aber Alcalien auf diese Körper einwirken, so zeigen sich ihre Zersetzungsproducte sehr verschieden, der eine zerfällt in

Ameisensäure $C_2 H O_3$ und Aethyloxyd $C_4 H_5 O$,
der andere in
Essigsäure $C_4 H_3 O_3$ und Methyloxyd $C_2 H_3 O$;

woraus ersichtlich wird, daß jeder dieser beiden isomeren Körper zwei ganz verschiedene binäre Verbindungen enthält, und daß daher die gleiche Anzahl von Atomen, die jeder enthält, auf ganz verschiedene Weise in beiden geordnet ist. Isomerische Körper von dieser Art werden metamerische genannt.

3. Es gibt ferner Körper, die man isomere im engsten Sinne des Wortes nennt, deren Aequivalente, wie bei den metamerischen einander gleich sind, deren nähere Bestandtheile aber unbekannt sind, und die Ursache der Verschiedenheit ihrer Eigenschaften im Allgemeinen nur in der Verschiedenheit der Anordnung der Atome zu suchen ist. Zu dieser Klasse von isomeren Körpern gehören die in den Weinbeeren vorkommenden zwei Säuren, die Trauben- und die Weinsäure, die beide durch die Formel $C_4 H_2 O_5$ ausgedrückt werden müssen; die Traubensäure ist weniger löslich als die Weinsäure, weshalb sie durch Krystallisation von einander getrennt werden können; die krystallisirte Traubensäure enthält ein Aequivalent Wasser, das in der Weinsäure nicht vorkommt; die erstere dreht die Polarisationsebene links, die andere rechts. Pasteur fand, daß die Weinsäure in gewissen Mitteln gelöst, bei Erniedrigung der Temperatur linksdrehend wird, jedoch ist es ihm nicht gelungen, sie in Traubensäure zu verwandeln. Er fand das der weinsaure Kalk in Wasser gelöst rechts dreht, in Salzsäure gelöst links drehend wird, die Traubensäure aber unter denselben Umständen sich entgegengesetzt verhält. Beide Säuren bilden Salze, die einander in ihren Eigenschaften ähnlich sind.

Das Cyan bildet sich, wenn man stickstoffhaltige thierische Stoffe, wie getrocknetes Blut, Fleisch, Horn oder thierische Kohle erhitzt; dabei wird zuerst Kali durch den Kohlenstoff reducirt und in Kalium verwandelt, das die Verbindung des Kohlenstoffes mit dem Stickstoffe zu Cyan veranlaßt, und sich mit diesem neuen Ge-

bilde sogleich zu Cyankalium verbindet. Im Wasser löset sich das Cyankalium auf; vermischt man diese Auflösung mit schwefelsaurem Eisenoxydul und erwärmt die Mischung, so tritt das Cyan mit dem Eisen in Verbindung und wird als blaues Cyaneisen niedergeschlagen, das nach dem Abwaschen sich unverändert übertragen läßt, und in diesem Zustande als Pariserblau im Handel vorkommt; mit Thonerde gemengt heißt es Berlinerblau. Wird eine Auflösung von Cyaneisen mit Quecksilberoxyd gekocht so entsteht Cyanquecksilber und Eisenoxyd; letzteres scheidet sich als unlöslich ab, während Cyanquecksilber aufgelöst bleibt, und durch Abdampfen in farblosen Krystallen erhalten werden kann. Das Cyanquecksilber braucht man nur in einer Glasröhre zu erhitzen, um eine Ausscheidung des Cyans zu bewirken. Das Cyan erscheint bei dem gewöhnlichen Luftdrucke als ein farbloses, höchst giftiges Gas von durchdringendem Geruche; es brennt mit rosenfarbig-violetter Flamme, und wird vom Wasser absorbirt, das Cyan verbindet sich direkt mit den Metallen, unter Licht und Wärme-Entwicklung, eben so mit dem Sauerstoff und Wasserstoff. Ein Aequivalent Cyan bildet mit einem Aequivalent Wasserstoff die Cyanwasserstoffsäure (CyH) oder Blausäure, die zu den stärksten Giften gehört, und als eine farblose äußerst flüchtige Flüssigkeit erscheint, die einen starken Geruch besitzt, der in der Verdünnung an bittere Mandeln erinnert. Da die Blausäure aus bitteren Mandeln und aus den Körnern mehrerer Steinfrüchte durch Destillation mit Wasser gewonnen wird, so war man der Meinung, daß sie in diesen Körpern enthalten ist; allein sie ist eines der Zersetzungsproducte, welche sich aus den Bestandtheilen dieser Körper bei Vorhandensein von Wasser und anderen Bedingungen der Zersetzung bilden.

Die Knallsäure bildet mit Quecksilberoxyd das als Zündmittel bei Percussionsgewehren dienende Knallquecksilber.

§. 25. Abhängigkeit der Eigenschaften der Körper von der Lagerungsweise der kleinsten Theilchen (Atome). Schon das bisher Gesagte macht ersichtlich, daß die Eigenschaften der chemischen Verbindungen nicht nur von der qualitativen und quantitativen Beschaffenheit der Bestandtheile, sondern auch von der Lagerungsweise ihrer kleinsten Theilchen abhängig sind; denn ändern die Theilchen ihre Lage, so ändert sich auch die Richtung und die Stärke der Kräfte, mit denen die Theilchen auf einander wirken. So finden wir, daß die Natur aus denselben Grundstoffen und denselben quantitativen Verhältnissen eine Menge von Verbindungen bloß durch Veränderungen in der Lagerungsweise der Atome hervorbringt, wie sich dieß bei den oben besprochenen ätherischen Oelen recht auffallend zeigt. Wir können dieß aber noch durch viele andere Thatsachen bestätigen, unter denen wir nur einige besonders merkwürdige Fälle herausheben wollen.

Wird eine weiche Eisenstange eine längere Zeit hindurch schwachen, aber sich stets wiederhohlenden Hammerschlägen ausgesetzt, so kann durch diese Bewegung offenbar nichts anderes bewirkt werden, als eine andere Lagerung der kleinsten Theilchen; in der That findet man die Stange krystallinisch und in Folge dieses neuen Zustandes wird sie brüchig wie Gußeisen, und der Bruch ist nicht mehr wie beim weichen Eisen fadenförmig, sondern glatt und glänzend. — Beim Härten des Stahls wird eine Veränderung in den Eigenschaften desselben einzig durch eine mittelst plötzlicher Abkühlung bewirkte Aenderung in der Lagerung der kleinsten Theilchen erzeugt. — Wie eine geringe durch mechanische Kräfte (z. B. durch schwache Reibung, Stoß, bloße Berührung mit einer Feder) bewirkte Veränderung in der Lagerung der Theilchen eine Zersetzung mancher Körper und eine neue Gruppirung der Elemente bewirkt werden kann, ist schon in der Experimentalphysik besprochen worden.

Alcohol ($C_4H_6O_2$) übergeht an der atmosphärischen Luft bei einer Temperatur über 6° R. durch Aufnahme von Sauerstoff in eine sehr flüchtige Flüssigkeit, die man Aldehyd ($C_4H_4O_2$) nennt, und in Wasser, indem mit je 2 Aequivalenten Wasserstoff sich 2 Aequivalente Sauerstoff zu Wasser verbinden; durch eine weitere Aufnahme von 2 Aequivalenten Sauerstoff geht Aldehyd rasch in Essigsäurehydrat ($C_4H_3O_3 + HO$) über. Dieser Aldehyd verwandelt sich in verschlossenen Gefäßen bei der Temperatur von 0° in einen ganz andern Körper, dessen Dichte dreimal größer erscheint, und doch ist nichts hinzugekommen, und nichts entwichen. Bei der gewöhnlichen Temperatur erleidet der Aldehyd wieder eine andere Umwandlung, in deren Folge ein Körper entsteht, dessen Eigenschaften von dem des früheren sehr verschieden sind. Die Veränderung der Eigenschaften ist hier offenbar nur die Folge einer veränderten Anordnung der Atome.

Die Wärme, die doch nur eine Veränderung in der Lage der kleinsten Theilchen bewirkt, erzeugt auffallende Veränderungen in den Eigenschaften der Körper. Wenn z. B. das Kochsalz aus einer Auflösung in Wasser bei großer Kälte im Winter sich ausscheidet, so bildet es große wasserhelle Säulen, welche über 38 Procent chemisch gebundenes Wasser enthalten; die bei der gewöhnlichen Temperatur gebildeten würfeligen Kochsalzkrystalle sind wasserfrei. Berührt man die wasserhellen Säulen mit der Hand, so erscheinen sie alsogleich milchweiß und undurchsichtig; auf die Hand genommen zerfallen sie in einen Brei von kleinen würfelförmigen wasserfreien Kochsalzkrystallen. Hieraus ist zu ersehen, daß bei niederer Temperatur das Wasser zu den Kochsalztheilchen eine Anziehung äußert, die schon beim Gefrierpunkte nicht mehr vorhanden ist; man sieht ferner, daß durch den bei geringer Erwärmung bewirkten Austritt des Wassers die Salztheilchen sogleich auf eine andere Weise sich gruppiren, indem Krystalle von einer andern Form und andern physikalischen Eigenschaften zum Vorschein kommen.

Der Einfluß der Wärme auf die Lagerungsweise der kleinsten Theilchen zeigt sich recht auffallend bei einem Aragonitkrystalle, den man zum schwachen Glühen bringt, also einem höheren Wärmegrade aussetzt, als derjenige war, bei dem er entstanden ist; der Krystall bläht sich, ohne die mindeste Veränderung in seinem Gewichte zu erfahren, in Folge einer in seiner ganzen Masse bewirkten Bewegung der Theilchen auf, und verwandelt sich in einen Haufen von kleinen rhomboedrischen Kalkspathkrystallen. —

Ein anderes Beispiel biethet uns das Eiweiß (Albumin) im Hühner-Ei dar; dieses ist im Wasser in jedem Verhältniße löslich und wasserhell; sobald es aber bis 75° R. erhitzt wird, verliert es die Löslichkeit und Durchsichtigkeit, indem es in eine weiße Masse übergeht, deren Theilchen alle Beweglichkeit verloren haben, und die nun gegen die Wärme einen Widerstand äußert, welcher dem Eiweiße ursprünglich fehlte. Diese Veränderung der Eigenschaften des Eiweißes ist vor sich gegangen, ohne daß etwas materielles hinzugekommen ist, oder sich davon abgeschieden hat.

Da die Wärme in dem letzten so wie in dem früheren Falle nichts weiter als eine Bewegung und damit eine andere Lagerung der kleinsten Theilchen bewirken konnte, so folgt, daß in der That durch eine Abänderung in der Lagerungsweise der kleinsten Theilchen eines Körpers, die offenbar mit einer Aenderung in der Aeußerung der Molecularkräfte verbunden ist, die Eigenschaften desselben abgeändert werden.

Die Wärme übt wohl in vielen Fällen auch einen direkten Einfluß auf die chemische Anziehung der ungleichartigen Stoffe aus, indem sie dieselbe bald steigert bald schwächt oder die Richtung in der Anziehung der Theilchen ändert, und dadurch eine andere Gruppirung derselben veranlaßt. Hiebei kommt es auf den Grad der Wärme an; bei einer niederen Temperatur ist die Anziehung der Theilchen eine andere als bei einer höhern, weßhalb auch die bei niederen Temperaturen entstandenen Verbindungen sich als ganz andere Körper charakterisiren, als die aus denselben Grundstoffen aber bei höheren Wärmegraden gebildeten. Die Erfahrung lehrt, daß bei sehr niedrigen Temperaturen von — 80° C selbst solche Stoffe, die sonst kräftig auf einander chemisch einwirken, gegen einander indifferent bleiben, wie z. B. Chlor und Antimon, die bei gewöhnlicher Temperatur unter einer Feuerscheinung sich verbinden.

Wegen der Eigenschaft des Eiweißes, in der Wärme zu gerinnen, benutzt man Eiweiß und Blut, worin auch Eiweiß enthalten ist, zum Klären der Flüssigkeiten, z. B. in Zuckersiedereien und in der Kochkunst, indem bei diesem Gerinnen alle in Suspension befindliche fremde Materien aufgenommen werden. Mit Kalk erhärtet das Eiweiß, weshalb dieses Gemenge als Kitt gebraucht wird, wobei aber auch Blut verwendet werden kann.

§. 26. Organische Verbindungen. Die Verbindungen der Grundstoffe, die wir in der organischen Natur finden, sind unter dem mächtigen Einflusse der Lebenskraft aus den Elementen der Nahrungsmitteln entstanden. Die Lebenskraft erscheint bei den Bildungen in der Natur als eine Kraft, welche ruhende Atome in Bewegung, und bewegte durch Widerstand in Ruhe zu versetzen vermag, wie dieß schon aus dem Umstande ersichtlich wird, daß sie den Zusammenhang, welcher zwischen den Elementen der Nahrungsmittel besteht, aufhebt und die Atome zu einer anderen Lagerungsweise nöthigt; sie besitzt, wie die Wärme und die Electricität die Fähigkeit, die Richtung und die Stärke der chemischen Anziehung, welche den Elementen der Nahrungsmittel eigenthümlich ist, mannigfaltig abzuändern, so daß die Anziehung gewisser Stoffe zu einander erhöhet, die der andern vermindert oder aufgehoben wird, oder daß ihre Richtung in eine entgegengesetzte übergeht. Auf diese Art bestimmt die Lebenskraft sowohl die Anzahl der einfachen Atome, die sich zu einem zusammengesetzten Atom vereinigen, als auch die Art und Weise ihrer Lagerung; sie bestimmt somit die Form und die besonderen Eigenthümlichkeiten der unter ihrem Einflusse entstandenen Verbindung. Unter dem Einflusse der Lebenskraft entstehen Verbindungen, welche außerhalb des Organismus durchaus nicht möglich sind, und daher auf künstlichem Wege nicht erzeugt werden können, weil hier ihre eigenthümlichen chemischen Kräfte durch Wärme, Electricität und durch Cohäsionskräfte zu einer ganz andern Wirkungsweise bestimmt werden, in Folge welcher Bildungen von einer ganz andern Beschaffenheit entstehen.

Die unter dem unmittelbaren Einflusse der Lebenskraft in den Organismen der Thiere und der Pflanzen gebildeten Verbindungen, sind sehr zahlreich, und noch zahlreicher die, welche aus ihnen auf künstlichem Wege dargestellt werden. Beide Arten von Verbindungen, die in den organisirten Wesen vorkommen, so wie die aus ihnen künstlich erzeugten, heißen organische. Die Darstellung der letzteren beruht im Allgemeinen darauf, daß

eine jede der ersteren Verbindungen aus vielen Aequivalenten besteht, und diese durch Wärme und andere künstliche Mittel in mehrere Gruppen zerlegt werden, weshalb die künstlich gebildeten organischen Verbindungen eine einfachere Zusammensetzung besitzen, als die im Organismus unter der Mitwirkung der Lebenskraft entstandenen.

So z. B. gibt die Formel $C_{12} H_{12} O_{12}$ die Zusammensetzung des Traubenzuckers, der in manchen Pflanzen erzeugt wird; durch den Gährungsprozeß zerfällt er in zwei Gruppen, in 2 Aequivalente Weingeist 2 $C_4 H_6 O_2$ und in 4 Aequivalente Kohlensäure 4 $C O_2$, die offenbar eine einfachere Zusammensetzung besitzen. Der Weingeist geht durch Aufnahme von Sauerstoff in Essigsäure $C_4 H_3 O_3$ und in Wasser über; durch eine weitere Oxydation zerfällt endlich die Essigsäure in Wasser und Kohlensäure, mithin in jene unorganische Verbindungen aus denen der Traubenzucker sich in der Pflanze gebildet hat.

In den thierischen Organismen können keine andern Grundstoffe vorkommen, als die in den Pflanzen, welche ihnen zur Nahrung dienen, enthalten sind. Nun gibt es nur 16 Grundstoffe, die in der Planzenwelt und somit auch in der Thierwelt zu finden sind; diese sind: Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff, Stickstoff, Schwefel, Phosphor, dann die Haloide Chlor, Jod, Brom, und wiewohl selten auch Spuren von Fluor; dann Kiesel (Silicium), ferner die Metalle: Kalium, Natrium, Magnesium, Calcium und Eisen, jedoch in Verbindung mit Sauerstoff als Kieselerde, Kali, Natrum, Bittererde (Talkerde), Kalk und Eisenoxyd. Die große Mannigfaltigkeit organischer Verbindungen bei der geringen Anzahl von Grundstoffen, aus denen sie bestehen, wird erreicht theils durch die Vielfältigkeit der Verhältnisse, in denen sich die wenigen Grundstoffe mit einander vereinigen, theils aber auch dadurch, daß dieselbe Anzahl von Aequivalenten einiger Grundstoffe auf eine verschiedene Art und Weise gruppirt wird, wie wir es bei den isomerischen Körpern gesehen haben. Auch machten scharfsinnige Chemiker die folgenreiche Entdeckung, daß es gewisse aus Grundstoffen zusammengesetzte Verbindungen gibt, welche in den organischen Verbindungen die Rolle von Grundstoffen spielen, und so wie diese mit verschiedenen Grundstoffen neue Verbindungen eingehen, mit Sauerstoff und Schwefel sogar Säuren und Basen erzeugen, die sich entweder mit einander oder mit unorganischen Basen und Säuren verbinden. Diese Stellvertreter von Grundstoffen heißen *zusammengesetzte Radicale*. So viele zusammengesetzte Radicale es also gibt, eben so viele Elemente zur Bildung organischer Körper sind vorhanden.

Durch die Entdeckung der zusammengesetzten Radicale hat man nicht nur eine Einsicht in die Zusammensetzungsweise vieler organischer Verbindungen und in die Umwandlung der einen in die andere gewonnen, sondern man hat auch die Zusammensetzung dieser Verbindungen mit denen der unorganischen in einen Einklang gebracht und eine größere Einfachheit in die Behandlung der organischen Körper eingeführt, welche die Auffassungsweise sehr erleichtert.

Das zuerst entdeckte zusammengesetzte Radical war das *Cyan*, das man nebst zwei anderen: *Kohlenoxyd* (CO) und *Mellon* ($C_4 H_6$) auch wirklich im isolirten Zustande darstellen kann; man kennt aber viele andere, die man nicht isolirt darzustellen vermag, die sich aber von einem Grundstoff auf einen andern übertragen lassen, daher man an der Existenz der-

selben nicht zweifelt. Zu diesen letzteren gehörten z. B. Formyl ($C_2 H = Fe$), Acetyl ($C_4 H_3 = Ac$), Aethyl ($C_4 H_5 = Ae$), Methyl ($C_2 H_3 = Me$), Glyceryl ($C_6 H_7$.) Die Verbindungen der zusammengesetzten Radicale mit Grundstoffen werden als binäre Verbindungen oder Verbindungen der ersten Ordnung betrachtet. Bisher ist es aber nicht möglich gewesen, zusammengesetzte Radicale in allen organischen Verbindungen nachzuweisen.

Kohlenoxyd ist ein zusammengesetztes Radical, denn $2CO + O = C_2 O_3$ d. i. Oxalsäure. Wird 1 Aequivalent Kohlenoxydgas mit 1 Aequivalent Chlorgas gemengt und das Gemenge dem direkten Sonnenlichte ausgesetzt, so verbinden sich beide Gase in wenigen Minuten zu einem farblosen unangenehm riechenden Gase, das man Phosgengas nennt, und das sich im Wasser in Kohlen- und Salzsäure zersetzt.

Formyl bildet mit O_3 die Ameisensäure oder Formylsäure; wird darin der Sauerstoff durch Chlor vertreten, so entsteht das sogenannte Chloroform.

Acetyl gibt in Verbindung mit O_3 die Essigsäure oder Acetylsäure, und mit O_2 die acetylige Säure.

Methyl in Verbindung mit 1 Aequivalent Sauerstoff bildet ein farbloses angenehm riechendes brennbares Gas, das man Methyloxyd nennt, und das mit 1 Aequivalent Wasser in ein Hydrat übergeht, welches man durch trockene Destillation des Holzes unter dem Namen Holzgeist erhält. Mit der Ameisensäure bildet das Methyloxyd den oben besprochenen Ameisenäther. Wenn $MeO + HO$ mit Cl. H. d. i. mit Chlorwasserstoffsäure zusammengebracht wird, so entsteht Methylchlorür ($Me\,Cl$) und Wasser. Die Verbindung ($Me\,O + SO_3$) gibt mit Fl. K. d. i. mit Fluorkalium, Methylfluorür und Schwefelsaures Kali.

Aethyl bildet mit O das Aethyloxyd, (den Aether) dessen Hydrat Alcohol heißt; bringt man $Ae\,O + HO$ mit Cl. H zusammen, so entsteht Ae. Cl d. i. Aethylchlorür und Wasser. Auf ähnliche Weise erhält man Aethylbromür, Aethyljodür, und Aethylsulfür. Mit Essigsäure bildet das Aethyloxyd den Essigäther, mit der bei der Gährung des Weins entstehenden Oenanthsäure (von οἶνος Wein und ἄνθος Blume) den Oenanthsäure-Aether, von dessen Gegenwart der Weingeruch herrührt.

Das Glyceryl bildet mit O_5 ein süßschmeckendes Oxyd, welches Glyceryloxyd oder auch Oelsüß, Oelzucker heißt und aus Fettarten mittelst einer ätzenden alcalischen Lauge ausgeschieden wird, während das Alcali mit den andern Bestandtheilen der Fette Seifen bilden, die im Wasser löslich sind. Behandelt man diese Seifen mit Schwefelsäure, so scheiden sich die an die Alcalien gebundenen Stoffe aus, und erscheinen als ein Gemische von mehreren in ihrer Zusammensetzung sehr verschiedenen fetten Säuren. Die Zusammensetzung der am häufigsten vorkommenden fetten Säuren im Hydratzustande ist durch die Formel $C_m H_m O_n$ ausgedrückt, wo m und n ganze Zahlen sind, und n bei allen den Werth 4, und nur bei der Stearinsäure den Werth 7 hat. Bezeichnet man mit R das Radical CH, so ist

die Buttersäure	$= 8\,R + O_4$,	die Cocinsäure	$= 26\ R + O_4$
„ Capronsäure	$= 12\,R + O_4$	„ Palmitinsäure	$32\ R + O_4$
„ Caprilsäure	$= 16\,R + O_4$	„ Margarinsäure	$34\ R + O_4$
„ Caprinsäure	$= 20\,R + O_4$	„ Stearinsäure	$2\,(34)\ R + O_7$

Die ersten 4 Säuren sind flüchtig und kommen in der Butter vor. Zieht man überall HO und bei der Stearinsäure 2 HO ab, so erhält man die Zusammensetzung der fetten Säuren wie sie in den Salzen vorkommen. Zu den verbreitetsten fetten Säuren gehört die Oelsäure $C_{36} H_{34} O_4$, deren Zusammensetzung etwas von den anderen abweicht; sie ist bei der gewöhnlichen Temperatur flüßig und gesteht erst bei einigen Graden unter Null, während die Stearin- und die Margarinsäure bei der gewöhnlichen Luftwärme fest sind, aber leicht schmelzen, erstere bei 60° R. letztere schon bei 48° R. — Die allgemein vorkommenden Fettarten werden als Verbindungen des Glyceryloxyds mit Stearin- und Margarin- und mit Oelsäure betrachtet, und sind unter den Namen Stearin, Margarin und Olein bekannt. Sie erscheinen in der Natur stets mit einander in den mannigfaltigsten Verhältnißen gemengt. Diejenigen fetten Körper, die bei der gewöhnlichen Luftwärme fest sind, enthalten Stearin und Margarin in

überwiegender Menge und heißen Talgarten, wie z. B. der Hammeltalg, Ochsentalg. Werden sie zwischen Tuch oder ungeleimten Papier gepreßt, so kann man einen großen Theil von Olein ausscheiden, der Talg wird härter, weniger schmelzbar und liefert bessere Talglichter; viel vorzüglicher sind die aus Stearinsäure und Margarinsäure bestehenden. — Die fetten Körper, die bei gewöhnlicher Luftwärme flüssig erscheinen, nennt man fette Oele.

Die in der Pflanzenwelt vorkommenden Verbindungen zerfallen zunächst in zwei Reihen, in solche die keinen Stickstoff enthalten, und deshalb stickstofffreie genannt werden, und in stickstoffhaltige Verbindungen. Unter den ersteren findet man eine Reihe, die im Organismus der Pflanzen aus Kohlensäure und Wasser durch einen Desoxydationsproceß gebildet werden, wobei entweder aller Sauerstoff ausgeschieden wird, und Verbindungen entstehen, die nur aus Kohlenstoff und Wasserstoff zusammengesetzt sind, wie z. B. die zahlreiche Reihe der Camphene, oder es bleibt noch ein geringer Theil des Sauerstoffes in der Verbindung zurück, so das Produkte entstehen, die an Sauerstoff arm sind, wie z. B. viele aromatische Oele und alle Fettarten, auch die geschmacklosen und bitteren Stoffe. Die Ausscheidung des Sauerstoffes erfolgt nur nach und nach; daher werden anfänglich sauerstoffreiche Produkte als Säuren in den Pflanzen vorgefunden, die erst allmälig nach einer Reihe von Metamorphosen in die Sauerstofffreien oder Sauerstoffarmen Verbindungen übergehen. Jedoch entstehen diese letzteren nicht in allen Pflanzen; häufig geht die Ausscheidung des Sauerstoffes nur so weit, daß der Rest desselben mit dem vorhandenen Wasserstoffe Wasser zu bilden vermöchte; solche Verbindungen kann man durch die Formel $C_m H_n O_n = C_m + nHO$ ausdrücken, man nennt sie auch Kohlenhydrate.

Z. B. das Amylon oder Stärke ($C_{12} H_{10} O_{10}$), Gummi ($C_{12} H_{11} O_{11}$) krystallisirter Rohrzucker $C_{12} H_{11} O_{11}$, trockener Traubenzucker $C_{12} H_{12} O_{12}$, die Zellensubstanz oder Cellulose ($C_{12} H_{10} O_{10}$), Fruchtmark $C_{28} H_{22} O_{22}$, Milchzucker $C_{12} H_{10} O_{10} + 2 HO$. Sie sind theils vom süßem Geschmack, theils lassen sie sich in Substanzen von süßem Geschmack überführen.

Hieraus wird ersichtlich, daß die Pflanzen in ihren verschiedenen Entwickelungsstuffen verschiedenartige Stoffe enthalten, weshalb viele aus Pflanzen bereitete Arzneimittel nur in bestimmten Entwickelungsperioden bereitet werden können.

Die Ausscheidung des Sauerstoffes kann aber nur bei Gegenwart von Sonnenlicht Statt finden, daher wird der Uebergang der sauerstoffreichen Bildungen in solche, die an Sauerstoff ärmer sind, bei Abwesenheit des Sonnenlichtes mithin zur Nachtzeit nicht vor sich gehen können; dagegen desto rascher fortschreiten, je intensiver das auffallende Sonnenlicht ist, und je länger seine Einwirkung dauert; deshalb wird bei kurzen Tagen und langen Nächten nur eine geringe Menge von den an Sauerstoff armen Produkten gebildet, aber sie werden selbst im hohen Norden während des kurzen Sommers bei der langen Dauer der Tage in den Nadelhölzern und Birken in großer Menge erzeugt. — Das direkte Sonnenlicht wirkt weit energischer als das zerstreute, d. i. das von der erleuchteten Atmosphäre oder andern erleuchteten Gegenständen zurückgeworfene oder durch die Wolken bringende Sonnenlicht, daher wird der Gehalt an manchen Stoffen wie z. B. an den sauerstoffärmeren Verbindungen geringer sein, wenn während des Wachsthums der Pflanze der Himmel ganze Tage hindurch mit Wolken bedeckt war. Diese sauerstoffarmen Verbindungen wie fette und ätherische

Oele sind das Endresultat der in den Pflanzen vor sich gehenden Metamorphosen und erscheinen am reichlichsten im Samen abgelagert; da davon in nassen Jahren, in denen es am Sonnenlichte mangelt, nur wenig entstehen kann, so ist der Samen in solchen Jahren nur unvollkommen ausgebildet, und ist zum Anbau nicht geeignet. Alle Culturpflanzen bedürfen zu ihrer vollkommenen Ausbildung des direkten Sonnenlichtes; doch gibt es auch Pflanzen, wie Schwämme, Moose, Lichen, die nur an einem schattigen Orte, also im zerstreuten Lichte gedeihen. — Auch das Mondlicht, welches nur das von der Mondesoberfläche zurückgeworfene Sonnenlicht ist, muß auf den Stoffwechsel in den Pflanzen einen Einfluß ausüben, der jedoch noch geringer ist, als der des zerstreuten Lichtes.

Zur Nachtzeit kann die aufgenomme Kohlensäure aus Mangel an Licht nicht zersetzt werden; sie erhält sich daher in dem Safte der Pflanze unverändert, entweicht aber auch theilweise mit dem verdünstenden Wasser; hieraus wird die schon lange bei den Pflanzen beobachtete Anhäufung der Kohlensäure während der Nachtzeit erklärbar. Das Sonnenlicht verleiht den Pflanzen die Kraft, der Einwirkung des Sauerstoffs zu widerstehen; zur Nachtzeit geht ihnen diese Fähigkeit ab, und weshalb der Sauerstoff während der Nacht mit manchen Stoffen, wie z. B. mit den ätherischen Oelen, mit der Gerbesäure Verbindungen eingeht, mit denen er sich am Tage nicht verbindet. Je reichlicher ein Pflanzentheil an solchen Stoffen ist, die sich leicht mit dem Sauerstoff verbinden, desto mehr Sauerstoff wird derselbe während der Nacht aufnehmen, wie z. B. die von einem flüchtigen Oele durchdrungenen Nadeln der Fichten, die gerbesäuerhaltigen Blätter der Eiche, die balsamischen Blätter der Pappel. Da der Geruch ätherischer Oele von einer Sauerstoffaufnahme herrührt, so wird uns erklärbar, warum manche Blumen erst nach Sonnenuntergang anfangen einen Geruch zu verbreiten. Auch wird ersichtlich wie es komme, daß die Blätter mancher Pflanze am Morgen sauer schmecken, gegen Mittag geschmacklos und am Abend bitter erscheinen. Bei dieser Oxydation zur Nachtzeit werden entweder höhere Oxyde gebildet, oder es wird nur der in den Pflanzenstoffen reichlich vorkommende Wasserstoff oxydirt.

Unter den stickstoffhaltigen organischen Verbindungen sind nebst den als organische Basen bekannten Alcaloiden besonders jene merkwürdig, die nebst Kohlenstoff, Wasserstoff, Sauerstoff und Stickstoff stets etwas Schwefel enthalten, und unter den Namen Fibrin, Albumin und Casein oder Käsestoff bekannt sind. Sie sind nicht krystallisirbar, lassen sich nicht unzersetzt verflüchtigen, und gehen leicht in Fäulniß über; sie haben nahezu dieselbe procentische Zusammensetzung und die Verschiedenheit ihrer Eigenschaften ist größtentheils den unorganischen, meistens phosphorsauren Salzen, die mit ihnen verbunden sind, zuzuschreiben. Diese Stoffe, die man auch Albuminoide nennt, sind die eigentlichen Nahrungsmittel der Menschen und Thiere, indem nur aus ihnen das Blut sich bildet, welches den Organen die zu ihrer Entwicklung oder zum Ersatz für verbrauchte Theile nothwendigen Elemente darbiethet; weshalb sie auch blutgebende Nahrungsstoffe genannt werden. Die stickstofffreien Nahrungsmittel der Thiere werden im Organismus zur Fettbildung und zur Entwicklung der nöthigen Wärme, wie wir es in der Wärmelehre erfahren werden, verwendet.

Man betrachtet diese Stoffe auch als Verbindungen eines eigenthümlichen Körpers, des Proteins ($N_6\ C_{48}\ H_{36}\ O_{14}$) mit Schwefel und Phosphor, und nennt sie deßhalb Proteinverbindungen.

Das Fibrin (Faserstoff) kommt in dem Samen der Getreidearten mit einem leimartigen Stoffe verbunden und heißt dann Kleber; es kommt im Blute und im Fleische reichlich vor. — Das Albumin erscheint häufig im ölgebenden Samen, im

Safte der Gemüsepflanzen, insbesondere im Thier-Ei und im Blutwasser. — Das Casein, erscheint reichlich in den Hülsenfrüchten, Erbsen, Bohnen, Linsen, dann in der Milch, welche die Hauptnahrung des jungen Thieres bildet.

Statik.

§. 27. **Statische Messung einer bewegenden Kraft; Leistung oder Arbeitsgröße derselben.** Der Zweck der Statik ist, die Bedingungen festzustellen, unter welchen bewegende Kräfte, die auf einen materiellen Punkt, oder auf ein System von materiellen, mit einander zusammenhängenden Punkten einwirken, sich das Gleichgewicht halten.

Jede bewegende Kraft strebt den Angriffspunkt nach einer bestimmten Richtung und mit einer bestimmten Stärke in Bewegung zu setzen; wird diese Bewegung durch andere Kräfte gehemmt, so gibt sich die Bestrebung zur Bewegung entweder durch Druck oder durch Spannung zu erkennen. So z. B. übt ein Körper in Folge seines Bestrebens, der Schwerkraft zu folgen, einen Druck aus, falls er auf einer Unterlage ruht, und erzeugt eine Spannung an einer Schnur, an deren einem Ende er hängt, während das andere befestigt ist.

Die Größe einer Kraft wird statisch auf die Art bestimmt, daß man sie auf einen Punkt in einer gewissen Richtung wirken läßt, eine andere Kraft als Einheit wählt, und hierauf untersucht, wie oft man diese Krafteinheit und Bruchtheile derselben auf denselben Punkt in der gerade entgegengesetzten Richtung wirken lassen muß, um Gleichgewicht zu erzeugen; da zwei auf einen Punkt in gerade entgegengesetzten Richtungen wirkende Kräfte sich nur dann das Gleichgewicht halten, wenn sie einander gleich sind, und Kräfte die nach einerlei Richtung wirken sich addiren; so ist die Größe der gegebenen Kraft durch die Anzahl der ihr Gleichgewicht haltenden Krafteinheiten und Bruchtheile derselben vollkommen bestimmt.

Wenn eine Kraft unmittelbar auf eine Last oder einen gleichmäßigen Widerstand wirkt, und mit unveränderter Stärke diese Last fortbewegt oder den Widerstand überwindet; so wird die Leistung oder die verrichtete Arbeit der Kraft nicht nur nach der Größe der Last, sondern auch nach der Größe des Weges, der dabei zurückgelegt wird, beurtheilt, da offenbar die Leistung der Kraft 2, 3 .. n mal größer ist, wenn die Last 2, 3 .. n mal weiter gebracht wird oder der Weg, durch den die Ueberwindung des beständigen Widerstandes Statt fand, 2, 3 .. n mal größer ist. Haben z. B. 2 Pferde eine Länge von 300 Klaftern gepflügt, so ist ihre Leistung 3mal größer, als wenn sie unter gleichen Umständen nur die Länge von 100 Klaftern gepflügt hätten. Die Größe der Last, oder des Widerstandes überhaupt, bestimmt die Größe der darauf unmittelbar einwirkenden Kraft, nach dem Satze: Wirkung und Gegenwirkung sind gleich. Als Einheit der Leistung einer Kraft wird die Bewegung einer Last von 1 Pfund durch einen Weg von 1 Fuß angenommen; man nennt diese Einheit Fußpfund. Bewegt eine constante Kraft 2, 3 .. n mal mehr Pfunde einen Fuß weit, so wird ihre Leistung durch die Zahl 2, 3 .. n ausgedrückt; wird aber die Last von n Pfunden 2, 3 .. m Fuß weit gebracht, so ist ihre Leistung $= 2n, 3n, \ldots, mn$ d. h. die Leistung oder die Arbeitsgröße einer Kraft während einer bestimmten Zeit wird durch das Product aus der Kraft, welche einen ihr gleichen Widerstand überwindet, in den in dieser Zeit zurückgelegten Wege ausgedrückt. Wird z. B. eine

Last von 10 Pfunden 4 Fuß weit gebracht, so ist die Leistung der der dabei thätigen Kraft gleich 40 Fußpfund; eben so groß ist die Leistung einer Kraft, welche 8 Pfunde 5 Fuß weit bewegt. — Die Zeit ist dabei nur in so ferne zu berücksichtigen, als die Kraft größer sein muß, wenn dieselbe Arbeit in kürzerer Zeit verrichtet werden soll.

Wenn ein Pferd einen beladenen Wagen mit der Zugkraft von 100 Pfund 4 Fuß weit in jeder Secunde fortzieht, so ist die Arbeitsgröße des Pferdes in einer Secunde 100 $\times$ 4 = 400 Pfund. Diese Leistung, zu der ein mittelstarkes Pferd wirklich geeignet ist, wenn es täglich 8 Stunden lang arbeitet, heißt eine Pferdekraft. Im Maschinenwesen nimmt man die Pferdekraft mit 430 Pfund an, und benützt sie als Arbeitseinheit bei Berechnung der Leistung der Dampfmaschinen, Wasserräder und anderer Maschinen; wenn z. B. die Leistung eines Wasserrades in 1 Sec. 4300 Fußpfund beträgt, so ist sie nach Pferdekraft ausgedrückt = 4300 : 430 = 10 d. h. gleich der Kraft von 10 Pferden.

§. 28. Virtuelle Bewegung. Ein materieller Punkt, der nach allen denkbaren Richtungen beweglich ist, heißt ein freier Punkt; liegt ein beweglicher, materieller Punkt auf einer unbeweglichen festen Ebene oder auf einer festen Linie, so ist er nicht mehr frei, indem die Bewegung desselben nach gewissen Richtungen unmöglich ist. Sind zwei oder mehrere materielle Punkte in einer solchen Verbindung, daß sich keiner für sich allein bewegen kann, sondern bei der Bewegung des einen auch eine Bewegung der andern Statt findet, so nennt man diese Verbindung ein System von materiellen Punkten. Die Verbindung eines materiellen Punktes mit andern solchen Punkten hat zur Folge, daß jeder einzelne Punkt nur nach gewissen Richtungen beweglich wird, ferner daß an dem ganzen Systeme selbst nur gewisse Bewegungen als möglich erscheinen, und daß bei diesen Bewegungen die materiellen Punkte nicht immer den Richtungen der auf sie wirkenden Kräfte folgen, sondern Wege beschreiben, die von diesen Richtungen abweichen. Man nennt jede willkürliche sehr kleine Verschiebung, die ein materieller Punkt oder ein System von materiellen Punkten unter den obwaltenden Umständen gestattet, eine virtuelle Bewegung, zum Unterschiede von einer actuellen, die durch die Thätigkeit bewegender Kräfte nach bestimmten Richtungen hervorgebracht wird. Ein Kügelchen, das an dem Ende einer Schnur hängt, deren zweites Ende befestigt ist, kann nicht nur nach allen Seiten an der Oberfläche der Kugel, deren Mittelpunkt der Befestigungspunkt und deren Halbmesser die Länge der Schnur ist, bewegt werden, sondern auch nach allen Richtungen innerhalb des inneren Raumes dieser Kugel; aber es ist nicht möglich, ihr eine Bewegung zu geben, wobei sie weiter vom Aufhängepunkte der Schnur sich entfernen würde; es sind demnach bei diesem Kügelchen alle Bewegungen virtuell, bei welchen ihr Abstand vom Aufhängepunkt nicht vergrößert wird. — Ein doppelarmiger Hebel z. B. biethet uns eine Verbindung von materiellen Punkten dar, bei welcher sowohl der Angriffspunkt der Kraft, als der Angriffspunkt der Last nach zwei einander entgegengesetzten Richtungen bewegt werden kann, nämlich nach abwärts und nach aufwärts; allein nicht jede der zwei Bewegungen des einen Punktes ist mit beiden Bewegungen des andern Punktes verträglich, so daß an dem Hebel selbst, nur zwei Bewegungen möglich bleiben, nämlich die eine, wo der Angriffspunkt der Kraft nach abwärts geht, während der andere nach aufwärts steigt, und dann die, wo das Gegentheil Statt findet; in beiden Fällen beschreiben die Angriffspunkte Kreisbögen,

deren Lage von den geradlinigen Richtungen der Kräfte abweicht. Hieraus wird ersichtlich, daß man zwischen der virtuellen Bewegung der einzelnen Punkte und der virtuellen Bewegung des ganzen Systems unterscheiden müsse. — Nicht nur am Hebel sondern an jeder anderen Maschine entspricht einer virtuellen Bewegung eine zweite, wobei die einzelnen Punkte sich in derselben Weise, aber nach entgegengesetzten Richtungen bewegen.

Die von den materiellen Punkten eines Systems, bei einer virtuellen Bewegung zurückgelegten kleinen Wege liegen in Folge der gegenseitigen Verbindung der Punkte nicht immer in den Richtungen der Kräfte; nehmen wir an, der Punkt m Fig. 11. auf den eine Kraft in der Richtung mx wirkt, komme bei der virtuellen Bewegung entweder nach n oder nach n'; so fällt man von n oder n' Senkrechte auf die Richtung der Kraft oder auf die nach rückwärts gehende Verlängerung dieser Richtung, und erhält das Stück mo oder mr, welches den Weg angibt, der bei der vorgenommenen Bewegung im Sinne der Kraft beschrieben wurde, und nichts anderes ist als die Projektion dieses Weges auf die Richtung der Kraft.

Fig. 11.



Man nennt mo oder mr die Projektion der virtuellen Bewegung, oder auch die nach der Richtung der Kraft geschätzte virtuelle Geschwindigkeit; sie ist positiv, wenn sie in die Richtung fällt, in welcher die Kraft den Punkt zu bewegen strebt, dagegen negativ, wenn sie in die entgegengesetzte Richtung zu liegen kommt, wie z. B. mr. Ist die Projektion gleich Null d. h. geschieht die virtuelle Bewegung in einer auf die Richtung der Kraft senkrechten Richtung z. B. nach ms, so wäre die Leistung der Kraft auch Null, mit anderen Worten, die Kraft kann an einer solchen Bewegung keinen Antheil nehmen, dabei weder fördernd noch hemmend wirksam sein.

Wenn die Kräfte, die auf die einzelnen Punkte eines Systems mit verschiedener Stärke und nach verschiedenen Richtungen einwirken, sich das Gleichgewicht halten, so muß an jedem Punkte die Bestrebung zur Bewegung, die ihm die auf ihn einwirkende Kraft ertheilt, durch diejenige aufgehoben werden, welche er von den andern Kräften in Folge seiner Verbindung mit den andern Punkten des Systems in entgegengesetzter Richtung erhält, so daß keine von den virtuellen Bewegungen des Systems eintreten d. i. actuell werden kann. Ertheilt man nun dem ganzen Systeme irgend eine virtuelle Bewegung, so daß dabei weder die Richtung, noch die Stärke, noch der gegenseitige Abstand der Angriffspunkte der Kräfte geändert wird; so muß das Gleichgewicht fortbestehen. Wir haben nun die Bedingung festzustellen, unter welcher die Kräfte, die auf ein System von materiellen Punkten einwirken, sich das Gleichgewicht halten.

§. 29. Prinzip der virtuellen Bewegung. Um diese Bedingung oder richtiger das Gesetz für das Gleichgewicht der auf ein System von materiellen Punkten einwirkenden Kräfte aufzufinden, wollen wir:

1. Zwei wohl polirte Ringe nehmen, den einen A Fig. 12. unbeweglich machen, an ihm oder an dem andern B das Ende eines vollkommen biegsamen, aber undehnbaren Fadens befestigen und diesem eine solche Länge geben, daß man ihn durch beide Ringe mehrere Male, und sein zweites Ende durch den fixen Ring durchziehen kann; an dieses letztere Ende wird eine Kraft P angebracht, die einer gewissen an dem beweglichen Ringe B hängenden Last Q das Gleichgewicht hält. Die Last wird von jedem zwischen den beiden Ringen befindlichen Theile der Schnur gleichmäßig getragen, daher wird jeder Theil gleichmäßig gespannt erscheinen; sind n Schnurtheile vorhanden, so wird jeder Schnurtheil mit dem n^{ten} Theile von Q abwärts gezogen, und man muß, um das Gleichgewicht zu erhalten, an dem freien Schnurende eine Kraft P wirken lassen, die einen gleich starken Zug in der entgegesetzter Richtung auszuüben vermag; daher muß auch

Fig. 12.



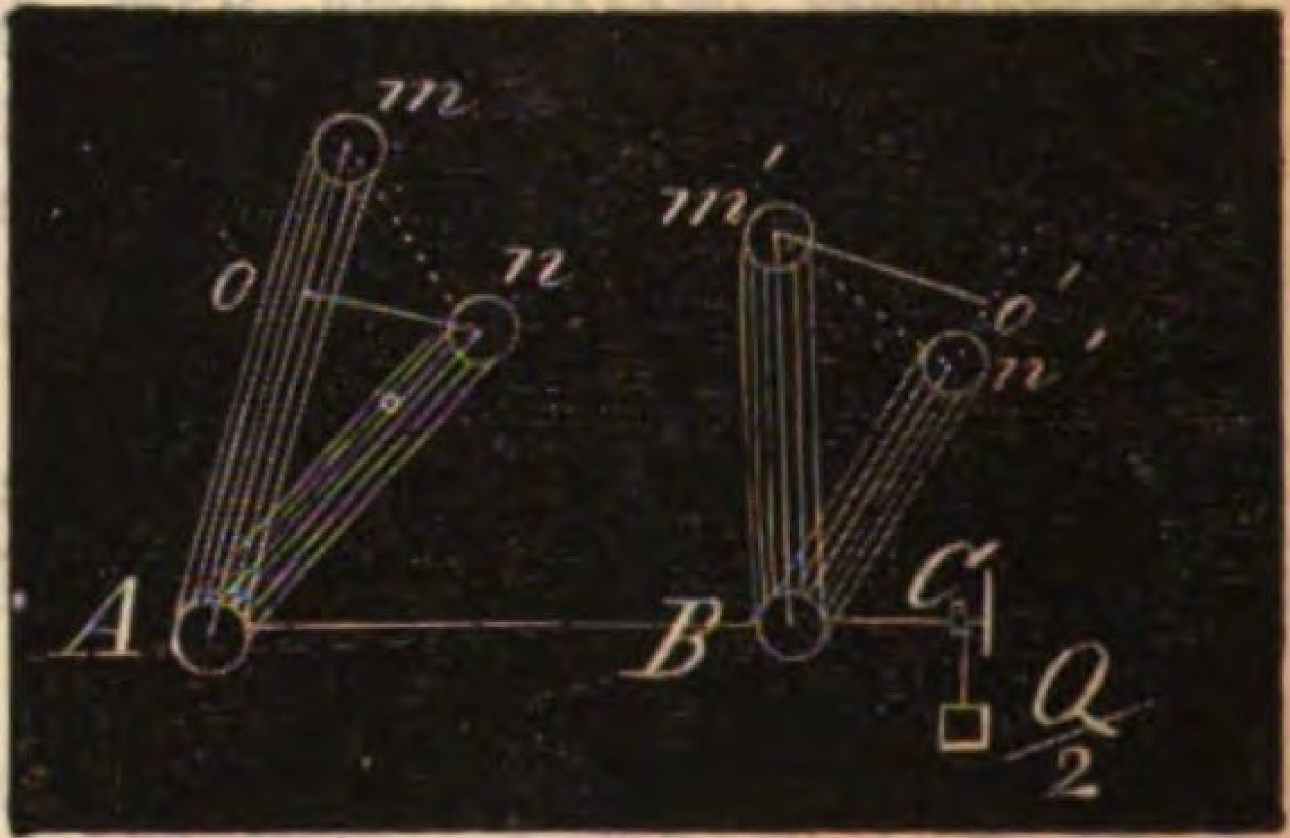
$$P = \frac{Q}{n}, \text{ und } nP = Q$$

sein, d. h. die Last Q wird von einer Kraft im Gleichgewichte erhalten, die nur den n^{ten} Theil ihrer Größe beträgt, oder mit andern Worten, die Kraft P übt mittelst der beschriebenen Maschine auf die Last einen Zug aus, dessen Stärke nmal größer ist, als die Stärke der Kraft selbst.

Wir haben nun eine Vorrichtung, die uns dazu dient, den Zug einer Kraft gegen irgend einen Widerstand beliebig zu verstärken; man hat nur nöthig, die Zahl der Schnurtheile gehörig zu vermehren. Da aber $n = \frac{Q}{P}$ eine ganze Zahl sein muß, so muß auch die Kraft P ein aliquoter Theil des Wiederstandes Q sein. Ist die Anzahl der Schnurtheile eine gerade, so befestigt man das eine Ende der Schnur an dem fixen Ringe, hingegen an dem beweglichen, wenn diese Anzahl eine ungerade ist.

2. Es seien m und m′ Fig. 13. zwei miteinander auf irgend eine Art verbundene bewegliche Massentheilchen, auf welche die Kräfte P und P′ in den Richtungen mA und mB wirken, aber einander das Gleichgewicht halten; diese Kräfte seien commensurabel, und es sei Q das gemeinschaftliche Maß, welches in der Größe P rmal und in der Größe P′ r′mal enthalten, und daher

Fig. 13.



$$P = rQ \text{ und } P' = r'Q, \text{ oder}$$
$$P = 2r.\frac{Q}{2} \text{ und } P' = 2r'.\frac{Q}{2}$$

ist. Denken wir uns an die frei beweglichen Punkte m und m′ Ringe angebracht, und an irgend einem Punkte in der Richtung der Kraft P einen Ring A befestigt, eben so einen zweiten B in der Richtung der andern Kraft P′, so daß A und B keine Annäherung einander gestatten; nun werde das Ende einer langen Schnur an dem Ringe A festgemacht, und diese zuerst 2rmal

zwischen A und m gezogen, hierauf führe man sie von dem fixen Ringe A zu dem Ringe B, durchziehe sie zwischen B und m′ 2r′mal, so endigt man abermals an dem fixen Ringe B, von wo man die Schnur über eine fixe Rolle C führt, und an ihrem Ende ein Gewicht $\frac{Q}{2}$ anbringt. Letzteres Gewicht übt gegen m einen Zug aus von der Stärke $2r.\frac{Q}{2} = P$ in der Richtung mA und gegen m′ einen Zug von der Stärke $2r'.\frac{Q}{2} = P'$ in der Richtung m′ B; mithin wirkt $\frac{Q}{2}$ vermittelst der Ringe und der durchgezogenen Schnur auf m und m′ genau auf dieselbe Weise, wie die Kräfte P und P′ und bringt daher an dem Systeme genau dieselbe Wirkung hervor, wie die letzteren zwei Kräfte; es wird also an dem Systeme auch dann noch Gleichgewicht herrschen, wenn die Kräfte P und P′ durch das Gewicht $\frac{Q}{2}$ ersetzt werden, ungeachtet dieses Gewicht beständig zu fallen strebt.

Wählt man unter den virtuellen Bewegungen des Systems irgend eine heraus, und ertheilt sie dem Systeme in der Art, daß die Angriffspunkte der Kräfte, nämlich m und m′ nur unendlich wenig z.B. nach n und n′ verschoben werden; so wird dadurch das Gleichgewicht nicht gestört; es frägt sich, was bei dieser kleinen Verschiebung mit dem Angriffspunkte C der Kraft $\frac{Q}{2}$ geschehen werde. Hier sind 3 Fälle möglich: Der Punkt C bewegt sich entweder in der Richtung der Kraft $\frac{Q}{2}$ abwärts, indem das Gewicht fällt, oder er bewegt sich in der gerade entgegengesetzten Richtung gegen die Bestrebung der Kraft $\frac{Q}{2}$, oder er bleibt in Ruhe. Der Weg, den dabei der Punkt C zurücklegen müßte, wäre daher in Beziehung auf die Wirksamkeit der Kraft $\frac{Q}{2}$ entweder positiv oder negativ, oder gleich Null, in jedem Falle aber gleich der algebraischen Summe der Aenderungen, die bei der vorgenommenen virtuellen Bewegung in der Länge der Schnurtheile zwischen den beweglichen und den fixen Punkten eintreten, wobei die Verkürzungen positiv, die Verlängerungen negativ zu nehmen sind. — Fällt man von n und n′ die Senkrechten no und n′o′ auf die Richtungen der Kräfte, so gibt wegen der Kleinheit der Bögen mn und m′n′, die Größe $mo = p$ die Aenderung eines Schnurtheils zwischen A und m, und $m'o' = p'$, die Aenderung eines Schnurtheils zwischen B und m′, somit ist die algebraische Summe der eingetretenen Aenderungen in den Schnurtheilen

$$2rp + 2r'p';$$

diese Summe ist nun entweder gleich Null, oder positiv oder negativ, mithin entweder gleich, oder größer oder kleiner als Null, daher ist auch

$$2\,r\,p.\,\frac{Q}{2} + 2\,r'\,p'.\,\frac{Q}{2} \gtreqless 0.,\text{ oder}$$

$$P\,p + P'\,p' \gtreqless 0;$$

wo p und p' die nach den Richtungen der Kräfte geschätzten virtuellen Bewegungen ausdrücken. Der erste Fall ist offenbar nicht möglich, wenn sich die Kräfte das Gleichgewicht halten; denn gäbe es irgend eine virtuelle Bewegung des Systems, welche dem Gewichte $\frac{Q}{2}$ zu fallen gestatten würde, so müßte das Gewicht, da es ununterbrochen wirkt, auch wirklich fallen und das ganze System in Bewegung versetzen, somit könnte das Gleichgewicht nicht bestehen; demnach sind nur die beiden andern Fälle möglich. Hieraus folgt, daß in dem Falle, wo sich zwei Kräfte, deren Angriffspunkte in irgend einer Verbindung stehen, das Gleichgewicht halten, für jede virtuelle Bewegung die algebraische Summe der Produkte aus den wirkenden Kräften in die auf ihre Richtungen projicirten zurückgelegten Wege entweder gleich Null oder negativ ist.

Wenn das System nur zwei einander gerade entgegengesetzte virtuelle Bewegungen zuläßt, wie es bei den Maschinen der Fall ist, so hat man für die eine dieser Bewegungen die Gleichung

$$P\,p + P'\,p' = 0 \text{ oder } = \text{einer negativen Größe};$$

für die andere bekommen die Größen p und p' entgegengesetzte Zeichen, und man hat

$$-P\,p - P'\,p' = 0 \text{ oder} = \text{einer negativen Größe};$$

multiplicirt man die letzte Gleichung mit — 1, so erhält man

$$P\,p + P'\,p' = 0 \text{ oder} = \text{einer positiven Größe}.$$

Da der letzte Fall nämlich

$$P\,p + P'\,p' = \text{einer positiven Größe}$$

im Gleichgewichtszustande nicht eintreten kann, wie bereits oben gezeigt worden ist, so ist an einem solchen Systeme von Kräften auch nicht möglich, daß die Summe

$$\pm P\,p \pm P'\,p' = \text{einer negativen Größe}$$

sei; demnach hat man für das Gleichgewicht eines solchen Systems bei jeder virtuellen Bewegung desselben nur die Gleichung:

$$P\,p + P'\,p' = 0.$$

Da das Produkt aus der Kraft in den Weg, der bei einer virtuellen Bewegung im Sinne der Kraft zurückgelegt wird, die Größe der Leistung dieser Kraft bei der stattgehabten Bewegung angibt, so drückt die letzte Gleichung aus, daß bei zwei Kräften, die an zwei miteinander verbundenen Punkten wirken, und sich das Gleichgewicht halten, für jede virtuelle Bewegung die algebraische Summe ihrer Leistungen gleich Null ist, oder was gleich viel ist, daß die Leistung der einen gleich und entgegengesetzt der Leistung der andern Kraft ist.

3. Umgekehrt, findet bei zwei Kräften P und P', die an zwei miteinander verbundenen Punkten m und m' wirken, für jede virtuelle Bewegung die Gleichung Statt:

$$P\,p + P'\,p' \leqq 0,$$

so halten die Kräfte einander das Gleichgewicht; dann setzt man für P und P′ die äquivalenten Größen, so ist

$$2\,r\,p.\,\frac{Q}{2} + 2\,r'\,p'.\,\frac{Q}{2} \underset{<}{=} o,$$

$$\text{und } 2\,r\,p + 2\,r'\,p' \underset{<}{=} o,$$

folglich erleidet der Angriffspunkt C der Kraft $\frac{Q}{2}$ entweder bei keiner virtuellen Bewegung eine Verschiebung, das Gewicht $\frac{Q}{2}$ bleibt stets in Ruhe, oder es wird dabei das Gewicht gehoben.

Hieraus könnte man aber noch nicht schließen, daß die Angriffspunkte m und m′ der Kräfte sich nicht bewegen, somit die Kräfte P und P′ sich wirklich das Gleichgewicht halten; denn m und m′ könnten sich immer entweder so bewegen, daß die Verlängerung, welche der Faden bei C in Folge der Bewegung des einen Punktes erfährt, durch eine gleich große Verkürzung, die in Folge der Bewegung des anderen Punktes eintritt, aufgehoben wird und daher der Endpunkt C des Fadens n an der nämlichen Stelle verbleibt, oder m und m′ bewegen sich dergestalt, daß die Differenz der Verlängerungen und Verkürzungen negativ wird.

Allein würden die Kräfte P und P′ oder, die äquivalente Kraft $\frac{Q}{2}$ eine Bewegung der Punkte m und m′ erzeugen, so könnte sie vermöge der letzten Gleichung nur eine solche sein, wobei

$$2\,p\,r \underset{<}{=} -\,2\,p'\,r',$$

d. h. die Verkürzung der Schnur, erzeugt durch die Bewegung von m gleich ist der Verlängerung derselben, bewirkt durch die Bewegung von m′, oder kleiner als diese Verlängerung; aber auch eine solche, wobei

$$-\,2\,p\,r \underset{<}{=} 2\,p'\,r'$$

d. h. wobei die Punkte m und m′ auf dieselbe Weise in entgegengesetzten Richtungen sich bewegen; allein es ist kein Grund vorhanden, warum die Kräfte von den zwei möglichen einander entgegengesetzten Bewegungen, bei welchen die Zeichen p und p′ in entgegengesetzte übergehen, eher die eine als die andere hervorbringen sollten, und wir sind daher zu dem Schlusse genöthigt, daß in dem Falle, wo

$$P\,p + P'\,p' \underset{<}{=} o$$

ist, die Kräfte keine Bewegung bewirken, sondern sich das Gleichgewicht halten.

4. Das ausgesprochene Gleichgewichtsgesetz für zwei *commensurabile* Kräfte, die an verschiedenen miteinander verbundenen Punkten wirken, findet auch in dem Falle statt, wo die Kräfte nicht commensurabil sind; denn nehmen wir an, die an den Punkten m und m′ nach den Richtungen mA und m′B thätigen Kräfte P und P′ seien *incommensurabil* und halten einander das Gleichgewicht, aber es sei nicht

$$P\,p + P'\,p' \underset{<}{=} o$$

so läßt sich in m′ für P′ irgend eine größere oder eine kleinere commensurable Kraft P″ von der Beschaffenheit setzen, daß

$$Pp + P''p' \underset{<}{=} o$$

wird; fände aber letztere Gleichung Statt, so müßte P″ der Kraft P das Gleichgewicht halten, und mithin auf m′ in der Richtung m′B dieselbe Wirkung hervorbringen, wie die von ihr der Größe nach verschiedene Kraft P′, was offenbar nicht möglich ist.

5. Nehmen wir nun ein System von drei sich das Gleichgewicht haltenden Kräften P, P′, P″ an, bezeichnen mit p, p′, p″, die auf die Richtungen der Kräfte projicirten Wege, die bei einer virtuellen Bewegung von den Angriffspunkten zurückgelegt werden, so können wir $P' = Q + Q'$ setzen, und annehmen, daß Q dem P und Q′ dem P″ das Gleichgewicht hält, und daher

$$Pp + Qp' \underset{<}{=} o \text{ und } Q'p' + P''p'' \underset{<}{=} o$$

mithin auch $Pp + (Q + Q')p' + P''p'' \underset{<}{=} o$ und

$$Pp + P'p' + P''p'' \underset{<}{=} o.$$

Gäbe es ein System von 4 Kräften P, P′, P″, P‴, die einander das Gleichgewicht halten, so setzt man $P' = Q + Q'$, und $P'' = R + R'$ und nimmt an, daß Q mit P, Q′ mit R, und R′ mit P‴ im Gleichgewichte steht, und bezeichnet die auf die Richtungen der Kräfte geschätzten Wege der virtuellen Bewegung mit p, p′, p″, p‴ so hat man

$$Pp + P'p' + Rp'' \underset{<}{=} o$$

$$\text{und } R'p'' + P'''p''' \underset{<}{=} o,$$

$$\text{mithin } Pp + P'p' + P''p'' + P'''p''' \underset{<}{=} o.$$

Wir erhalten auf dieselbe Art für das Gleichgewicht von Kräften, die in was immer für einer Anzahl auf ein beliebig gestaltetes System von materiellen Punkten nach gewissen Richtungen wirken, immer die Gleichung:

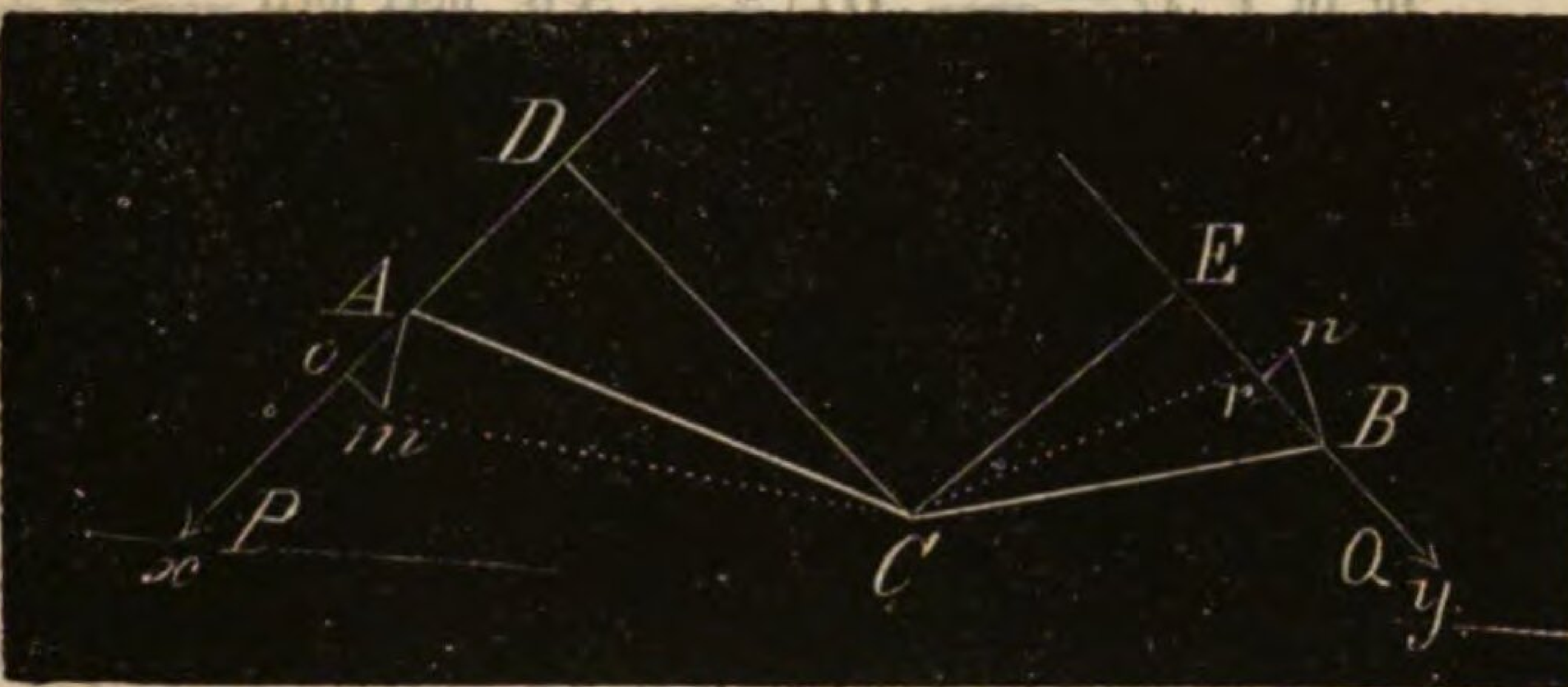
$$Pp + P'p' + P''p'' + \ldots \underset{<}{=} o.$$

Diese letzte Gleichung heißt das Prinzip der virtuellen Bewegung oder auch das Prinzip der virtuellen Geschwindigkeit; sie findet Statt, mögen die verbundenen Angriffspunkte, in beliebigen Abständen sich befinden, mithin auch dann, wenn sie unendlich nahe an einander liegen oder in einem Punkte zusammenfallen.

Wir wollen nun von dem Prinzip der virtuellen Bewegung Gebrauch machen, um die statischen Verhältniße der Kräfte bei einfachen Maschinen zu ermitteln.

§. 30. **Gleichgewicht der Kräfte an einem mathematischen Hebel.** Es sei ein doppelarmiger Hebel, A B Fig. 14, der sich um die Axe C drehen läßt, und an dem die Kraft P, die auf A in der Richtung Ax wirkt, der Last Q, die in B nach der in der Ebene xACB liegende Richtung By thätig ist, das Gleichgewicht hält.

Fig. 14.



Ertheilt man nun dem Hebel eine virtuelle Bewegung, wobei die Angriffspunkte A und B die unendlich kleinen Bögen Am und Bn beschreiben, so sind Ao und Br die Projectionen dieser Bögen auf die Richtungen der Kräfte, und wir haben dem Prinzip der virtuellen Bewegung gemäß für das Gleichgewicht die Gleichung

$$P . Ao - Q . Br = o, \text{ oder } P . Ao = Q . Br$$

woraus sich ergibt $P : Q = Br : Ao$.

Fällt man von C auf die Richtungen der Kräfte, die Senkrechten CD und CE, und berücksichtigt, daß Am und Bn unendlich kleine Kreisbögen sind, die auf ihren Halbmessern AC und BC senkrecht stehen, so ersieht man, daß der Winkel

mAo = dem Winkel ACD, und der Winkel nBr = dem Winkel BCE;

und da die Dreiecke Amo, ACD, Bnr, BCE auch rechtwinkelig sind; so ist $Amo \sim ACD$ und $Bnr \sim BCE$ mithin

$$Ao : Am = CD : AC, \text{ und } Br : Bn = CE : BC;$$

allein die Kreisbögen Am und Bn sind ähnliche Bögen, somit

$$Am : Bn = AC : BC$$

folglich auch $Br : Ao = CE : CD$

und $P : Q = CE : CD$

d. h. die Kräfte verhalten sich im Zustande des Gleichgewichts zu einander, wie umgekehrt *die Senkrechten die von der Drehungsaxe auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden.*

Ist der Hebel ein einarmiger, so läßt sich genau auf die nämliche Art beweisen, daß die Kräfte, die an ihm sich das Gleichgewicht halten, in dem nämlichen Verhältniße stehen, wie an einem doppelarmigen Hebel.

2. Aus der Proportion

$$P : Q = CE : CD \text{ folgt}$$
$$P . CD = Q . CE$$

d. h. im Zustande des Gleichgewichts sind die statischen Momente der Kräfte einander gleich.

3. Umgekehrt: sind an einem Hebel die statischen Momente der Kräfte einander gleich, so ist der Hebel im Gleichgewichte; denn ist

$$P . CD = Q . CE, \text{ so ist } P : Q = CE : CD;$$

da nun $CD : AC = Ao : Am$ somit $CD = \frac{AC}{Am} . Ao$

$$\text{und } CE:BC = Br:Bn, \text{ somit } CE = \frac{BC}{Bn}.Br$$

$$\text{so ist } P:Q = \frac{AC}{Bn}.Br : \frac{BC}{Am}.Ao, \text{ oder weil } \frac{AC}{Am} = \frac{BC}{Bn}$$

$$P:Q = Br:Ao \text{ und } P.Ao = Q.Br;$$

$$\text{folglich } P.Ao - Q.Br = o$$

d. h. die algebraische Summe der Producte der Kräfte in die nach ihren Richtungen geschätzten Wege der virtuellen Bewegung ist gleich Null; wenn aber dieß, so stehen die Kräfte im Gleichgewichte.

4. Eine Kraft P', die am Hebel so angebracht ist, daß sie der Last Q eben so wie die Kraft P das Gleichgewicht hält, muß so beschaffen sein, daß ihr statisches Moment $P'p' = Q.CE$ wird, wo p' die vom Drehungspunkte auf die Richtung von P' gefällte Senkrechte ist; mithin ist auch $P'p' = P \times CD$, woraus folgt, daß man an einem Hebel ohne Störung des Gleichgewichts für eine Kraft eine andere setzen kann, wenn das statische Moment der zweiten Kraft gleich ist dem statischen Momente der ersten. Solche Kräfte heißt man äquivalente Kräfte.

5. Wirken an einem Hebel mehrere Kräfte, wovon die an einem Hebelarme wirkenden P, P', P''... den Hebel in einem, die am andern thätigen Q, Q', Q''.... im entgegengesetzten Sinne zu drehen streben, und liegen die Richtungen aller Kräfte in derselben Ebene; so ist im Gleichgewichtszustande die Summe der statischen Momente der Kräfte an einem Hebelarme gleich der Summe der statischen Momente der Kräfte am andern. Denn ziehen wir in der Ebene, in welcher die Richtungen der Kräfte liegen, durch irgend einen Punkt des einen Hebelarmes eine, und durch irgend einen Punkt des zweiten Hebelarmes eine zweite gerade Linie; es seien r und s die Senkrechten die von der Drehungsaxe auf diese geraden Linien gefällt werden; ferner seien p', p'', p'''.. die Senkrechten, die man von der Drehungsaxe auf die Richtungen der Kräfte P', P'', P'''..., und q', q'', q''',... diejenigen, die man auf die Richtungen von Q', Q'', Q'''... fällt; man lasse nun längst der ersten Graden die Kräfte R', R'', R'''.. und längst der zweiten die Kräfte S', S'', S'''... wirken, und nehme diese Kräfte so, daß die ersteren die Kräfte P', P'', P'''..., die anderen die Kräfte Q', Q'', Q'''.... ersetzen; so ist

$$R'r = P'p', R''r = P''p'', R'''r = P'''p''', \ldots \text{ und}$$

$$S's = Q'q', S''s = Q''q'', S'''s = Q'''q''', \ldots \text{ somit ist}$$

$$(R' + R'' + R''' + ..)r = P'p' + P''p'' + P'''p''' + \ldots \text{ und}$$

$$(S' + S'' + S''' + ..)s = Q'q' + Q''q'' + Q'''q''' + \ldots$$

Die an einem Punkte nach derselben Richtung wirkenden Kräfte lassen sich durch eine einzige Kraft, die ihrer Summe gleich ist, ersetzen; es sei

$$R' + R'' + R''' + .. = P \text{ und}$$

$$S + S' + S'' + .. = Q \text{ so ist}$$

$$Pr = P'p' + P''p'' + P'''p''' + .. \text{ und}$$

$$Qs = Q'q' + Q''q'' + Q'''q''' + \ldots$$

Wir haben demnach an einem Hebelarme nur eine Kraft P, am anderen die Kraft Q, und diese zwei Kräfte halten sich wieder das Gleichgewicht, da sie den gegebenen vollkommen äquivalent sind; mithin ist

$$Pr = Qs, \text{ und}$$

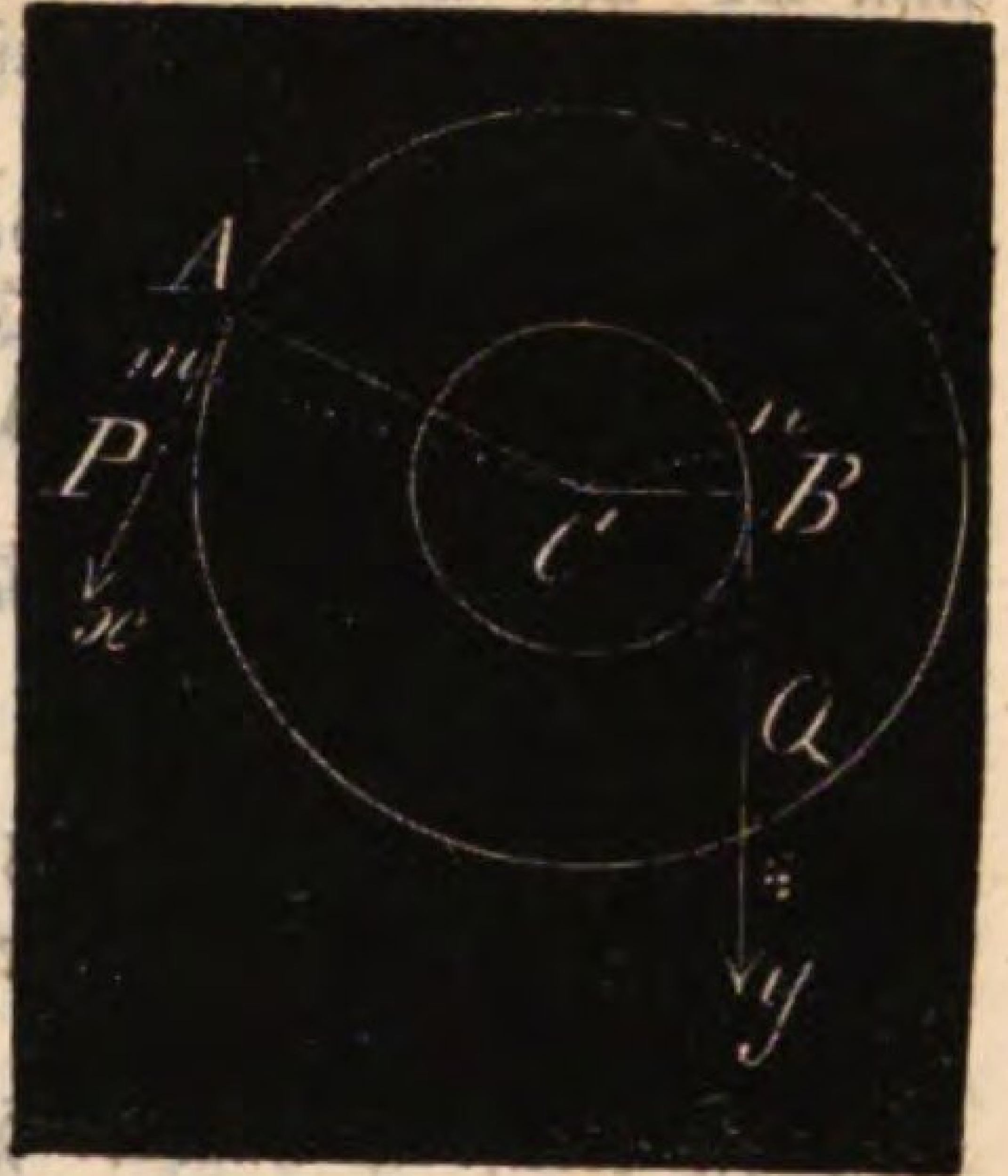
folglich auch $P'p' + P''p'' + P'''p''' + \ldots = Q'q' + Q''q'' + Q'''q''' + \ldots$ was zu beweisen war.

Wirken einige von den an einem Hebelarme angebrachten Kräften in entgegengesetzten Richtungen, so sind sie negativ zu nehmen.

Auf diesem letzten Satze gründet sich das Gleichgewichtsgesetz für den physischen Hebel, den man als einen mathematischen betrachten kann, wenn man in seinem Schwerpunkte eine Kraft annimmt, die dem Gewichte des Hebels gleich ist und vertical abwärts wirkt.

§. 31. Statisches Verhältniß am Wellrade. Es sei P die Kraft, die am Wellrade Fig. 15 einer an der Welle hängenden Last Q das Gleichgewicht hält; ertheilt man dem Wellrade eine virtuelle Bewegung, wobei die Angriffspunkte der Kräfte die unendlich kleinen, mit den Tangenten der Kreise, folglich auch mit den Richtungen der Kräfte zusammenfallenden Kreisbögen Am und Bn beschreiben; so ist wieder

Fig. 15.



$P.Am - Q.Bn = o$ oder $P Am = Q.Bn$,
mithin auch $P : Q = Bn : Am$

Da nun Am und Bn gleichen Centriwinkeln entsprechen, somit ähnliche Bögen sind, so ist

$$Bn : Am = BC : AC,$$

folglich auch $P : Q = BC : AC$

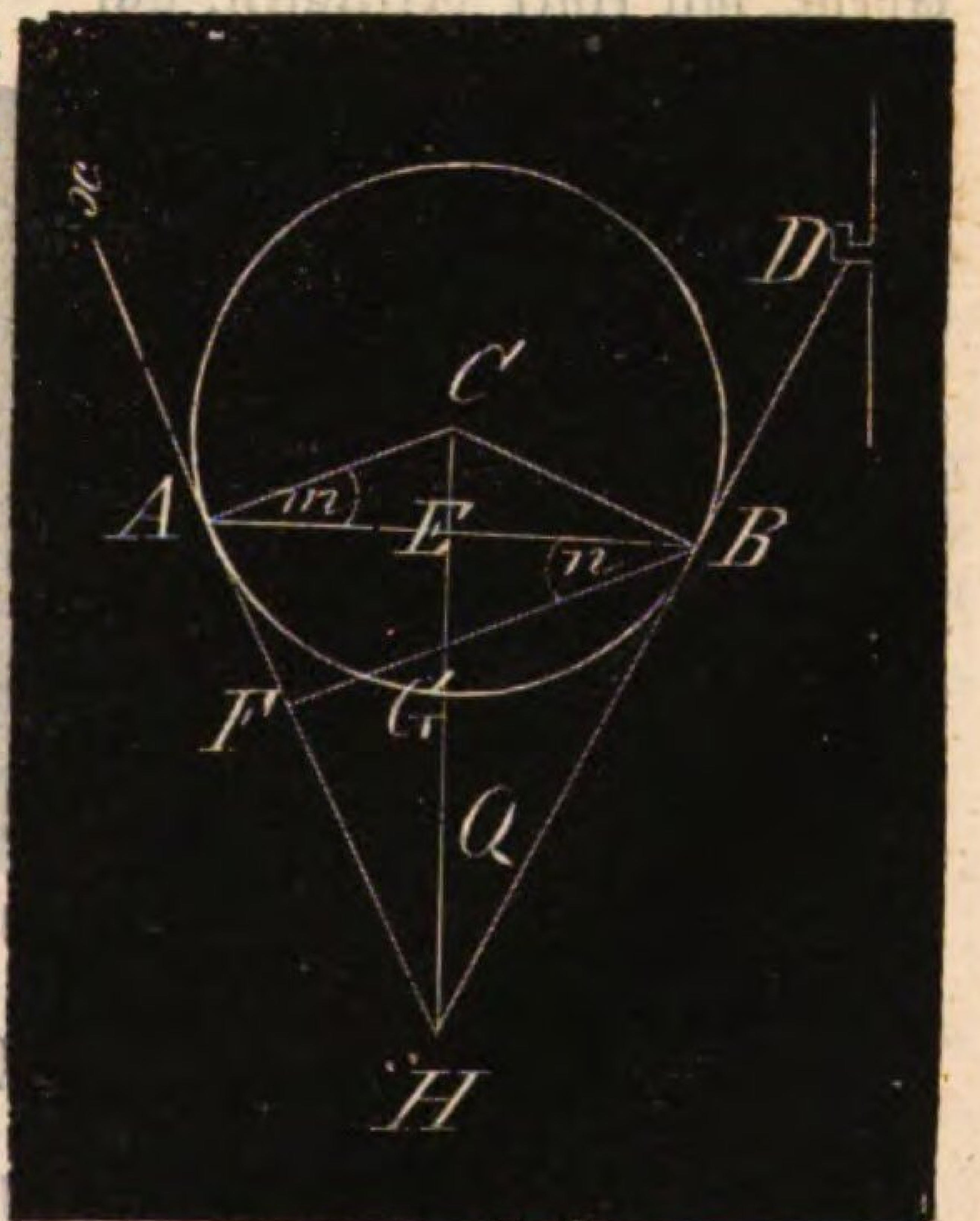
d. h. die Kraft verhält sich zur Last, wie der Halbmesser der Welle zum Halbmesser des Rades; oder weil

$$P : Q = 2\pi BC : 2\pi AC$$

so kann man auch sagen, die Kraft verhält sich zur Last, wie der Umfang der Welle zum Umfange des Rades; folglich stehen beide Kräfte im umgekehrten Verhältniße der Wege, die sie in derselben Zeit durchlaufen.

§. 32. Statisches Verhältniß der Kräfte an der Rolle. Es sei ACB Fig. 16 eine bewegliche Rolle, AGB der von einer Schnur umspannte Bogen; bei D sei die Schnur befestigt, am anderen Ende derselben wirke die Kraft P in der Richtung Ax, und halte der an der Axe hängenden Last Q das Gleichgewicht. Da die Spannung der Schnur in allen ihren Theilen dieselbe sein muß, nämlich gleich der Kraft P, so wird eigentlich die Last Q von zwei gleichen Kräften getragen, wovon die eine in der Richtung Ax, die andere in der Richtung BD wirkt; beide Richtungen tangiren den Kreis und schneiden sich in der Verlängerung im Punkte H. Denken wir uns A und B mit H in fester Verbindung, und die Angriffspunkte der beiden Kräfte P nach H versetzt, so haben wir in H gleiche einen Winkel einschließende Kräfte, deren

Fig. 16.



Resultirende R den Winkel AHB halbiren, daher durch die Axe C durchgehen, und, da sie der Last Q das Gleichgewicht hält, dieser Last gleich, aber der Richtung nach entgegengesetzt sein muß; folglich muß die an der Axe hängende Last in der Richtung CH wirken, die auf der Sehne AB senkrecht steht, weil die Grade CH, wie sich aus der Congruenz der Dreiecke ACH und BCH ergibt, den Centriwinkel ACB halbirt. Die in der Richtung BD wirkende Kraft ist ersetzt durch die Festigkeit eines Nagels, vermittelst welchen die Schnur BD an irgend einer Stelle festgemacht wird; die Rolle leistet dann genau dasselbe wie ein einarmiger Hebel ACB, dessen Stützpunkt in B ist; daher müssen die Kräfte P und Q im Zustande des Gleichgewichts an der Rolle, sich eben so zu einander verhalten, wie an diesem Hebel. Sind nun BF und BE die auf die Richtungen der Kräfte gefällten Senkrechten,

so ist $P:Q = BE:BF$ oder

$$P:Q = AE:BF;$$

wegen des Parallelismus der Graden BF und AC sind die Winkel m und n einander gleich, also die Dreiecke ACE und ABF ähnlich, mithin,

$AC:AB = AE:BF$, also

$$P:Q = AC:AB$$

d. h. an einer beweglichen Rolle verhält sich im Zustande des Gleichgewichts die Kraft zur Last, wie der Halbmesser der Rolle zu der Sehne des von der Schnur umspannten Bogens.

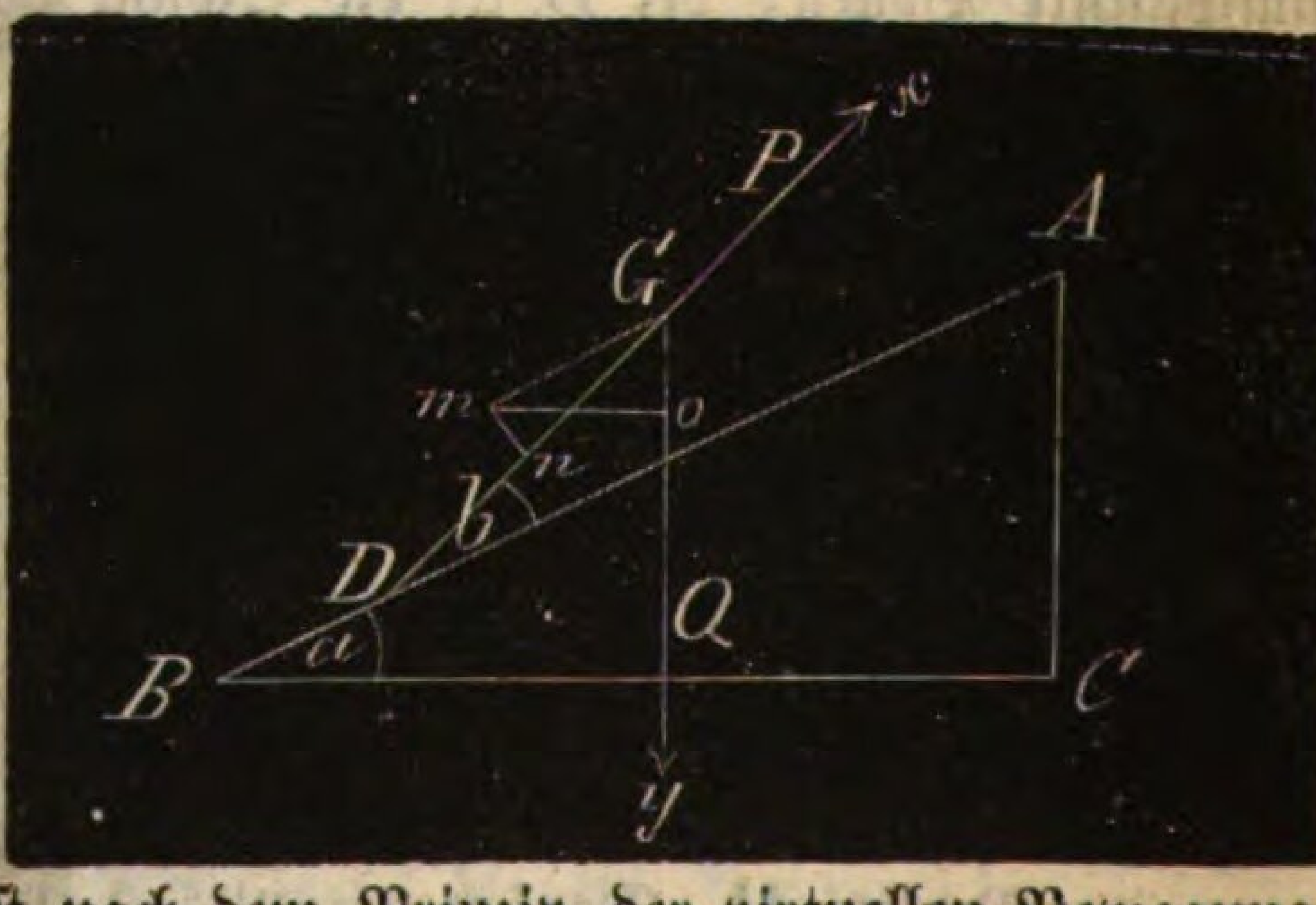
Ist der umspannte Bogen gleich dem Halbkreise, mithin Ax parallel zu BD, so ist die Sehne gleich dem Durchmesser, mithin

$$P:Q = 1:2$$

d. i. die Kraft ist halb so groß als die Last. Beträgt der umspannte Bogen 60° so ist die Sehne gleich dem Halbmesser, mithin die Kraft gleich der Last; ist der Bogen $> 60°$ so ist die Sehne größer als der Halbmesser und daher die Kraft kleiner als die Last. Das Gegentheil findet Statt, wenn der umspannte Bogen $< 60°$ ist.

§. 33. **Statisches Verhältniß der Kräfte auf einer schiefen Ebene.** Es sei ABC Fig. 17 der Durchschnitt einer schiefen Ebene mit einer vertikalen, auf der eine Last, deren Schwerpunkt G und das Gewicht $= Q$ ist, durch eine in der Richtung Gx wirkende Kraft P im Gleichgewicht erhalten wird. Die Last wirkt vertikal abwärts in der Richtung Gy, und die Kraft verhindert die Bewegung des Schwerpunktes längst der schiefen Ebene. Ertheilen wir der Last eine kleine Verschiebung Gm parallel zu AB, und projiciren sie auf die Richtungen der Kräfte, so ist nach dem Prinzip der virtuellen Bewegung

Fig. 17.



$$Q.Go - P.Gn = o \text{ und } Q.Go = P.Gn$$

mithin $P:Q = Go:Gn$.

Nun ist der Winkel mGo = dem Winkel BAC und

„ „ mGD = GDA = b; ferner

$Go = mG . \cos . mGo = mG \sin . a$, wo a die Größe des Neigungswinkels der schiefen Ebene ausdrückt;

$$Gn = mG . \cos . b, \text{ mithin}$$

$$P : Q = \sin . a : \cos . b.$$

d. h. wenn auf der schiefen Ebene eine Last durch eine Kraft im Gleichgewichte erhalten wird, so *verhält sich die Kraft zur Last, wie der Sinus des Neigungswinkels der schiefen Ebene zum Cosinus des Winkels, den die Richtung der Kraft mit der Länge der schiefen Ebene einschließt.*

Nehmen wir an, die Richtung der Kraft P sei parallel zur Länge der schiefen Ebene, so ist der Winkel $b = o$, und $\cos . b = 1$, mithin

$$P : Q = \sin . a : 1 = AC : AB$$

d. h. die Kraft zur Last, wie an der schiefen Ebene die Höhe zur Länge.

Wirkt die Kraft P parallel zur Basis, so ist $b = a$, mithin

$$P : Q = \sin . a : \cos . a = \tan g\, a : 1 = AC : BC$$

d. h. die Kraft zur Last, wie die Höhe zur Basis.

§. 34. *Statisches Verhältniß der Kräfte an einer Schraube.* Die Kraft, die am Umfange der Schraube wirkt, dreht die Schraubenspindel oder die Schraubenmutter, wodurch die am andern Theil der Schraube in der Richtung der Axe wirkende Last gehoben, oder der in dieser Richtung wirkender Widerstand überwunden wird, und zwar bei einer vollen Umdrehung um die Höhe eines Schraubengangs. An der Schraube ist aber auch die entgegengesetzte Bewegung möglich. — Nehmen wir an, die Kraft P halte der Last Q das Gleichgewicht, und man ertheile der Maschine eine virtuelle Bewegung; so beschreibt die Kraft einen kleinen mit ihrer Richtung zusammenfallenden Bogen, welcher ein aliquoter Theil, z. B. der n^{te} Theil des Schraubenumfanges ist, während die Last in ihrer Richtung einen Weg zurücklegt, welcher der n^{te} Theil der Höhe eines Schraubenganges ist. Ist r der Halbmesser des Schraubencylinders, somit $2 \pi r$ sein Umfang, und h die Höhe eines Schraubengangs, so ist für das Gleichgewicht

$$P . \frac{2 \pi r}{n} = Q . \frac{h}{n}, \text{ und } P . 2 \pi r = Q h,$$

$$\text{mithin } P . Q = h : 2 \pi r$$

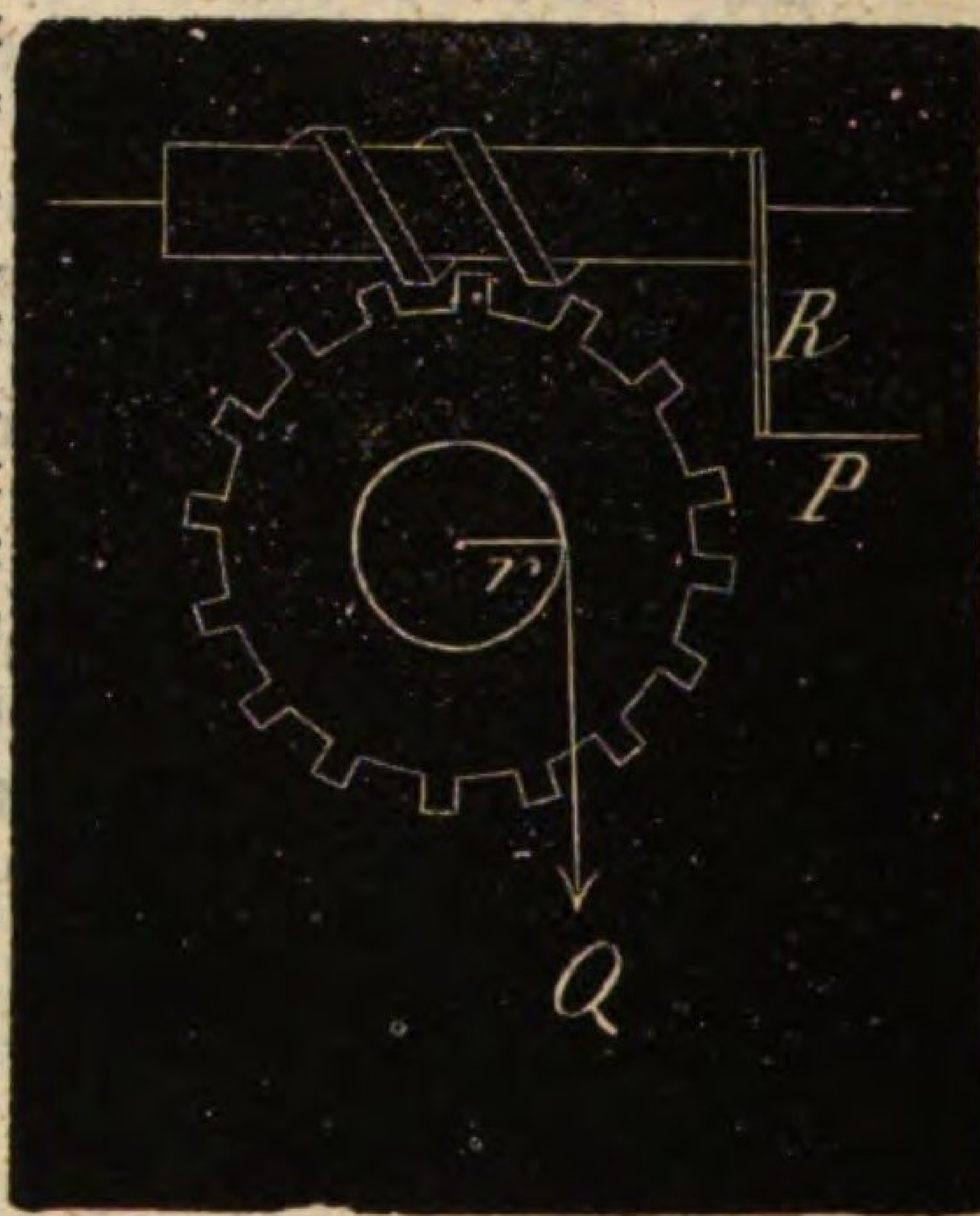
d. h. *die Kraft zur Last wie die Höhe eines Schraubengangs zum Umfange des Schraubencylinders, oder wie umgekehrt die Wege, welche die beiden Kräfte in derselben Zeit zurücklegen.*

Wird die Schraube vermittelst eines Hebels (eines sogenannten Schraubenschlüssels) bewegt, so ändert sich nichts weiter, als die Größe des Kreisumfanges, den die Kraft bei einer Umdrehung beschreibt; ist R der Hebelarm der Kraft, so ist $2 \pi R$ der Umfang dieses Kreises und man hat für den Zustand des Gleichgewichtes die Proportion:

$$P : Q = h : 2 \pi R$$

Schraube ohne Ende.. Diese Maschine Fig. 18. besteht aus einer mit einer Kurbel versehenen Schraube, bei deren Umdrehung die Zähne eines Rades, die in das Schraubengewinde eingreifen, fortgeschoben werden, wobei die an der Welle hängende Last Q in der nämlichen Richtung, in welcher sie zieht, bewegt wird, dieß ohne Unterbrechung, weil für jeden fortgeschobenen Zahn, immer wieder ein neuer zwischen die Windung der Schraube kommt; daher der Nahme Schraube ohne Ende.

Fig. 18.



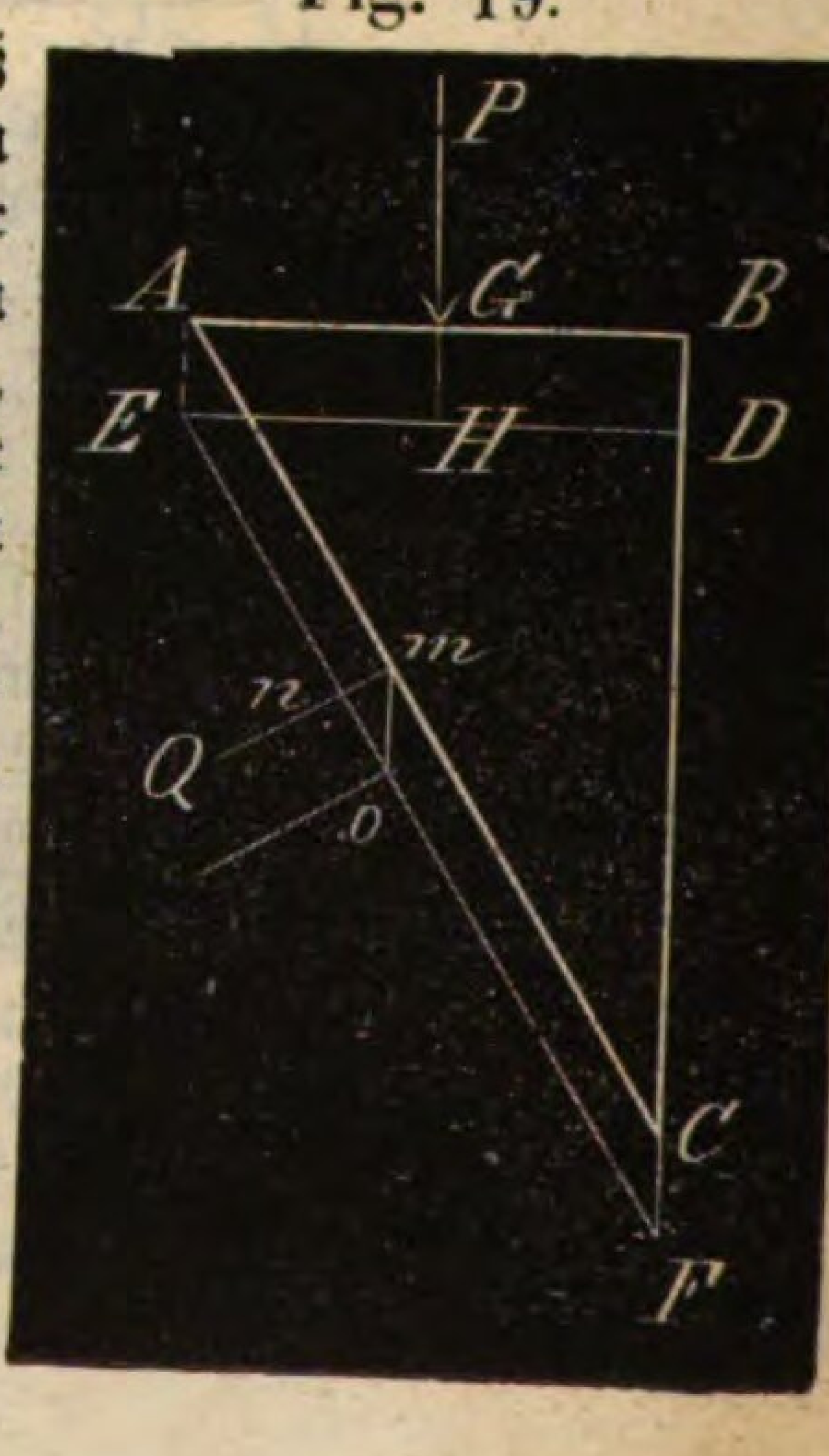
Es sei $2\pi R$ der Umfang des Kreises, den der Angriffspunkt der an der Kurbel wirkenden Kraft bei einer vollen Umdrehung beschreibt; m die Anzahl der Zähne des Rades und $2\pi r$ der Umfang der Welle; die Entfernung zweier Zähne des Wallrades ist der Höhe h eines Schraubenganges gleich, weshalb jede volle Umdrehung der Kurbel das Rad um einen Zahn weiter bringt, die Last aber nur um $\frac{2\pi r}{m}$ d. i. um den m^{ten} Theil des Wellenumfangs hebt; die Kraft stehe mit der Last im Gleichgewichte, und die Maschine bekomme eine virtuelle Bewegung, wobei der Angriffspunkt den n^{ten} Theil von $2\pi R$ zurückgelegt; so wird das Rad um den n^{ten} Theil von h weiter bewegt, und der Weg, welchen dabei die Last zurücklegt ist gleich $\frac{2\pi r}{mn}$. Wir erhalten demnach für das Gleichgewicht an der Schraube ohne Ende die Gleichung

$$P. \frac{2\pi R}{n} = Q. \frac{2\pi r}{mn} \text{ oder } P R = Q. \frac{r}{m}$$

daher $P : Q = r : m R$.

§. 35. Statisches Verhältniß der an einem Keile wirkenden Kräfte. Der Keil ist einfach oder doppelt; der einfache ist nichts als eine schiefe Ebene, deren Höhenfläche AB Fig. 17. den Rücken bildet, gegen den die Kraft P senkrecht wirkt, während die Längenfläche einen Druck Q von den Theilen eines Körpers in senkrechter Richtung erleidet, welche der Keil beim Vordringen in diesen Körper in Bewegung setzt. Die an BC anliegenden Theile des Körpers kommen nicht in Bewegung. Denken wir uns den Keil in der Richtung der Kraft ein wenig verschoben und in die Lage EDF gebracht, so daß CD parallel zu AB, $BD = AE = CF$, mithin auch EF parallel zu AC zu liegen kommt; so hat offenbar der Angriffspunkt der Kraft den Weg $GH = CF$

Fig. 19.



und der Angriffspunkt m des Widerstandes Q den Weg $m\,o = CF$ zurückgelegt; die Projection des letzteren Weges auf die Richtung von Q ist offenbar $m\,n$, da $m\,n$ auf AC, und somit auch auf E senkrecht steht; man hat daher für das Gleichgewicht der Kräfte am Keil die Gleichung.

$$P \,.\, CF = Q \,.\, m\,n, \text{ oder } P \,.\, m\,o = Q \,.\, m\,n$$

$$\text{und } P : Q = m\,n : m\,o$$

Da nun das Dreieck $m\,n\,o$ ähnlich dem Dreiecke ABC, indem die Seiten stückweise aufeinander senkrecht stehen, so ist

$$m\,n : m\,o = AB : AC, \text{ daher } P : Q = AB : AC$$

d. h. die Kraft zum Widerstande wie die Länge des Rückens zu der gedruckten Seite des Keils.

Ein doppelter Keil besteht aus zwei schiefen Ebenen, die mit ihren Grundflächen zusammenhängen, und deren Längenflächen die Seiten des Keils bilden.

Bei einem solchen Keil hat die Kraft P einen doppelten Widerstand von der einen und von der andern Seite zu überwältigen; sind diese Widerstände an beiden Seiten gleich, wie es gewöhnlich der Fall ist, so wird die eine Hälfte der Kraft P zur Ueberwindung des einen, und die andern zur Ueberwindung des andern verwendet werden; und es ist im Zustande des Gleichgewichtes

$$\frac{P}{2} : Q = AB : AC, \text{ oder } P : Q = 2\,AB : AC$$

d. h. die Kraft zur Last an einer Seite wie der ganze Rücken zur Seite d. Doppelkeils.

Die theoretische Schätzung des Keils kann jedoch nicht benutzt werden, weil die Reibung einen zu großen Theil der Kraft in Anspruch nimmt, ferner auch deshalb, weil die Kraft, die meistens aus Schlägen besteht, mit dem stetig wirkenden Widerstande in keine numerische Vergleichung gebracht werden kann; es läßt sich daher nur im Allgemeinen bestimmen, daß der Keil desto wirksamer ist, je spitziger der Winkel, den seine Seiten einschließen.

Das Prinzip der virtuellen Bewegung hatte schon Galiläi als eine allgemeine Eigenschaft der Körper betrachtet, Johann Bernoulli auf jedes beliebige System von Körpern ausgedehnt; aber es war erst Lagrange, der die ganze Fruchtbarkeit desselben uns kennen lehrte, und seiner analytischen Mechanik zu Grunde legte.

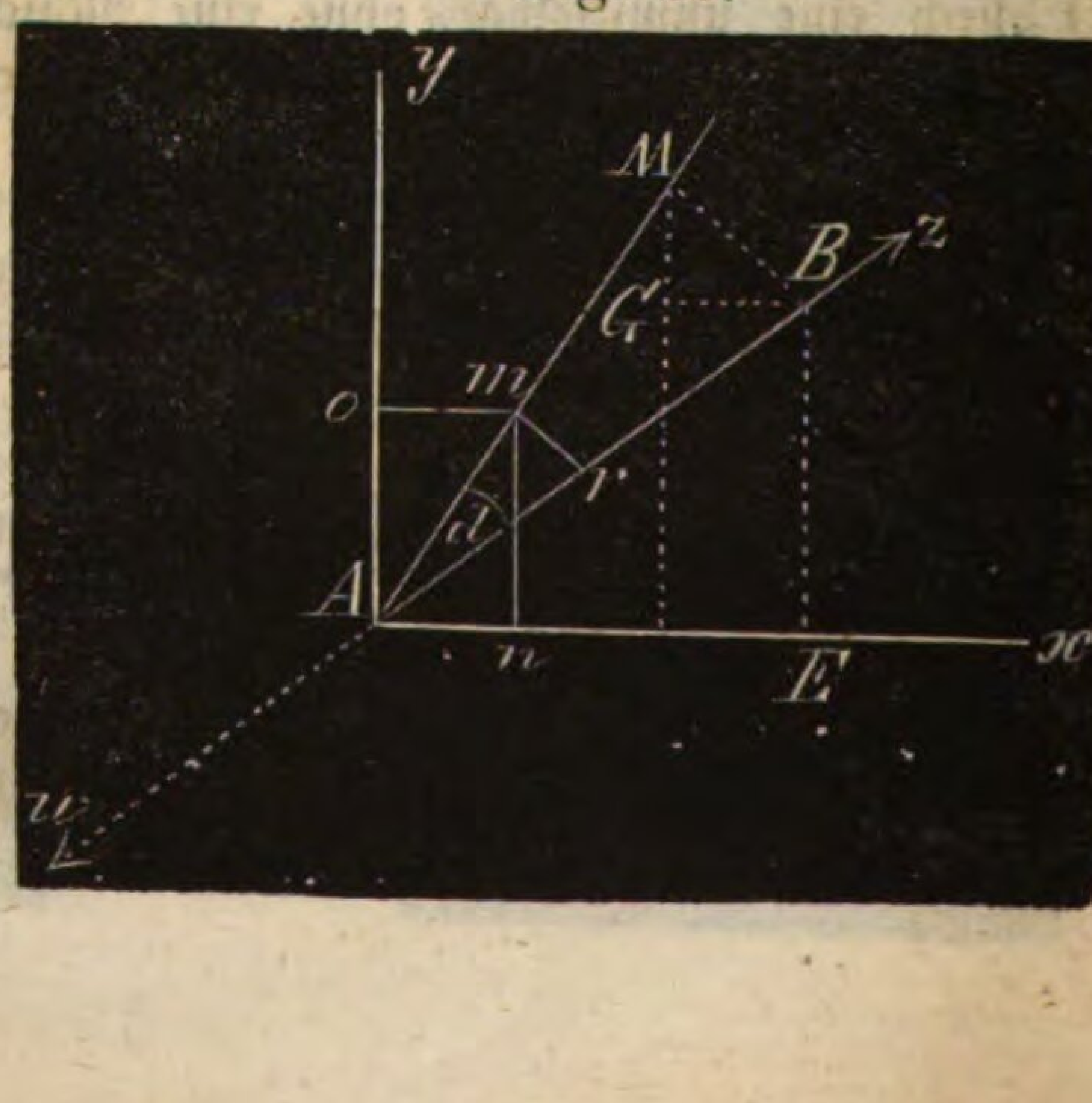
§. 36. Leistung der Kräfte bei Maschinen. Wird eine Last Q durch eine unmittelbar, ohne eine Maschine darauf einwirkende Kraft bewegt, und sie legt während einer gewissen Zeit den Weg s zurück; so ist die Leistung oder die Wirkung der Kraft $W = Q\,s$, da in diesem Falle die Kraft der Last gleich sein muß. Wirkt jedoch die Kraft P mittelst einer Maschine auf die Last Q, und sind S und s, die Wege, welche die Angriffspunkte der Kräfte bei der Bewegung in der nämlichen Zeit zurückzulegen; so haben wir zu berücksichtigen, daß sich bei allen Maschinen diese Wege zu einander verhalten, wie umgekehrt die Kräfte, die an der Maschine sich das Gleichgewicht halten. Ist nun

$$P : Q = s : S, \text{ so ist auch } P\,S = Q\,s = W;$$

aber das Produkt $P\,S$ ist nichts anderes, als die verrichtete Arbeit der Kraft vermittelst der gebrauchten Maschine; somit ist diese Leistung der Kraft um nichts größer als ohne Maschine. Nehmen wir z. B. an, ein Mensch vermöchte eine Last von 500 Pfund in 1 Sekunde 1 Fuß hoch zu heben;

so wäre seine Leistung in dieser Zeit gleich 500 Fußpfund; bedient er sich eines Hebels, bei dem der Hebelarm der Kraft 5 Mal größer ist, als der Hebelarm der Last, so wird es möglich mit einer Kraft von 100 Pfund, mithin mit einer fünfmal kleineren Kraft die gegebene Last zu überwinden, allein bei der Bewegung wird der Weg, den der Angriffspunkt der Kraft zurücklegt, fünfmal größer sein, als der, welchen der Angriffspunkt der Last in der nämlichen Zeit beschreibt, somit schon 5 Fuß betragen, wenn die Last um einen Fuß bewegt wird; demnach beträgt die Leistung der Kraft, die vermittelst des Hebels die Last hebt, abermals 500 Fußpfund; sie ist sonach nicht größer als die eines Menschen, der ohne Hebel auf die Last wirkt. Der Vortheil der Maschine besteht darin, daß es dem Menschen möglich wird, Lasten zu bewegen, Widerstände zu überwinden, überhaupt gewisse Arbeiten zu verrichten, die er ohne Maschine durchaus nicht zu verrichten im Stande wäre; aber die Leistung eines Menschen, eines Thieres oder einer andern Kraft wird durch Anwendung von Maschinen nicht vergrößert, ja im Gegentheil ein gewisser Theil der Arbeitsgröße muß zur Ueberwindung der bei jeder Maschine vorkommenden Bewegungshindernisse und zur Bewegung der Maschine selbst verwendet werden, so daß der eigentliche **Nutzeffekt** immer kleiner ausfällt, als die wirkliche Leistung der bewegenden Kräfte, oder der sogenannten **Motoren**, wozu nicht nur die durch ihre Muskelkräfte wirkenden Menschen und Thiere, sondern auch die durch Wasser, Luft, Dampf bewegten Wasserräder, Windflügel, Dampfmaschinen, welche andere Maschinen in Bewegung setzen, gerechnet werden. Hebt z. B. ein Wasserrad mittelst eines um seine Welle aufgewickelten Seils eine Last von 800 Pfund 5 Fuß hoch in 1 Sec.; so ist die Leistung desselben gleich 4000 Fußpfund; wirkt jedoch dieser Motor auf die Last vermittelst einer Aufzugsmaschine, und es zeigt sich, daß nur 1000 Pfund 3 Fuß hoch in 1 Sec. gehoben werden; so ist die wirkliche Arbeit oder der Nutzeffect = 3000 Fußpfund, folglich verhält sich die Leistung des Motors zum Nutzeffect wie 4 : 3 oder wie 100 : 75, und man sagt, daß diese Maschine einen Nutzeffect von 75 Procent besitze. Die fehlenden 25 Procent werden zur Bewegung der Aufzugsmaschine und zur Bekämpfung der Hindernisse verwendet. Diesen Verlust muß man sich gefallen lassen, so lang man keine vortheilhafteren Mittel kennt, die betreffende Arbeit auszuführen.

Fig. 20.



§. 37. **Resultirende zweier unter einem rechten Winkel auf einen Punkt wirkenden Kräfte.** Wenn zwei Kräfte P und Q auf einen freien Punkt A wirken und einen Winkel xAy Fig. 20. einschließen, so können sie sich das Gleichgewicht nicht halten, sondern der Punkt A wird sich in einer gewissen in der Ebene des Winkels xAy liegenden Richtung Rz bewegen, so als wenn nur eine Kraft R, die man die Re-

sultirende von P und Q nennt, auf ihn wirken würde; allein wenn wir am Punkte A eine dritte Kraft S anbringen, die der Resultirenden R gleich und gerade entgegengesetzt ist, also in der rückwärts verlängerten Az d. i. in der Richtung Au wirkt, so wird die Wirkung von P und Q aufgehoben und es entsteht Gleichgewicht. Nehmen wir an, der Winkel x Ay den die Kräfte P und Q einschließen sei ein rechter; ertheilen wir dem Punkte A eine kleine Verschiebung Am in der Ebene xAy, in welcher allein die actuelle Bewegung desselben Statt finden kann, so sind An, Ao, Ar die Projektionen der Verschiebung auf die Richtungen der Kräfte P, Q, und S = R und man erhält dem Prinzip der virtuellen Bewegung gemäß.

$$P.An + Q.Ao - R.Ar = o \text{ oder}$$
$$P.An + Q.Ao = R.Ar$$

Setzen wir $Am = \varsigma$, den Winkel $mAx = \alpha$, und $mAy = \beta$, $rAx = a$, $rAy = b$, und $mAr = \delta$; so ist

$$An = \varsigma \cos. \alpha,\ Ao = \varrho \cos. \beta,\ Ar = \varsigma \cos. \delta, \text{ daher}$$
$$P \cos. \alpha + Q \cos. \beta = R \cos. \delta.$$

Aber $\cos. \delta = \cos. \alpha \cos. a + \cos. \beta \cos. b$ *)

somit $P \cos. \alpha + Q \cos. \beta = R(\cos. \alpha \cos. a + \cos. \beta \cos. b)$ und
$(P - R \cos. a) \cos. \alpha + (Q - R \cos. b) \cos. \beta = o$, oder
da $\cos. \beta = \sin. \alpha$, so ist $(P - R \cos. a) + (Q - R \cos. b) \tang \alpha = o$ (1)
Die Größen P, Q, R, a, b behalten immer denselben Werth, mag die Verschiebung und daher der Winkel α wie immer groß, oder auch = o sein; für diesen letzteren Fall ist $\tang \alpha = o$, mithin ist stets

$$P - R \cos. a = o, \text{ und } P = R \cos. a;$$

folglich auch stets

$$(Q - R \cos. b) \tang \alpha = o,$$

mag α was immer für einen Werth haben, was nur möglich wird, wenn stets

$$Q - R \cos. b = o \text{ und } Q = R \cos. b \text{ ist.}$$

Wir haben demnach für die Kräfte P und Q, welche Componenten der Kraft R genannt werden, die Werthe

$$P = R \cos. a, \text{ und } Q = R \cos. b,$$

wo a und b die Winkel sind, welche die Richtung der Resultirenden mit den Componenten einschließt.

Da nun $P^2 = R^2 \cos.^2 a$, $Q^2 = R^2 \cos.^2 b$, und $\cos. b = \sin. a$, so ist $\cos.^2 a + \cos.^2 b = 1$ und

$$P^2 + Q^2 = R^2, \text{ daher } R = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

*) Der Winkel δ, den die zwei Geraden AM und AB einschließen, läßt sich leicht ermitteln, wenn wir AM = AB = einer Längeneinheit nehmen, und von den Punkten M, B auf Ax und Ay Senkrechte fällen. Es ist

$$MB^2 = 1 + 1 - 2 \cos. \delta \text{ oder } MB^2 = 2 - 2 \cos. \delta, \text{ aber}$$
$$MB^2 = MG^2 + GB^2 = (MF - BE)^2 + (AE - AF)^2, \text{ mithin}$$
$$2 - 2 \cos. \delta = (MF - BE)^2 + (AE - AF)^2 = (\sin. \alpha - \sin. a)^2 + (\cos. a - \cos. \alpha)^2$$
$$= 2 - 2 \sin. \alpha \sin. a - 2 \cos. \alpha \cos. a = 2 - 2 \cos. \alpha \cos. a - 2 \cos. \beta \cos. b$$
oder $\cos. \delta = \cos. \alpha \cos. a + \cos. \beta \cos. b.$

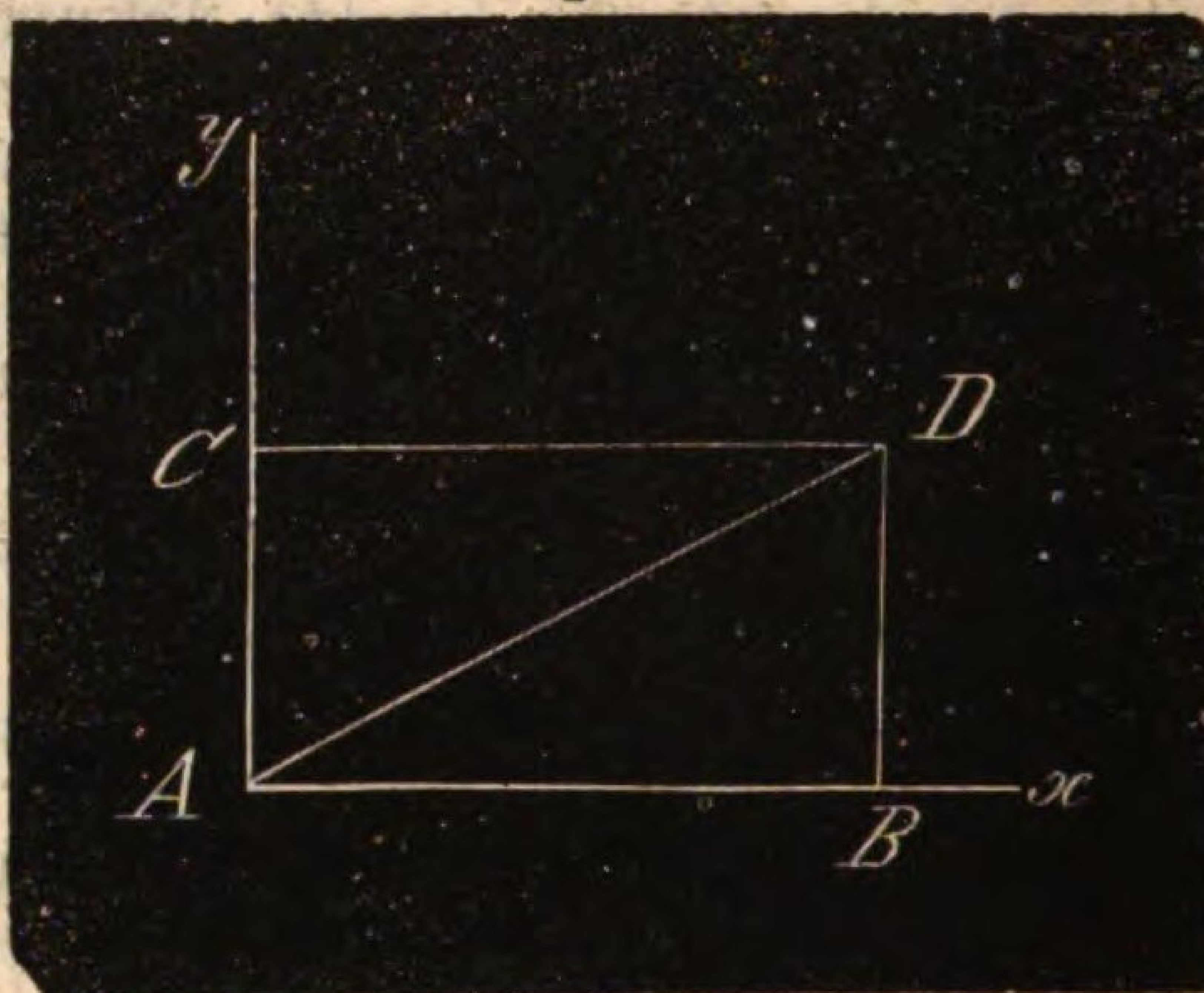
Hat man die Größe der Resultirenden, so läßt sich auch ihre Richtung durch die Gleichungen $\cos. a = \frac{P}{Q}$ und $\cos. b = \frac{Q}{R} = \sin. a$ bestimmen.

Schneidet man von den Richtungen A x der Kräfte P und Q die Geraden AB und AC Fig. 21. ab, die eben so viele Längeneinheiten als die Kräfte Krafteinheiten enthalten, so daß $P = AB$, $Q = AC$ wird, verzeichnet hierauf das Rechteck ABCD, so ist

$AD^2 = AB^2 + AC^2$, aber
$R^2 = AB^2 + AC^2$, mithin
$R = AD$

d. h. die Diagonale des Rechteckes, dessen Seiten den Kräften proportional sind, enthält genau so viele Längeneinheiten als die Resultirende Kraft-Einheiten zählt.

Fig. 21.



Da $\cos. DAB = \frac{AB}{AD} = \frac{P}{R}$ und $\cos. DAC = \frac{AC}{AD} = \frac{Q}{R}$, so ist $\cos. DAB = \cos. a$, und $\cos. DAC = \cos. b$; mithin, da die Winkel spitzig sind, auch

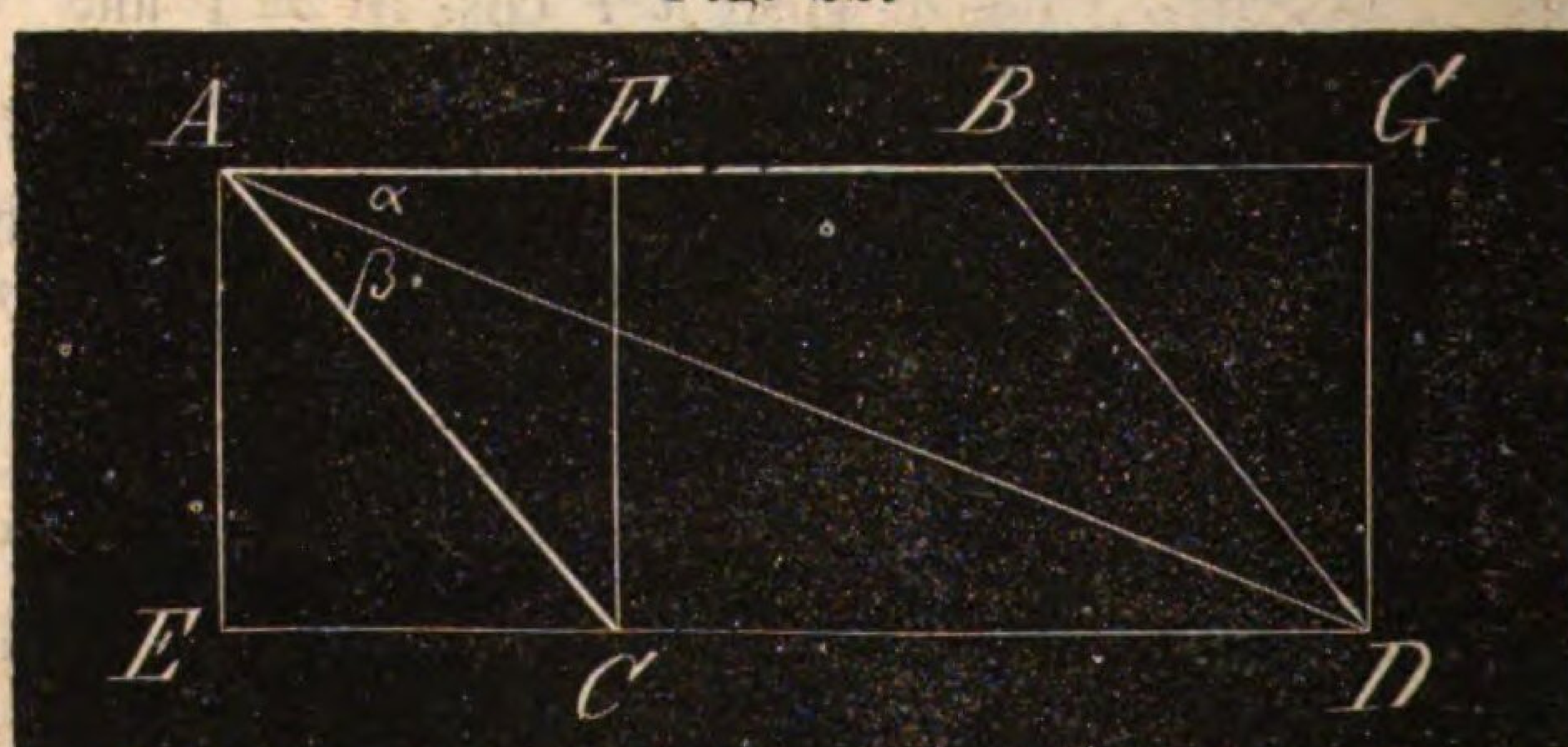
$$DAB = a \text{ und } DAC = b$$

d. h. die Diagonale des Rechteckes ABCD gibt auch die Richtung der Resultirenden R an.

Ist nun eine Kraft gegeben, deren Richtung und Größe die Gerade AD vorstellt, so kann man sie als die Resultirende von zwei einen rechten Winkel einschließenden Componenten betrachten, die man erhält, wenn man durch A zwei auf einander senkrechte Gerade Ax und Ay zieht, dann von D auf diese Linien die Senkrechten DB und DC fällt und auf diese Art ein Rechteck verzeichnet, dessen Diagonale die Größe und Richtung der gegebenen Kraft, mithin die Seiten AB und AC die Größe und Richtung ihrer Componenten angeben.

§. 38. **Resultirende zweier Kräfte die auf einen freien Punkt wirken und deren Richtungen keinen rechten Winkel einschließen.** Schließen die Richtungen AB und AO Fig. 22. zweier Kräfte P und Q einen Winkel $BAC = \gamma$ ein, der vom Rechten abweicht, so findet man ihre Resultirende, wenn man von den Richtungen der Kräfte die Stücke AB und AC abschneidet, die diesen Kräften pro-

Fig. 22.



portionirt sind, und nun das Parallelogramm ABCD verzeichnet; die Diagonale dieses Parallelogramms, das man **Kräftenparallelogramm** nennt, gibt die **Größe** und die **Richtung** der Resultirenden von P und Q an.

Denn errichtet man in A eine auf der AB senkrecht stehende Linie, und zerlegt die Kraft P = AC in die zwei Componenten AF = q und AE = q′ so wirkt AF mit der Kraft P = AB in einerlei Richtung, und man kann beide Kräfte durch eine einzige Kraft P + q = AB + AF ersetzen. Fällt man von D die Senkrechte DG auf AB, so ist, wie sich aus der Congruenz der Dreiecke BDG und ACF ergibt, BG = AF, mithin ist AB + AF = AB + BG = AG. Wir haben demnach zwei einen rechten Winkel einschließende Kräfte AG und AE, welche dieselbe Wirkung erzeugen, wie die gegebenen AB und AC, und da deren Resultirende die Diagonale AD des Rechteckes AGED ist; so gibt AD auch die Resultirende der Kräfte AB und AC, d. i. der Kräfte P und Q sowohl der Größe als der Richtung nach; nun ist aber AD auch die Diagonale des Kräftenparallelogramms ABCD, somit ist obiger Satz bewiesen.

Für die **Größe der Resultirenden** läßt sich ein mathematischer Ausdruck leicht finden. Es ist nämlich

$$q = Q \cos.\gamma \text{ und } q' = Q \sin.\gamma$$

mithin die Kraft $AG = P + Q \cos.\gamma$,

„ „ $AF = Q \sin.\gamma$ und

$$R^2 = \overline{AG}^2 + \overline{AF}^2 = P^2 + 2PQ \cos.\gamma + Q^2 \cos.^2\gamma + Q^2 \sin.^2\gamma,$$

somit $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos.\gamma$.

1. Ist also nebst den zwei Kräften P und Q auch ihr Richtungswinkel γ gegeben; so läßt sich die Resultirende nach dem letzten Ausdrucke leicht berechnen. Man ersieht, daß bei denselben Kräften die Resultirende am größten ist, wenn $\gamma = 0$, mithin $\cos.\gamma = 1$ ist; in diesem Falle ist $R = P + Q$, also gleich der Summe der Kräfte. Solange der Winkel γ ein spitziger ist, bleibt sein Cosinus positiv, daher $R > \sqrt{P^2 + Q^2}$; allein die Resultirende nimmt ab, wenn der Winkel γ wächst, wird nun $\gamma = 90°$ mithin $\cos.\gamma = 0$, so ist $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$. Geht der Winkel in einen stumpfen über, so ist sein Cosinus negativ, und

$$R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ \cos.\gamma$$

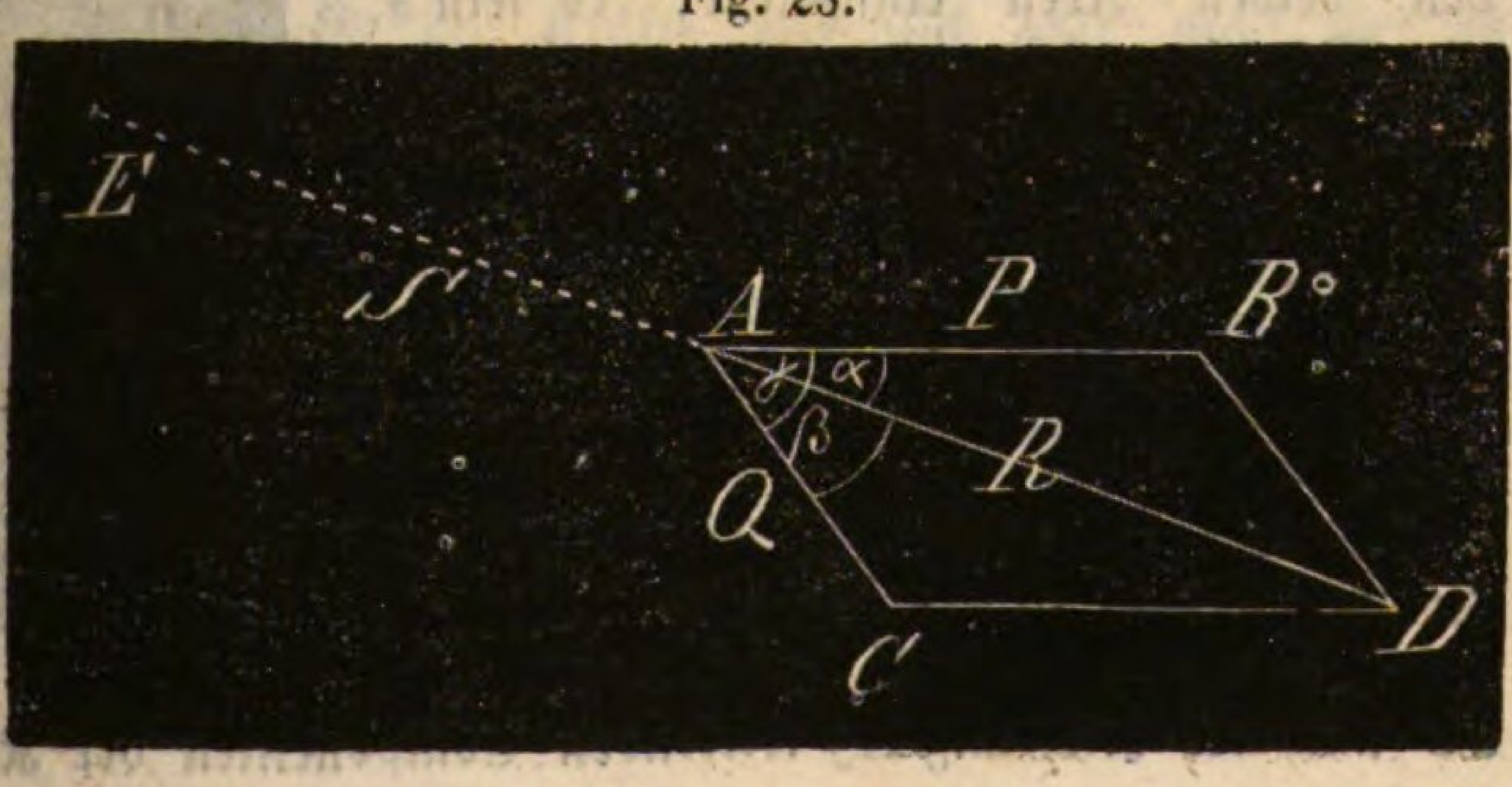
mithin $R < \sqrt{P^2 + Q^2}$; wird $\gamma = 180°$ d. h. sind die Kräfte einander gerade entgegengesetzt; so wird

$$R = P - Q$$

also gleich der Differenz der beiden auf denselben Angriffspunkt wirkenden Kräfte. Hieraus ist zu ersehen, daß die Resultirende zweier unter einem Winkel wirkenden Kräfte stets kleiner ist als ihre Summe, aber größer als ihre Differenz.

2. Bezeichnet man mit α und β Fig. 23. die Winkel, welche die Richtung der Resultirenden mit den Richtungen der Seitenkräfte bildet, und berücksichtigt, daß $\gamma + ABD = 180°$ mithin $\sin. ABD = \sin\gamma$, so erhält man aus dem Kräftenparallelogramm:

Fig. 23.



1) $P : Q = \sin.\beta : \sin.\alpha$ 2) $P : R = \sin.\beta : \sin.\gamma$; 3) $Q : R = \sin.\alpha : \sin\gamma$. Vermittelst dieser Proportionen ist es möglich, wenn eine der drei Kräfte und zwei Richtungswinkel gegeben sind, die beiden andern Kräfte und den dritten Richtungswinkel zu finden

3. Läßt man auf den freien Punkt A eine Kraft S wirken, die der Resultirenden vom P und Q gleich und gerade entgegengesetzt ist, so entsteht Gleichgewicht; da nun

$$P : Q : R = \sin.\beta : \sin.\alpha : \sin.\gamma$$

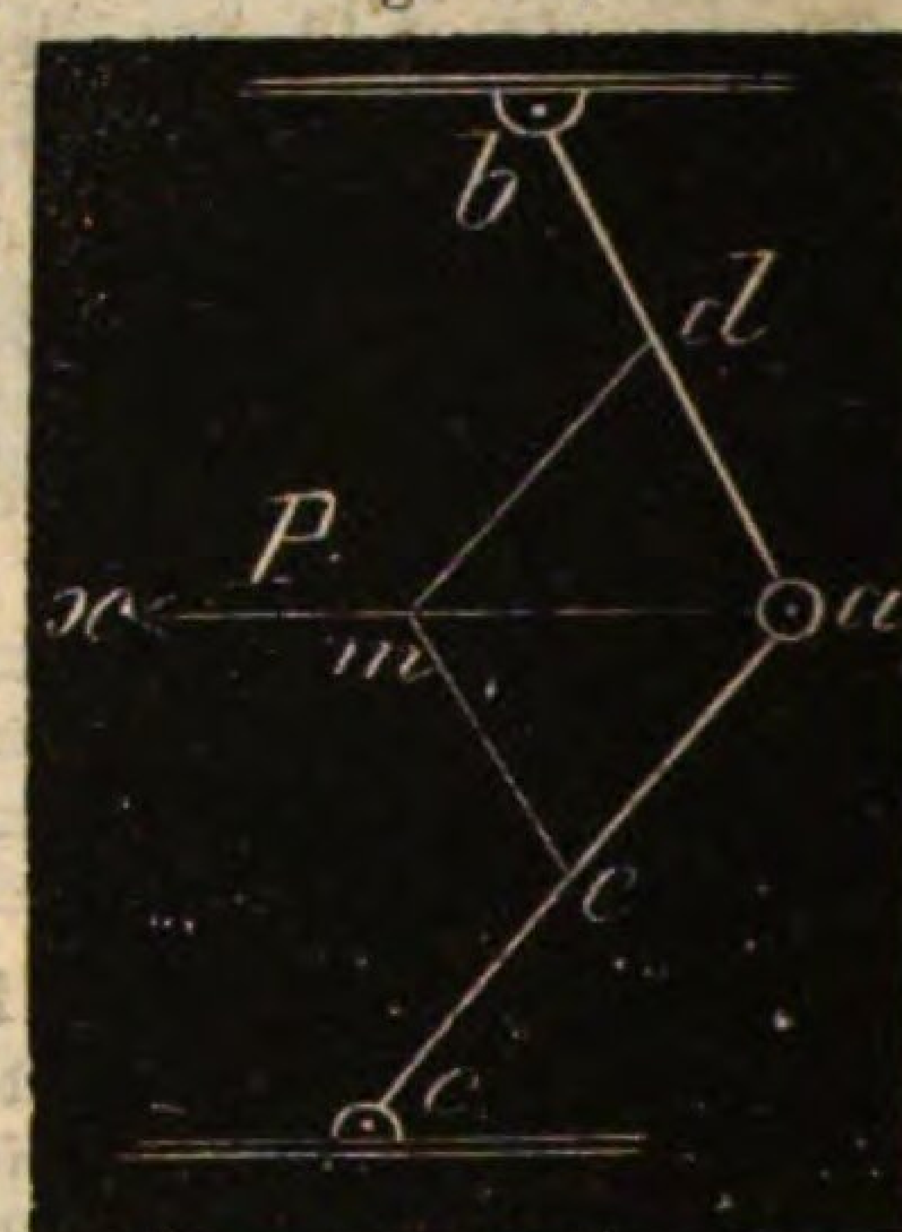
ist, und $R = S$, $\sin.\beta = \sin.CAE$, $\sin.\alpha = \sin.EAB$, $\sin.\gamma = BAC$; so hat man

$$P : Q : S = \sin.EAC : \sin EAB : \sin.BAC.$$

Wenn daher drei Kräfte, deren Richtungen in einer Ebene liegen, an einem freien Punkte sich das Gleichgewicht halten; so ist jede derselben dem Sinus des Winkels den die beiden andern einschließen, proportional.

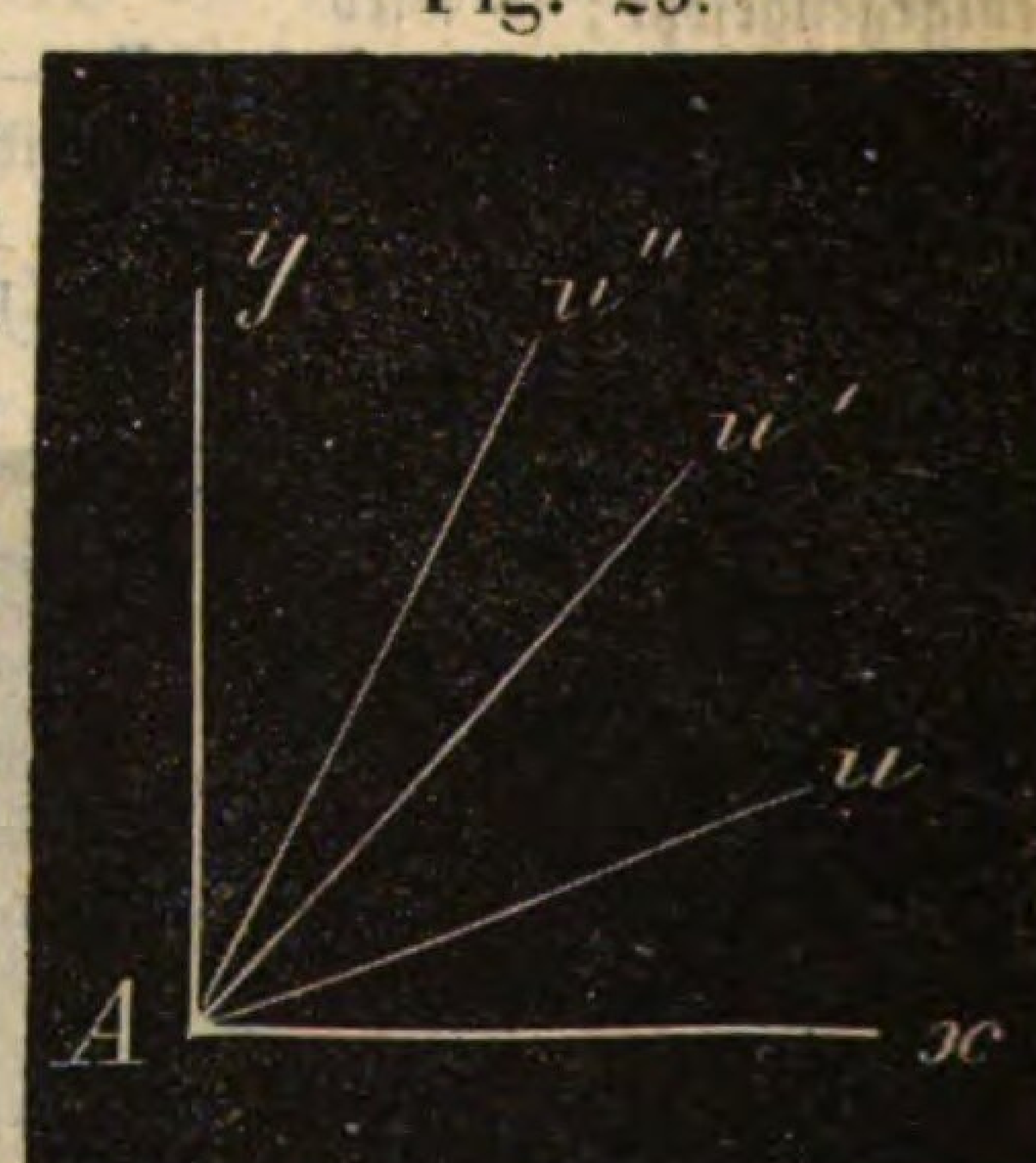
4. Auf der Zerlegung einer Kraft in ihre Componenten beruht die Wirkung der Kniepresse Fig. 24, die aus zwei durch ein Gelenke a verbundenen Metallstangen ab und ai besteht, wovon ab mit dem Ende b gegen einen festen unbeweglichen Widerhalt sich stemmt, ac aber an dem Ende c mit einer Platte versehen ist, unter die man den Körper bringt, den man pressen will. Uebt nun eine Kraft P auf das Gelenke a einen starken Zug in der Richtung a x aus, so ist die Wirkung dieselbe, als wenn auf a zwei Kräfte wirksam wären, die eine in der Richtung ab die andere in der Richtung ac. Schneidet man von der Richtung der Kraft P das Stück a m, proportionirt dieser Kraft ab, und zieht von m eine parallele zu a c und eine parallele zu a d, so erhält man ein Parallelogramm m d a e, dessen Seiten den Componenten der Kraft P proportional sind; jede dieser Componenten, mithin auch der Druck gegen den Körper unter der Preßplatte ist desto stärker, je stumpfer der Winkel b a c bei allmähliger Volumenverminderung des gepreßten Körpers wird. Man kann auf diese Art mit einer geringen Kraft einen bedeutenden Druck hervorbringen, und hat den Vortheil, daß die Preßkraft allmählig größer wird.

Fig. 24.



§. 39. Zusammensetzung mehrerer auf einen Punkt wirkenden Kräfte, deren Richtungen in der nämlichen Ebene liegen. Es seien die Kräfte P, P′, P″ … Fig. 25. die auf den Punkt A in den Richtungen Au, Au′, Au″.. wirken; ziehen wir durch A zwei rechtwinkeligen Coordinatenaxen Ax und Ay, und bestimmen die Lage der Richtungen der Kräfte durch die Winkel, die jede mit den beiden Axen einschließt; es sein α, β die Winkel welche die Richtung der Kraft P, α', β' diejenigen, die P′, und α'', β'', die, welche P″ mit Ax und Ay einschließt, u. s. f. Man zerlegt nun jede Kraft in zwei Componenten, wovon die eine in der Richtung Ax, die andere rechtwinkelig in der Richtung Ay wirkt, so sind

Fig. 25.



$$P \cos.\alpha,\ P' \cos.\alpha',\ P'' \cos.\alpha'' \ldots\ldots$$

die nach der Richtung Ax, und

$$P \cos.\beta,\ P' \cos.\beta',\ P'' \cos.\beta'', \ldots\ldots$$

die nach der Richtung Ay wirkenden Componenten der Kräfte P, P′, P″ ….

Die nach einerlei Richtung auf einen Punkt wirkenden Componenten lassen sich durch eine Kraft ersetzen, die ihrer Summe gleich ist; es sei

$$X = P \cos. \alpha + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \beta'' + \ldots$$
$$Y = P \cos. \beta + P' \cos. \beta' + P'' \cos. \beta'' + \ldots$$

wo die Cosinusse der stumpfen Winkel negativ zu nehmen sind.

Heißt R die Resultirende von den zwei einen rechten Winkel einschließenden Kräften X und Y, mithin auch die Resultirende der Kräfte P, P′, P″ ...., sind a und b die Winkel, welche ihre Richtung mit den Coordinatenaxen bildet; so ist

$$R = \sqrt{X^2 + Y^2},$$
$$X = R \cos. a \text{ und } Y = R \cos. \beta; \text{ mithin}$$
$$\cos. b = \frac{X}{R}, \quad \cos. b = \frac{Y}{R}.$$

§. 40. Bedingung des Gleichgewichtes von Kräften, die auf einen Punkt wirken und deren Richtungen in einerlei Ebene liegen. Ist der Punkt A auf den mehrere Kräfte wirken ein freier, so kann das Gleichgewicht nur dann eintreten, wenn die Resultirende gleich Null ist; aus

$$R^2 = X^2 + Y^2$$

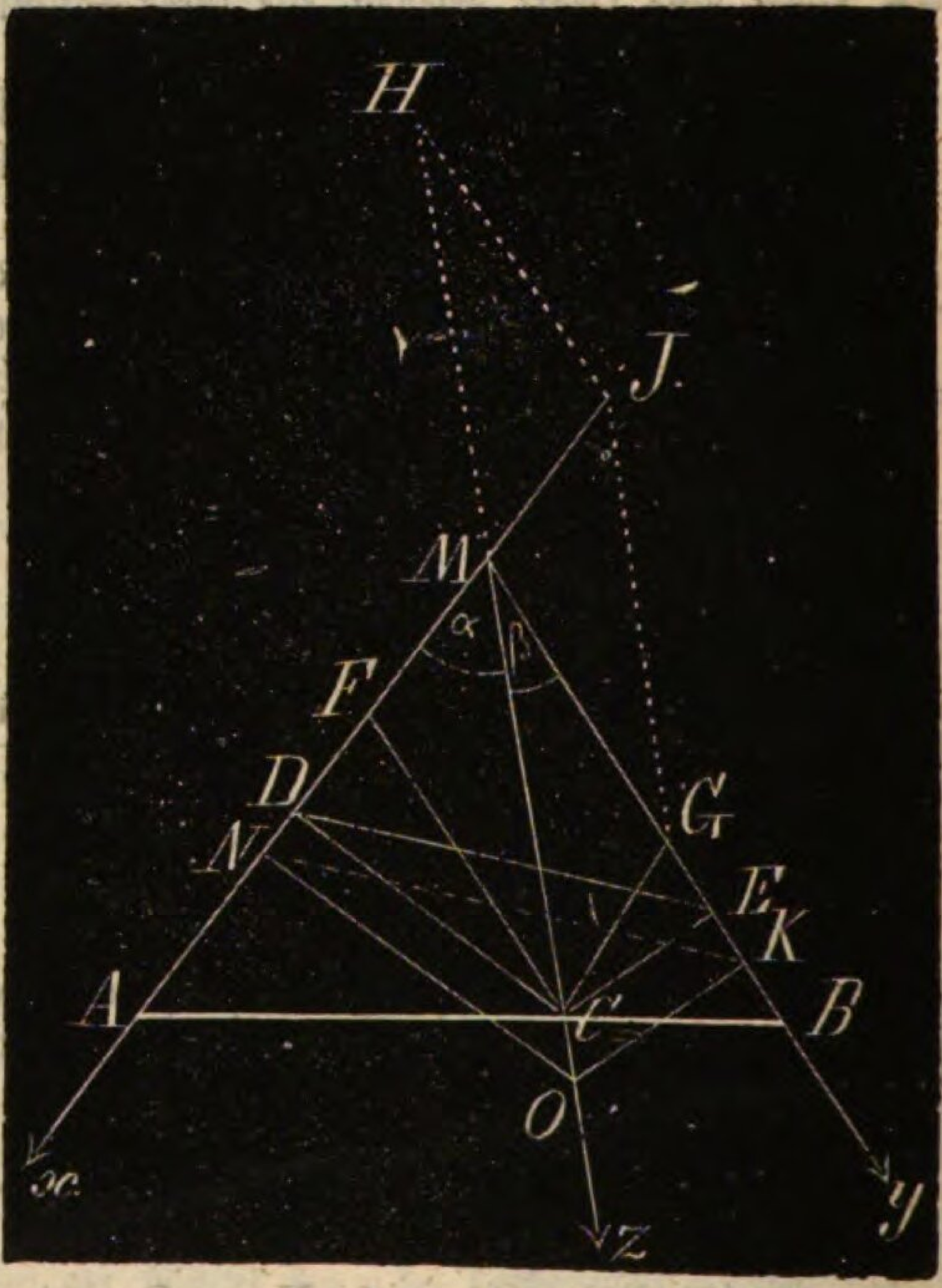
folgt, daß für R = O, auch X = O und Y = O sein muß, da eine Summe von positiven Größen niemals Null sein kann, wofern nicht jede für sich Null ist; mithin ist auch

$$P \cos. \alpha + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \alpha'' + \ldots = 0$$
$$P \cos. \beta + P' \cos. \alpha' + P'' \cos. \alpha'' + \ldots = 0$$

d. h die Kräfte halten sich das Gleichgewicht, wenn sowohl die Summe der nach der Axe A x, als die der nach der A y wirkenden Kräfte gleich Null ist. Es ergibt sich in diesem Falle, daß jede Kraft der Resultirenden allen übrigen gleich und gerade entgegengesetzt ist.

Wenn der Angriffspunkt der Kräfte beweglich aber nicht frei ist, sondern genöthigt auf einer Fläche oder einer Linie zu bleiben, die geeignet ist einen Widerstand zu leisten, so ist zum Bestehen des Gleichgewichtes nothwendig, daß die Resultirende aller Kräfte eine Richtung habe, die auf der Tangirenden, welche die Fläche oder Linie im Angriffspunkte berührt, senkrecht steht und auf die Bahn drückend wirkt, weil nur in diesem Falle die Wirkung der Resultirenden durch den Widerstand der Bahn aufgehoben wird.

Fig. 28.



§. 41. Zusammensetzung zweier Kräfte, die auf verschiedene in unveränderlicher Verbindung stehende Punkte wirken, und deren Richtungen in einerlei Ebene liegen. Wir haben hier zwei Fälle zu unterscheiden, zuerst den Fall, wo die Richtungen der Kräfte einen Winkel einschliessen, dann den zweiten, wo diese Richtungen parallel sind.

1. Nehmen wir an, die Kräfte P und Q wirken auf die in unveränderlicher Verbindung stehenden Angriffspunkte A und B in den Richtungen Ax und By, die in derselben Ebene liegen, daher verlängert im Punkte M zusammentreffen und den Winkel AMB einschließen; denken wir uns den Punkt M mit A und B in fester Verbindung, so lassen sich ohne Störung des Gleichgewichts die Kräfte P und Q dahin versetzen. Diese Kräfte können sich nicht das Gleichgewicht halten, sondern sie müssen eine Bewegung des Punktes M und der festen Linie AB bewirken, die man auch durch eine einzige Kraft, die ihre Resultirende ist, hervorbringen könnte. Die Richtung Mz dieser Resultirenden, die innerhalb des Winkels AMB liegen muß, schneidet die AB in einem Punkte z. B. in C; bringen wir nun in C eine Stütze an, um welche sich die feste Linie AB drehen läßt, und die durch ihren Widerstand geeignet ist, den Zug der Resultirenden aufzuheben, so entsteht der Zustand des Gleichgewichtes, und wir haben dann einen Hebel, an dem sich die Kräfte P und Q das Gleichgewicht halten; die Größe der Resultirenden von P und Q, deren Richtung die Gerade MC angibt, bestimmt die Stärke des Druckes, den die Stütze oder die Drehungsaxe des Hebels erleidet. Fällen wir von C die Senkrechten CD und CE auf die Richtungen der Kräfte, so ist

$$P : Q = CE : CD.$$

Setzen wir den Winkel AMC $= \alpha$, und den Winkel BMC $= \beta$, so ist CE $=$ MC sin. β, und CD $=$ MC sin. α, daher

$$P : Q = \text{sin. } \beta : \text{sin. } \alpha.$$

Zieht man von C die Gerade CF parallel zu BM, und CG parallel zu AM, so erhält man ein Parallelogramm, bei dem die den Winkel M einschließenden Seiten in den Richtungen der Kräfte P und Q liegen, und

dessen Diagonale die Richtung der Resultirenden dieser Kräfte angibt. In diesem Parallelogramm ist

$MF : CF = \sin. \beta : \sin. \alpha$, und $CF = MG$,

mithin $P : Q = MF : MG$

d. h. die Seiten dieses Parallelogramms, dessen Diagonale die Richtung der Resultirenden der den Winkel M einschließenden Kräfte angibt, verhalten sich zu einander wie diese Kräfte; somit ist es ein Kräftenparallelogramm. Damit ist abermals bewiesen, daß die Diagonale eines Kräftenparallelogramms die Richtung der Resultirenden der beiden Seitenkräfte anzeigt; um auch die Größe dieser Resultirenden zu finden, lassen wir auf M in der Verlängerung von MC eine Kraft S wirken, die der Resultirenden R von P und Q gleich ist; so hebt sie die Wirkung von R auf und hält den Componenten P und Q das Gleichgewicht. Wenn sich aber drei auf einen Punkt wirkende Kräfte, deren Richtungen in derselben Ebene liegen, das Gleichgewicht halten, so ist jede der Resultirenden der beiden andern gleich und gerade entgegengesetzt; daher ist die Resultirende von S und Q der Kraft P gleich und wirkt in der rückwärts verlängerten Richtung von P. Schneide man von dieser Verlängerung ein Stück $MJ = MF$ ab, verbinde J mit G so ist das Dreieck MJG congruent mit MFC, daher sind die Winkel MJG und FMC einander gleich, somit die Gerade JG parallel zu MC. Zieht man von J die JH parallel zu MG, so erhält man das Parallelogramm MHJG, dessen Diagonale MJ die Richtung der Resultirenden der nach den Seiten desselben wirkenden Kräfte Q und S angibt, und das somit ein Kräftenparallelogramm ist, weshalb

$Q : S = MG : MH$,

oder da $S = R$, und $MH = MC$,

$Q : R = MG : MC$

d. h. die Diagonale des Kräftenparallelogramms ist auch der Größe der Resultirenden der beiden Seitenkräfte proportional.

Wir haben hiemit, unabhängig von der früheren Lehre vom Kräftenparallelogramm bewiesen, daß die Diagonale eines Kräftenparallelogramms überhaupt sowohl die Richtung als die Größe der Resultirenden der auf einen Punkt wirkenden Kräfte bestimmt, und ersehen zugleich, daß man die Resultirende der auf A und B wirkenden Kräfte findet, wenn man ihre Richtungen bis zum Zusammentreffen in einem Punkte M verlängert, von ihnen Stücke, die den Kräften proportionirt sind, abschneidet, und das Parallelogramm verzeichnet; die Diagonale desselben gibt die gesuchte Richtung und Größe der Resultirenden der beiden Componenten an. Der Punkt C, in dem diese Resultirende die feste Linie AB schneidet und durch dessen Befestigung das Gleichgewicht erzeugt wird, ist als ihr Angriffspunkt zu betrachten; ihre Größe findet man, wenn der Winkel $AMB = \gamma$ gegeben ist, aus der Gleichung

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2\,P\,Q \cos. \gamma \quad (1)$$

2. Es war ferner auch

$$P : Q = CE : CD \quad (2)$$

Werden von einem anderen in der Richtung der Resultirenden liegenden Punkte z. B. von O Senkrechte ON und OK auf die Richtungen der Kräfte gefällt, so sind diese offenbar den Senkrechten CD und CE proportionirt, so daß man hat

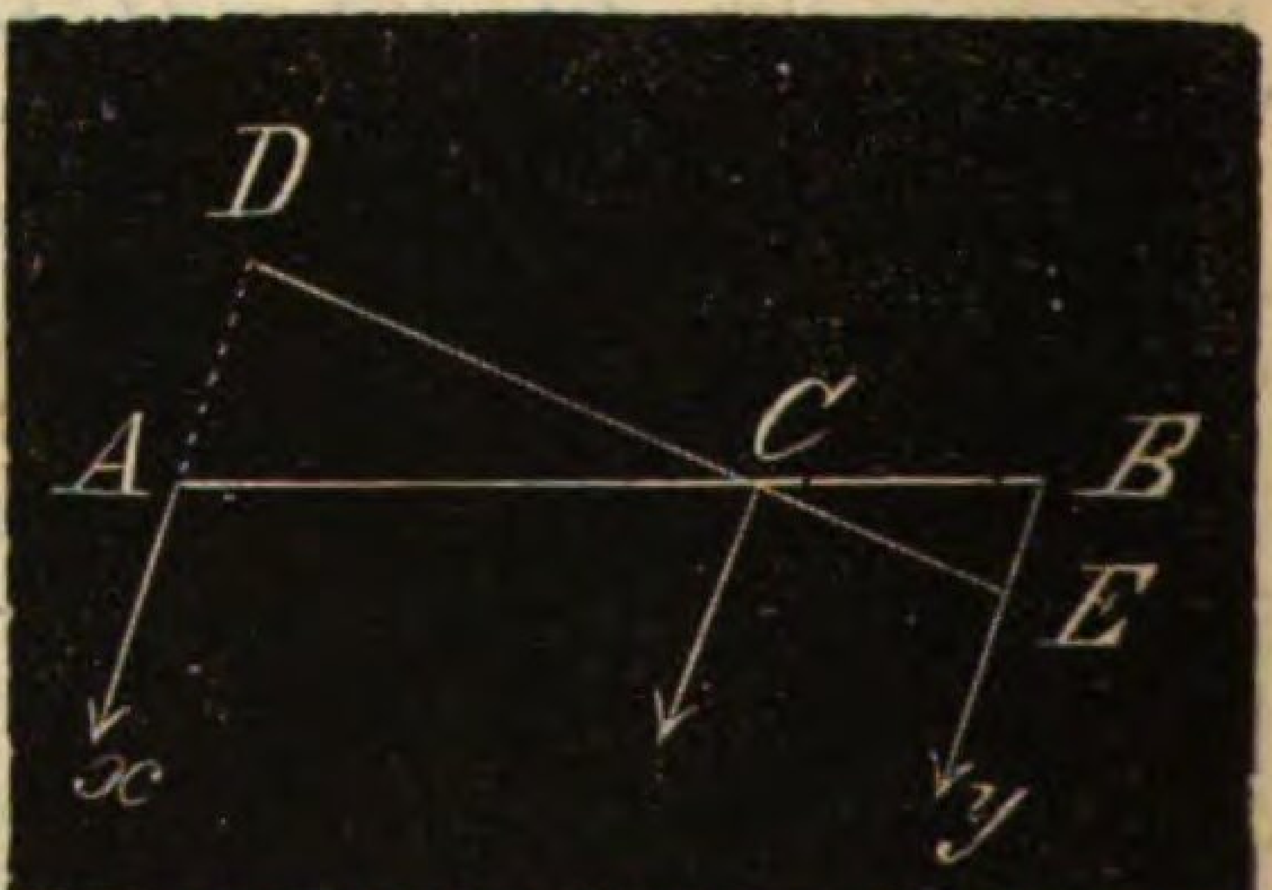
$$CE : CD = OK : OH, \text{ daher auch}$$
$$P : Q = OK : OH$$
d. h. die zwei einen Winkel einschließenden Kräfte verhalten sich zu einander, wie umgekehrt die Senkrechten, die von irgend einem in der Richtung der Resultirenden befindlichen Punkte, auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden.

3. In der vierseitigen Figur CDME bildet der Winkel DCE mit dem Winkel $\alpha + \beta$ zwei rechte, und im Dreiecke CMF sind die Winkel MFC $+ \alpha + \beta$ auch zwei rechten gleich, mithin sind die Winkel DCE und MFC einander gleich, und da die Verhältnisse der Seiten, die diese gleichen Winkel einschließen auch einander gleich sind, indem jedes derselben dem Verhältniße $P : Q$ gleich ist; so sind die Dreiecke DCE und MFC einander ähnlich, und es ist
$$MF : MG : MC = CE : CD : ED \text{ oder}$$
$$P : Q : R = CE : CD : ED.$$
Demnach ist die Gerade ED, welche die Fußpunkte der Senkrechten CE und ED verbindet auch der Resultirenden von P und Q proportionirt, und wir erhalten für die Größe dieser Resultirenden auch den Ausdruck:
$$R^2 = CE^2 + CD^2 - 2\, CE.\, CD \cos. DCE \quad (3)$$

Es ist für sich einleuchtend, daß die Richtung der Resultirenden von P und Q in der Ebene dieser Kräfte liegt; zu ihrer Bestimmung dient die Proportion:
$$P : R = \sin. \beta : \sin. (\alpha + \beta) = \sin. \beta : \sin. DCE \quad (4)$$
aus welcher der Winkel β, den die Resultirende mit der Richtung der Kraft Q einschließt, sich leicht berechnen läßt.

4. Aus der zur Bestimmung der Größe und Richtung der Resultirenden der Kräfte P und Q gefundenen Ausdrücken ist zu ersehen, daß mit der Abnahme des Winkels AMB, mithin mit dem Wachsen des suplementären Winkels DCE die Größe der Resultirenden wächst, der spitzige Winkel β aber abnimmt; werden die Richtungen der beiden Kräfte P und Q parallel Fig. 27. so ist der Winkel AMB $= 0$, und DCE $= 180^\circ$, also $\cos. M = 1$, $\cos. DCE = -1$ und $\sin. DCE = 0$. Aus den Gleichungen (1) und (3) ergibt sich nun

Fig. 27.



a) $R = P + Q$, und $R = CD + CE$ d. h. die Resultirende zweier auf zwei verschiedenen Punkte einer unbiegsamen Linie wirkenden parallelen Kräfte ist gleich der Summe dieser Kräfte und proportional der Summe der Senkrechten, die von einem in ihrer Richtung liegenden Punkte auf die Richtungen der Kräfte gefällt werden und die eine gerade Linie bilden.

b) Aus der Proportion (4) folgt, daß $\sin. \beta = o$ mithin auch $\beta = o$ ist, d. h. daß die Richtung der Resultirenden zu den Richtungen der Kräfte parallel ist.

c) Aus (2) ergibt sich, daß
$$P : Q = CE : CD$$

Da nun die Dreiecke ACD und BCE Fig. 27. einander ähnlich sind, so ist

$$CE : CD = CB : CA, \text{ mithin } P : Q = CB : CA$$

d. h. die Resultirende theilt die gerade Linie, welche die Angriffspunkte der parallelen Kräfte unveränderlich verbindet, in zwei Abschnitte, die sich zu einander verhalten, wie umgekehrt die Kräfte.

d Aus $P : Q = CB : CA$ folgt

$$P + Q : P = AB : CB \text{ und}$$

$$CB = \frac{P.\,AB}{P + Q};$$

aus diesem letzten Ausdrucke ergibt sich, daß die Lage des Angriffspunktes C der Resultirenden unabhängig ist, von dem Winkel, den die Richtungen der Kräfte mit der unbiegsamen Linie, die ihre Angriffspunkte verbindet, einschließen; er bleibt also an derselben Stelle, so lange die Werthe von AB, P, Q sich nicht ändern. Der Punkt C heißt deshalb der **Mittelpunkt** paralleler Kräfte.

Aufgabe. Man soll eine gegebene Kraft R in zwei ihr parallele Componenten zerlegen, die an gegebenen Angriffspunkten A und B Fig. 28. angreifen.

Bezeichnen wir mit X und Y die Werthe der parallelen Componenten von R, deren Angriffspunkte C ist, so hat man

$$X + Y = R, \text{ und } X : Y = CB : AC; \text{ daraus folgt:}$$

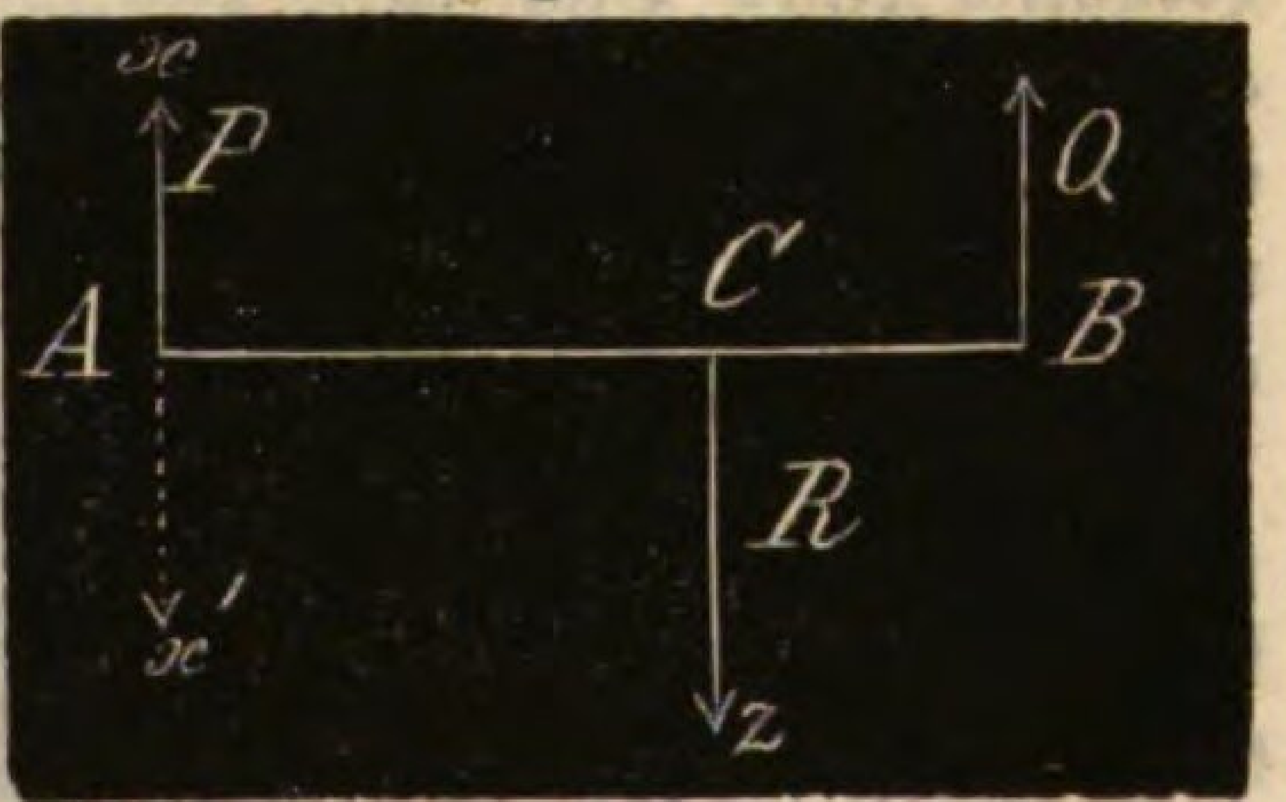
$$X + Y : X = AB : CB \text{ und } X = \frac{R.\,CB}{AB},$$

$$X + Y : Y = AB : CA \quad „ \quad Y = \frac{R.\,CA}{AB}.$$

Dieser Fall kommt vor z. B. bei Ermittlung des Druckes der Zapfen auf die Lager oder andere Suporte.

5. Will man bei der Einwirkung zweier auf zwei verschiedene Punkte einer unbiegsamen Linie wirkenden Kräfte Gleichgewicht erzeugen; so ist klar, daß man nur nöthig hat, entweder eine Kraft hinzuzusetzen, welche mit der Resultirenden gleich, aber gerade entgegengesetzt wirkt, oder am Angriffspunkte der Resultirenden eine Stütze anzubringen, die stark genug ist, um durch ihren Widerstand den Zug der Resultirenden aufzuheben.

Fig. 28.



Man kann aber auch eine Kraft R, Fig. 28. die an irgend einem Punkte C einer unbiegsamen Linie AB wirkt, durch zwei parallele an den Endpunkten A und B thätige Kräfte P und Q im Gleichgewichte erhalten, wenn diese Kräfte in Richtungen wirken, die der Richtung der Kraft R parallel aber entgegengesetzt sind, ferner wenn

$$P + Q = R, \text{ und } P : Q = CB : CA \text{ oder}$$

$$P + Q : P = AB : CB \text{ und } P = \frac{R.\,CB}{AB} \text{ ist.}$$

6. Stehen die drei Kräfte P, Q, R, deren Richtungen zu einander parallel sind, aber so daß die von P und Q nach einerlei, dagegen die von R nach entgegengesetzter Seite geht, im Gleichgewichte; so ist jede davon der Resultirenden der beiden andern gleich, aber der Richtung nach gerade entgegengesetzt.

Es sei S die Resultirende von R und Q, so ist S der Kraft P gleich und wirkt auf den Punkt A in der Richtung Ax', welche in die Verlängerung von Ax fällt. Da nun

$$R = P + Q, \text{ so ist } S = P = R - Q$$

d. h. die Resultirende von zwei ungleichen parallelen, aber nach entgegengesetzten Seiten wirkenden Kräften ist gleich der Differenz dieser Kräfte und hat die Richtung der größeren Kraft. Der Angriffspunkt A dieser Resultirenden S findet man aus der Proportion.

$$P : Q = CB : CA, \text{ daher } AC = \frac{Q \cdot CB}{R - Q},$$

woraus zu ersehen ist, daß CA desto größer wird, je kleiner der Unterschied der Kräfte R und Q ist. Sind diese Kräfte gleich so ist die Resultirende = o, und AC unendlich groß; es ist also in diesem Falle nicht mehr möglich, durch Hinzusetzung einer Kraft das Gleichgewicht herzustellen, folglich auch nicht möglich mittelst einer einzigen Kraft dieselbe Wirkung zu erzeugen, wie sie durch zwei gleiche parallele aber nach entgegengesetzten Seiten auf zwei verschiedene Punkte einer unbiegsamen Linie wirkende Kräfte erzeugt wird. Man nennt zwei solche Kräfte ein Kräftenpaar (couple) und es ist leicht, sich zu überzeugen, daß ein Kräftenpaar eine drehende Bewegung bewirkt.

Zwei gleiche und parallele Kräfte, die auf zwei verschiedene unveränderlich verbundene Punkte nach entgegengesetzten Richtungen wirken, können keine Resultirende haben; denn hätten sie eine, so müßte sie entweder nach der Richtung der einen oder der andern Kraft wirken, aber der Grund, der sich für die eine Richtung anführen ließe, gilt auch für die entgegengesetzte; es ist daher nicht möglich die gegebenen Kräfte durch eine einzige Kraft zu ersetzen.

7. Aus der Proportion

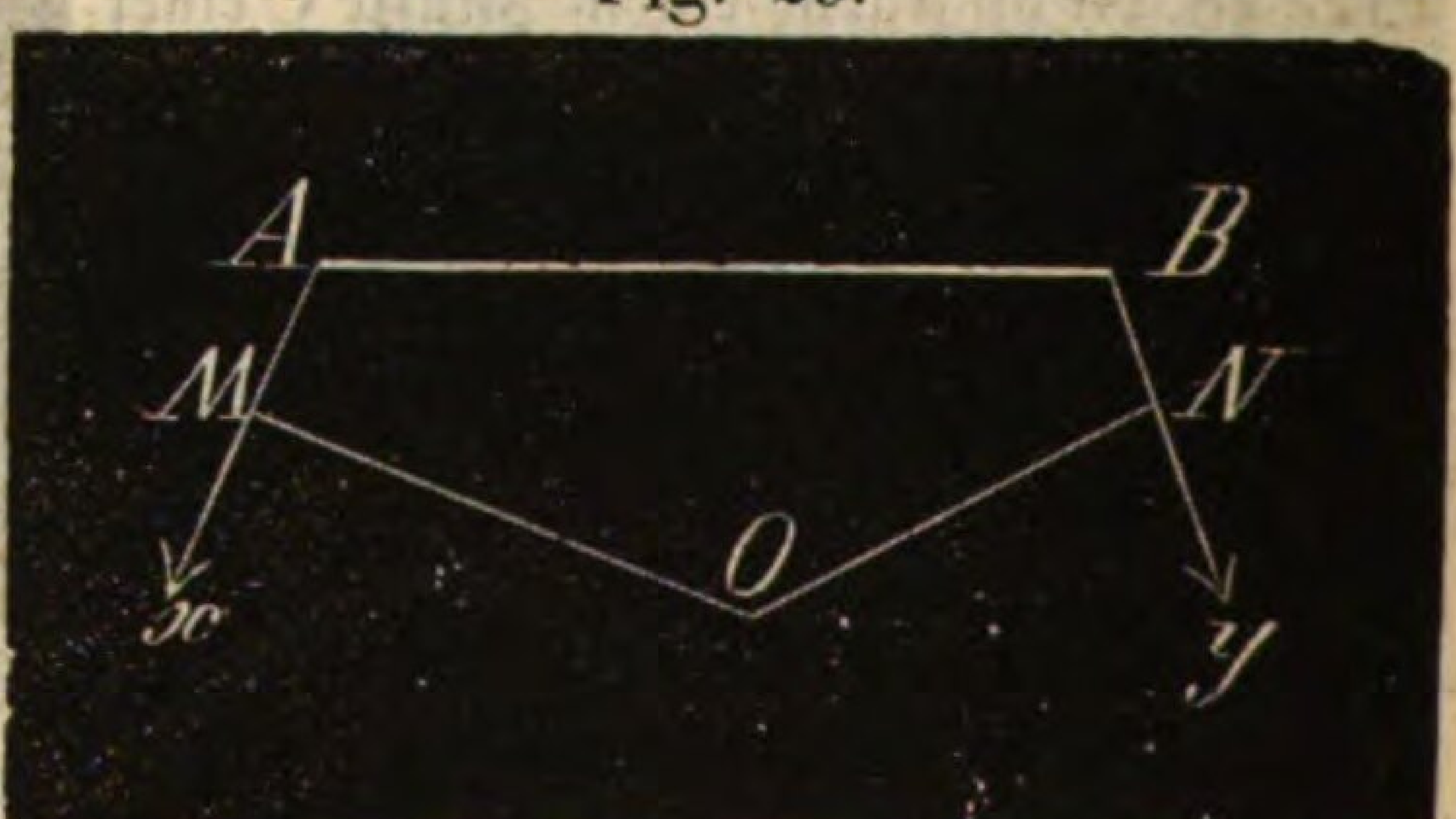
$$P : Q = CE : CD \text{ folgt } P . CD = Q . CE$$

d. h. die Momente zweier Kräfte, sie mögen auf einen oder auf zwei verschiedene fest verbundene Punkte wirken, ihre Richtungen mögen parallel oder nicht parallel sein, sind bezüglich eines in der Richtung der Resultirenden liegenden Punktes einander gleich. Es läßt sich aber auch leicht erweisen, daß in dem Falle, wo die Momente zweier Kräfte P und Q Fig. 29. bezüglich eines Punktes O einander gleich sind, dieser Punkt in der Richtung der Resultirenden liegen müsse. Denn es sei

$$P . MO = Q . ON,$$

und man bringe O mit A und B in feste Verbindung, so ist klar, daß man durch Befestigung des Punktes O einen Hebel erhält, an dem sich die Kräfte P und Q das Gleichgewicht halten; dieß ist jedoch nur möglich, wenn sich der Punkt O in der Richtung der Resultirenden von P und Q befindet.

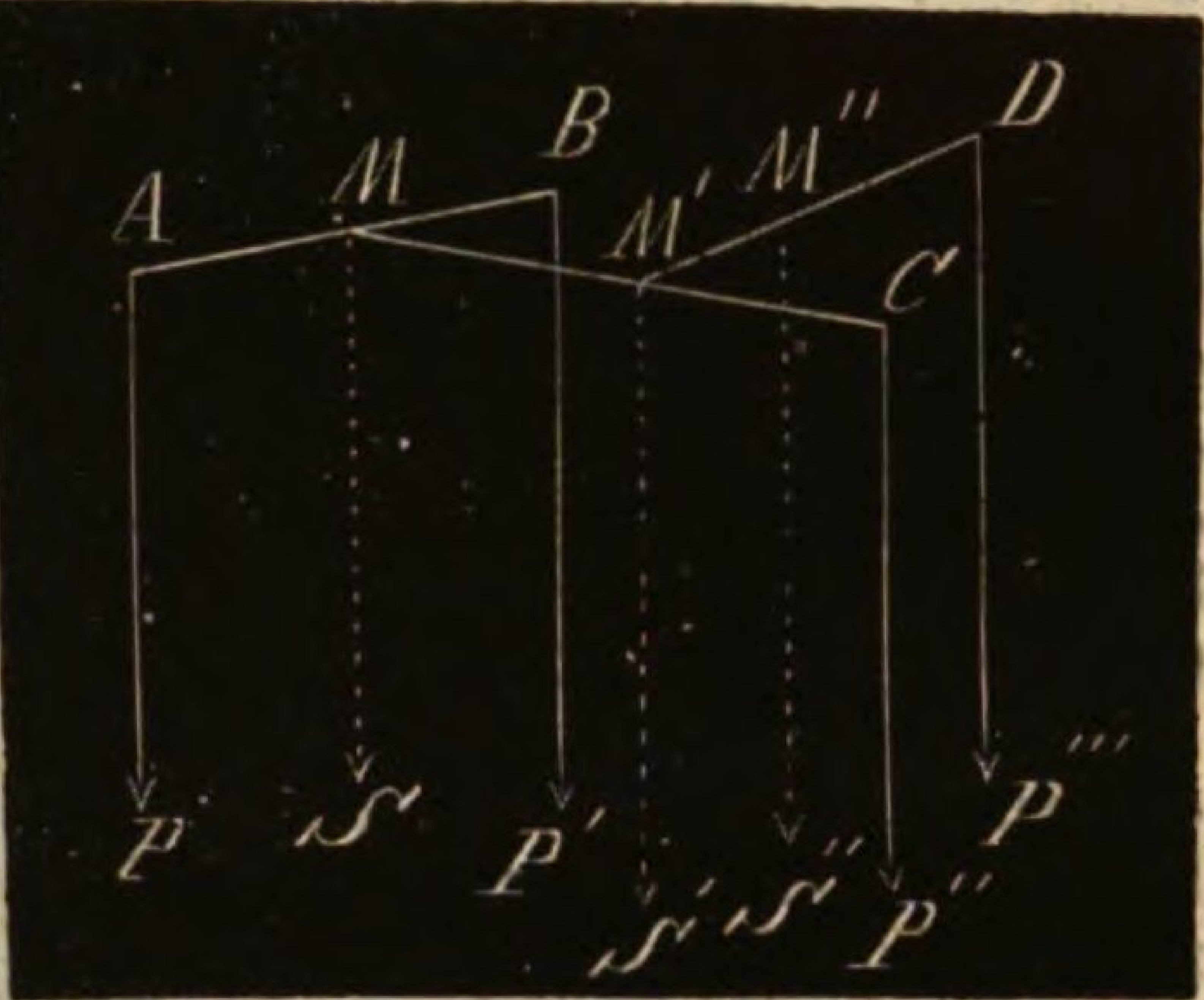
Fig. 29.



§. 42. Zusammensetzung mehrerer parallelen auf ein System von materiellen Punkten wirkenden Kräfte. Es

seien die parallelen Kräfte $P\, P', P'', P''' \ldots$, Fig. 30. die nach derselben Seite hin auf die materiellen, unveränderlich mit einander verbundenen Punkte A, B, C, D ... wirken und deren Richtungen nicht in derselben Ebene liegen; man suche zuerst die Resultirende von P und P', diese sei = S und habe M zum Angriffspunkte, so ist die Resultirende

Fig. 30.



$$S = P + P'$$

und ihre Richtung parallel zu den Richtungen ihrer Componenten. Nun bestimmt man die Resultirende S' der Kräfte S und P'', so erhält man

$$S' = S + P'' = P + P' + P'';$$

ihr Angriffspunkt liegt zwischen M und C z. B. in M' und ihre Richtung ist wieder parallel zu den Richtungen der gegebenen Kräfte. Auf gleiche Art findet man die Resultirende von S' und P''', nämlich

$$S'' = S' + P''' = P + P' + P'' + P''';$$

die Richtung ist abermals parallel zu der der Kräfte und ihr Angriffspunkt liegt zwischen M' und D z. B. im M''. Hieraus wird ersichtlich, daß die Resultirende R von einer beliebigen Anzahl parallerer Kräfte gleich ist der Summe derselben, also

$$R = P + P' + P'' + \ldots.$$

2. Der Angriffspunkt M der Kraft S, dessen Lage in der Linie AB aus dem Ausdrucke $MB = \frac{P.\,AB}{P + P}$ leicht zu bestimmen ist, bleibt an derselben Stelle, wenn sich die parallelen Kräfte P und P' wie immer um ihre Angriffspunkte drehen, aber die Richtung der Resultirenden S wird sich um O ebenfals drehen, so daß sie zu der Richtung ihrer Componenten stets parallel bleibt. Auf dieselbe Art läßt sich zeigen, daß auch die Angriffspunkte M', M'', .. der Kräfte S', S'' ... an derselben Stelle bleiben, mithin wird auch der Angriffspunkt der Resultirenden R aller parallelen Kräfte seine Lage nicht ändern, wenn die Richtungen sämmtlicher Kräfte sich um ihre in unveränderlicher Verbindung stehenden Angriffspunkte dergestalt drehen, daß sie stets zu einander parallel bleiben, und dieselben Intensitäten behalten. Man nennt diesen Angriffspunkt der Resultirenden aller parallelen Kräfte, dessen Lage von der Lage der Richtungen der Componennten gegen das System unabhängig ist, den **Mittelpunkt** oder **Centralpunkt der parallelen Kräfte**.

3. Wenn einige der parallelen Kräfte in Richtungen wirken, die denen der andern entgegensetzt sind, so bestimmt man zuerst die Resultirende R', der nach einerlei Richtung wirkenden Kräfte $P, P', P'' \ldots$, und man hat

$$R' = P + P' + P'' + \ldots;$$

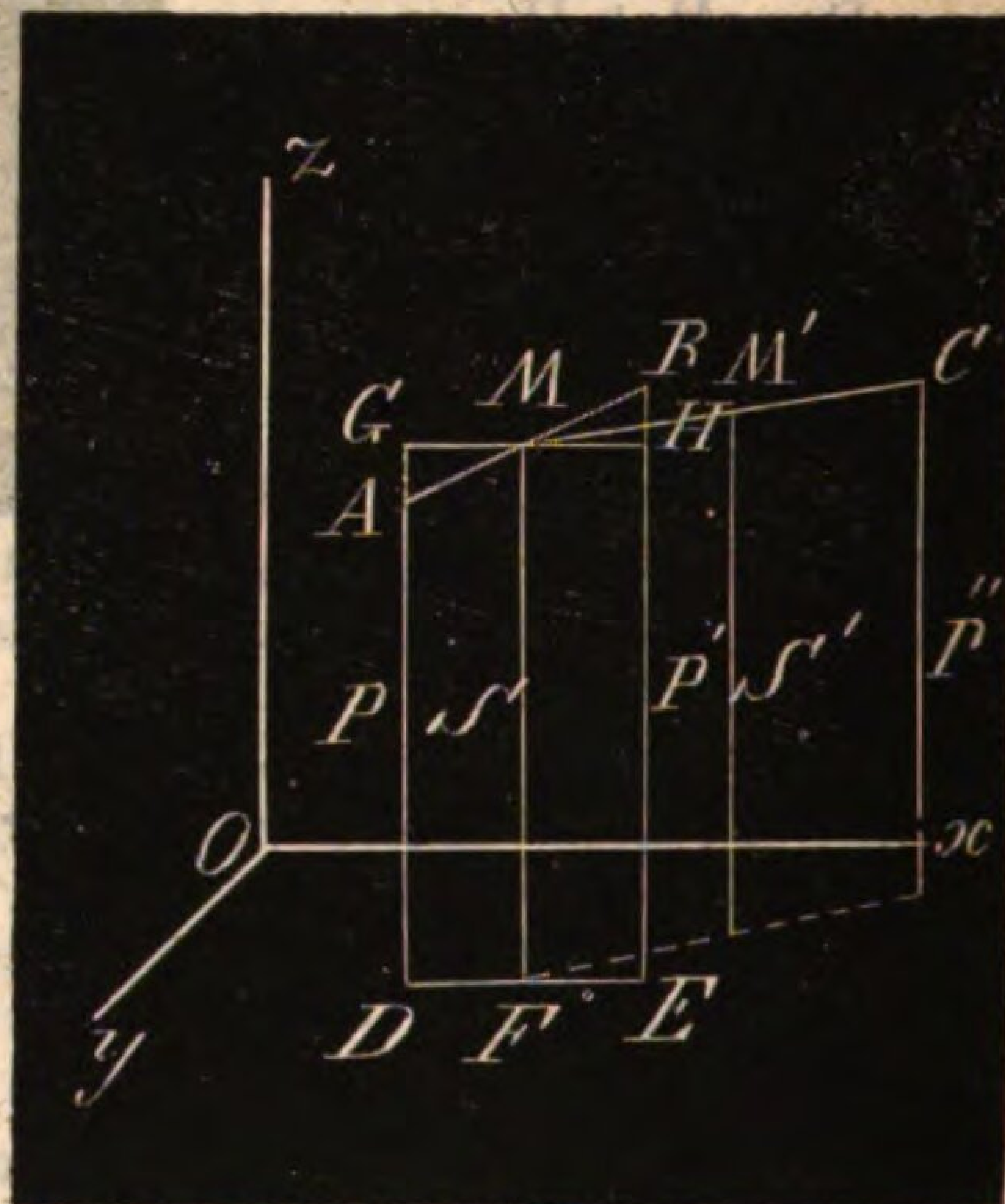
hierauf sucht man die Resultirende R'' der nach entgegengesetzter Richtung thätigen Kräfte $Q, Q'\, Q'' \ldots$; es ist

$$R'' = Q + Q' + Q'' \ldots$$

Auf diese Art wird das System paralleler Kräfte auf zwei parallele, aber nach entgegengesetzten Seiten wirkende Kräfte reducirt, die, wenn sie ungleich sind, sich zu einer Resultirenden zusammensetzen lassen; wenn sie aber gleich sind, niemals durch eine äquivalente Kraft ersetzt werden können.

4. Die Lage des Mittelpunktes paralleler Kräfte, wird bestimmt durch drei rechtwinklige Coordinaten x, y, z, d. i. durch seine Abstände von drei auf einander senkrecht stehenden Ebenen, deren Durchschnittslinien Ox, Oy, Oz Fig. 31. Coordinatenaxen genannt werden; es muß aber auch die Lage der Angriffspunkte der Kräfte bezüglich dieser drei Ebenen gegeben sein.

Fig. 31.



Fällen wir von den Angriffspunkten A und B der Kräfte P und P' dann von dem Angriffspunkte M ihrer Resultirenden Senkrechte auf die Ebene xOy, und setzen

$AD = z$, $BE = z'$, $MF = u$;

ziehen durch M die Gerade G parallel zu der DE, welche die Fußpunkte der in einer Ebene liegenden Senkrechten verbindet, so hat man

$$P : P' = BM : AM \text{ und}$$
$$BM : AM = BH : AG$$

mithin

$$P : P' = BH : AG \text{ und } P.\,AG = P'.\,BH.$$

Nun ist $AG = u - z$, $BH = z' - u$

folglich $Pu - Pz = - P'u + P'z'$ und

$$(P + P')\,u = Pz + P'z', \text{ oder}$$
$$Su = Pz + P'z'$$

Verbindet man M mit dem Angriffspunkte C der Kraft P'' durch die Gerade MC, so findet man auf diesen Geraden den Angriffspunkt M' der Kraft S', welche die Resultante von S und P'' ist, wenn man die von M' auf die Ebene xOy gefällte Sekrechte mit u' bezeichnet, aus der Gleichung

$$S'u' = Su + P''z'' = Pz + P'z' + P''z''.$$

Setzt man in dieser Weise die Operation fort, so ist ersichtlich, daß man, wenn mit R die Resultante aller parallelen Kräfte, und mit $z_,$ der Abstand des Mittelpunktes derselben von der Ebene xOy bezeichnet wird, im allgemeinen erhält:

$$Rz_, = Pz + P'z' + P''z'' + \ldots . \qquad (1)$$

Bezeichnet man die Senkrechten, welche von den Angriffspunkten auf die Ebene yOz gefällt werden mit $x, x', x'' \ldots$, und mit $y, y', y'' \ldots$ diejenigen, die man von denselben Punkten auf die Ebene xOz fällt, dann mit $x_,$ und $y_,$ die Abstände des Mittelpunktes der parallelen Kräfte von diesen

Ebenen yOz und xOz; so findet man ganz auf dieselbe Weise, wie die Gleichung (1) noch folgende zwei andere:

$$Rx_{,} = Px + P'x' + P''z'' + \ldots$$
$$Ry_{,} = Py + P'y' + P''y'' + \ldots$$

Da nun $R = P + P' + P'' + \ldots$ mithin bekannt ist, so lassen sich aus den drei Gleichungen, die Werthe von $x, y, z,$ leicht berechnen, wodurch die Lage des Mittelpunktes aller parallelen Kräfte rücksichtlich der drei rechtwinkligen Coordinatenebenen vollkommen bestimmt ist.

Das Produkt aus der Intensität einer Kraft in die Entfernung ihres Angriffspunktes von irgend einer Ebene nennt man das Moment der Kraft in Beziehung auf diese Ebene; demnach drücken die drei Gleichungen aus, daß das Moment der Resultirenden paralleler Kräfte bezüglich einer Ebene gleich ist der Summe der Momente dieser Kräfte rücksichtlich derselben Ebene.

Würden einige dieser Kräfte nach entgegengesetzten Richtungen wirken, so sind sie negativ zu nehmen. Gibt es Angriffspunkte die auf der entgegengesetzten Seite der Ebene, bezüglich welcher die Momente genommen werden, liegen, so sind die auf diese Ebene gefällten Senkrechten negativ zu nehmen. Liegen die Angriffspunkte sämmtlicher parallelen Kräfte in der nämlichen Ebene, so liegt auch ihr Mittelpunkt in dieser Ebene; wir können diese Ebene für eine der Coordinaten-Ebenen z. B. für die xOy nehmen, wo dann $z = z' = z'' = \ldots = o$ auch $z_{,} = o$ ist, und zur Bestimmung der Lage des Mittelpunktes die zwei Gleichungen

$$Rx_{,} = Px + P'x' + P''x'' + \ldots$$
$$Ry_{,} = Py + P'y_{,} + P''y'' + \ldots$$

hinreichen.

Wenn die Angriffspunkte aller parallelen Kräfte in einer geraden Linie sich befinden; so ist auch ihr Mittelpunkt in dieser Linie, und seine Lage wird bestimmt, sobald seine Entfernung von einem fixen Punkte auf dieser Linie ermittelt ist. Man nehme die gerade Linie, auf welcher der Mittelpunkt liegt zur Durchschnittslinie Ox der Coordinatenebenen xOy, und xOz so ist

$$z = z' = z'' = \ldots = o \text{ und } y = y' = y'' = \ldots = o, \text{ ferner}$$
$$z_{,} = o \text{ und } y_{,} = o.$$

Die Entfernung des fraglichen Mittelpunktes von O nämlich $x_{,}$ wird nun durch die Gleichung

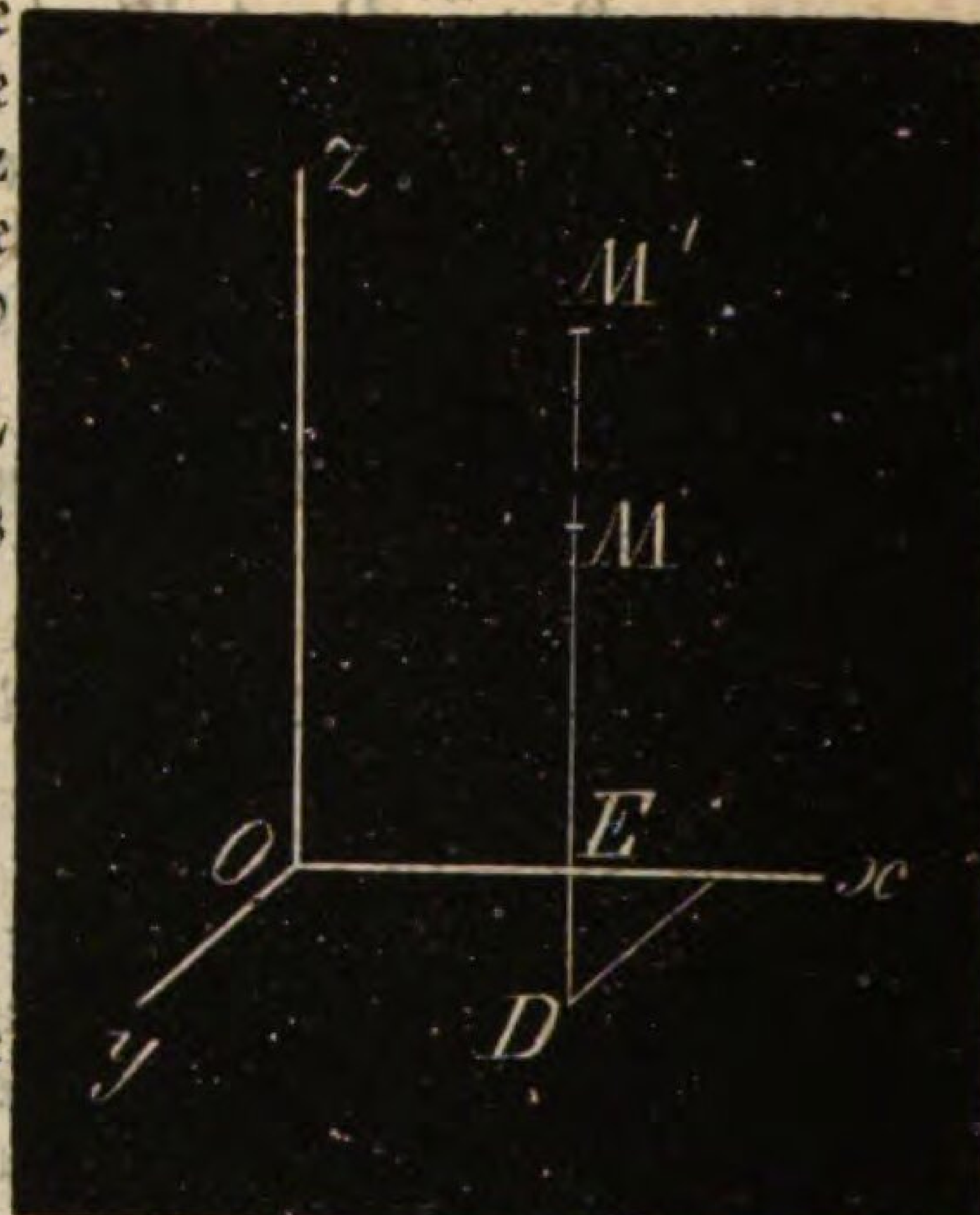
$$Rx_{1} = Px + P'x' + P''x'' + \ldots$$

bestimmt.

§. 43. Gleichgewicht bei parallelen Kräften. Theilen sich die parallelen Kräfte in zwei Parthien, wovon die der einen Parthie nach einerlei und die der andern nach der entgegengesetzten Seite hin wirken, so bestimmt man zuerst die Resultirende R' der nach einer Richtung wirkenden Kräfte und reducirt die nach der entgegengesetzten Richtung thätigen, auf eine zweite Resultirende R''; dadurch erhält man zwei der Richtung nach entgegengesetzte Kräfte R' und R'', die den gegebenen äquivalent sind, und sich nur dann das Gleichgewicht halten können, wenn sie einander gleich

und gerade entgegengesetzt sind. Legen wir die Coordinatenebenen so, daß Oz, Fig. 32., parallel ist zu den Richtungen der Kräfte, so werden auch die Richtungen von R' und R'' zu Oz parallel sein; da sie nun einander gerade entgegengesetzt sind, so müssen auch ihre Angriffspunkte M und M' in einer zu Oz parallelen Linie sich befinden, folglich ihre Abstände von den zwei Ebenen xOz und yOz einander gleich sein. Sind x_1 und y_1 diese Abstände für den Punkt M, und x_1', y_1' für den Punkt M', so hat man für das Gleichgewicht

Fig. 32.



$$R' = -R'',\ x_1 = x_1',\ y_1 = y_1'$$

ist $R' = P + P' + P'' + \ldots$

$$R'' = Q + Q' + Q'' \ldots$$

so ist $R' + R'' = P + P' + P'' + \ldots$

$$Q + Q' + Q'' + \ldots = 0$$

d. h. die Summe aller parallelen Kräfte ist gleich Null; ferner

$$R'x_1 = -R''x_1',\ R'y_1 = -R''y_1',$$

mithin $R'x_1 + R''x_1' = 0,\ R'y_1 + R''y_1' = 0$

d. h. auch die Summe der Momente aller parallelen Kräfte bezüglich zweier rechtwinkeligen Ebenen, die zu den Richtungen der Kräfte parallel sind, muß ebenfalls gleich Null sein.

Lassen sich die parallelen Kräfte auf eine einzige Resultirende reduciren, so kann das Gleichgewicht nur dadurch bewirkt werden, daß man an dem Systeme eine neue Kraft anbringt, die der Resultirenden gleich und gerade entgegengesetzt ist, was man auch dadurch erreichen kann, daß man den Angriffspunkt der Resultirenden oder einen andern in ihrer Richtung liegenden und mit ihrem Angriffspunkte unveränderlich verbundenen Punkt fest macht.

§. 44. Allgemeine Schwere (Gravitation). Eine Hauptursache der Erscheinungen in der Körperwelt ist die jedem Massentheilchen inwohnende Kraft, ein anderes, in meßbarer Ferne befindliches Massentheilchen nach einem bestimmten Gesetze anzuziehen. Newton hat dieses Gesetz aus den Bewegungen der Himmelskörper abgeleitet, wie wir es in der Folge umständlicher erfahren werden; um es in einem mathematischen Ausdrucke zusammenzufaßen, wollen wir die Anziehung, welche eine Masseneinheit auf einen materiellen Punkt in der Distanz = 1 äußert, mit ς bezeichnen, und nun berücksichtigen, daß diese Anziehung gegen einen Punkt, der Größe der anziehenden Masse direct und dem Quadrate der Entfernung des angezogenen Punktes umgekehrt proportional, aber von der materiellen Beschaffenheit der Masse unabhängig ist. Ist nun m die Größe der Masse, und u ihr Abstand von dem angezogenen Punkte, so hat man für die Stärke der Anziehung, die p heißen mag, die Gleichung

$$p = \frac{m}{u^2} \cdot \varsigma;$$

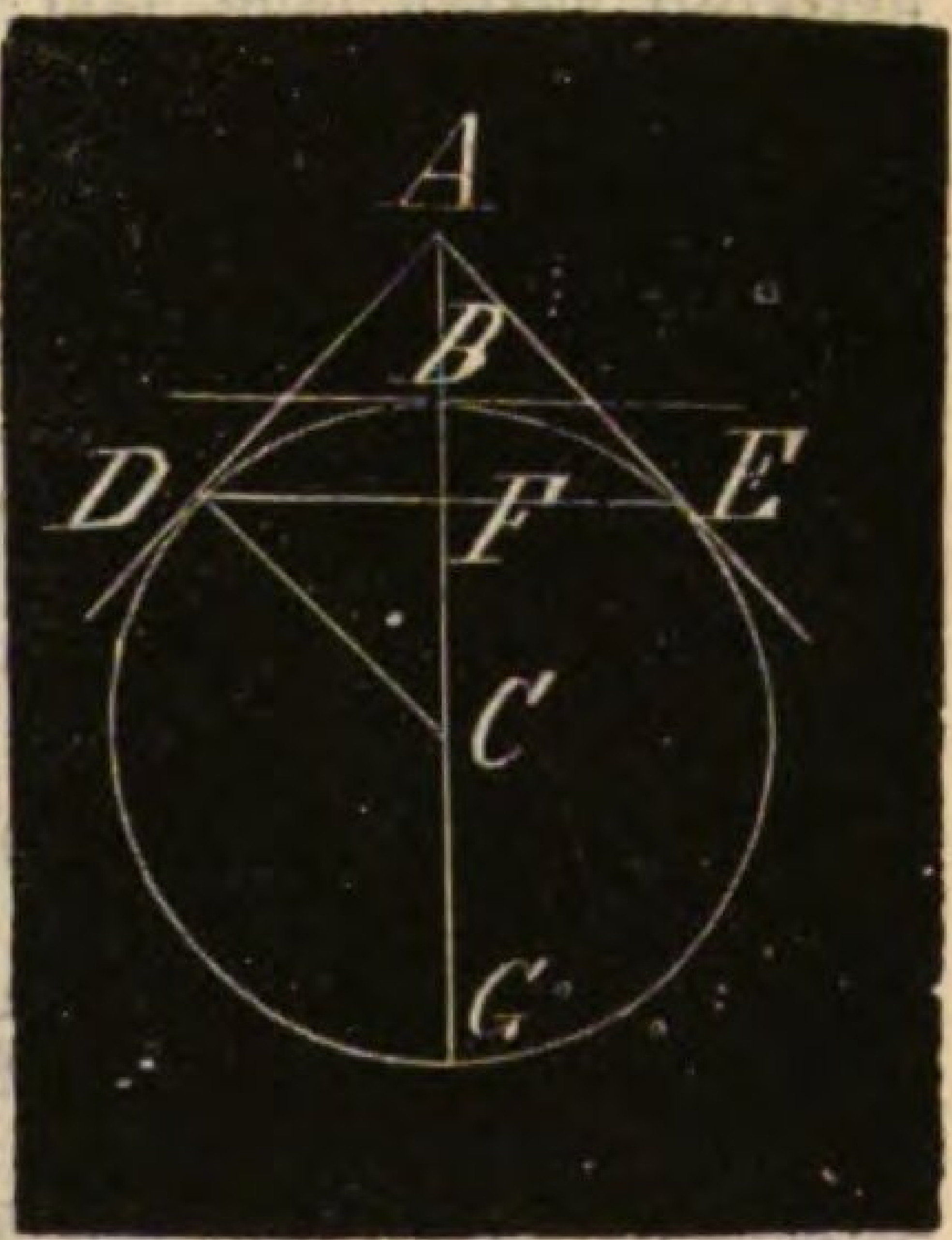
in welchem Ausdrucke die Masse so klein gedacht wird, daß alle Theilchen derselben von dem Punkte, den sie anzieht nahe gleich weit entfernt sind. Bei Körpern von bedeutendem Umfange, wie es die Himmelskörper und

die Erde sind, wirken die einzelnen Massentheilchen auf einen entfernt stehenden Punkt, wegen der großen Verschiedenheit ihrer Abstände von diesem Punkte, mit sehr verschiedener Stärke, und wir haben nun die Aufgabe die Resultirende aller Anziehungskräfte, welche die Massentheilchen eines Körpers gegen einen in der Ferne stehenden Punkt oder gegen einen Körper äußern, zu bestimmen.

§. 45. Gestalt der Himmelskörper und die der Erde insbesondere. Bei der Bestimmung der Größe und Richtung, der Anziehung, mit der ein Körper auf einen fernstehenden wirkt, kommt es, wie leicht einzusehen ist, auf die Gestalt der anziehenden Masse an. In Betreff der Himmelskörper unseres Planetensystems, lehren die Beobachtungen, daß sie durch ein stark vergrößerndes Fernrohr angesehen, sich jederzeit als kreisförmige im Weltraume schwebende Scheiben darstellen, woraus folgt, daß sie kugelförmig gestaltet sind. Aber auch die Erde ist ein im Weltraume schwebender Körper; denn die vielen unternommenen Erdumseglungen beweisen, daß das Himmelsgewölbe nirgends auf der Erdoberfläche ruht, wie es den Anschein hat; dieß bezeugt auch die Thatsache, daß die unzählbaren Gestirne, die täglich am westlichen Horizonte untergehen, nach einiger Zeit wieder am östlichen aufgehen, und daher die Bahnen, die sie über der Erde beschreiben auch unter der Erde fortsetzen, was nur möglich ist, wenn die Erde ein Körper ist, der wie die Sonne und der Mond im Weltraume frei schwebt.

Die Thatsache, daß sich die Erdoberfläche einem Beobachter, dessen Blick nach keiner Seite hin durch emporragende Gegenstände gehemmt ist, an allen Orten der Erde als eine kreisförmige Ebene darstellt, die bis an das Himmelsgewölbe erweitert, Horizont oder Gesichtskreis heißt, liefert den Beweis für die Kugelgestalt der Erde. Denn es sei in A Fig. 33. das Auge eines Beobachters, der auf eine unter ihm befindliche Kugel hinsieht, so erblickt er den Punkt B an der Oberfläche, der in dem Halbmesser liegt, dessen Verlängerung durch das Auge geht, vermittelst des Strahls BA, der auf der Kugeloberfläche senkrecht steht; je weiter aber ein Punkt von der Vertikalen AC entfernt ist, desto kleiner wird der Winkel, den der von ihm ins Auge kommende Lichtstrahl mit der Oberfläche bildet; die Grenzpunkte des von A sichtbaren Theils sind diejenigen Punkte, von denen nur die Lichtstrahlen ins Auge kommen, welche an die Kugeloberfläche streifen (tangiren); von den noch weiter entfernten Punkten können keine Lichtstrahlen mehr nach A gelangen, daher kann auch keiner dem Auge sichtbar werden. Demnach bilden die Berührungspunkte der von A aus an die Kugel gezogenen Tangenten, wie D, E.. die letzten sichtbaren Punkte der Kugeloberfläche für das Auge in A; da eine Kugel nach allen Seiten dieselbe Krümung hat, so sind diese Berührungspunkte sämmtlich von A gleich weit entfernt, und liegen daher in der Peripherie eines Kreises, dessen Mittelpunkt in der Vertikalen AC sich befindet, und dessen Halbmesser die Senkrechte DF ist, welche von einem Berührugspunkte auf die AC gefällt wird. Hieraus ist ersichtlich, daß der Theil einer Kugel-

Fig. 33.



oberfläche, welcher für das über ihr befindliche Auge sichtbar ist, stets kreisförmig begrenzt erscheint. Da dieß nur bei einer Kugel und niemals bei einem Körper dessen Oberfläche nicht überall dieselbe Krümmung hat, vorkommen kann, auf der Erdoberfläche aber überall beobachtet wird, so schließen wir mit Recht, daß die Erde die Gestalt einer Kugel hat. — Dieß bestätigt auch die Thatsache, daß bei Mondesfinsternißen, wo der Mond in den Erdschatten tritt, der Durchschnitt dieses Schattens an der Oberfläche des Mondes kreisförmig begrenzt erscheint, was nur möglich ist, wenn der Erdschatten die Gestalt eines Kegels, folglich die Erde die Gestalt einer Kugel hat.

Die an der Erdoberfläche vorkommenden Berge und Thäler ändern diese Gestalt eben so wenig, wie Sandkörner, mit denen man die Oberfläche einer Kugel von 29 Zoll im Durchmesser bestreut; indem ein Sandkorn zu dieser Kugel sich gerade so verhält, wie der höchste Berg von 1 Meile Höhe zu dem Durchmesser der Erde von 1720 Meilen.

Der sichtbare kreisförmige Theil der Erdoberfläche beträgt nur wenige Quadratmeilen; selbst in dem Falle, wo das Auge 3 Meilen weit nach allen Seiten zu sehen vermag, beträgt derselbe nicht mehr als 28 Quadratmeilen, und ist rücksichtlich der ganzen Erdoberfläche von 9 Millionen Quadratmeilen beinahe so viel wie $\frac{1}{4}$ einer Quadratlinie an einer Kugel von einem Fuß im Durchmesser; aber ein so kleines Stück dieser Kugeloberfläche kann man immerhin als eine Ebene betrachten, die mit der Ebene, welche im Centrum dieses kreisförmigen Stückes die Kugel berührt, zusammenfällt; weshalb als Horizont eines Ortes B die Ebene angenommen wird, welche durch B tangirend gezogen und bis an das Himmelsgewölbe erweitert gedacht wird. Die Oberfläche des Meeres wird als die Oberfläche der Erde betrachtet.

Die Entfernung AD, bis zu welcher die Erdoberfläche von einem Orte A überblickt werden kann, läßt sich leicht finden, da bekanntlich

$$AB : AD = AD : AG.$$

Setzt man den Durchmesser $BG = 2R$ und die Erhebung des Ortes A über der Meeresfläche, oder die Höhe des Ortes A, nämlich $AB = h$, so ist

$$AD = \sqrt{(2R + h)h} \text{ oder,}$$

wenn man h rücksichtlich 2 R vernachläßigt

$$AD = \sqrt{2Rh}$$

woraus zu ersehen ist, daß mit der Erhebung über die Meeresfläche, d. i. mit der Zunahme des Werthes von h auch die Weite der Aussicht zunimmt. So übersieht man auf dem Meere in einer Höhe von 13.4 Fuß einen Kreis, dessen Halbmesser, eine Meile beträgt; in der Höhe von 100 Fuß sieht man 2.7 Meilen weit

„ „ „ 1000 „ „ „ 8.6 „ „

vom Kahlenberge bei Wien (1356 Fuß) beinahe 10 Meilen weit; vom Pic auf Teneriffa (10,000 Fuß) 27 Meilen; vom Großglockner (10,392) 27.3 Meilen.

Aus der Kugelgestalt der Erde erklärt sich, warum ein am Meeresufer stehender Beobachter von einem Schiffe, das sich von der Ferne nähert, zuerst nur die Spitzen der Mastbäume, dann bei größerer Annäherung die Masten mit den Segeln, und zuletzt auch die untersten Theile wahrnimmt. Entfernt sich ein Schiff vom Gestade so werden zuerst die untersten Theile, dann auch die Segeln, und zuletzt die Gipfel der Mastbäume unsichtbar; besteigt man aber eine Anhöhe, so kann noch immer ein Theil des Schiffes oder auch das ganze Schiff gesehen werden, wenn am Meeresufer nichts mehr davon wahrzunehmen ist.

Der Horizont eines Beobachters der von Westen nach Osten reiset, senkt sich beständig in Osten, und erhebt sich im Westen, weshalb ihn die Sonne Tag für Tag früher aufgeht, aber auch früher untergeht; bei einer Reise in der entgegengesetzten Richtung geschieht das Gegentheil.

Ein Beobachter, der eine Reise von Süden nach Norden unternimmt, sieht den Polarstern desto mehr über dem Horizonte sich erheben, je weiter er gegen Norden vorrückt, weil sich die Lage seines Horizont wegen der Krümmung der Erde beständig dergestalt ändert, daß der nördliche Theil sich senkt und der südliche emporsteigt.

Ist α die Länge eines Grades von einem größten Kreise der kugelförmigen Erdoberfläche in Klaftern oder Meilen ausgedrückt, so ist

$$180\,\alpha = \pi\,R \text{ und } R = \frac{180\,\alpha}{\pi}.$$

Man hat die Länge eines Meridiangrades in verschiedenen Breiten gemessen, und gefunden, daß sie und mit ihr auch der Krümmungshalbmesser R mit der Entfernung vom Aequator zunimmt, jedoch nur unbedeutend; daraus folgt, daß die Krümmung des Meridians vom Aequator gegen die Pole zu beständig abnimmt, somit der Meridian kein vollkommener Kreis und die Erdmasse keine vollkommene Kugel, sondern an den Polen etwas eingedrückt, abgeplattet ist.

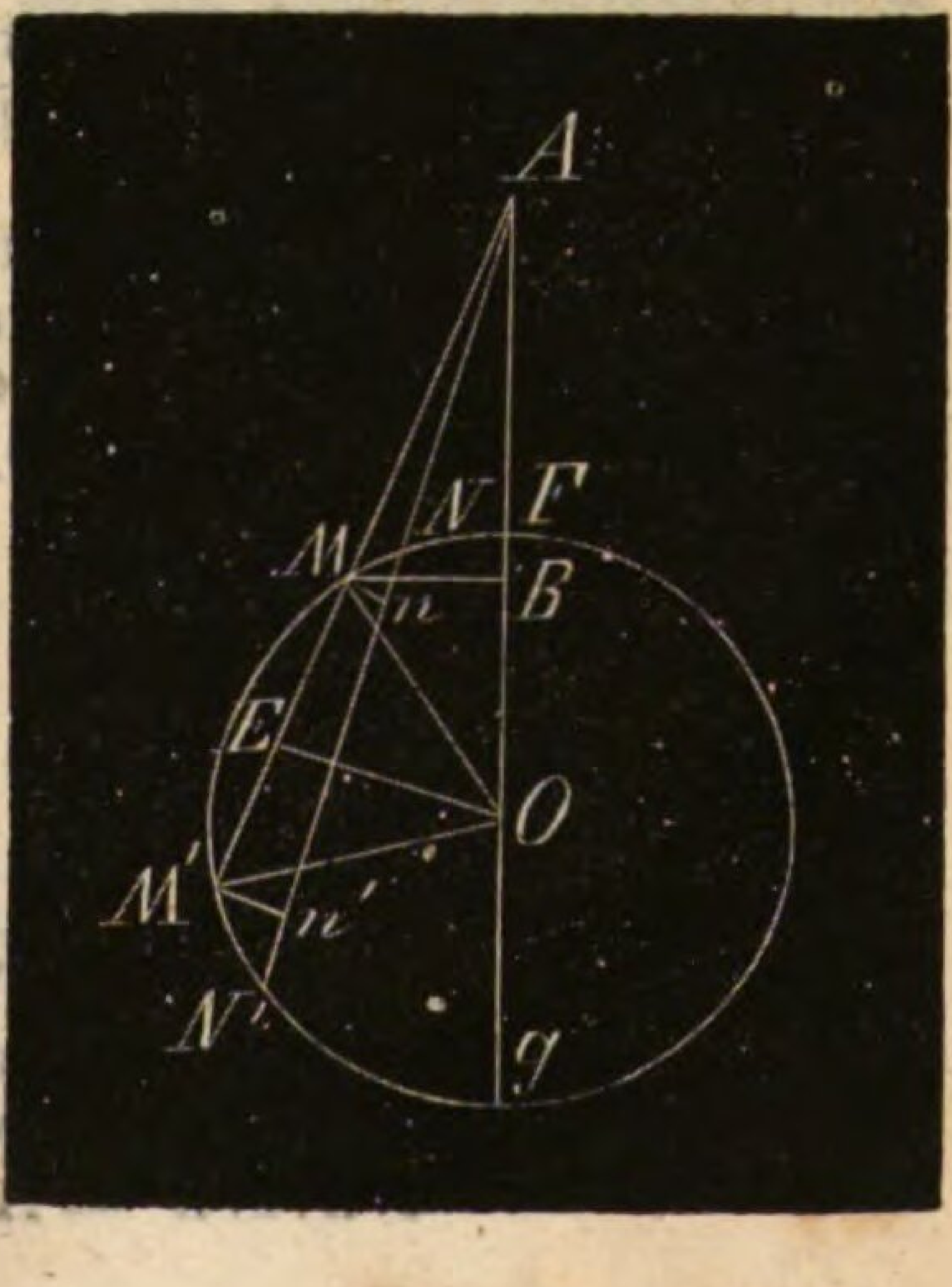
Der Halbmesser des Aequators ist = 859.4367 geog. Meilen,
die halbe Erdare ist = 856.5637 „ „

mithin beträgt der Unterschied nur 2.8 geog. Meilen. Der Quotient, den man erhält, wenn man diesen Unterschied mit dem Halbmesser des Aequators dividirt, heißt die Abplattung der Erde. Die geringe Abplattung der Erde kann nur eine unmerkliche Abweichung in der Kugelgestalt erzeugen, gerade so wie an einer Kugel von einem Schuh im Durchmesser, die man dergestalt abplattet, daß der durch die Pole gehende Durchmesser um 1/4 Linie kleiner wird, als der des Aequators.

§. 46. **Anziehung einer gleichförmig dichten Hohlkugel oder einer aus gleichförmig dichten kugelförmigen Schichten bestehenden massiven Kugel auf einen außer ihr befindlichen Punkt nach dem Gravitationsgesetze.** Eine genaue Kenntniß der Action einer Kugel gegen einen äußern Punkt ist nothwendig, um eine richtige Einsicht in die Erscheinungen zu gewinnen, die sich als Wirkungen der nach dem Gravitationsgesetze wirksamen Anziehungskräfte darbieten, welche die Himmelskörper gegen einander und gegen die an oder über ihren Oberflächen befindlichen Körper äußern. Wir werden zu dieser Kenntniß auf einem ganz elementaren vom Herrn Regierungsrathe von Ettingshausen angegebenen Wege gelangen, wenn wir O Fig. 34. als den Mittelpunkt einer hohlen Kugel annehmen, deren Oberfläche überall die Dichte μ hat; A sei der Punkt den ein jedes Massentheilchen nach dem Gravitationsgesetze anzieht; in M sei ein Theilchen, dessen Masse = m und dessen Entfernung von A, nämlich MA = u ist, so ist die Stärke der Anziehung, die es auf A äußert,

$$= \frac{m\,\varsigma}{u^2}$$

Fig. 34.



1. Denken wir uns durch M, A, C eine Ebene gelegt, welche die Kugelfläche in einem größten Kreise FMG schneidet, und zerlegen die Anziehungskraft von M in zwei Componenten, wovon die eine in der Richtung AO und die andere senkrecht darauf wirkt; fällen dann von M auf AO die Senkrechte MB, und

verlängern sie bis sie die Kugelfläche in C trifft. Da das Massentheilchen C von A eben so weit entfernt ist, wie M, so wirkt es mit derselben Stärke auf A, und die Componenten nach AO und nach einer darauf senkrechten Richtung besitzen dieselben Intensitäten, wie die des Massentheilchens in M; allein die Componenten der von M und C ausgehenden Kräfte, deren Richtungen auf AO senkrecht stehen, sind nicht nur einander gleich, sondern auch entgegengesetzt, und heben sich somit auf. Dieß ist der Fall bei je zwei einander gegenüberliegenden Massentheilchen der Kugelfläche, so daß wir nur die in der Richtung AO wirkenden Componenten zu berücksichtigen haben. Bezeichnen wir mit z die dem Massentheilchen in M zugehörige nach AO wirkende Componente, so ist

$$z = \frac{m\varsigma}{u^2} \cos. MAB, \text{ oder da } \cos. MAB = \frac{AB}{u},$$

$$z = \frac{m\varsigma}{u^3} . AB.$$

Man verlängere AM bis M′ und ziehe von A eine zweite Grade ANN′ unendlich nahe an AM′, doch so, daß dadurch ein unendlich kleiner Bogen MN = β von dem durch M gehenden größten Kreise abgeschnitten wird; dreht sich dieser Kreis um AG, so beschreibt der Bogen β eine schmale Zone vom Halbmesser MB, und von der Breite MN; man suche nun die Anziehung Z welche diese kreisförmige Zone auf A äußert.

Da alle Punkte dieser Zone mit gleicher Stärke auf A in der Richtung AO wirken, so erhält man die Gesammtanziehung Z wenn man die eines Theilchens mit der Anzahl n aller Massentheilchen multiplicirt, und man hat

$$Z = \frac{mn\varrho}{u^3} . AB;$$

allein die Masse mn der ganzen Zone ist gleich ihrer Fläche 2π. MB. MN multiplicirt mit ihrer Dichte μ; daher ist

$$Z = \frac{2\pi\varrho\mu}{u^3} . MB. AB. MN.$$

Nun ziehe man von O die OE senkrecht auf MM′, wodurch MM′ halbirt wird; beschreibe aus A mit den Halbmessern AM und AM′ die kleinen Kreisbögen Mn und M′n′, die auf der AE senkrecht stehen; so ergibt sich aus der Aehnlichkeit der Dreiecke MAB und AOE, dann der Dreiecke MNn und MOE, wenn man sogleich AO = a, und MO = r setzt:

$$MB : u = OE : a$$

$$AB : u = AE : a$$

$$MN : Nn = r : OE, \text{ daher}$$

$$MB. AB. MN : u^3\ Nn = r. AE : a^2 \text{ und}$$

$$\frac{MB. AB. MN}{u^3} = \frac{r}{a^2} . Nn. AE,$$

$$\text{mithin } Z = \frac{2\pi\mu\varrho r}{a^2} . \frac{Nn. AE}{u} .$$

Weil Mn : M′n′ = AM : AM′

und wegen der Aehnlichkeit der Dreiecke MNn und M′N′n′ auch

Mn : M′n′ = Nn : N′n′; so ist

Nn : N′n′ = AM : AM′, und

$$Nn + N'n' : Nn = AM + AM' : AM;$$

ferner $AM = AE - ME$, und

$AM' = AE + ME$, mithin

$AM + AM' = 2AE$, und

$$Nn + Nn' = 2\,\frac{Nn\,.\,AE}{u}\text{, folglich}$$

$$Z = \frac{\pi r \mu \varsigma}{a^2}\,(Nn + Nn').$$

Auf ganz gleiche Weise findet man die Anziehung Z' der unendlich schmalen Zone, welche von dem Bogen $M'N'$ bei der Umdrehung des Kreises um den Durchmesser FG beschrieben wird, nämlich

$$Z' = \frac{\pi r \mu \varsigma}{a^2}\,(Nn + N'n'),$$

somit wirken beide Zonen auf A in der Richtung AC mit der Kraft

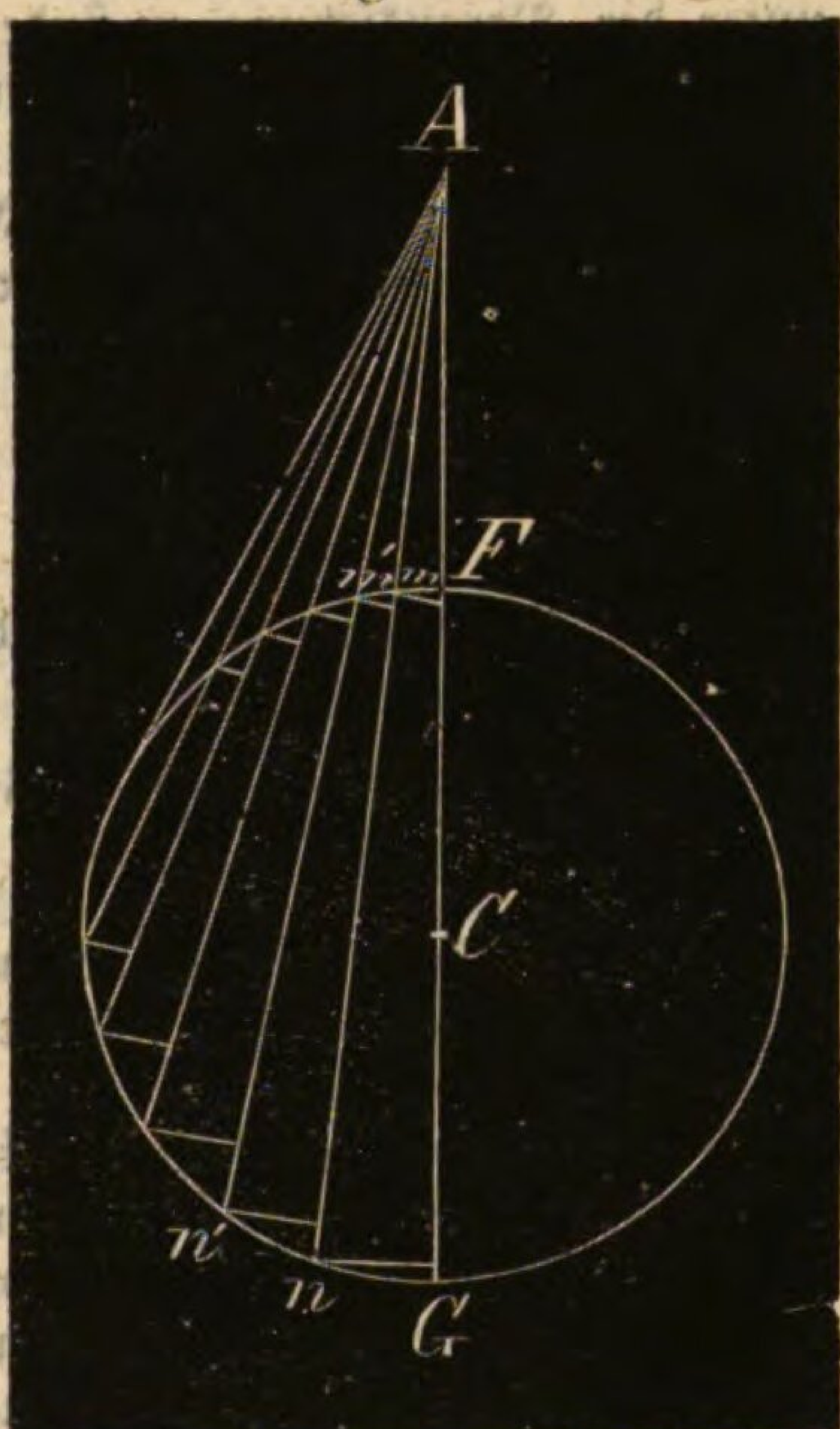
$$Z + Z' = \frac{2\pi r \mu \varsigma}{a^2}\,(Nn + N'n'),$$

wenn man $Nn + N'n' = s$ setzt.

$$Z + Z' = \frac{2\pi r \mu \varsigma}{a^2}\,.\,s$$

2. Ziehen wir von A Secanten unendlich nahe an einander, so daß die ganze halbe Peripherie des größten Kreises MFG in lauter kleine Bögen getheilt wird; setzen den durch Durchmesser $FG = d$, bezeichnen mit d', d'', d''' ... die aufeinander folgenden immer kleiner werdenden Sehnen von denen die letzte gleich Null ist, und benennen die Unterschiede zwischen je zwei nächsten Sehnen mit s, s', s''.... so ist

Fig. 35.



$$d - d' = s$$
$$d' - d'' = s'$$
$$d'' - d''' = s''$$
. . . .
. . . .

mithin $d - o = s + s' + s''$ ...

d. h. die Summe der Unterschiede $s + s' + s''$ .. ist gleich dem Durchmesser.

Bezeichnen wir die Anziehungen je zweier von den kleinen Bögen bei der Umdrehung des Kreises um FG beschriebenen schmalen Zonen, wie die von m F und n G, von $m'm$ und $n'n$... u. s. f. beschriebenen mit k, k', k''... so ist

$$k = \frac{2\pi r \mu \rho s}{a^2}$$

$$k' = \frac{2 \pi r \mu \varsigma s'}{a^2}$$

$$k'' = \frac{2 \pi r \mu \varsigma s''}{a^2}$$

. . . .

mithin die Anziehung der ganzen Hohlkugel

$$K = \frac{2 \pi r \mu \varsigma}{a^2} (s + s' + s'' \ldots)$$

$$K = \frac{4 \pi r^2 \mu \varsigma}{a^2}$$

Da $4 \pi r^2$ die Größe und μ die Dichte der Kugelfläche bedeutet, so ist $4 \pi r^2 \mu$ gleich der Masse dieser Kugelfläche, die wir mit **S** bezeichnen wollen; somit ist

$$K = \frac{S. \varsigma}{a^2}$$

d. h. die Kugelfläche wirkt auf den äußern Punkt gerade so, als wenn alle Massentheilchen im Mittelpunkte ihren Sitz hätten, oder mit andern Worten als wenn die ganze Masse im Mittelpunkte concentrirt wäre.

3. Um die Anziehung einer massiven Kugel auf einen äußern Punkt unter der Voraussetzung zu finden, daß sie durchgehends von gleichförmiger Dichte sei, oder aus concentrischen Kugelschichten bestehe, deren jede gleichförmig dicht ist, theile man die ganze Kugel durch concentrische Kugelflächen in unendlich dünne Kugelschichten, deren Massen wir mit S′, S′, S″,.. und deren Anziehungskräfte gegen **A** mit **K, K′ K″**... bezeichnen wollen, so ist

$$K = \frac{S \varsigma}{a^2}, \; K' = \frac{S' \varsigma}{a^2}, \; K'' = \frac{S'' \varsigma}{a^2} \ldots .$$

Ist **P** die Gesammtanziehung und **M** die Masse der massiven Kugel, so ist

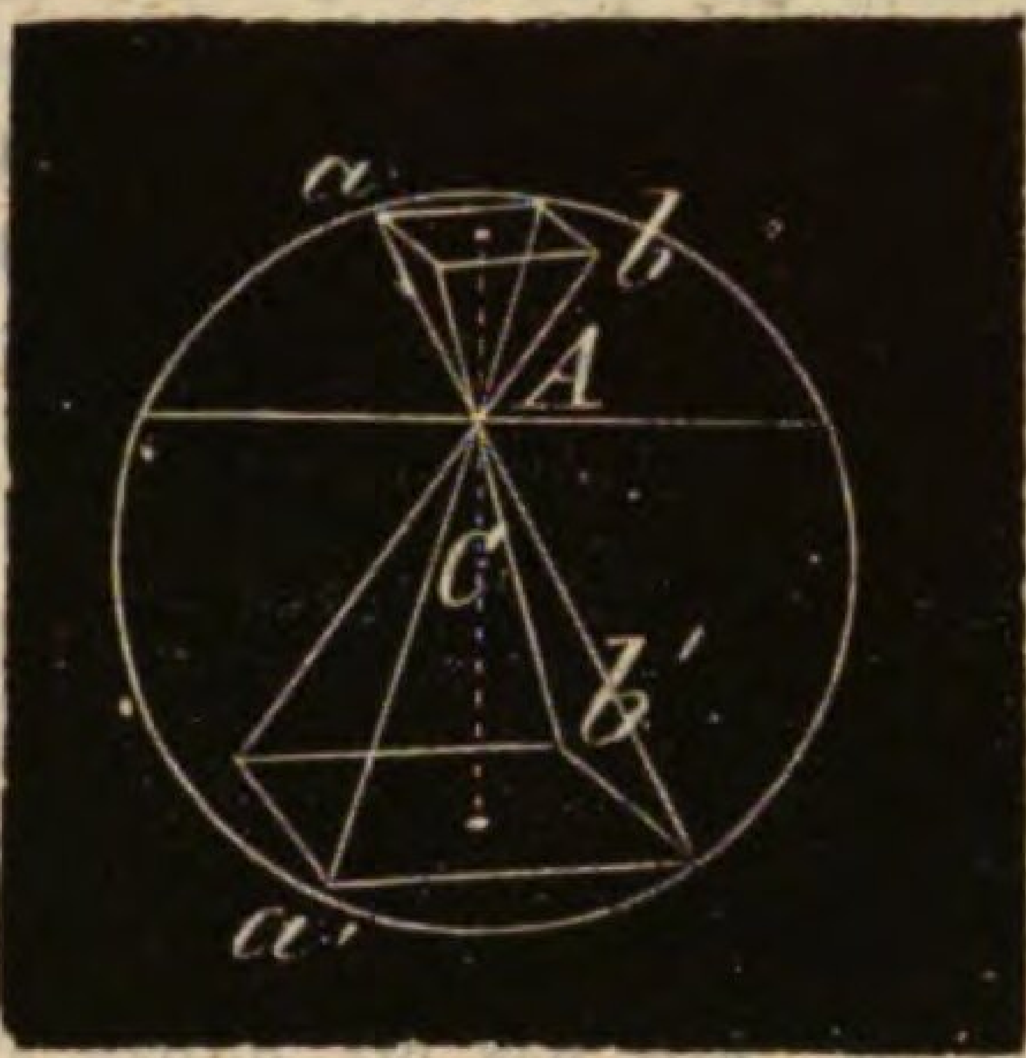
$$P = (S + S' + S'' + . .) \frac{\varsigma}{a^2} = \frac{M \varsigma}{a^2} :$$

Demnach ist die Anziehung der massiven Kugel gerade so groß, wie wenn die ganze Masse im Mittelpunkte vereinigt wäre.

4. Würden die Massentheilchen der Kugel auf **A** abstoßend wirken, so kommen wir durch dieselbe Beweisführung, deren wir uns zur Ermittelung der Größe der Anziehung bedienten, zu dem Resultate, daß die Abstoßung der ganzen Kugel gegen den äußern Punkt **A** genau so erfolgt, wie wenn alle Massentheilchen vom Mittelpunkte aus auf **A** wirken würden.

§. 47. Anziehung einer gleichförmig dichten Kugel gegen einen innerhalb derselben liegenden Punkt. Nehmen wir zuerst eine gleichförmig dichte Kugelfläche an innerhalb wel-

Fig. 36.



cher der Punkt A, Fig. 36., sich befindet, auf den jedes Massentheilchen nach dem Newton'schen Gesetze einwirkt; legen durch A eine Ebene und theilen dadurch die Kugelfläche in zwei Theile; die Massentheilchen des oberen Theils ziehen den Punkt A aufwärts, die des untern abwärts. Theilen wir nun den oberen Theil der Kugelfläche in unendlich kleine Stückchen, wie z. B a b, und legen durch die Seiten eines jeden und durch A Ebenen, so schneiden diese den unteren Theil der Kugelfläche in eben so viele kleine Stückchen deren jedes wie z. B. a′ b′ mit dem gegenüberliegenden Stückchen a b des oberen Theils ähnlich ist. Man kann diese ähnlichen Stückchen als die Grundflächen zweier ähnlichen Pyramiden, wie z. B. a b A und a′ b′ A betrachten; bezeichnen wir die Flächen der ähnlichen Stückchen mit f und f′, die Entfernungen derselben, oder die Höhen der Pyramiden mit d und d′, so ist

die Anziehung von a b $= \frac{f \mu \varsigma}{d^2}$ und

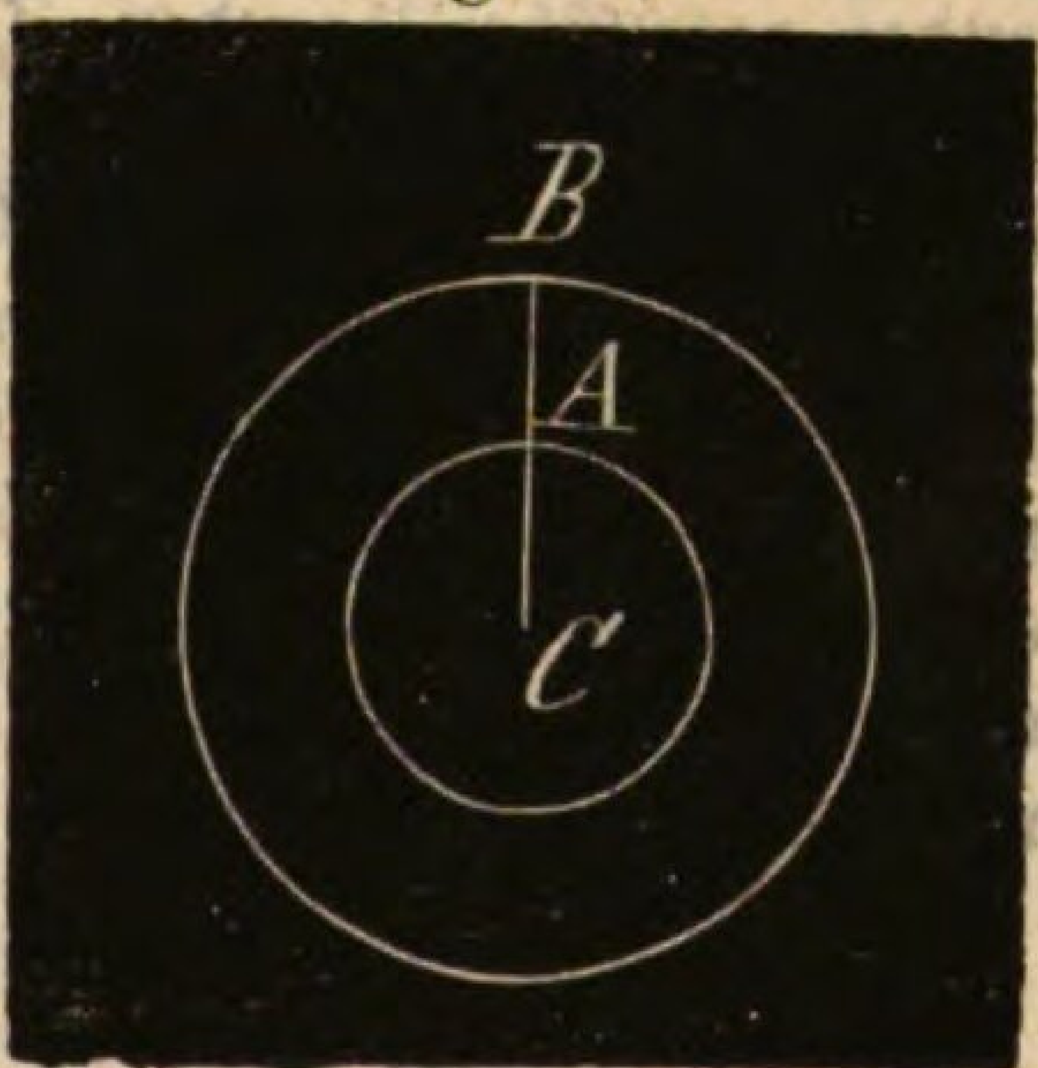
" " " a′ b′ $= \frac{f' \mu \varsigma}{d'^2}$

wo μ die Dichte der Kugelfläche angibt. Nun ist wegen der Aehnlichkeit der Pyramiden

$$f : f' = d^2 \, d'^2 \text{ oder } \frac{f}{d^2} = \frac{f'}{d'^2};$$

folglich sind beide Anziehungen einander gleich, und müssen, da sie auch entgegengesetzt sind, sich gegenseitig aufheben. Wenn sich nun die Anziehungen von je zwei ähnlichen Stückchen der beiden Kugelpartien gegenseitig tilgen, so ist die Anziehung der gesammten Kugelfläche auf den Punkt A gleich Null.

Fig. 37.



2. Ist die Kugel massiv, so ziehe man durch A und den Mittelpunkt C Fig. 37. eine Kugelfläche, diese theilt die massive Kugel in zwei Theile; untersucht man die Anziehung der Kugelschale, die übrig bleibt, wenn man die Kugel vom Halbmesser AC herausgenommen denkt und theilt zu diesem Behufe diese Kugelschale durch concentrische Kugelflächen in unendlich dünne Kugelschichten; so wird ersichtlich, daß die Anziehung einer jeden auf A gleich Null ist, und somit auch die der ganzen Kugelschale gleich Null ist. Demnach wird der Punkt A nur von der kleinen unter ihm befindlichen Kugel angezogen; heißt diese Anziehung P, so ist

$$P = \frac{\frac{4 \pi A C^3}{3} \cdot \mu \varsigma}{AC^2} = \frac{4}{3} \pi \mu \varsigma \cdot AC$$

d. h. die Anziehung ist der Entfernung des angezogenen Punktes vom Mittelpunkte direkt proportionirt; sie nimmt desto mehr ab, je näher der Punkt dem Mittelpunkte liegt, und wird gleich Null, wenn derselbe im Mittelpunkte sich selbst befindet.

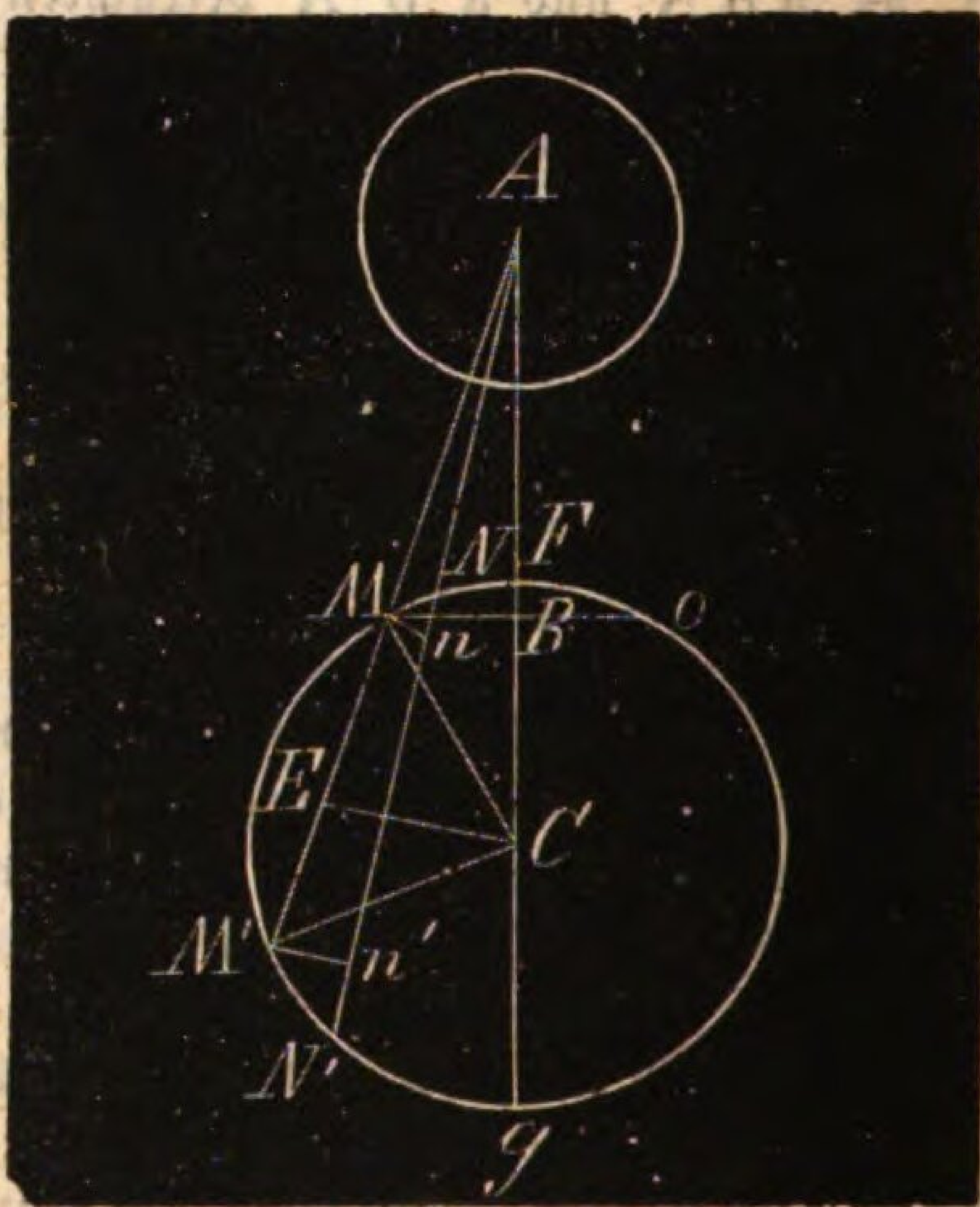
§. 48. **Anziehung einer gleichförmig dichten Kugel gegen eine andere, deren Dichte auch durchgehends dieselbe ist, nach dem Gravitationsgesetze.** Wenn eine Kugel deren Masse $= M$ ist, und die A zum Mittelpunkte hat, auf eine unendlich kleine Masse m in der Entfernung u anziehend wirkt, so wird jedes Theilchen von m mit gleicher Stärke und in gleicher Richtung angezogen, und somit ist die Kraft, mit der die Masse M das Massentheilchen m zu bewegen strebet, offenbar gleich $\frac{M m \varsigma}{u^2}$.

Wenn aber eine Kugel auf eine andere, deren Mittelpunkt C und deren feste Masse M′ ist, anziehend wirkt, so findet man die Größe der Kraft, mit der die ganze zweite Kugel M′ von der ersten angezogen wird, wenn man zuerst die Kraft bestimmt, mit welcher eine unendlich dünne Kugelschichte der Masse M′ Fig. 38. von der Masse M angezogen wird; dieß geschieht auf ähnliche Weise, wie bei der Ermittlung der Anziehung einer Kugelfläche gegen einen Punkt. In der Ebene, die durch A, M, C gelegt wird, und deren Durchschnitt mit der Kugelfläche ein größter Kreis ist, zieht man unendlich nahe an einander die Secanten A M′ und A N′ fällt von M auf AC die Senkrechte MBO, und zerlegt jede der Anziehungskräfte

$$\frac{M m \varsigma}{u^2},$$

welcher die Kugelmasse M gegen die gleichweit von A entfernten und einander gegenüberliegenden Theilchen in M und O äußert, in zwei Componenten, wovon die eine zu AC parallel, und die andere darauf Senkrecht wirkt; so ist klar, daß sich die auf AC senkrecht stehenden Componenten, da sie gleich und einander entgegengesetzt, aber auch die Angriffspunkte M und O in fester Verbindung sind, aufheben, und nur die zu AC parallelen, die sich auf eine mit AC zusammenfallende Resultirende reduciren, wirksam bleiben. Die Größe z der wirksamen Componenten ist

Fig. 38.



$$z = \frac{M m \varsigma A B}{u^3}.$$

Die Anziehung Z, welche die Kugel M gegen die schmale Kugelzone von der Breite MN äußert, ergibt sich, wenn man die Kraft Z so oftmal nimmt, als diese Zone Theilchen hat, also mit der Anzahl der Massentheilchen multiplicirt, dieß gibt

$$Z = M. \frac{m n \varsigma.}{u^3} AB \text{ oder}$$

$$Z = M. \frac{2 \pi \mu' \varsigma.}{u^3} MB.\ AB.\ MN,$$

wo μ' die Dichte der Kugel M' ist. Hieraus ist ersichtlich, daß die Kraft k, welche die Kugel M gegen die beiden schmalen Zonen von der Breite MN und M'N' äußert, sich ergibt aus

$$k = M. \frac{2 \pi r \varsigma \mu'}{a^2} . s$$

und daß die, mit welcher die ganze Kugelschichte S angezogen wird, nämlich

$$K = M. \frac{S \varsigma}{a^2};$$

mithin ist die Kraft P, mit welcher die Kugel M auf die Kugel M', wenn diese massiv ist wirkt, gegeben durch die Gleichung

$$P = \frac{M M' \varsigma}{a^2},$$

woraus zu ersehen ist, daß eine Kugel auf eine zweite feste Kugel so wirkt, als wenn die Masse einer jeden im Mittelpunkte vereinigt wäre. Da die Anziehung zweier Massen gegenseitig ist, so wirken die Theilchen der oberen Kugel auf die Theilchen der unteren auf dieselbe Weise und mit derselben Stärke wie die unteren auf die oberen, und somit ist die Anziehungskraft der untern gegen die oberen auch gleich

$$\frac{M M'}{a^2} . \varrho .$$

Ist r der Abstand des Mittelpunkts zweier sich anziehenden Massen M und m, z. B. der Sonne und eines Planeten oder der Erde und des Mondes, oder eines andern ihr angehörenden Körpers, so ist die Anziehung der ersten gegen jede Masseneinheit der zweiten $= \frac{M}{r^2} \varsigma$, und die Kraft mit welcher jede Masseneinheit der Masse M von m angezogen wird, ist $= \frac{m}{r^2} \varrho$; die durch diese Anziehungskräfte erzeugten Bewegungen erfolgen mit Geschwindigkeiten v und v', die diesen Kräften proportional sind. Wenn einem Systeme von Körpern, die sich bereits bewegen, eine gemeinschaftliche Bewegung nach irgend einer Richtung ertheilt wird, so werden dadurch die relativen Bewegungen der Körper nicht geändert; so z. B. gehen die Bewegungen, in welche die auf einem ruhenden Schiffe befindlicher Körper versetzt werden, auch dann noch in ganz gleicher Weise vor sich, wenn das Schiff in Bewegung gebracht und somit allen darauf vorhandenen Körpern eine gemeinschaftliche Bewegung ertheilt wird. Denkt man sich nun den beiden Massen M und m eine gemeinschaftliche Bewegung ertheilt, die mit der Geschwindigkeit v' in einer Richtung erfolgt, welche gerade entgegengesetzt ist derjenigen, in welche M durch die Masse m versetzt wird; so erscheint die Bewegung von M aufgehoben und die Geschwindigkeit v der Masse m um v' vermehrt; mithin geht die Bewegung der Masse m wirklich so vor sich, als wenn die Masse M ruhen und jede Masseneinheit der Masse m mit der Kraft

$$\frac{M}{r^2} . \varsigma + \frac{m}{r^2} . \varsigma = \frac{(M+m)}{r^2} \varsigma$$

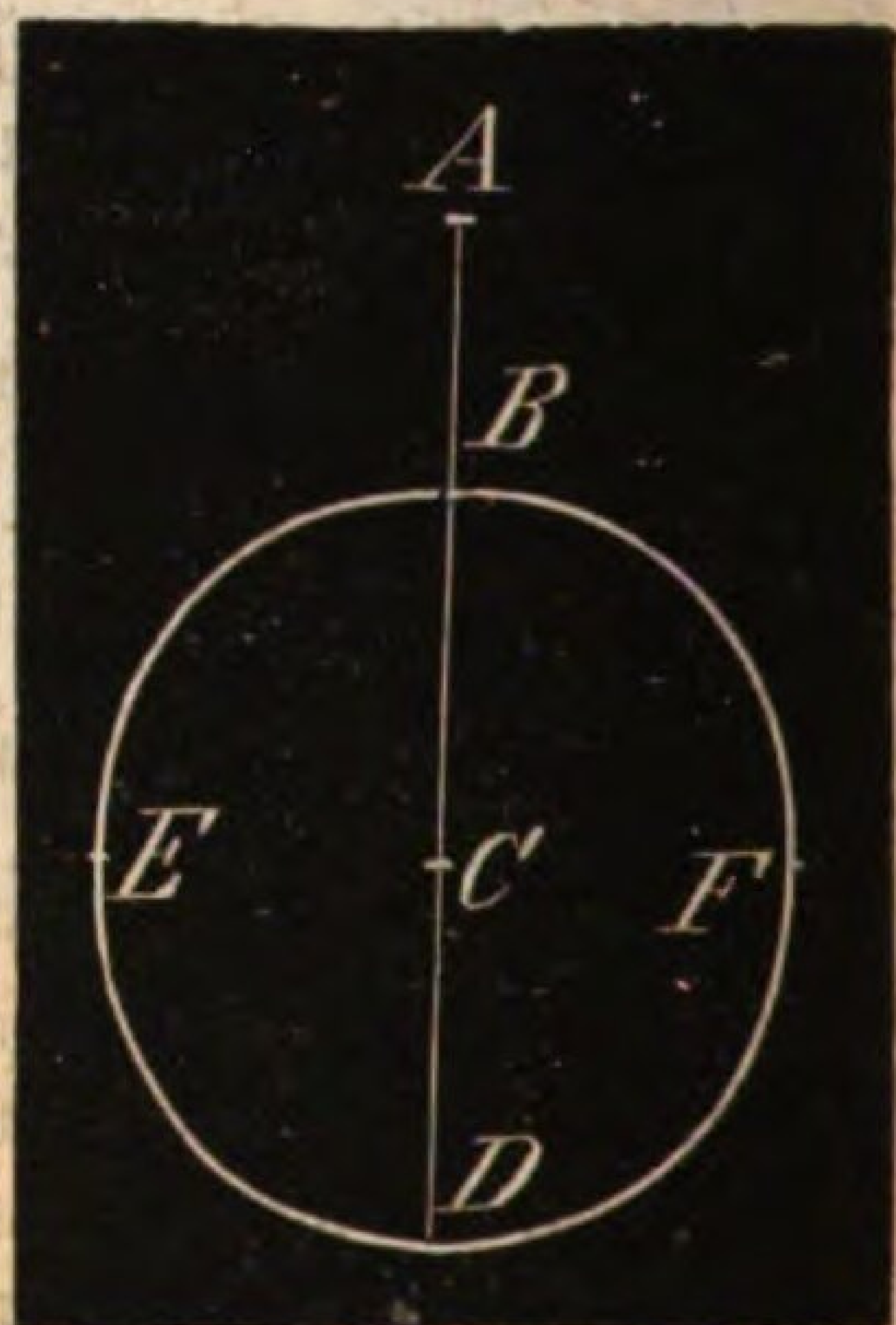
zu sich zöge. Ist nun die Masse m rücksichtlich der Masse M sehr klein, so kann

man sie in der Addition zu M vernachläßigen, wo dann die Bewegung so vor sich geht als wenn nur M auf m anziehend wirken würde.

§. 49. Ebbe und Fluth des Meeres. Untersuchen wir das Ergebniß der Anziehung, welche die Mondeskugel A gegen die Erde äußert, für den Fall, wenn die Oberfläche der Erde mit Wasser bedeckt ist. Da die Wassertheilchen in keiner festen unveränderlichen Verbindung stehen, sondern äußerst leicht beweglich sind, so lassen sich die vom Mittelpunkte des Mondes ausgehenden Anziehungskräfte nicht in der Art zusammensetzen, wie bei einer Kugel, deren Theilchen fest miteinander verbunden sind; auch ist die Entfernung des Mondes nicht so groß und der Erdkörper nicht so klein, daß die Unterschiede in der Stärke der Anziehungen, die der Mond gegen die ihm nächsten und die von ihm entferntesten Erdtheile ausübet, vernachläßigt werden könnten, sondern wenn wir die Anziehung, mit welcher der Mond auf eine Masseneinheit des festen Erdkerns wirkt, mit P bezeichnen, so ist die, welche die dem Monde zugewendeten um den Erdhalbmesser näher liegenden Theilchen der Meeresfläche bei B erfahren, nahe um $\frac{1}{31}$ P stärker, dagegen die um den Erdhalbmesser weiter entfernten bei D um $\frac{1}{31}$ P schwächer als P.

Die leicht beweglichen Wassertheilchen bei B Fig. 39. werden dem Zuge die Anziehungskräfte folgen und dem Monde um eine gewisse Strecke näher zu liegen kommen, als der Mittelpunkt C; dagegen die am schwächsten angezogenen Theile um eben so viel hinter C zurückbleiben, so daß die Meeresfläche in B und D, d. i. an den Endpunkten des gegen den Mond gerichteten Erddurchmessers am weitesten vom Erdmittelpunkte entfernt, mithin erhoben erscheint; wenn aber die Gewässer in B und D sich anhäufen, so muß das Meer an den dazwischen liegenden Orten tiefer sinken, und an den von B und D um 90° entfernten, nämlich in E und F am tiefsten stehen. — Diese Orte B und D, wo das Meer am stärksten erhoben ist, sind offenbar diejenigen, in deren Meridiane der Mond sich befindet, für die er, wie man sagt, entweder in der oberen oder in der untern Culmination steht; die Orte des tiefsten Wasserstandes E und F sind 90° westlich und östlich entfernt, somit solche, wo der Mond im Aufgehen oder im Untergehen begriffen ist.

Fig. 39.



Da sich die Erdkugel in der Richtung von West nach Ost um ihre Axe dreht, so rückt jeder Ort mit seinen Meridian in 6 Stunden gegen Osten, daher der Mond scheinbar gegen Westen um 90° vor; während dieser Zeit muß das Meer an den Orten E und F, die sich den früher von B und D eingenommenen Stellen nähern, mehr und mehr sich erheben und den höchsten Stand erreichen, wenn sie an diesen Stellen angelangt sind; das Gegentheil ergibt sich an den Orten B und D, denn hier wird die

Meeresfläche sinken und den tiefsten Stand annehmen, wenn diese Orte B und D an die Stellen von F und E zu liegen kommen. Während des folgenden Zeitraumes von 6 Stunden wird das Wasser in E und F bis zum tieffsten Stande sinken, bagegen in B und D bis zum höchsten sich erheben, und in dieser Art findet ein regelmäßiges Auf- und Niederwogen des Meeres Statt, ein 6-stündliches Steigen desselben, das man Fluth nennt, und ein nachfolgendes 6 stündliches Sinken, welches Ebbe heißt. Diese Erscheinung wird in der That überall auf dem Meere beobachtet; das vorhandene feste Land bringt keine andere Veränderung in der Erscheinung der Ebbe und Fluth hervor, als daß es den regelmäßigen Lauf etwas stört, dann den Zeitpunkt und selbst die Größe des höchsten Wasserstandes oft bedeutend modificirt. Während der Fluth überschwemmen die Gewässer des Meeres die flachen Gestade, dringen in die Mündungen der Flüsse ein und schwellen diese meilenweit auf; hat das Wasser die größte Höhe erreicht oder ist es, wie man sagt, ein Hochmeer geworden, so verweilt es einige Zeit in diesem Zustande und eben so bleibt es einige Zeit bei seiner größten Tiefe. An allen Orten, die in demselben Meridian liegen, treten die Fluthen zu gleicher Zeit ein, allein sie sind nicht von der nämlichen Größe, sondern an den Orten, in deren Zenithe oder Nadir der Mond culminirt, erscheinen sie am stärksten und werden immer kleiner, je weiter man sich den Polen nähert.

Daß die Ebbe und Fluth eine Wirkung der Anziehung ist, welche der Mond gegen die Erde ausübt, wird durch folgende Thatsache auffallend bestätigt. Der Mond bewegt sich bekanntlich um die Erde, und legt in seiner Bahn am Himmelsgewölbe täglich beinahe 12° in der Richtung von West nach Ost zurück, so daß er beständig gegen die östlich liegenden Sterne vorrückt, und deshalb an jedem Orte täglich um 50 Minuten später culminirt, so daß die Zeit zwischen zwei nächsten Culminationen des Mondes 24 Stunden und 50 Minuten beträgt; und in der That ist die zweimalige Fluth und Ebbe an die Periode von 24 Stunden und 50 Minuten gebunden, indem der Zeitraum von einem Hochmeere bis zum nächsten 12 Stunden und 25 Minuten zählt.

Die Mondesbahn ist eine Ellipse, in deren einem Brennpunkte die Erde steht; daher ist der Mond in einem Endpunkte der großen Axe der Erde am nächsten, am andern hingegen von ihr am entferntesten; im ersten Falle sagt man, der Mond sei in der Erdnähe, im zweiten er sei in der Erdferne. Da nun die Anziehungskraft des Mondes gegen die Erde von der Distanz der beiden Körper abhängt, so ist diese Anziehung in der Erdnähe am stärksten und in der Erdferne am schwächsten, mithin müssen auch die Fluthen, insofern sie von der Anziehung des Mondes abhängen, zur Zeit der Erdnähe am höchsten, und zur Zeit der Erdferne am schwächsten erscheinen, was die Beobachtungen vollkommen bestätigen.

Der Zeitpunkt, in welchem das Meer ein Hochmeer wird, fällt wohl nicht genau mit dem Eintritte der Culmination des Mondes zusammen, sondern das Hochmeer stellt sich 1½ bis zwei Stunden später ein, und ist von örtlichen Umständen abhängig, weil das Wasser bei der Bewegung, in die es gesetzt wird, mancherlei Hinderniße zu überwinden hat, und es immer eine gewisse Zeit braucht, um dem Zuge des Mondes zu folgen und sich bis zur größten Höhe anzuhäufen.

Ebbe und Fluth werden nicht allein durch die Anziehung des Mondes

sondern auch durch die der Sonne hervorgebracht, so daß die in der Wirklichkeit vorkommenden Fluthen das Ergebniß des Zusammenwirkens beider Himmelskörper sind. Steht die Sonne in S und der Mond in A, so daß beide gleichzeitig in demselben Meridiane sich befinden, also gleichzeitig culminiren, so sagt man: der Mond stehe mit der Sonne in Conjunktion; man nennt diese Mondesphase den Neumond; befindet sich die Sonne in S′ dem Theile D der Erdoberfläche gegenüber, während dem Monde der entgegengesetzt liegender Theil B zugewendet wird; so ist der Mond mit der Sonne in Opposition, und es ist Vollmond. Steht die Sonne den Orten E und F gegenüber und der Mond in A, so ist der Mond mit der Sonne in der Quadratur, er steht im ersten oder im letzten Viertel. Man übersieht leicht, daß zur Zeit des Neu- und des Vollmondes die Sonne mit dem Monde vollkommen übereinstimmend auf die Erde einwirkt; beide erzeugen Fluthen in B und D, dagegen Ebbe in E und F; deshalb sind zu diesen Zeiten die Fluthen am stärksten; man nennt sie Springfluthen. In den beiden Vierteln bewirkt die Sonne in E und F Fluthen, der Mond dagegen die Ebbe; die Wirkungen der beiden Himmelskörper erscheinen einander entgegengesetzt, weshalb zur Zeit dieser Mondesphasen die Fluthen am kleinsten sind, und Nippfluthen heißen. — Die größten Fluthen stellen sich ein, wenn sich der Mond zur Zeit des Neu- oder Vollmondes in der Erdnähe befindet, und erreichen an den Orten die größte Höhe, an denen der Mond und die Sonne gleichzeitig im Zenithe gesehen werden.

Sind M und M′ die Massen der Sonne und des Mondes, D und d die Entfernungen ihrer Mittelpunkte von dem Mittelpunkte der Erde, deren Masse wir mit m bezeichnen, so ist

$$\text{die Anziehung der Sonne } P = \frac{M\,m}{D^2} \cdot c,$$

$$\text{und „ „ des Mondes } P' = \frac{M'\,m}{d^2} c$$

$$\text{mithin } P : P' = \frac{M}{D^2} : \frac{M'}{d^2}$$

$$\text{Nun ist } M = 350000\ m,\ M' = \frac{m}{70}$$

$$D = 24000\ R,\ d = 60\ R$$

wo R den Halbmesser bezeichnet,

$$\text{mithin } P : P' = 153 : 1$$

Demnach ist die Anziehung der Sonne bedeutend stärker als die des Mondes, und dennoch ist die durch die Sonne erzeugte Fluth viel schwächer als diejenige, welche der Mond hervorbringt, weil die Fluth das Ergebniß der Differenz der Anziehungen ist, welche jeder der beiden Himmelskörper gegen den Mittelpunkt und gegen die Erdoberfläche äußert, und diese Differenz erscheint für den Mond größer als für die Sonne; denn das Verhältniß der Differenzen ist:

$$M\left(\frac{1}{(24000)^2} - \frac{1}{(24001)^2}\right) : M'\left(\frac{1}{60^2} - \frac{1}{61^2}\right) \text{ nahe} = \frac{M}{(24000)^3} : \frac{M'}{60^3};$$

setzt man die Werthe für M und M′, so ergibt sich, daß sich diese Differenzen zu einander verhalten wie 9180 : 24000 oder nahe wie 3 : 8.

§. 50. Schwere der Körper gegen die Erde; Schwerpunkt der festen Körper. Das Bestreben aller der Erde angehöriger Körper, sich abwärts gegen die Erdoberfläche zu bewegen, welches Bestreben wir Schwere nennen, ist nur eine Wirkung der allgemeinen Schwere, nämlich der Anziehungskraft, welche die Erdmasse gegen jedes Massentheilchen äußert und

die von der materiellen Beschaffenheit desselben unabhängig ist. Diese Kraft ist die Ursache von sehr vielen auf der Erde vorkommenden Erscheinungen; denn sie ist es, welche jeden an einer schiefen Ebene befindlichen Körper herab treibt, sie ist es daher, welche die Gewässer der Bäche den Flüssen, die der Flüsse dem Meere ununterbrochen zuführt, sie fesselt alle Körper an die Erde in der Art, daß selbst die durch die gewaltigen Kräfte der Vulkane aus den Kratern herausgeschleuderten und hoch in die Lüfte steigenden Massen zu ihr zurückkehren müssen, und nicht ein Stäubchen ihr entzogen werden kann. Diese Anziehungskraft der Erde nennt man Schwerkraft; da die Erde nahe kugelförmig und die Anziehungskraft nach dem Gravitationsgesetze wirksam ist; so erfolgt die Anziehung genau so, als wenn die Erdmasse im Mittelpunkte vereinigt wäre, weshalb jedes Massentheilchen zum Erdmittelpunkte gezogen wird, und dieß mit einer Stärke, die mit der Entfernung von diesem Mittelpunkte im quadratischen Verhältnisse abnimmt. Bekanntlich heißt die gerade Linie, die von einem außerhalb der Erde befindlichen Massentheilchen zum Centrum der Erdkugel gezogen wird, und die Richtung angibt, in welcher dieses Theilchen vermöge der Schwere fällt, eine vertikale Linie; da nun die von zwei verschiedenen Punkten gezogenen Vertikalinien im Erdmittelpunkte zusammentreffen, so sind sie nicht parallel; man kann sie jedoch ohne merklichen Fehler als parallel betrachten, wenn sie nicht weit von einander abstehen. Die Intensität der Schwerkraft ändert sich wohl, wenn der Abstand eines Massentheilchens vom Erdmittelpunkte oder die geographische Breite desselben sich ändert; allein so lange diese Aenderungen nur klein sind, so sind auch die Unterschiede in den Intensitäten der Schwerkraft bei übrigens gleichen Umständen verschwindend kleine Größen. Diesem nach können bei einem Körper, dessen Ausdehnung nicht beträchtlich ist, die Schwerkräfte der einzelnen Massentheilchen als gleich groß, und ihre Richtungen als parallel angenommen werden. Bei einem jeden festen Körper haben wir also ein System von parallelen nach derselben Richtung einwirkenden Kräften, deren Angriffspunkte in unveränderlicher Verbindung stehen, und die daher eine Resultirende haben, welche der Summe der parallelen Schwerkräfte gleich und deren Richtung eben so wie die der Componenten vertikal ist. Der Angriffspunkt dieser Resultirenden heißt der Schwerpunkt des Körpers; somit hat jeder feste Körper einen Schwerpunkt, welcher als Mittelpunkt paralleler Kräfte stets an derselben Stelle im Körper bleibt, mag dieser beliebig gedreht werden, indem bei jeder Aenderung der Lage des Körpers nur die Richtungen der parallelen Kräfte um ihre Angriffspunkte sich drehen, aber ihre Intensitäten, so wie die gegenseitigen Abstände ihrer Angriffspunkte und ihr Parallelismus ungeändert bleibt.

Die Wirkung, die ein fester Körper in Folge seiner Schwere hervorbringt, z. B. der Druck gegen eine Unterlage oder der Zug gegen den Widerstand, an dem er hängt, ist dieselbe, mag man die Schwerkräfte der einzelnen Massentheilchen, oder nur ihre Resultirende in Rechnung ziehen. Heißt g die Schwerkraft einer Masseneinheit an irgend einem Orte auf oder über der Erde, ist m die Masse eines festen Körpers, und P die Resultirende aller Schwerkräfte, so ist

$$P = mg.$$

Der Druck, den ein schwerer Körper auf eine horizontale Unterlage äußert und den wir sein absolutes Gewicht nennen, ist offenbar gleich der Resultirenden aller seiner Schwerkräfte, mithin gleich mg, und nimmt somit im geraden

Verhältnisse mit der Masse des Körpers und mit der Größe der Schwerkraft des Ortes zu. — Ist d die Dichte des Körpers d. h. die Größe der Masse einer Volumseinheit, und v das Volumen desselben, so ist

$$m = v d, \text{ mithin } P = v d g.$$

Befindet sich ein Körper von der Masse m auf der Oberfläche der Erdkugel, deren Halbmesser $= r$, und die Masse M ist, so ist die Anziehungskraft, mit welcher der ganze Körper gegen den Erdmittelpunkt gezogen wird $= \frac{M m}{r^2} . \varsigma$, und die mit welcher der Körper auf die ganze Erdkugel wirkt eben so groß; die Kraft, mit welcher jede Masseneinheit des Körpers durch die Schwere bewegt wird, ist;

$$\frac{(M + m)}{r^2} \varsigma, \text{ oder}$$

da m rücksichtlich M vernachläßigt werden kann, gleich

$$\frac{M \varsigma}{r^2} = g.$$

Ein Körper wird der Wirkung der Schwere nicht folgen, wenn eine Kraft auf ihn wirkt, die der Resultirenden gleich und gerade entgegengesetzt ist, deren Richtung also vertical aufwärts durch den Schwerpunkt geht; der Angriffspunkt dieser äquilibrirenden Kraft kann wo immer in ihrer Richtung liegen, muß aber mit dem Schwerpunkte in fester Verbindung stehen. Der feste Körper wird sich daher nicht bewegen, wenn man entweder den Schwerpunkt gehörig fest macht, oder den Körper in der durch den Schwerpunkt gehenden Vertikalen (der Directionslinie) unterstützt, oder aufhängt. Wird ein Körper an einer Schnur aufgehängt, so nimmt er offenbar stets eine solche Lage an, daß der Schwerpunkt in die Verlängerung der Schnur zu liegen kommt, indem er nur in dieser Lage ruhen kann, weil nur in dieser die Festigkeit der Schnur der Resultirenden aller Schwerkräfte gerade entgegengesetzt wirkt. Wird der Schwerpunkt eines Körpers festgemacht, so bleibt der Körper in allen Stellungen, die man ihm gibt, im Gleichgewichte. Der unterstützte Körper, kann nur dann im Gleichgewichte sein, wenn die Directionslinie die Unterstützungsfläche trifft.

§. 51. **Bestimmung der Lage des Schwerpunktes eines Körpers.** Hat man an verschiedenen, auf eine unveränderliche Weise unter sich verbundenen Punkten, deren Lage rücksichtlich drei rechtwinkliger Ebenen durch die Coordinaten $x, y, z; x', y', z'; x'', y'', z'' \ldots$ bestimmt ist, die Gewichte $P, P', P'' \ldots$ angebracht; so ist ihre Resultirende

$$R = P + P' + P'' + \ldots$$

und die Lage ihres Angriffspunktes ist durch folgende Gleichungen bestimmt:

$$x_1 = \frac{P x + P' x' + P'' x'' + \ldots}{P + P' + P'' + \ldots}$$

$$y_1 = \frac{P y + P' y' + P'' y'' + \ldots}{P + P' + P'' + \ldots}$$

$$z_1 = \frac{P z + P' z' + P'' z'' + \ldots}{P + P' + P'' + \ldots}$$

Sind $m, m', m'', \ldots$ die Massen dieser Gewichte, so hat man, wenn sogleich mit g dividirt wird,

$$x_1 = \frac{m x + m' x' + m'' x'' + \ldots}{m + m' + m'' + \ldots}$$

$$y_1 = \frac{m y + m' y' + m'' y'' + \ldots}{m + m' + m'' + \ldots}$$

$$z_1 = \frac{m z + m' z' + m'' z'' + \ldots}{m + m' + m'' + \ldots}$$

woraus zu ersehen ist, daß die Lage des Schwerpunktes von der Schwere unabhängig ist, und daß der Schwerpunkt des Körpers zugleich der **Mittelpunkt der Masse** ist. Sind ferner v, v′, v″ . . . die Volumen der einzelnen Massentheile, V das Volumen aller Massen, deren jede die Dichte d hat, so ist m = v d, m′ = v′ d, . . .; daher

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= \frac{v\,x + v'\,x' + v''\,x'' + \ldots}{V} \\ y_1 &= \frac{v\,y + v'\,y + v''\,y'' + \ldots}{V} \\ z_1 &= \frac{v\,z + v'\,z' + v''\,z'' + \ldots}{V} \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

Diese drei letzten Gleichungen bilden die Grundlage zur Ableitung der Regeln für die Bestimmung des Schwerpunktes eines nach einem gewissen Gesetze gestalteten Körpers, deren Entwicklung jedoch Kenntniß der höheren Analysis erfordert; indessen läßt sich für viele einfache, aber im praktischen Leben häufig vorkommende Fälle die Lage des Schwerpunktes auf elementarem Wege mathematisch bestimmen; wie wir es an einigen Beispielen sehen wollen.

1. Der Schwerpunkt einer geraden, aus schweren Theilchen bestehenden, gleichmäßig dichten Linie liegt offenbar in ihrer Mitte; denn dieser Punkt ist ja der Angriffspunkt der Resultirenden von je zwei gleichweit von ihm abstehenden gleichen Schwerkräften, mithin auch der Angriffspunkt der Resultirenden aller Schwerkräfte.

2. Wenn ein Körper so beschaffen ist, daß er durch eine Ebene in zwei vollkommen symmetrische Theile sich schneiden läßt; so liegt sein Schwerpunkt in dieser Ebene. Denn in diesem Falle sind die materiellen Punkte so vertheilt, daß einem jeden Punkte auf einer Seite der Ebene, ein anderer auf der anderen Seite in der Art entspricht, daß beide von der Ebene gleich weit abstehen und der Lage nach einander gerade entgegengesetzt sind; weshalb die Werthe der von diesen Punkten auf die Ebene gefällten Senkrechten einander gleich, aber entgegengesetzt bezeichnet sind; mithin ist die algebraische Summe der Momente der Schwerkräfte in Beziehung auf diese Ebene gleich Null, folglich auch das Moment der Resultirenden rücksichtlich dieser Ebene gleich Null, was nur Statt finden kann, wenn der Abstand ihres Angriffspunktes von dieser Ebene Null ist, d. h. wenn der Schwerpunkt des Körpers in dieser Ebene selbst liegt.

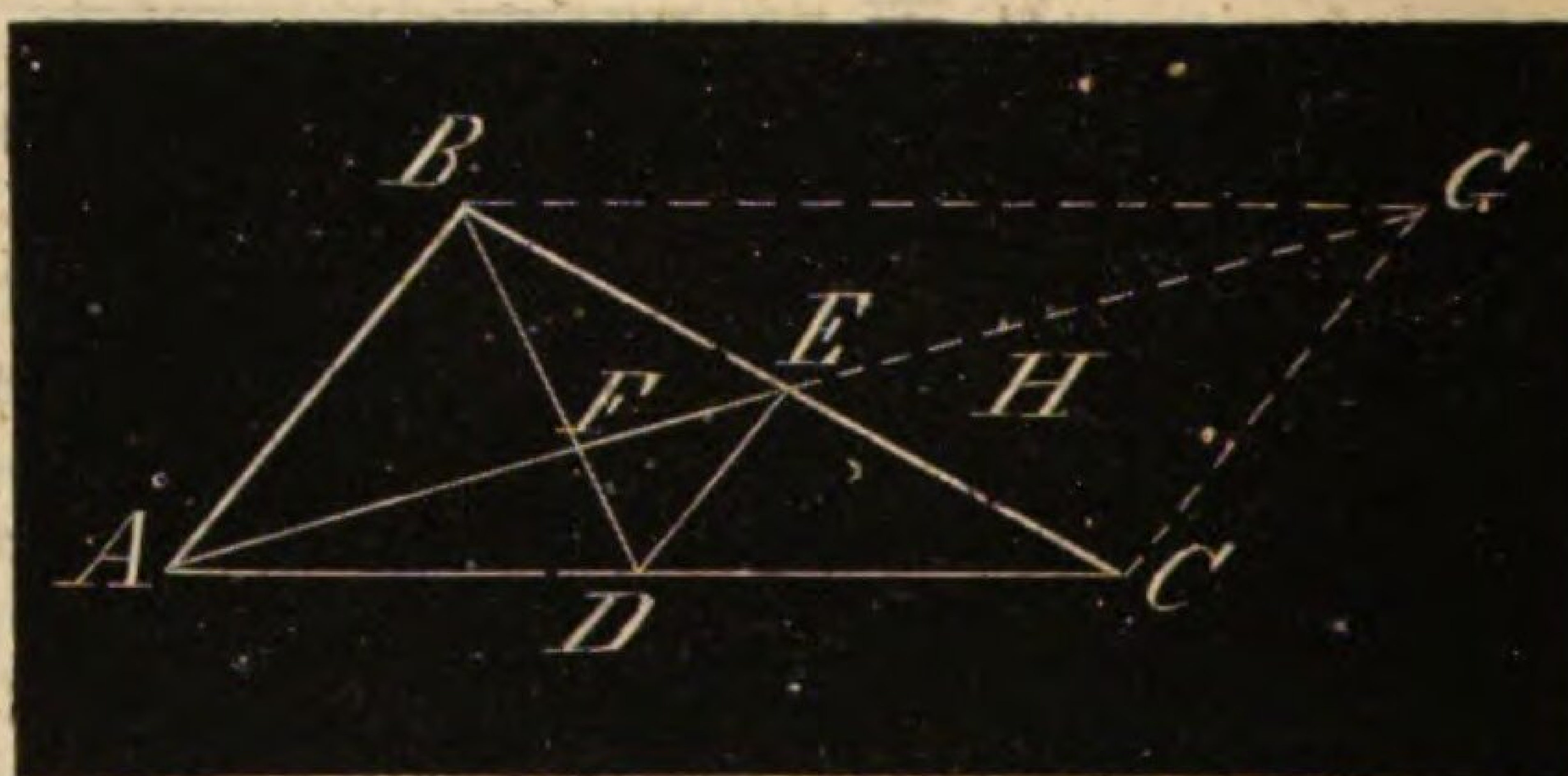
3. Gibt es in einem Körper eine Linie, um welche die Massentheilchen symmetrisch herum geordnet sind, so findet man zu jedem Theilchen in der Senkrechten, die von ihm auf die Symmetrielinie gefällt wird, auf der andern Seite ein gleichweit abstehendes und gleich dichtes Theilchen, so daß der Angriffspunkt der Resultirenden der Schwerkräfte von je zwei solchen Massentheilchen in die Symmetrielinie zu liegen kommt. Wenn nun die Angriffspunkte von je zwei Schwerkräften in der Symmetrielinie sich befinden, so liegt darin auch der Angriffspunkt aller Schwerkräfte d. i. der Schwerpunkt des Körpers. Es ist nun leicht einzusehen, daß bei einem Körper, bei welchem die Massentheilchen um einen einzigen Punkt symmetrisch gelagert sind, dieser Punkt der Schwerpunkt des Körpers ist.

Hieraus folgt, das der Schwerpunkt eines kreisförmigen Ringes, einer kreisförmigen unendlich dünnen Scheibe, einer hohlen und einer massiven Kugel am

Centrum sich befindet. Der Schwerpunkt eines regelmäßigen Vielecks liegt in seinem Mittelpunkte; der eines hohlen, so wie der eines massiven, aber gleichförmig dichten Cylinders liegt in der Mitte der Axe. Der Schwerpunkt kann auch, wie es bei einem Ringe, hohlen Cylinder und bei einer Hohlkugel der Fall ist, außer der Masse des Körpers liegen.

4. Schwerpunkt eines Dreiecks. Ist die Fläche des Dreiecks ABC Fig. 40., gleichförmig dicht, und man denkt sich dieselbe durch gerade Linien, die parallel zu einer Seite z. B. zu AC unendlich nahe an einander gezogen werden, in unendlich dünne Streifen, d. i. physische Linien getheilt, so liegt der Schwerpunkt eines jeden Streifens genau in der Mitte desselben. Verbindet man B mit dem Mittelpunkte von AC, nämlich mit D, so halbirt BD alle zu AC parallelen Linien, und enthält somit die Schwerpunkte aller Streifen, folglich auch den Schwerpunkt des ganzen Dreiecks. Denkt man sich das Dreieck durch Schnitte, die parallel zu BC geführt werden, in unendlich dünne Streifen getheilt, dann BC in E halbirt, und E mit A verbunden, so liegen die Schwerpunkte aller Streifen, folglich auch der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks in der AE, welche alle parallelen Streifen halbirt. Wenn nun der Schwerpunkt des ganzen Dreiecks, sowohl in der Geraden BD, als in der AE liegt, so ist der Durchschnittspunkt dieser zwei Geraden der Schwerpunkt des Dreiecks. Die Gerade ED, welche die Halbirungspunkte zweier Seiten verbindet, ist parallel zu AB, somit sind die Dreiecke ABF und EFD einander ähnlich, und

Fig. 40.



$$BF : DF = AB : ED = 2 : 1,$$

oder $BF + DF : DF = 3 : 1$ und

$$DF = \frac{BD}{3}.$$

Theilt man also die gerade Linie BD, welche den Halbirungspunkt einer Seite mit dem gegenüberliegenden Eckpunkte verbindet, in drei gleiche Theile, so ist der dem Halbirungspunkte D zunächst liegende Theilungspunkt der Schwerpunkt des Dreiecks.

5. Schwerpunkt eines Parallelogramms. Da sich die Diagonalen halbiren, und jede das Parallelogramm in zwei congruente Dreiecke theilt, so ist, wenn $FE = \frac{AE}{3}$, und $EH = \frac{EG}{3}$ der Punkt F der Schwerpunkt des Dreieckes ABC, und H der Schwerpunkt des congruenten Dreiecks BCG; demnach sind alle den Massentheilchen des Parallelogramms zukommenden Schwerkräfte auf zwei gleiche und parallele, an den Punkten F und H wirkende Kräfte reducirt, deren Resultirende die Mitte von FH, das ist den Punkt E zum Angriffspunkte hat, somit ist der Durchschnittspunkt der beiden Diagonallinien der Schwerpunkt des Parallelogramms.

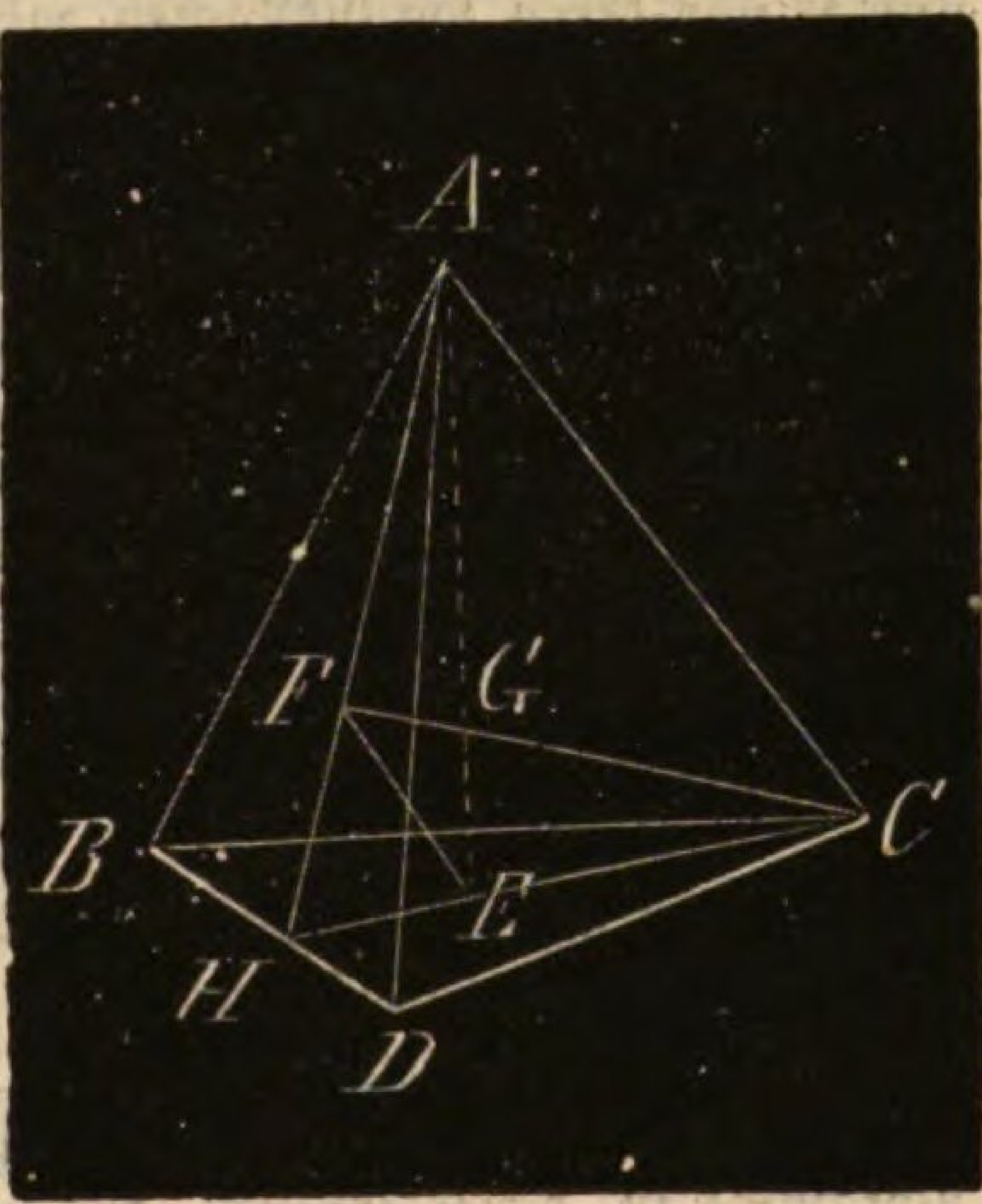
6. Schwerpunkt eines unregelmäßigen Vielecks. Man theile

das Vieleck durch Diagonallinien in Dreiecke, sucht den Schwerpunkt eines jeden und bestimme dessen Lage in Beziehung auf zwei rechtw. Coordinatenaxen; da die Schwerpunkte der einzelnen Dreiecke die Angriffspunkte paralleler, den Flächen dieser Dreiecke proportionaler Kräfte sind, so läßt sich die Lage des Angriffspunktes ihrer Resultirenden in der Ebene des Vielecks, also die Werthe x, y, mittelst der Gleichungen (1) berechnen, wo $v, v' v'' \ldots$ die Flächen der einzelnen Dreiecke, und V die Fläche des ganzen Vielecks bedeutet.

7. Schwerpunkt eines Parallelopipeds. Denkt man sich das Parallelopiped durch Schnitte parallel zur Grundfläche in unendlich dünne Parallelogramme getheilt, und die Durchschnittspunkte der Diagonalen an den beiden Grundflächen durch eine Gerade mit einander verbunden, so geht diese Gerade durch die Schwerpunkte aller Schnitte. Da diese Schwerpunkte Angriffspunkte von gleichen und parallelen Schwerkräften sind, so ist der Mittelpunkt dieser Geraden der Angriffspunkt aller im Parallelopiped vorkommenden Schwerkräfte, mithin der Schwerpunkt desselben. Auf gleiche Weise ist zu ersehen daß der Schwerpunkt eines geraden Prisma's, dessen Grundflächen regelmäßige Vielecke sind in der Mitte der geraden Linie liegt, welche die Mittelpunkte der Grundflächen verbindet.

8. Schwerpunkt einer dreiseitigen Pyramide. Fig. 41. Halbirt man die Seite BD, und nimmt $HE = \frac{CH}{3}$, so ist E der Schwerpunkt der Seitenfläche BDC; und nimmt man $HF = \frac{AH}{3}$, so ist F der Schwerpunkt der Seitenfläche ABD. Denkt man sich durch Schnitte die unendlich nahe an einander, einmal parallel zur Seitenfläche BCD, das andere Mal parallel zur Seitenfläche ABD geführt werden, die Pyramide einmal in physische Dreiecke, die dem Dreiecke BDC, das andere Mal in solche, die dem Dreiecke ABD ähnlich sind, zerschnitten und nun den Punkt E mit A, den Punkt F mit C verbunden, so geht AE durch die Schwerpunkte der ersten, und FC durch die Schwerpunkte der zweiten Schnitte, mithin liegt auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide sowohl in der AE als in der FC, folglich, da beide Linien in derselben Ebene liegen und sich schneiden müssen, in dem Durchschnittspunkte G derselben. Da FE sowohl von der AH als von der HC ein Drittel abschneidet, so ist FE parallel zu AC; daher

Fig. 41.



$$FE : AC = 1 : 3,$$

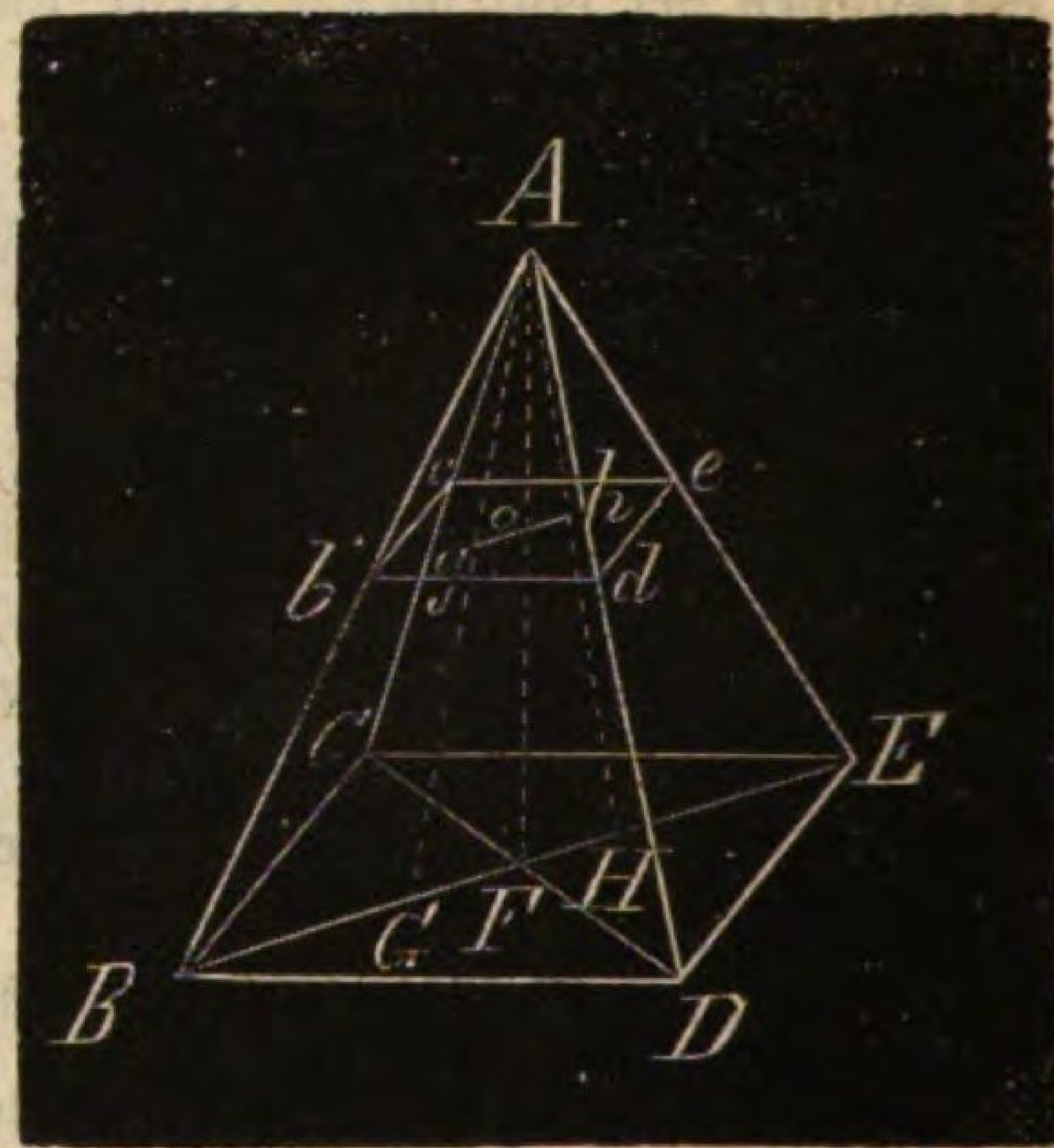
und das Dreieck FEG ähnlich dem Dreiecke AGC, folglich

$$EG : AG = EF : AC = 1 : 3 \text{ oder}$$
$$EG + AG : EG = 4 : 1, \text{ und}$$
$$EG = \frac{AE}{4},$$

d. h. der Schwerpunkt der dreiseitigen Pyramide, liegt in der geraden Linie die den Schwerpunkt der Grundfläche mit dem Scheitel verbindet und zwar in dem Punkte, dessen Entfernung vom Schwerpunkte der Grundfläche dem vierten Theile dieser Linie gleich ist.

9. Schwerpunkt einer vielseitigen geraden Pyramide. Fig. 42. Die Grundfläche einer solchen Pyramide ist ein regelmäßiges Vieleck, dessen Schwerpunkt in seinem Mittelpunkte F liegt; denken wir uns, daß die Pyramide aus einer unendlich großen Anzahl zu der Basis paralleler Schnitte besteht, und daß F mit dem Scheitel verbunden wird, so geht die Linie AF durch die Schwerpunkte aller Schnitte, weshalb in ihr auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide liegt.

Fig. 42.



Theilt man die Grundfläche durch Diagonallinien in Dreiecke, hierauf die Pyramide in lauter dreiseitige Pyramiden und verbindet die Schwerpunkte G und H von deren Grundflächen mit dem Scheitel durch die Linie AG, AH,. . . so liegen in ihnen in der Entfernung des vierten Theils ihrer Länge von der Grundfläche die Schwerpunkte der einzelnen dreiseitigen Pyramiden. Ist $Gg = \frac{AG}{4}$, so ist g der Schwerpunkt der Pyramide ABCD; legt man durch g eine Ebene bced parallel zur Basis, so schneidet diese alle von der Spitze zur Basis gezogenen geraden Linien in proportionale Theile. Ist nun h der Durchschnittspunkt der Ebene bced mit der Geraden AH, so ist $Hh : AH = Gg : AG = 1 : 4$,

$$Hh = \frac{AH}{4};$$

mithin liegt auch der Schwerpunkt der zweiten dreiseitigen Pyramide in der Ebene bced. Auf gleiche Art läßt sich zeigen, daß sämmtliche Schwerpunkte der dreiseitigen Pyramiden, aus denen die vielseitige besteht, in der Ebene bced sich befinden, mithin liegt auch der Schwerpunkt der ganzen Pyramide in dieser Ebene; da er aber auch in den Geraden AF sich befindet, so ist es der Durchschnittspunkt O dieser Graden mit der Ebene bced. Nun ist auch $OF : AF = Gg : AG = 1 : 4$, also

$$OF = \frac{AF}{4}.$$

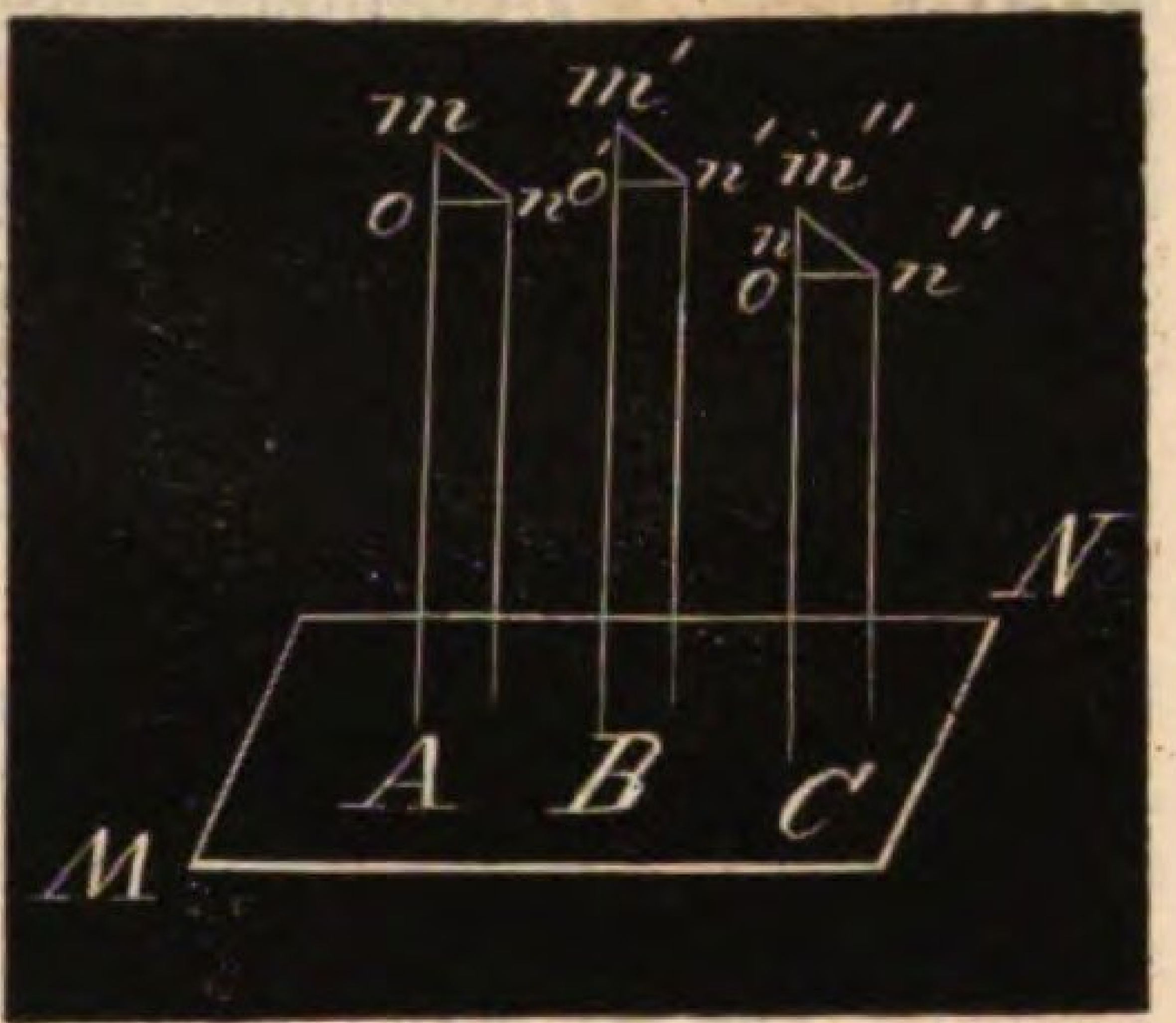
Die Linie AF ist die Höhe der geraden Pyramide, also ist der Abstand des Schwerpunktes einer geraden Pyramide von der Basis dem vierten Theile ihrer Höhe gleich.

Ist die vielseitige Pyramide keine gerade, so sucht man den Schwerpunkt der vielseitigen Basis, verbindet ihn mit dem Scheitelpunkt durch eine Gerade und kann auf dieselbe Art beweisen, daß in dieser Geraden der Schwerpunkt der ganzen Pyramide liegt und zwar in einer Ebene, deren Abstand von der Basis gleich ist, dem vierten Theile der Höhe.

10. Da der Kegel als eine Pyramide betrachtet werden kann, deren Basis ein Polygon von unendlich vielen Seiten ist, so liegt der Schwerpunkt eines geraden Kegels auf der geraden Linie, welche die Spitze mit dem Mittelpunkte der Basis verbindet und zwar in dem Punkte, dessen Abstand von der Basis ¼ dieser Linie beträgt.

§. 52. Eigenschaft des Schwerpunktes, so hoch oder so tief als möglich zu liegen, wenn ein Körper im Gleichgewichte ist. Es sei ein Körper im Gleichgewichte dessen Massentheilchen m, m′, m″... Fig. 43. von ihren Gewichten P, P′, P″ ... in Richtungen gezogen werden, welche auf der horizontalen Ebene MN senkrecht stehen; bezeichnen wir mit z, z′, z″.. die Abstände der Massentheilchen von dieser Ebene, mit R die Resultirende aller parallelen Kräfte, und mit Z den Abstand des Schwerpunktes von der Ebene MN; so ist

Fig. 43.



$$Z = \frac{Pz + P'z' + P''z''}{P + P' + P'' + .} + ..$$

Ertheilen wir dem Systeme irgend eine virtuelle Bewegung, wobei m nach n, m′ nach n′ u. s. f. verrückt wird, die Größen z, z′, z″... in z_1, z'_1, z''_1 ... übergehen und der Abstand des Schwerpunktes den Werth Z_1 erhält; so ist auch

$$Z_1 = \frac{P z_1 + P' z'_1 + P'' z''_1}{P + P' + P'' + .} + ...$$

mithin auch

$$(Z - Z_1) = \frac{P(z - z_1) + P'(z' - z'_1) + P''(z'' - z''_1)}{P + P' + P'' + .} + ..,$$

wo wegen der unveränderlichen Verbindung der Massentheilchen die Aenderungen in den Werthen z'_1 z''_1 ... von der Aenderung der Größe z abhängen, deshalb auch Funktionen von z sind, so daß Z bloß als eine Funktion von z betrachtet werden kann. Allein $z - z_1 = mo$, $z' - z'' = m'o'$ u. s. f., d. h. die Unterschiede $z - z_1$, $z' - z'_1$, $z'' - z''_1$ . . . sind nichts anderes als die nach den Richtungen der Kräfte geschätzten virtuellen Bewegungen, mithin ist wegen des bestehenden Gleichgewichtes

$$P(z - z_1) + P'(z' - z'_1) + P''(z'' - z''_1) + \ldots = 0$$

folglich ist im Allgemeinen auch

$$Z - Z_1 = 0$$

d. h. die bei der vorgenommenen virtuellen Bewegung bewirkte Aenderung in der Lage des Schwerpunktes erscheint im Allgemeinen gleich Null, was nur dann möglich ist, wenn der Abstand des Schwerpunktes von der horizontalen Ebene MN, entweder ein Minimum oder ein Maximum ist;*) folglich erscheint ein Körper in Folge seiner Schwere im Zustande des

*) Ist y irgend eine Funktion der veränderlichen Größe x und dieß durch die Gleichung

$$y = f(x)$$

ausgedrückt; z. B. es sei dieß die Gleichung einer gewissen krummen Linie, x die Abscisse und y die zugehörige Ordinate; so nennt man denjenigen Werth der Funk-

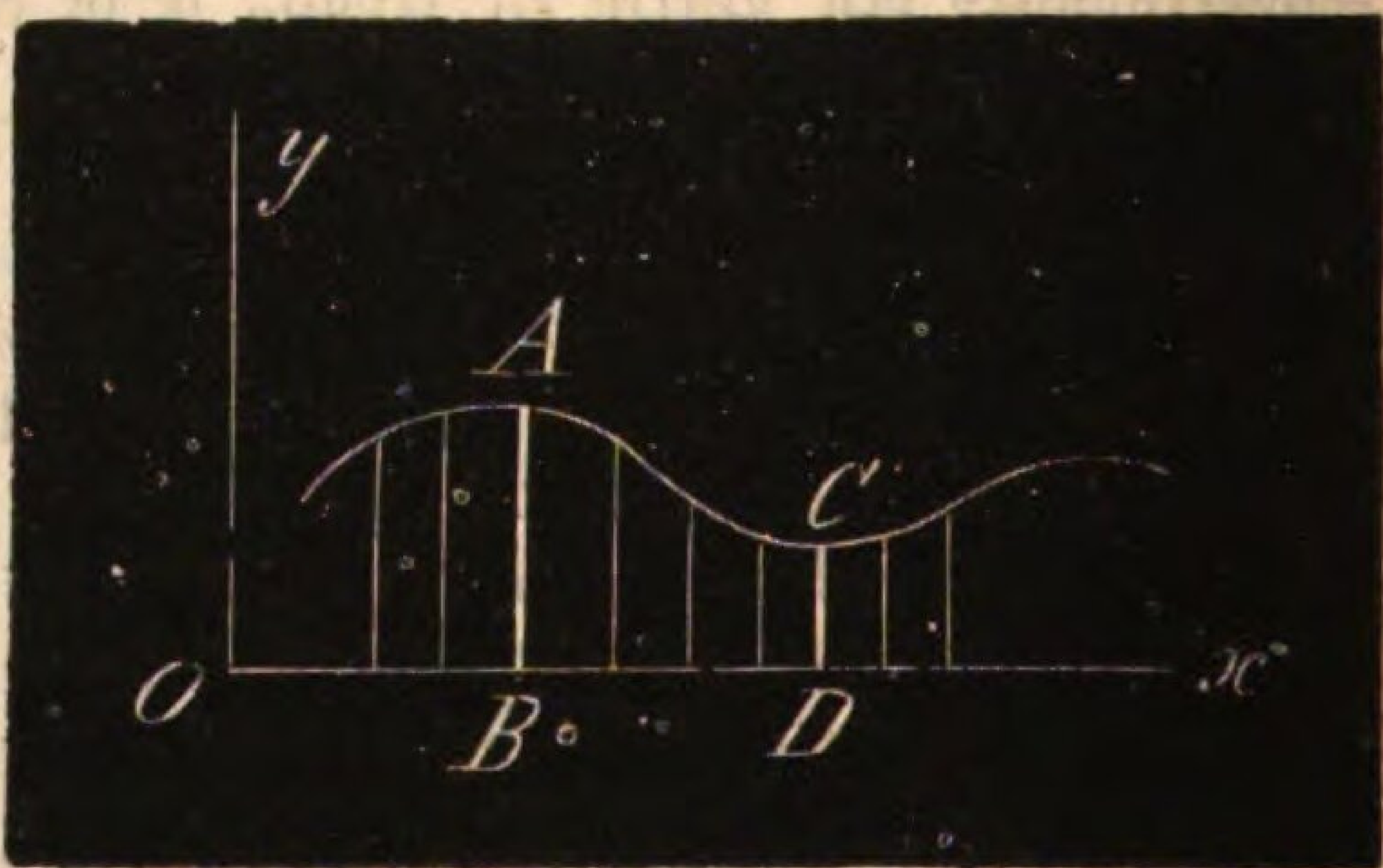
Gleichgewichtes stets in einer Lage, bei welcher sein Schwerpunkt so hoch oder so tief als möglich zu liegen kommt, so daß er bei einer Drehung des Körpers entweder tiefer oder höher geht, wo dann im ersten Falle das Gleichgewicht labil, im zweiten Falle stabil ist.

§. 53. Standfähigkeit eines Körpers. Der Baumeister und der Künstler hat oft die Aufgabe, einem Körper eine feste Stellung zu geben, bei welcher dieser fähig wird, den Stößen, denen er ausgesetzt ist und die seine Stellung auf eine für ihn nachtheilige Weise zu verändern streben, einen hinreichend starken Widerstand entgegenzusetzen, und bei einer stattgehabten Verrückuung seiner Stellung in dieselbe sogleich zurückkehren, sobald die ihn drückende Kraft aufgehört hat, zu wirken. Die Stellung des Körpers muß demnach die eines stabilen Gleichgewichts sein. Der Widerstand, welchen ein Körper einer jeden Kraft, die ihm um eine der Kanten der Grundfläche zu drehen strebt, entgegengesetzt und der als das Maß seiner Standfähigkeit betrachtet werden kann, ist das Moment des

---

tion y, den sie bei einem bestimmten Werthe von x z. B. bei x = a erhält und der größer ist, als diejenigen, die sich ergeben, wenn x um unendlich wenig größer oder kleiner als a genommen wird, ein Maximum, denjenigen dagegen ein Minimum, den die Funktion für einen andern Werth von x z. B. für x = b annimmt, und der wieder kleiner ist, als die nächsten Nachbarwerthe, die sich ergeben, wenn b um unendlich wenig vergrößert oder verkleinert wird. In der angenommenen krummen Linie Fig. 44. nimmt beim stetigen Wachsen der Abscisse x die Ordinate y anfänglich zu, und erlangt ihren größten Werth AB für x = OB, worauf sie wieder abnimmt, und ein Minimum = CD wird, wenn x = OD ist, indem beim weiteren Wachsen von x der Werth von y wieder wächst.

Fig. 44.



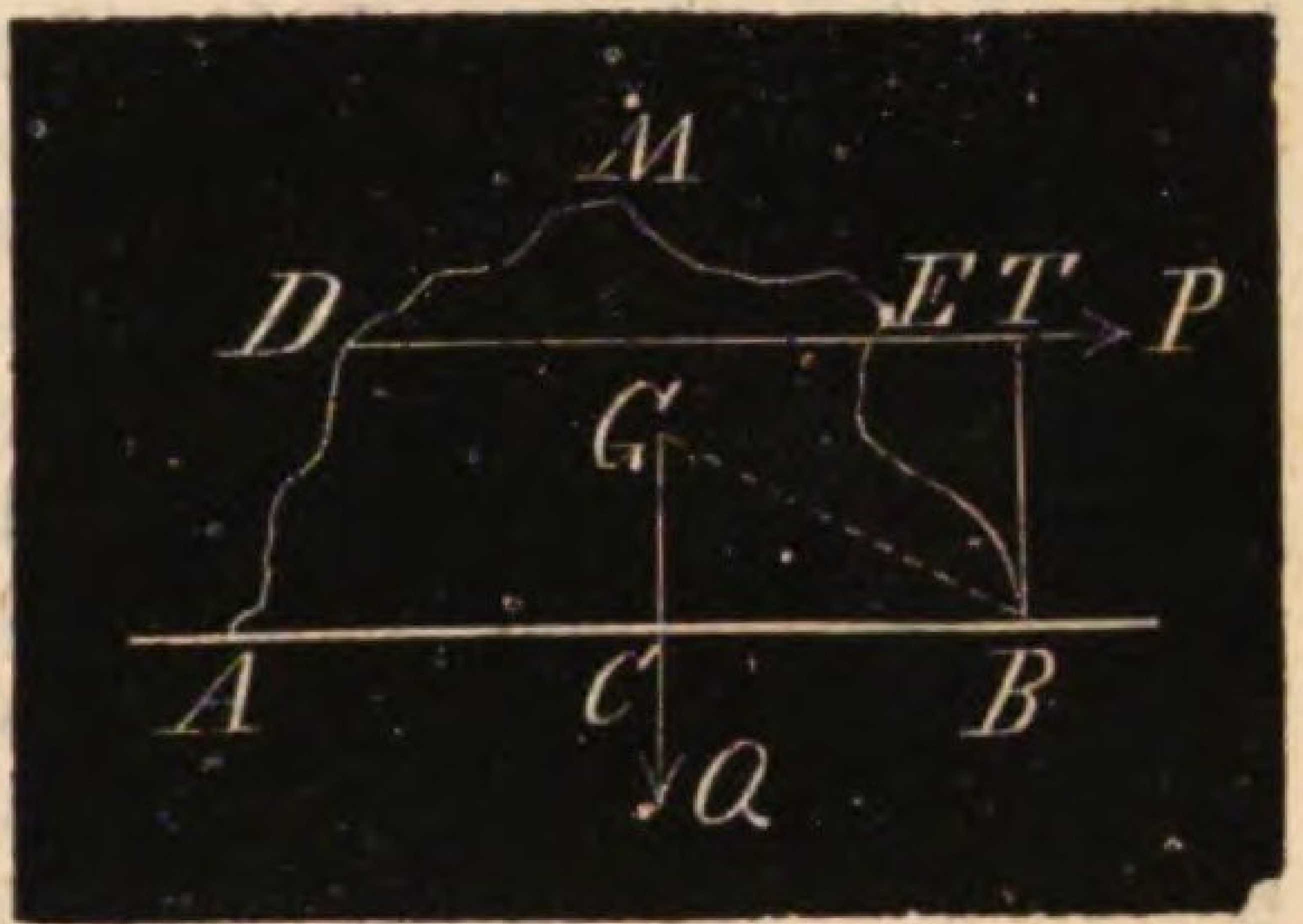
Läßt man x in x + h übergehen, wo h eine unendlich kleine Größe bedeutet, und heißt y' die dieser vergrößerten Abscisse zugehörige Ordinate so ist

$$y' - y = f(x + h) - f(x)$$

die Größe der Aenderung, welche die Funktion bei einer unendlich kleinen Aenderung der veränderlichen Größe erleidet. Die Aenderung y' — y bleibt so lange positiv, so lange $f(x + h) > f(x)$, bleibt; sie wird aber negativ, sobald die Funktion mit dem Wachsen der veränderlichen Größe abzunehmen beginnt, also wenn $f(x + h) < f(x)$, mithin wenn die Funktion ihr Maximum überschritten hat; wenn nun bei stetigem Wachsen vom x die Aenderung der Funktion von positiven Zustande in den negativen übergeht, so muß sie offenbar beständig abnehmen und bevor sie negativ wird, d. i. bei dem Maximum der Funktion offenbar gleich Null werden. — Die Aenderung y' — y bleibt nach dem Ueberschreiten des Maximums negativ bis zum Minimum der Funktion, hierauf wird sie bei zunehmendem Werthe von x wieder positiv; da der Uebergang einer Größe, die sich stetig ändert, von + in — nur durch die Null möglich ist, so folgt, daß die Aenderung y' — y abermals in Null übergeht, wenn die Funktion ein Minimum wird. — Ist demnach der Werth der Funktion einer veränderlichen Größe so beschaffen, daß die Aenderung desselben bei einer unendlichen kleinen Aenderung der veränderlichen Größe gleich Null erscheint, so ist dieser Werth der Funktion entweder ein Maximum oder ein Minimum.

Körpers rücksichtlich der Kante, um welche die Drehung geschieht, mithin das Produkt aus dem Gewichte des Körpers in den Abstand seiner Direktionslinie von dieser Kante; denn es sei AMB Fig. 45. der Durchschnitt eines Körpers mit einer vertikalen durch den Schwerpunkt G desselben geführten Ebene, AB sei die horizontale auf einer festen Unterlage ruhende Grundfläche, GC die Direktionslinie und Q das absolute Gewicht des Körpers; wirkt nun auf eine Seitenfläche die Kraft P, so wird der Körper um die Kante B gedreht, dabei die Grundfläche und der Schwerpunkt gehoben, und die Kraft Q, die jetzt nicht mehr durch den Widerstand der Unterlage aufgehoben wird, leistet einen Widerstand, indem sie den Körper in der entgegengesetzten Richtung zu drehen strebt. Ist P so stark, daß die Resultirende von P und Q durch die Kante B geht, so besteht zwischen den beiden Kräften Gleichgewicht, dieß selbst dann, wenn die Unterlage unter der Grundfläche weggenommen wird, und nur die Kante B gestützt bleibt; demnach erscheint die Wirkung der Kraft Q durch die der Kraft P aufgehoben, und die Momente der Kräfte bezüglich des Punktes B sind einander gleich, nämlich

Fig. 45.



$$P . BF = Q . BC.$$

Wird das Moment der Kraft P größer als Q. BC, so wird der Körper umgeworfen, folglich kann das Moment Q. BC als das Maß des Widerstandes oder der Standfähigkeit betrachtet werden; diese ist somit direkt proportional dem Gewichte des Körpers und dem Abstande der Direktionslinie von der Kante, um welche die Drehung geschieht.

Hydrostatik.

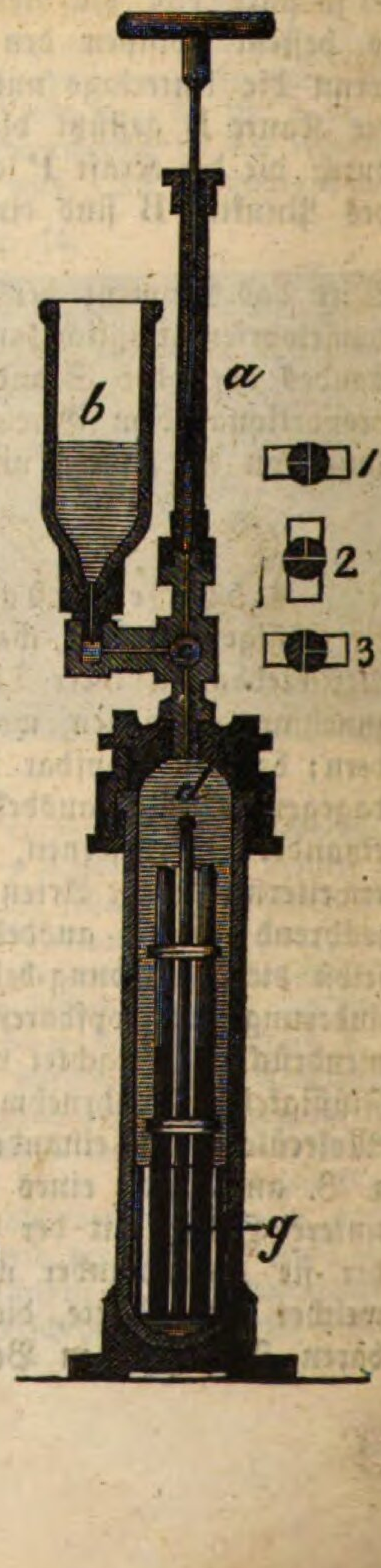
§. 54. Gegenstand der Hydrostatik. — Die Eigenschaft, welche die flüssigen Körper charakterisirt, ist die äußerst leichte Beweglichkeit und Verschiebbarkeit ihrer Theilchen, die den geringsten Kräften, die wir wahrzunehmen vermögen, weichen, sobald keine Hindernisse die Ausweichung hindern; bei den tropfbar flüssigen besteht aber noch eine schwache Cohäsion, dagegen bei den ausdehnsamen ein Bestreben, sich mehr und mehr von einander zu entfernen, und den Raum, den sie einnehmen beständig zu erweitern. Beide Arten der flüssigen Körper sind zusammendrückbar, allein während sich die ausdehnsamen, sehr leicht zusammendrücken lassen, bewirkt selbst die Anwendung bedeutender Druckkräfte nur eine sehr geringe Volumänderung der tropfbaren Flüssigkeiten, weshalb sie gewöhnlich als unzusammendrückbar betrachtet werden. — Die Cohäsion, die wir an tropfbaren Flüssigkeiten wahrnehmen, ist eine Wirkung der Anziehung, welche die Molecüle gegen einander äußern; wir sehen dieß an den Tropfen, die z. B. am Rande eines Gefäßes oder eines Blattes hängen bleiben, deren untere Hälfte mit der oberen nur kraft der gegenseitigen Anziehung, mit der sie auf einander wirken, verbunden bleibt. Die kleinste Kraft, mit welcher eine Platte, die mit der Oberfläche einer ihr adhärirenden tropfbaren Flüssigkeit in Berührung steht, von der Flüssigkeit abgerissen wird,

gibt das Maß der Cohäsion dieser Flüssigkeit an, indem dabei nur eine an der Platte hängende flüssige Schichte von einer andern getrennt wird.

Die Hydrostatik hat die Bedingungen festzustellen, unter welchen die auf eine tropfbare Flüssigkeit einwirkenden Kräfte sich das Gleichgewicht halten; wir werden zuerst die allgemeine Bedingung des Gleichgewichtes, einer Flüssigkeit feststellen, dann die Erscheinungen untersuchen, die sich bei tropfbaren Flüssigkeiten für den Zustand des Gleichgewichtes ergeben, wenn sie nur der Einwirkung der Schwerkräfte ausgesetzt werden, und die Molecularkräfte unbeachtet bleiben können; hierauf wollen wir die Bedingungen des Gleichgewichts für feste in eine tropfbare Flüssigkeit eingetauchte Körper feststellen, und zuletzt die Erscheinungen prüfen, die als Wirkungen der Schwere und der Molecularkräfte sich ergeben.

§. 55. Zusammendrückbarkeit (Compressibilität) tropfbarer Flüssigkeiten. Um die Zusammendrückbarkeit nachzuweisen, und genau messen zu können, bedient man sich heutzutage des in Fig. 46. abgebildeten Apparates. Ein Glascylinder d von sehr dickem Glase wird mit einem messingenen Fuße, und am oberen Theile mit einer eben solchen Fassung versehen; an diese Fassung wird ein Aufsatz angeschraubt, der aus einer Druckpumpe a und einem Wasserbehälter b besteht. Bevor dieß jedoch geschieht, stellt man in den Glascylinder ein Gefäß g von Eisenblech ein, welches in der Mitte mit einem Stabe versehen ist, mittelst dessen es in den Cylinder eingesetzt und wieder herausgenommen werden kann.

Fig. 46.



Das Gefäß g ist mit Quecksilber gefüllt, und in dieses ein mit atmosphärischer Luft gefülltes und nach Atmosphären graduirtes Röhrchen, das oben geschlossen und unten offen ist, und mit ihm noch ein anderes mit Wasser gefülltes Glasgefäß B eingesetzt; letzteres, das man Piezometer (von πιέζω drücken) nennt, besteht aus einem größeren Behälter und einer damit verbundenen sehr engen Röhre, die in gleiche Volumtheile getheilt ist, deren jeder einen bekannten aliquoten Theil z. B. ein Miliontel von der ganzen Capacität des Gefäßes B beträgt.



Hat man g sammt der Luftröhre und dem Piezometer in den Cylinder gestellt, so füllt man ihn voll mit Wasser, schraubt das Pumpenstück an, und füllt auch das Gefäß b mit Wasser an. Der Hahn c, der zwei, aus den Figuren 1, 2, 3, ersichtliche Bohrungen hat, wird nun so gestellt, daß das Wassergefäß b mit der Pumpe communicirt, wie die Stellung 2 zeigt, worauf sich beim Aufziehen des Kolbens der Pumpenstiefel mit Wasser füllt. Dreht man den Hahn rechts um 90°, und bringt ihn in die Stellung 3, so steht

der Pumpenstiefel nur mit dem Cylinder in Verbindung, weshalb beim Niederdrücken des Kolbens, welches nur langsam und vorsichtig zu geschehen hat, das vorhin eingesaugte Wasser in den Cylinder gepreßt, und das Quecksilber durch den sich allseits fortpflanzenden Druck mit Gewalt in die Glasröhren getrieben wird. Hierauf bringt man den Hahn wieder in die zweite Stellung, zieht den Kolben in die Höhe, und treibt, nachdem man den Hahn in die dritte Stellung versetzt hat, das in den Stiefel eingedrungene Wasser abermals langsam in den Cylinder hinein.

Die Versuche lehren, daß das Quecksilber auch in der engen Röhre des Piezometers sich erhebt, was nicht etwa in Folge einer durch den Druck erzeugten Erweiterung des innern Raumes von B geschehen kann, weil diese Erweiterung nicht möglich ist, indem auf die Wandungen von B nicht nur von Innen nach Außen vermittelst des Quecksilbers und des darin befindlichen Wassers, sondern auch von Außen nach Innen vermittelst des äußern Wassers vollkommen gleiche Pressungen ausgeübt werden, welche Gleichheit auch die Ursache ist, daß das Glasgefäß, ungeachtet seine Wände dünn sind, fähig ist, einen sehr bedeutenden Druck zu ertragen. Das Aufsteigen des Quecksilbers im Gefäße B erfolgt demnach nur in Folge einer durch den Druck erzeugten Volumverminderung des Wassers und beweiset unwiderlegbar die Zusammendrückbarkeit desselben, und auch anderer tropfbaren Flüssigkeiten mit denen man das Gefäß B füllt. An der Skala des Piezometers erkennt man die Größe der stattgehabten Volumverminderung, und an der mit Luft gefüllten Röhre die Größe des dabei angewendeten Druckes, der 2, 4, 10 Atmosphären beträgt, wenn die Luft auf $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{10}$ des ursprünglichen Volumens comprimirt erscheint.

Bringt man den Hahn c in die Stellung (1) bei welcher b mit dem Cylinder communicirt, so tritt das vorhin eingepumpte Wasser in den Behälter b heraus, und das Quecksilber sinkt in den beiden Röhrchen bis das Wasser in B und die Luft in dem andern Röhrchen genau das ursprüngliche Volumen, welches sie vor der Compression hatten, angenommen haben. Hieraus folgt, daß das zusammengedrückte Wasser auch die Eigenschaft besitzt, alsogleich, wenn die Wirksamkeit der Druckkraft aufgehört hat, sein ursprüngliches Volumen wieder anzunehmen. Versuche mit verschiedenen tropfbaren Flüssigkeiten führten zu folgenden Ergebnissen:

a) Daß alle zusammendrückbar sind, und die Volumverminderung der Druckkraft proportional erscheint;

b) daß sie sämmtlich, wenn der Druck aufhört, ihr ursprüngliches Volumen wieder gewinnen, und in so fern als vollkommen elastisch zu betrachten sind, jedoch ist

c) die Volumverminderung selbst bei Anwendung großer Druckkräfte stets sehr gering, weshalb man tropfbare Flüssigkeiten für die gewöhnlich vorkommenden Kräfte als unzusammendrückbar betrachten kann.

d) Das Quecksilber besitzt unter allen Flüßigkeiten die geringste, der Aether die größte Compressibilität. Oersted, Collادon und Sturm, Magnus, denen wir die Vervollkommnung des Apparates und die Kenntniß der eben angeführten Gesetze verdanken, bemerkten, daß die Capacität des Gefäßes B während des Druckes eine un-

bedeutende Verminderung erfährt; indem sie auch diese in Rechnung brachten, ergab sich, daß bei dem Drucke von 1 Atmosphäre die Verminderung des Volumens

bei Quecksilber	beinahe	4	Milliontel
„ Wasser	„	50	„
„ Aether	„	133 bis 150	„

beträgt.

Da der Druck einer Atmosphäre dem Drucke einer Wassersäule von nahe 32 Fuß Höhe gleich ist, so erleidet eine Schichte des Meerwassers in einer Tiefe von beinahe 5400 Klaftern einen Druck von 1000 Atmosphären, aber das Volumen derselben wird nur um $\frac{1}{20}$ des Volums bei 1 Atmosphäre vermindert. Die Elasticität des Wassers, so gering sie ist, begründet die Fähigkeit desselben, den Schall fortzupflanzen und selbst als schallender Körper zu erscheinen.

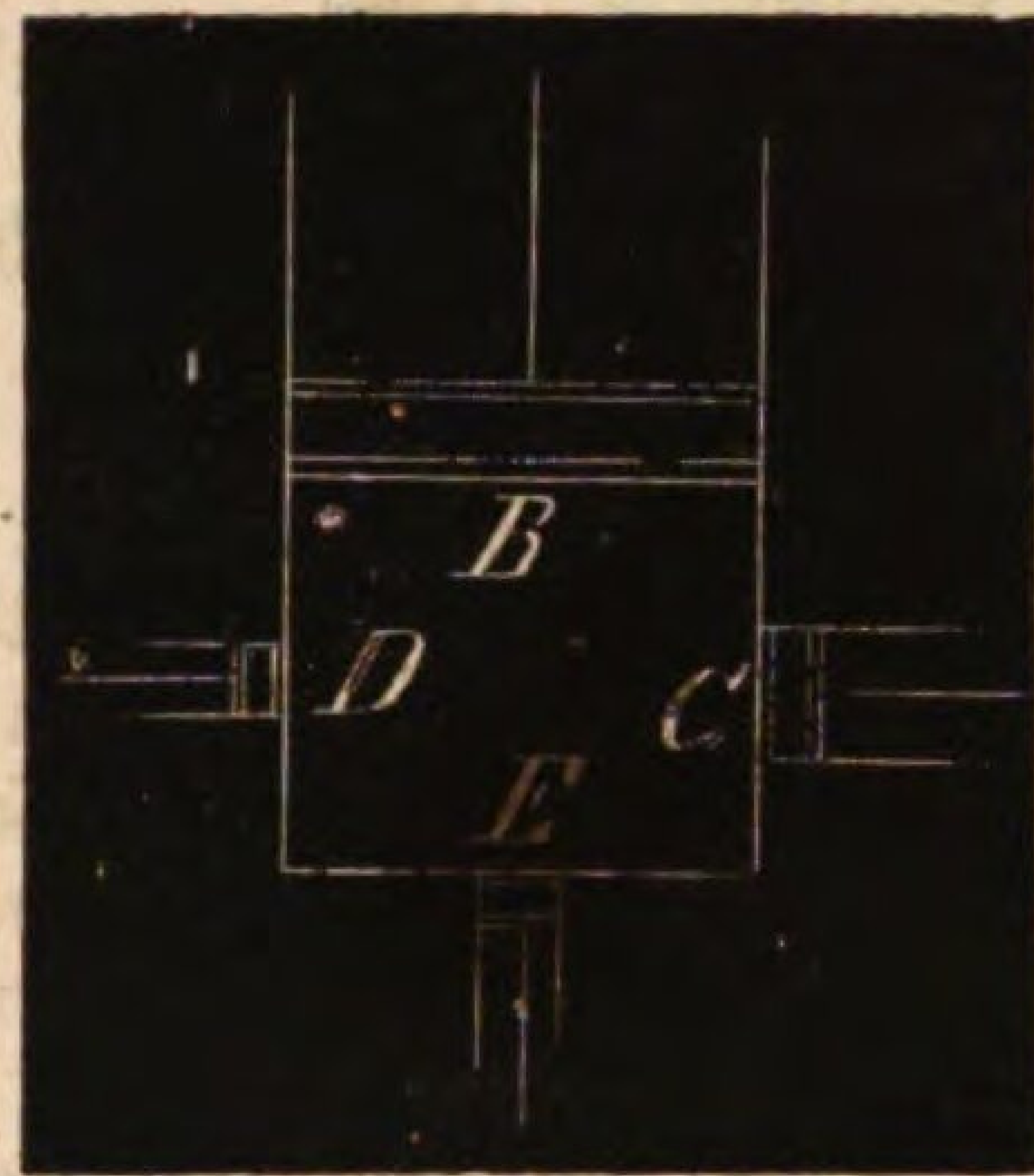
Der in der Fig. 46. dargestellte Apparat wird auch zur Compression der Gase gebraucht, um sowohl das Gesetz der Abhängigkeit der Dichte von der Stärke der drückenden Kraft nachzuweisen, als auch die Größe des Druckes zu ermitteln, bei dem ein Gas tropfbar wird. Taucht man in das mit Quecksilber gefüllte Gefäß g z. B. vier Glasröhrchen, von denen das eine nach Atmosphären graduirte mit Luft, das zweite mit schwefligsaurem Gas, das dritte mit Cyangas, und das vierte mit Ammoniakgas gefüllt ist, sorgt dafür, daß das Quecksilber, das die Gase absperrt, in allen Röhrchen gleich hoch steht, und beginnt dann die Compression, so beobachtet man, daß Anfangs das Quecksilber in allen gleichmäßig steigt, also die Dichte bei allen im gleichen Verhältnisse mit dem Drucke zunimmt. Bei gewöhnlicher Temperatur und dem Drucke von 4 Atmosphären geht das schwefligsaure Gas, bei einem etwas größeren auch das Cyangas und bei dem Drucke von 7 Atmosphären das Ammoniakgas in den tropfbaren Zustand über. Hat ein Gas diejenige Dichte erlangt, deren kleinste Vermehrung den Uebergang des Gases in den tropfbaren Zustand zur Folge hat, so bemerkt man bei weiterer Compression eine rasche Abnahme seines Volumens und nur ein Aufsteigen des Quecksilbers in der Röhre, wo das Gas tropfbar wird, bis alles vollständig in eine tropfbare Flüssigkeit verwandelt worden ist.

Bringt man, nachdem alle Gase tropfbar geworden sind, den Hahn c allmälig in die Stellung (1), so geht das eingepumpte Wasser nach b zurück, und damit nimmt der Druck im Cylinder ab, was die Folge hat, daß Anfangs nur die Luft sich ausdehnt, das Quecksilber in den andern Röhren aber noch nicht sinkt, bis der Druck den Ammoniakdämpfen Gleichgewicht hält, wo dann bei der mindesten Verminderung dieses Druckes alles Ammoniak rasch den Gaszustand annimmt und das Quecksilber niederdrückt, so daß dieses mit dem in der Luftröhre gleich hoch zu stehen kommt. Bei weiterer Abnahme des Druckes werden auch die beiden andern Flüßigkeiten gasförmig und jedesmal wird das Quecksilber rasch bis zu der Höhe, welche es in andern Röhrchen hat, niedergedrückt.

§. 56. **Prinzip der Gleichheit des Druckes.** Wir haben bei den Versuchen mit dem im vorigen §. beschriebenen Compressionsapparate bereits angenommen, daß der Druck mit dem man beim Einpumpen des Wassers auf einen Theil desselben wirkt, sich durch die ganze Masse gleichförmig d. h. dergestalt fortpflanzt, daß jede Flächeneinheit genau denselben Druck erleidet; dieß ist es, was man unter dem **Prinzip der Gleichheit des Druckes** versteht. Um diese gleichmäßige Fortpflanzung des Druckes nachzuweisen, wollen wir annehmen, daß auf eine in einem Gefäße eingeschlossene Flüssigkeit, sie mag tropfbar oder ausdehnsam sein, vermittelst eines Stempels Fig. 47. ein Druck von einer un-

unterbrochen wirkenden Kraft P ausgeübt werde; die Flüssigkeit wollen wir uns schwerlos denken, um allein die von dieser Kraft abhängige Wirkung zu erkennen; offenbar wird zunächst die unter dem Stempel unmittelbar befindliche Schichte zusamengepreßt, und dabei, wie wenig es auch sein mag, verdichtet; indem nun die verdichtete Schichte strebt ihr früheres Volumen zu gewinnen, und die Theilchen derselben äußerst leicht beweglich sind, übt sie denselben Druck, den sie selbst ununterbrochen erleidet, gegen den inneren Raum nach allen Seiten nicht nur abwärts, sondern auch seitwärts und aufwärts aus, so daß sich dieser Druck in der ganzen Masse nach allen Richtungen hin mit unveränderlicher Stärke fortpflanzt, und die ganze Masse die vermehrte Dichtigkeit der unmittelbar gepreßten Schichte annimmt; deshalb wird jede Flächeneinheit an den Wandungen des Gefäßes oder einer, wo immer in der Flüssigkeit befindlichen ebenen Fläche in einer auf ihr senkrechten (normalen) Richtung mit der nämlichen Stärke gedrückt wie eine Einheit derjenigen Fläche, auf welche die Kraft P vermittelst des Stempels einwirkt; heißt a diese Fläche, so ist $\frac{P}{a}$ der Druck gegen eine Einheit derselben, und somit $\frac{P}{a}$ A der Druck gegen eine Fläche, die A Einheiten zählt.

Fig. 47.



Nehmen wir an, die Grundfläche des Stempels B habe 100, die des Stempels C, 20, die von D oder E 10 Quadratzolle, und es wirke B mit dem Drucke von 10 Pfund, so ist der Druck gegen 1 Quadratzoll $= \frac{1}{10}$ Pf., folglich wird C mit der Kraft von 2 Pf. und jeder der beiden andern Stempel mit der Kraft von 1 Pf. nach Außen gedrückt, und man muß, um die Bewegung der Stempel zu hindern, mit gleichen Kräften von Außen nach Innen entgegenwirken. — Würde der Stempel C mit der Kraft von 10 Pf. mithin jede Flächeneinheit mit der Kraft von $\frac{1}{2}$ Pf. in horizontaler Richtung gedrückt, so wird B mit der Kraft von 50 Pf. in die Höhe, und E mit 5 Pfund nach abwärts getrieben. Dieß alles bestätigen die Versuche.

§. 57. **Allgemeine Bedingungen des Gleichgewichts einer Flüssigkeit, die der Einwirkung von Kräften ausgesetzt ist.** Das Gleichgewicht kann in einer flüssigen Masse wegen der äußerst leichten Verschiebbarkeit ihrer Theilchen nur dann bestehen, wenn die Kräfte die auf irgend ein Theilchen im Inneren der Masse wirken, sich gegenseitig aufheben, und die Resultirende der Kräfte, die auf einen Punkt der *freien* d. i. nicht durch eine feste Wand gestützten Oberfläche ihre Wirksamkeit äußern, normal und einwärts gegen diese Oberfläche gerichtet ist, weil die Flüssigkeit nur in dieser Richtung einen Widerstand zu leisten vermag, durch den die Wirkung der Resultirenden aufgehoben werden kann. Eine schief gegen die freie Oberfläche wirkende Kraft könnte in zwei Componenten zer-

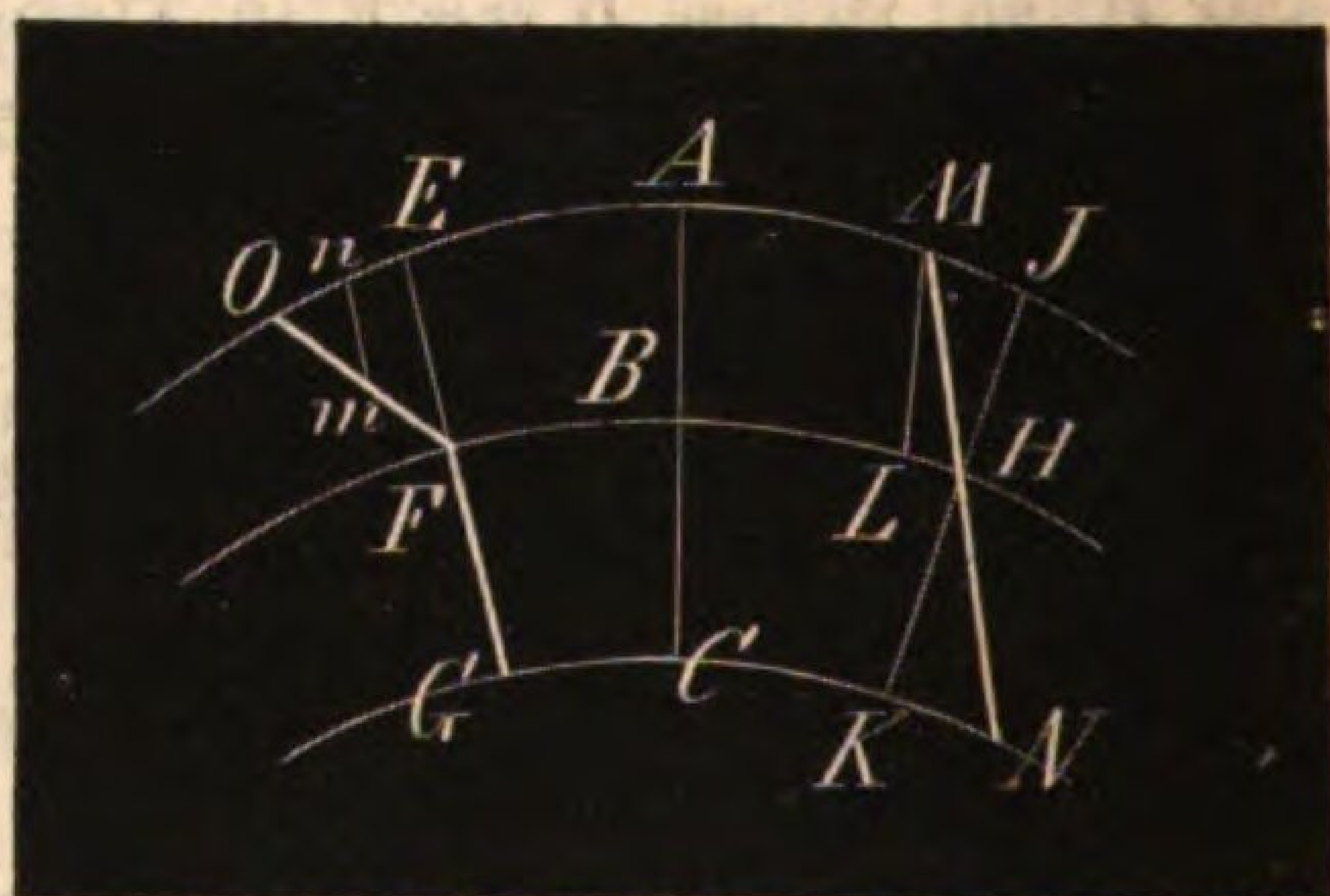
legt werden, in eine in normaler Richtung wirkende, deren Wirkung der Widerstand der gedrückten Flüssigkeit aufheben würde, und in eine nach der Tangente thätige, die eine Bewegung erzeugen und somit das Gleichgewicht stören müßte.

§. 58. Gleichgewicht einer tropfbaren gleichartigen Flüssigkeit auf die nur die Schwere und keine andere Kraft wirkt.

a) Da die Massentheilchen an der freien Oberfläche von den Schwerkräften gegen den Erdmittelpunkt gezogen werden, und die Richtungen dieser Kräfte bei einer ruhigen Flüssigkeit auf der Oberfläche normal sein müssen, so kann die freie Oberfläche keine andere Gestalt, als die einer Kugel haben, deren Halbmesser dem Erdhalbmesser gleich ist; sie kann aber, wenn ihre Ausdehnung gering ist, als eine Ebene betrachtet werden, die eine horizontale Lage hat, da sie mit den vertikalen Richtungen der Schwerkräfte rechte Winkel bildet; daher sind die Ausdrücke horizontal und wasserrecht gleich bedeutend.

b) Die freie Oberfläche heißt man das Niveau oder den Spiegel der Flüssigkeit, und jede zum Niveau parallele Schichte heißt eine Niveaufläche. Jede Niveaufläche steht auf den Richtungen der Schwerkräfte senkrecht, und ist kugelförmig, wenn die freie Oberfläche es ist, dagegen eine horizontale Ebene, wenn die freie Oberfläche als solche angenommen werden darf. Im Gleichgewichtszustande werden sämmtliche Theilchen einer Niveaufläche von den darüber stehenden gleichförmig dichten Schichten mit gleicher Stärke vertikal abwärts und aufwärts, und durch Reaktion der benachbarten Theilchen auch seitwärts gedrückt. Betrachten wir z. B. das Theilchen B, Fig. 48., der Niveauschichte FB und ziehen durch B die Vertikale AC; so hat B offenbar den Druck der in der Vertikalen AB befindlichen schweren Flüssigkeitstheilchen zu erleiden, und dieser Druck ist dem Gewichte von AB gleich. Setzen wir AB = h, bezeichnen mit p den Druck auf eine horizontale Flächeneinheit, wenn jeder Punkt derselben eben so gedrückt würde, wie B, und berücksichtigen, daß eine horizontale Fläche, die nur $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}$ .. so groß ist, nur den $\frac{p}{2}, \frac{p}{4}, \frac{p}{10}$ erleiden kann, und daß daher der Druck der gedrückten Fläche direkt proportionirt ist; so hat man, wenn ein unendlich kleines Stückchen der durch B gehenden Niveaufläche mit w und der darauf ausgeübte Druck mit q bezeichnet wird,

Fig. 48.



$$p : q = 1 : w, \text{ mithin } q = p\,w.$$

Steht über jedem Theilchen w einer horizontalen Flächeneinheit eine vertikale gleichförmig dichte Säule von der Höhe h, so ist der Ge-

sammtdruck, den sie durch die Schwere aller darüber stehenden Theilchen zu erleiden hat, dem absoluten Gewichte einer Säule von der Höhe = h und der Basis = 1. Heißt s das spezifische Gewicht und d die Dichte der Flüssigkeit, so ist

$$p = h\ s = h\ d\ g,$$

$$\text{daher } q = h\ s\ w = h\ d\ g\ w.$$

Steht über jedem Theilchen einer Niveaufläche eine verticale bis an das Niveau sich erstreckende Säule, und ist auch die Dichte der ganzen zwischen dieser Niveaufläche und dem Niveau befindlichen Flüssigkeit dieselbe, so ist der Werth von q d. i. der verticale Druck nach abwärts für alle Theilchen derselben Niveaufläche gleich groß. Dieß ist selbst dann der Fall, wenn wegen einer in der Flüssigkeit stehenden oder sie begrenzenden festen Wand, wie z. B. MN, die über einem Theilchen stehende vertikale Säule sich nicht bis an das Niveau erstreckt. Ziehen wir z. B. durch das Theilchen K der Niveaufläche GN eine Vertikale KHJ parallel zu AC, so sehen wir, daß über K nur die vertikale Säule KH steht, und doch erleidet K denselben Druck, wie andere Theilchen der nämlichen Niveaufläche, so als wenn darüber die vertikale Säule KJ stände; denn ziehen wir durch M eine Vertikale, mithin eine zu AB parallele, so wird das in ihr befindliche Theilchen L der Niveaufläche FH von der Säule ML gedrückt; dieses gedrückte Theilchen pflanzt aber den Druck nach allen Seiten, also auch seitwärts zu den in derselben Niveaufläche befindlichen Theilchen, die ihn bis zu dem an der Wand MN liegenden Theilchen H führen; indem nun H mit dem Gewichte der Säule ML = HJ horizontal gedrückt wird, strebt es nach allen Seiten auszuweichen, und pflanzt diesen Druck nach allen Seiten, mithin auch vertikal abwärts fort, weshalb das Theilchen K nicht bloß den Druck von der Säule KH, sondern auch den einer Säule = HJ, mithin den Druck einer Säule KJ zu erleiden hat.

Da der gegen jede Niveaufläche vertikal abwärts ausgeübte Druck im Gleichgewichtszustande aufgehoben erscheint, so wird jede Flächeneinheit einer Niveaufläche durch die unterhalb befindliche Flüssigkeit eben so stark aufwärks als abwärts gedrückt.

Das in Folge des Druckes entstehende Bestreben eines jeden Theilchens seitwärts auszuweichen, wird durch das gleiche Bestreben der mit gleicher Stärke gedrückten benachbarten Theilchen, an den Wänden aber durch den Widerstand, den diese vermög ihrer Festigkeit leisten, aufgehoben.

c) Will man den Gesammtdruck kennen, den eine Niveaufläche z. B. FH in vertikaler Richtung erleidet, und es wäre in F die feste Wand OF, welche mit der durch F gehenden Vertikalen FE nach oben zu divergirt, so hat man zu berücksichtigen, daß die zwischen OF und FE befindliche Flüssigkeit auf FH keinen Druck auszuüben vermag; denn der Druck, welchen z. B. die über dem Theilchen m befindliche Säule mn abwärts äußert, wird durch den Widerstand der Wand, und der Druck welchen m in Folge dieses Druckes seitwärts gegen das Innere der Masse fortzupflanzen strebt, durch die Gegenwirkung der in derselben Niveauschichte befindlichen Theilchen aufgehoben. Eben so wenig als

die Säule mn vermag eine andere innerhalb des Raumes OFE befindliche zur Vermehrung des Druckes gegen die Niveaufläche FH beizutragen, so daß der Druck, den FH von der Schwere der darüber befindlichen Flüssigkeit vertikal abwärts und aufwärts erleidet, genau derselbe ist, wie wenn über jedem Theilchen der Niveaufläche eine vertikale Säule von der nämlichen Höhe h sich befände; mithin ist dieser Druck gleich dem Gewichte einer flüssigen Säule von der Basis der Niveaufläche und der Höhe h, die den Abstand derselben vom Niveau angibt und Druckhöhe heißt. Heißt P der Gesammtdruck, und b die Größe der Niveaufläche, so ist

$$P = b\,h\,s = b\,h\,d\,g.$$

d) Sind die vertikalen Pressungen, welche eine Niveaufläche durch die Schwere der darüber befindlichen Flüssigkeit erleidet, an allen Stellen derselben vollkommen gleich, so herrscht in der ganzen tropfbar flüssigen Masse der Zustand des Gleichgewichts; denn die drückenden Kräfte werden, da sie auf den Niveauflächen senkrecht stehen, durch die widerstehenden Kräfte der flüssigen Masse, und die Bestrebungen der Theilchen dem Drucke seitwärts auszuweichen, durch die Reaktion der nächsten gleich stark gedrückten Theilchen vernichtet; folglich erscheinen die Theilchen einer jeden Niveaufläche, somit die ganze Masse in Ruhe.

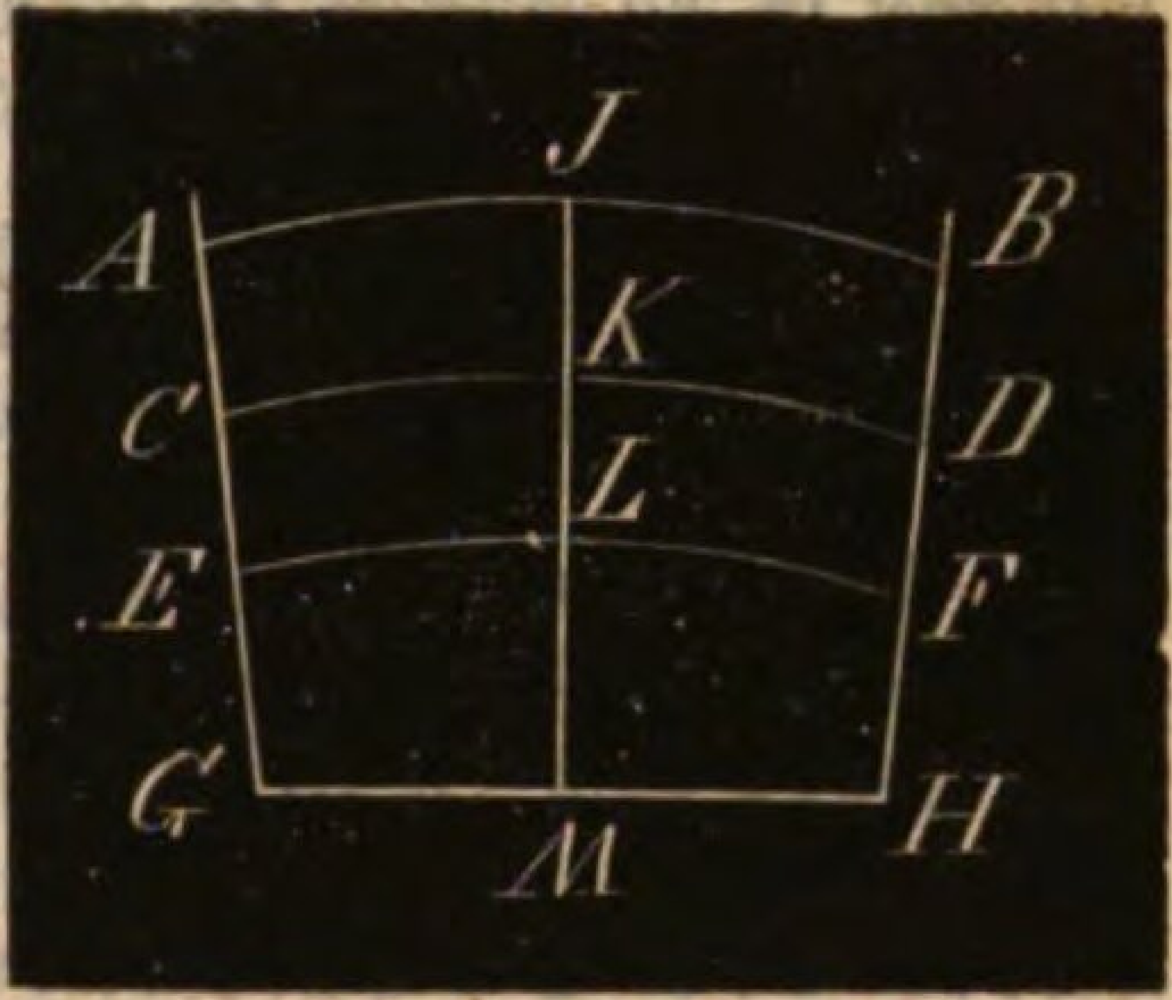
e) Der Druck auf eine Flächeneinheit einer Niveaufläche, nämlich $p = h\,d\,g$ und mithin auch die von ihm abhängige Dichte nimmt mit der Tiefe der Niveaufläche zu; allein wegen der geringen Zusammendrückbarkeit der tropfbaren Flüssigkeiten, kann man die unbedeutenden Aenderungen in der Dichte der tiefer liegenden Schichten unbeachtet lassen, somit die Dichte in allen Tiefen als gleich groß annehmen, wo dann der Druck p in demselben Verhältniße wächst, wie die Tiefe der Niveaufläche zunimmt.

Da das Wasser in einer Tiefe von 32, 64, 96 . . . . Fuß einen Druck von 1, 2, 3 . . . Atmosphären, und in einer Tiefe von 1000 Fuß den von 31 Atmosphären (387 Pfund gegen ein Quadratzoll) erleidet, daher auch die Luft in einer Taucherglocke mit dem Drucke zusammenpreßt, der an der Niveaufläche, welche die Luft in der Glocke berührt, Statt findet; so wird die Dichte dieser Luft in der Tiefe von 32 Fuß verdoppelt, und in der Tiefe von 320 Fuß schon um das eilffache vermehrt, und deshalb den Tauchern höchst beschwerlich. — Die Taucher füllen zum Scherz ihre leeren Branntweinflaschen mit der dichten Luft der Taucherglocke an; diese übt auf den Stöpsel einen starken Druck aus, so daß er, sobald die Flasche an die Meeresoberfläche gebracht wird, mit einem Knalle herausspringt, wie beim Oeffnen einer Champagnerflasche.

§. 58. **Gleichgewicht zwischen ungleichartigen in einem Gefäße befindlichen tropfbaren Flüssigkeiten, die sich nicht mischen.** Da die vertikale Pressung gegen ein Flächentheilchen w gleich ist $h\,d\,g\,w$, so kann sie nur dann an allen Stellen einer Niveaufläche gleich stark sein, und daher nur dann das Gleichgewicht bestehen, wenn für alle Stellen d denselben Werth hat, d. h. wenn die über der betrachteten Niveaufläche befindliche Flüssigkeit durchaus gleichartig ist, daher überall die nämliche Dichte besitzt. Ist die Flüssigkeit ein Gemenge von mehreren nicht mischbaren Flüssigkeiten, deren jede eine andere Dichte hat, so kann das Gleichgewicht erst dann eintreten, wenn sie sich von einander dergestalt absondern, daß die Trennungsflächen als Niveauflächen erscheinen.

Denn nehmen wir an, in dem Gefäße ABGH, Fig. 49., wären mehrere nicht mischbare Flüssigkeiten von der Dichte d, d', d'' . . . ., durch die Niveauflächen CD, EF, GH von einander getrennt; ziehen wir eine Vertikale JM und bezeichnen die Abstände der Niveauflächen, nämlich JK, KL, LM mit h, h', h''; so ist der Druck gegen ein Element w

Fig. 49.



in K = h d g w,

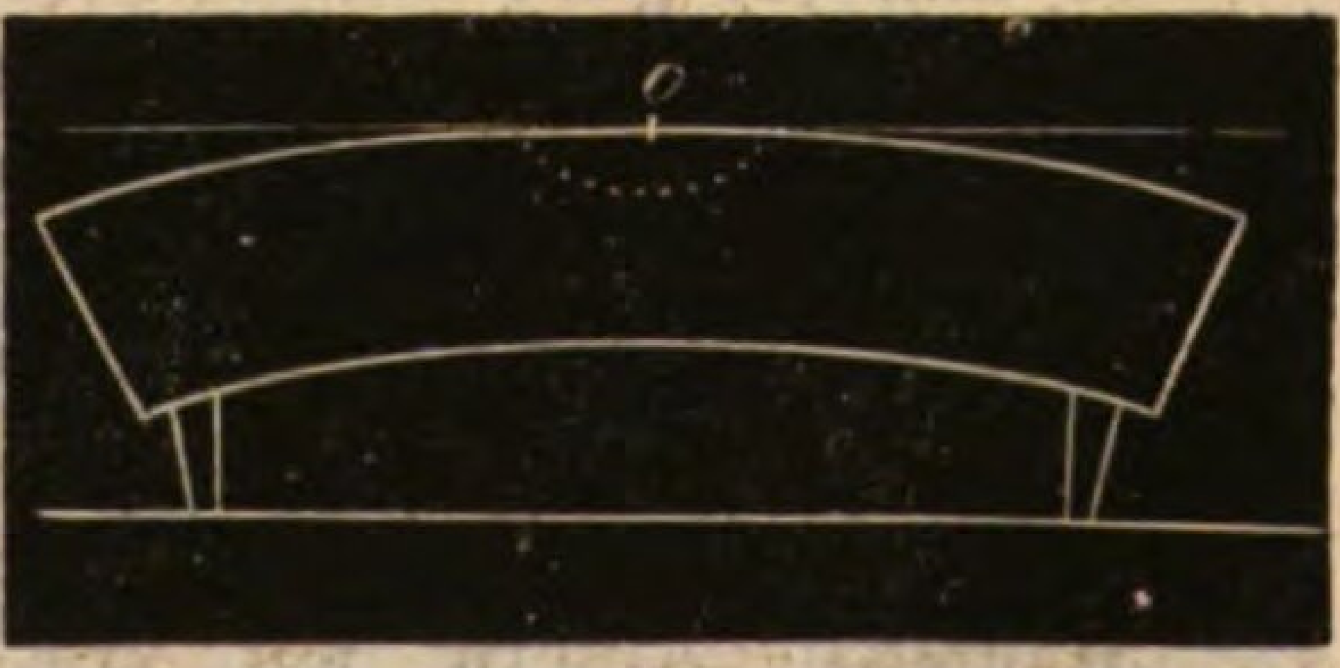
„ L = (h d + h' d') g w,

„ M = (h d + h' d' + h'' d'') g w.

Da nun die Werthe von h, h', h'' für alle Elemente der nämlichen Niveaufläche gleich sind, und die zwischen je zwei Niveauflächen befindliche Flüssigkeit dieselbe Dichte hat, so sind die Pressungen an allen Stellen einer und derselben Niveaufläche einander gleich, somit sind diese ungleichartigen Flüssigkeiten wirklich im Zustande des Gleichgewichts, mögen sie übrigens beliebig über einander geschichtet sein z. B. die dichteste oben, und die von der geringsten Dichtigkeit ganz unten. Allein ein stabiles Gleichgewicht kann in dieser Masse nur dann eintreten, wenn die von der größten Dichtigkeit den untersten Raum einnimmt, und hierauf die andern in der Art über einander gelagert erscheinen, daß immer die weniger dichte über der dichteren sich befindet, weil erst bei dieser Anordnung der Schwerpunkt der ganzen Masse die möglich tiefste Lage erhält, bei der bekanntlich das Gleichgewicht ein stabiles ist.

Auf den vorstehenden Gesetzen beruht die Einrichtung der Wasserwage oder Libelle, deren man sich bedient, um eine Ebene, oder die Drehungsaxe eines Instruments horizontal zu stellen. Füllt man nämlich einen Glascylinder von 4 bis 6 Zoll Länge, der an einem Ende zugeschmolzen ist, mit Weingeist aber nicht ganz voll, so daß ein kleiner Raum noch mit Luft gefüllt bleibt, und schmilzt dann auch das offene Ende zu; so erscheint bei horizontaler Stellung des Cylinders die Luft über dem Weingeiste, und bildet eine längst der ganzen Länge des Cylinders sich ziehende Schichte; gibt man jedoch dem Cylinder eine sehr geringe kreisförmige Krümmung, wobei die oberste Seite abwärts gebogen wird; so nimmt die Luft die Gestalt einer Blase an, deren Mitte stets an demjenigen Punkte der Röhre sich befindet, der bezüglich einer horizontalen Ebene als der höchste erscheint, der daher eine solche Lage hat, daß die durch ihn gezogene Tangente horizontal liegt. Befindet sich die Mitte der Blase in der Mitte der Röhre, d. i. am Punkte O, Fig. 50., so ist dieser Punkt der höchste und die durch ihn gezogene Tangente ist horizontal. Versieht man die Röhre an den Enden mit zwei vollkommen gleich hohen Fußgestellen, und stellt sie auf eine Ebene, so erscheint diese Ebene parallel zu der durch O gehenden Tangente, und nun wird es möglich dieser Ebene eine horizontale Lage zu geben, indem man die Seite, gegen welche sich die Luftblase hingezogen hat, so lange erniedrigt, bis ihre Mitte genau am Punkte O erscheint. Hierauf stellt man die Libelle auf die Ebene in einer Richtung, die auf der ersten senkrecht steht; zeigt sich, daß auch dann die Mitte der Blase bei O° steht; so ist die Lage der Ebene horizontal. Man kann die Libelle an den Enden mit zwei gleich hohen Hacken versehen, um sie dadurch an die Axe eines Instruments zu hängen, der man eine horizontale Lage geben will.

Fig. 50.



Soll die Libelle sehr geringe Abweichungen von der horizontalen Lage ange-

ben, d. h. sehr empfindlich sein, so muß der Krümmungshalbmesser sehr groß, mithin die Krümmung sehr gering, der innere cylindrische Raum der Röhre glatt ausgeschliffen und nach der ganzen Länge gleich weit sein. Man versieht die Glasröhre mit einer messingenen oben ausgeschnittenen Fassung, an welcher der Punkt mit Null bezeichnet ist, bei welchem sich die Mitte der Blase befinden muß, wenn die Ebene, auf der die Libelle ruht, oder die Axe an der sie hängt, horizontal ist; rechts und links von diesem Punkte sind noch einige gleich weit abstehende Theilstriche angebracht um die Lage der Luftblase richtiger beurtheilen zu können. Häufig ist die metallene Röhre unten mit einer ebenen Fläche versehen und so eingerichtet, daß bei horizontaler Stellung dieser Ebene die Blase, die richtige Lage in der Mitte annimmt.

§. 59. **Der von der Schwere abhängige Normaldruck einer Flüssigkeit auf eine ebene Fläche in dem Umfange des Gefäßes ist dem Gewichte einer Säule dieser Flüssigkeit gleich, welche die gedrückte Fläche zur Basis und die Tiefe des Schwerpunktes derselben unter dem Niveau zur Höhe hat.** Der Druck, den eine Flüssigkeit im Gleichgewichtszustande gegen ein kleines Flächentheilchen im Umfange des Gefäßes ausübt, kann nur in einer auf diesem Theilchen senkrechten Richtung erfolgen, weil der Widerstand, den die Wand leistet, nur in normaler Richtung sich äußern kann. Wir können also, wenn wir von dem Drucke sprechen, welchen eine Flüssigkeit auf den Boden oder die Seitenwände des Gefäßes äußert, nur diesen Normaldruck verstehen.

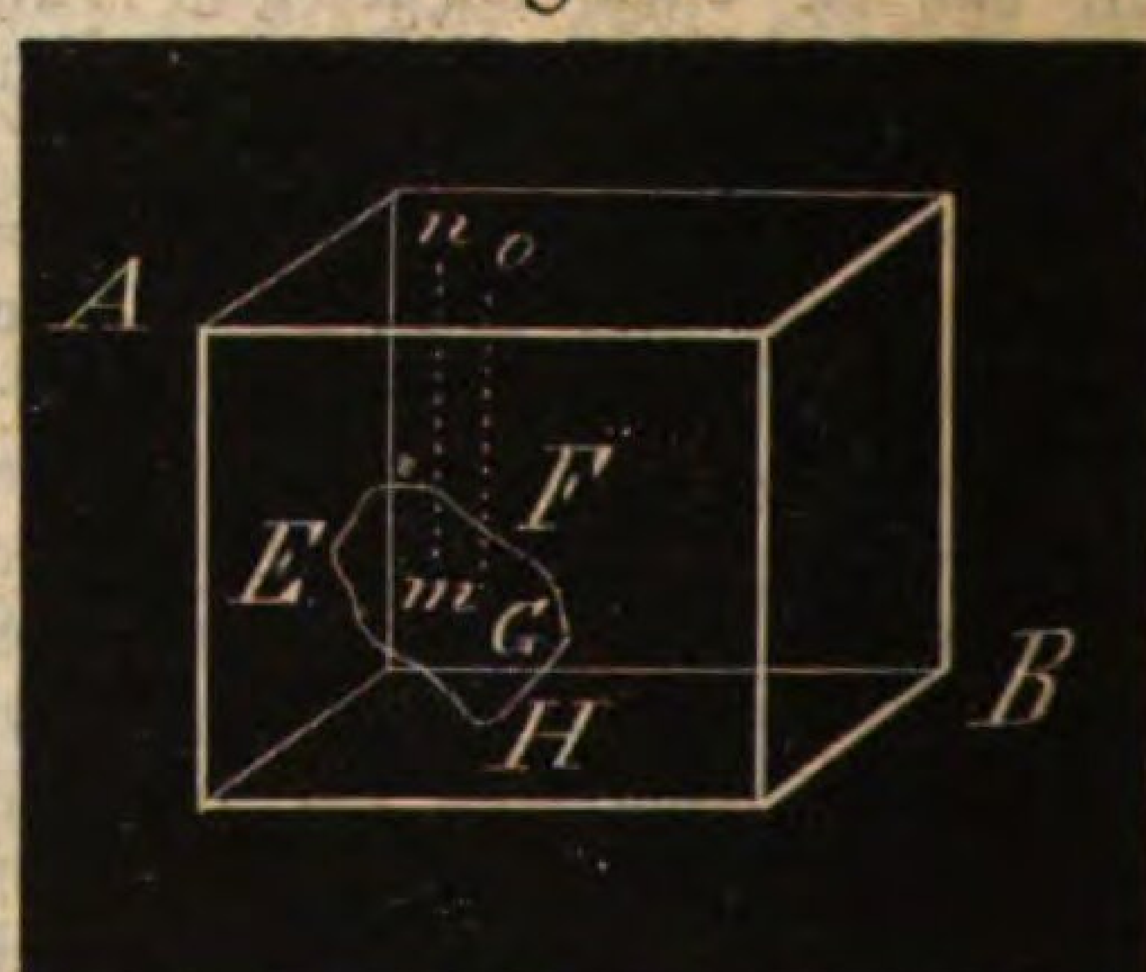
a) Hat der Boden des Gefäßes AB Fig. 48. eine horizontale Lage, so erleidet er durch die Schwere der Flüssigkeit den nämlichen Druck, wie die Niveaufläche, deren Stelle den Boden einnimmt; nennen wir diesen Druck P, so ist

$$P = b\,h\,s$$

d. h. man erhält die Größe des Druckes, wenn man den Flächeninhalt des Bodens mit dessen Abstande vom Niveau und dem spezifischen Gewichte der Flüssigkeit multiplicirt; dieser Druck ist somit unabhängig von der Form des Gefäßes und der Menge der darin befindlichen Flüssigkeit.

b) Ist der Boden schief, und ω ein unendlich kleines Theilchen ein Element desselben, so wird der Druck q Fig. 51. den dieses Element erleidet, offenbar bestimmt durch die Gleichung

Fig. 51.



$$q = h\,s\,\omega;$$

da nun für jedes andere Element der schiefen Bodenfläche der Werth von h ein anderer ist, so ist der Druck auf dieser Bodenfläche sehr ungleich. Dieß ist auch der Fall an den verschiedenen Stellen der Seitenwände; jedes an einer Seitenwand liegende Flüssigkeitstheilchen übt gegen diese Wand einen Druck mit der nämlichen Stärke aus, welchen es selbst in der Niveaufläche, der es angehört, erfährt; heißt wieder ω ein unendlich kleines Theilchen der Seitenwand, so ist $q = h\,s\,\omega$ der Druck, den es erleidet, und der mit dem Abstande vom Niveau im geraden Verhältnisse wächst.

Um nun den Druck gegen den schiefen Boden, und den gegen eine Seitenwand, diese mag vertikal oder schief gestellt sein, zu ermitteln; sei EFH die gedrückte Fläche, die wir uns in lauter gleiche aber unendlich kleine Theilchen von der Größe ω getheilt denken, die Abstände dieser Theilchen vom Niveau sein $h, h', h'' \ldots$, und die senkrechten Pressungen, die sie erleiden, seien $q, q', q'' \ldots$, wir haben nun ein System von parallelen Kräften, deren Angriffspunkte in fester Verbindung stehen, somit ist ihre Resultirende R gleich ihrer Summe, d. i.

$$R = (h + h' + h'' + \ldots) s \omega.$$

Ist G der Schwerpunkt der Fläche EFH, und sein Abstand vom Niveau $= H$, der Flächeninhalt von $EFH = b$, so erhält man, wenn die einzelnen Elemente des Bodens als gleich dicht betrachtet und die Momente bezüglich des Niveaus genommen werden.

$$Hb = \omega h + \omega h' + \omega h'' + \ldots \text{ oder}$$
$$Hb = \omega (h + h' + h'' + \ldots); \text{ folglich ist}$$
$$R = b.\, h.\, s.$$

Da R nichts anderes als den Gesammtdruck bedeutet, den die betrachtete Fläche EHF durch die Schwere der anliegenden Flüssigkeit erfährt, so ist ersichtlich, daß dieser Druck durch denselben Ausdruck gegeben ist, wie der gegen einen horizontalen Boden, nur ist allgemein unter H der Abstand des Schwerpunktes der gedrückten Fläche vom Spiegel der Flüssigkeit zu verstehen.

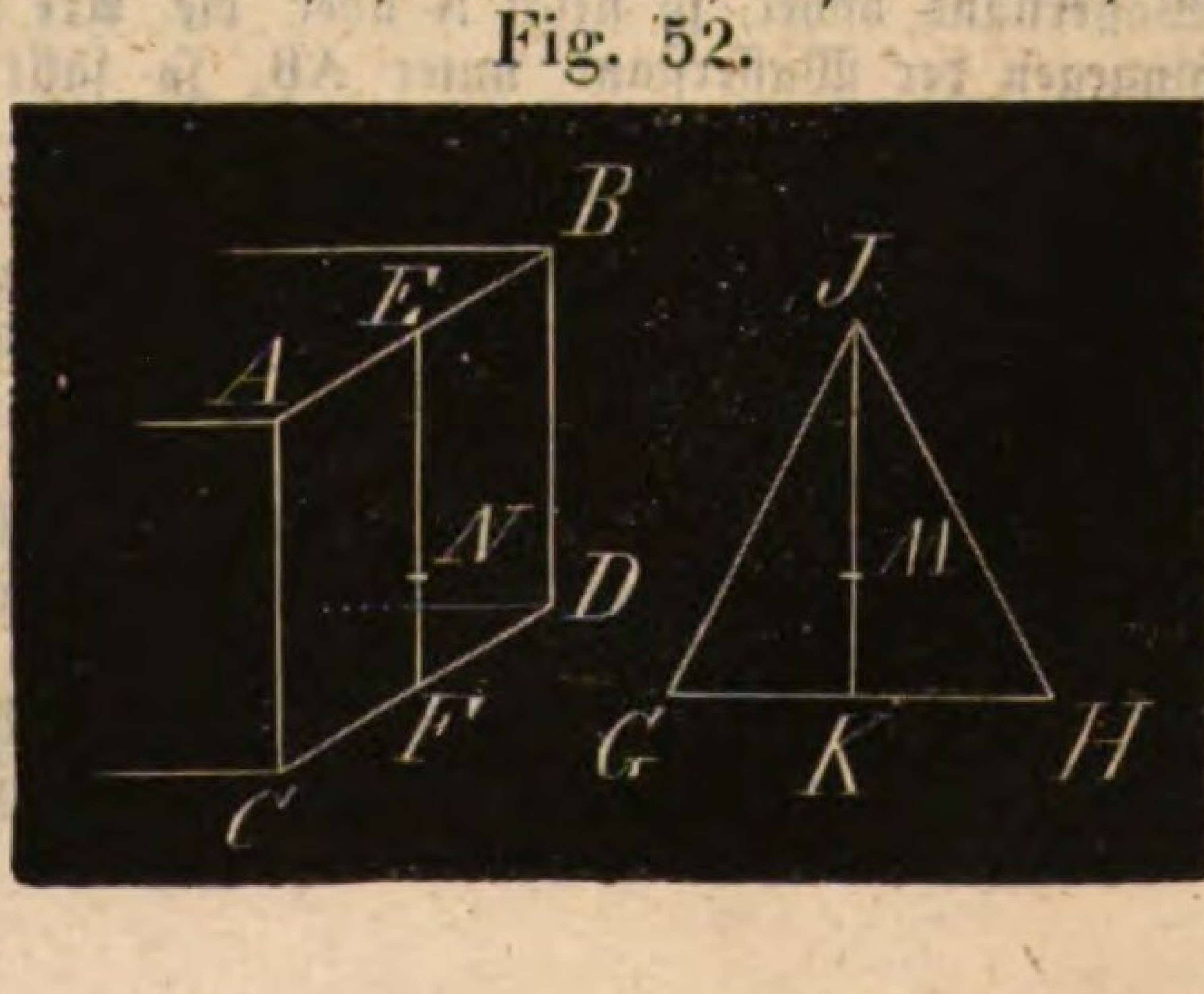
Ist z. B. die Seitenwand ein Rechteck von der Höhe a und der Breite b, und steht sie vertical, so ist a b ihr Flächeninhalt, und $\frac{a}{2}$ die Tiefe ihres Schwerpunktes unter dem Niveau, mithin der horizontale Druck gegen die ganze Seitenwand

$$R = a\,b.\frac{a}{2}\,s = \frac{a^2\,b}{2}\,s$$

c) Der Angriffspunkt der Resultirenden der gegen eine Fläche wirkenden Druckkräfte heißt der Mittelpunkt des Druckes; er kann bei einem schiefen Boden, so wie bei einer Seitenwand, wegen der Ungleichheit der Druckkräfte, nicht mit dem Schwerpunkte der gedrückten Fläche zusammenfallen und muß für jeden besonderen Fall erst ermittelt werden.

Ist die Seitenwand ein vertikal stehendes Rechteck, in welchem $AC = a$, $CD = b$, EF eine Vertikale, Fig. 52. die das Rechteck halbirt, und liegt AB im Niveau der Flüssigkeit, so läßt sich der Mittelpunkt des Druckes auf eine leichte Art finden; man denke sich nämlich das Rechteck in lauter horizontale Streifen von der Breite ω getheilt; ω sei so klein, das man die

Fig. 52.



auf einen Streifen wirkenden horizontalen Druckkräfte als gleich groß, daher den Angriffspunkt ihrer Resultirenden in der EF annehmen kann; $r, r', r'' \ldots$ seien die Resultirenden auf die wir die Druckkräfte eines jeden Streifens reduciren, und deren Angriffspunkte in der EF liegen; sind $a, a', a'' \ldots$ die Abstände dieser Angriffspunkte vom Niveau, so ist

$$r = a\,b\,s\,\omega,\; r' = a'\,b\,s\,\omega,\; r'' = a''\,b\,s\,\omega, \ldots$$

Bilden wir eine aus schweren Theilchen von gleichförmiger Dichtigkeit $= b\,s$ bestehende Dreieckfläche JGH, deren Grundlinie $= a$ und auch die Höhe $JK = a$ ist, denken uns diese Fläche durch Schnitte parallel zu GH in lauter schmale Streifen von der Breite ω getheilt, und die Schwerkräfte eines jeden auf eine Resultirende reducirt; so liegen die Anpriffspunkte dieser Resultirenden, die wir mit $p, p', p'', \ldots$ bezeichnen wollen, in der Geraden JK, welche sämmtliche Streifen halbirt. Die Zahl dieser Streifen ist eben so groß, als die des Rechteckes ABCD, und ihre Längen nehmen genau in dem Verhältnisse ab, wie ihre Abstände vom Scheitel J; es ist daher die Länge des ersten $= a$, die des zweiten $= a'$, die des dritten $= a''$ u. s. f., und folglich

$$p = a\,b\,s\,\omega,\; p' = a'\,b\,s\,\omega,\; p'' = a''\,b\,s\,\omega, \ldots$$

Hieraus folgt, daß

$$p = r,\; p' = r',\; p'' = r'', \ldots$$

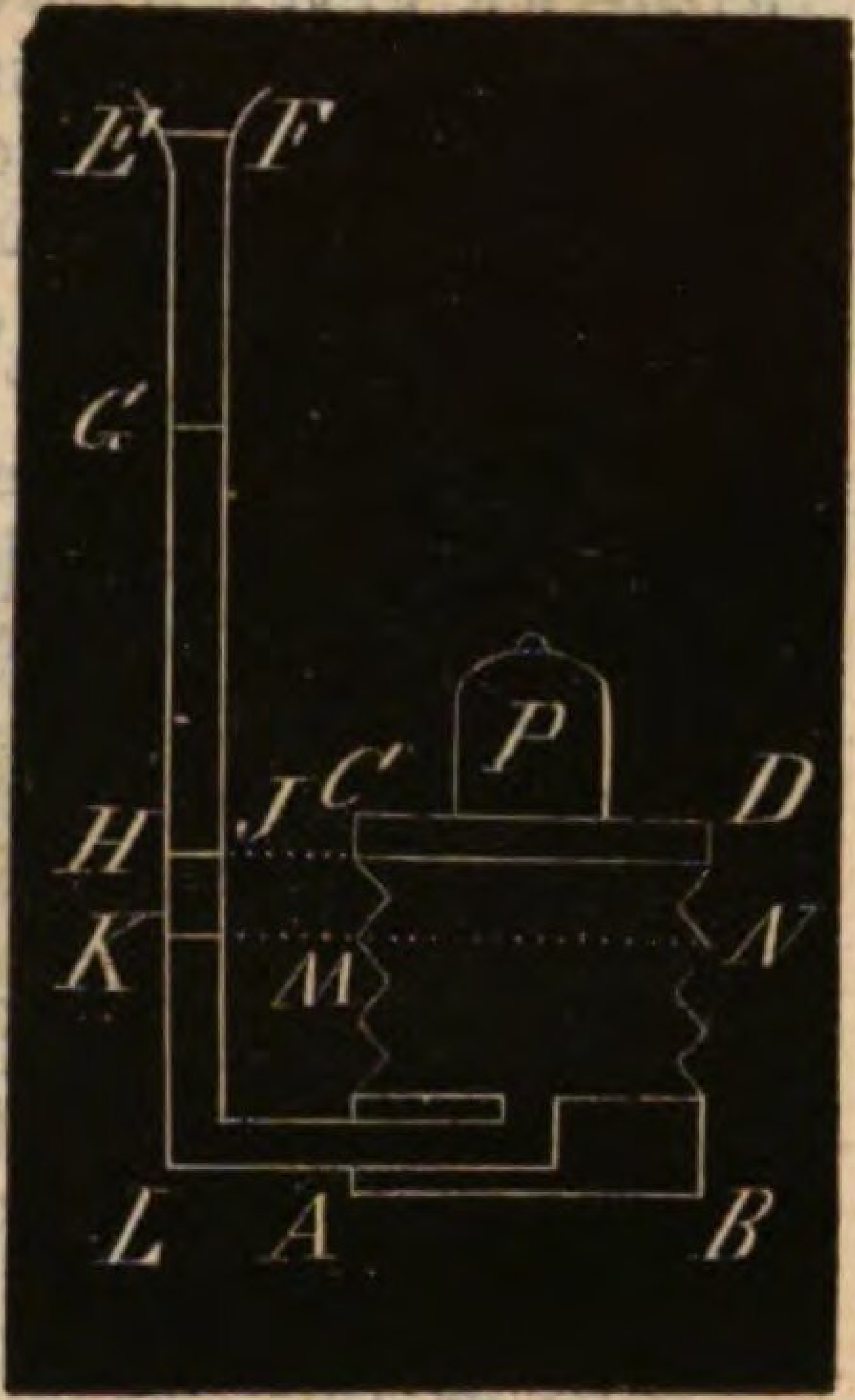
d. h. die an den gleich liegenden Punkten der gleich langen Geraden JK und EF wirkenden Kräfte sind einander gleich; daher werden auch die Angriffspunkte ihrer Resultirenden in denselben Abständen von J und E sich befinden müssen; nun ist der Angriffspunkt der Resultirenden aller Schwerkräfte d. i. der Schwerpunkt des Dreiecks in einem Punkte M der Geraden JK, dessen Abstand von $J = \frac{2}{3} JK$ ist, folglich ist auch der Mittelpunkt des Druckes in einem Punkte N der Geraden EF, dessen Abstand von $E = \frac{2}{3}$ EF ist.

Wäre z. B. in der Wand ABCD eine viereckige Oeffnung, die durch eine Thür verschlossen ist, welche um eine in der Ebene der Wand befindliche, und durch den Mittelpunkt des Druckes N gehende Axe sich drehen läßt, so wird, so lange das Niveau des Wassers durch AB geht, die Thür verschlossen bleiben, wenn die Wirkung der Resultirenden durch den Wiederstand der Axe aufgehoben wird; ist jedoch der Wasserstand höher, so steigt N über die Axe und es öffnet sich die Thür oben; sinkt hingegen der Wasserstand unter AB, so fällt N unter die Axe und es öffnet sich die Thür unten.

Das Gesetz bezüglich des Druckes auf den horizontalen Boden eines Gefäßes nannte man das hydrostatische Paradoxon, weil man diesen Druck mit dem Drucke verwechselte, den das Gefäß sammt seinem Inhalte auf die Unterlage, die es trägt, äußert; letzterer Druck ist immer gleich dem Gewichte des Gefäßes und der darin befindlichen Flüssigkeit, während ersterer bald größer bald kleiner ist, als dieses Gewicht; er ist kleiner, wenn die Seitenwände nach oben divergiren, weil in diesem Falle die Wände einen Theil des Druckes tragen, dagegen größer, wenn die Seitenwände theilweise über die Flüssigkeit in horizontaler oder schiefer Richtung gehen, wo dann die Flüssigkeit, indem sie diese Wände auch von unten nach oben drückt, das Gefäß in die Höhe zu heben strebt, und dadurch den Druck auf die Unterlage vermindert.

Hydrostatischer Blasebalg. Dieser besteht, wie Fig. 53. zeigt, aus zwei kreisförmigen hölzernen Scheiben AB und CD, die vermittelst starken wasserdichten Leders mit einander verbunden sind, so daß das ganze die Form eines starken Blasebalgs erhält, wobei die obere Scheibe emporgehoben und gesenkt werden kann; mit dem inneren Raume zwischen den beiden Scheiben steht eine enge Röhre LE in Verbindung, die sich trichterförmig mündet, um sie mit Wasser bequem füllen zu können. Das Wasser, welches in den Raum ABCD eindringt, strebet hier zu der Höhe EF, in der es in LE steht, emporzusteigen, und übt deshalb gegen die obere Platte CD einen Druck, welcher der Druckhöhe HE entspricht und sich leicht berechnen läßt.

Fig. 53.



Ist HE = h, der Flächeninhalt der Platte CD = b, s das spez. Gewicht des Wassers, so ist h s der Druck auf eine Einheit der Niveaufläche HJ; dieser Druck pflanzt sich gleichförmig fort und wirkt auf CD vertikal aufwärts mit der Stärke Q = b h s.

Ist die Röhre LE nicht voll und man bringt auf die Platte CD ein Gewicht P, so senkt sich CD, und das Wasser in der Röhre steigt in die Höhe, bis die Druckhöhe h eine Größe erlangt, bei welcher Q = P wird. Da sich die Druckhöhe leicht abmessen läßt, so kann man den Werth von Q leicht berechnen, und dadurch die Größe des Gewichtes P bestimmen, weshalb dieser Apparat auch als Wage zu brauchen ist; nur wird er für diesen Zweck dahin abgeändert, daß ABCD ein starkes cylindrisches Gefäß ist, in welchem ein Kolben wasserdicht auf und ab sich bewegen läßt; an der starken Kolbenstange befindet sich ein Bret, auf das der abzuwägende Körper gelegt wird. Ist p das Gewicht des unbelasteten Kolbens und HG = h die ihm entsprechende Druckhöhe, so ist

$$p = b\,h\,s$$

Wird nun das Gewicht P aufgesetzt, wodurch eine Senkung des Kolbens bis MN und ein Steigen des Wassers in der Röhre bis E bewirkt wird, so ist, wenn man die neue Druckhöhe KE = H setzt:

$$P + p = b\,H\,s, \text{ mithin}$$
$$P = b\,s\,(H - h)$$

Setzt man HK = a, und GE = x, so ist $H = a + x + h$,

$$\text{mithin } P = b\,s\,(a + x)$$

Das cylindrische Volumen CDMN ist gleich dem ebenfalls cylindrischen Volumen GE, um das die Wassermenge in der Röhre vergrößert wurde; bezeichnen wir mit R und r die Halbmesser dieser beiden Cylinder, und berücksichtigen daß CM = a, so ist

$$a\,R^2 = r^2\,x, \text{ und } a = \frac{r^2\,x}{R^2},$$

$$\text{mithin } P = b\,s\left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right)x$$

Setzt man die constante Größe $b\,s\left(\frac{r^2}{R^2} + 1\right) = M$, so ist

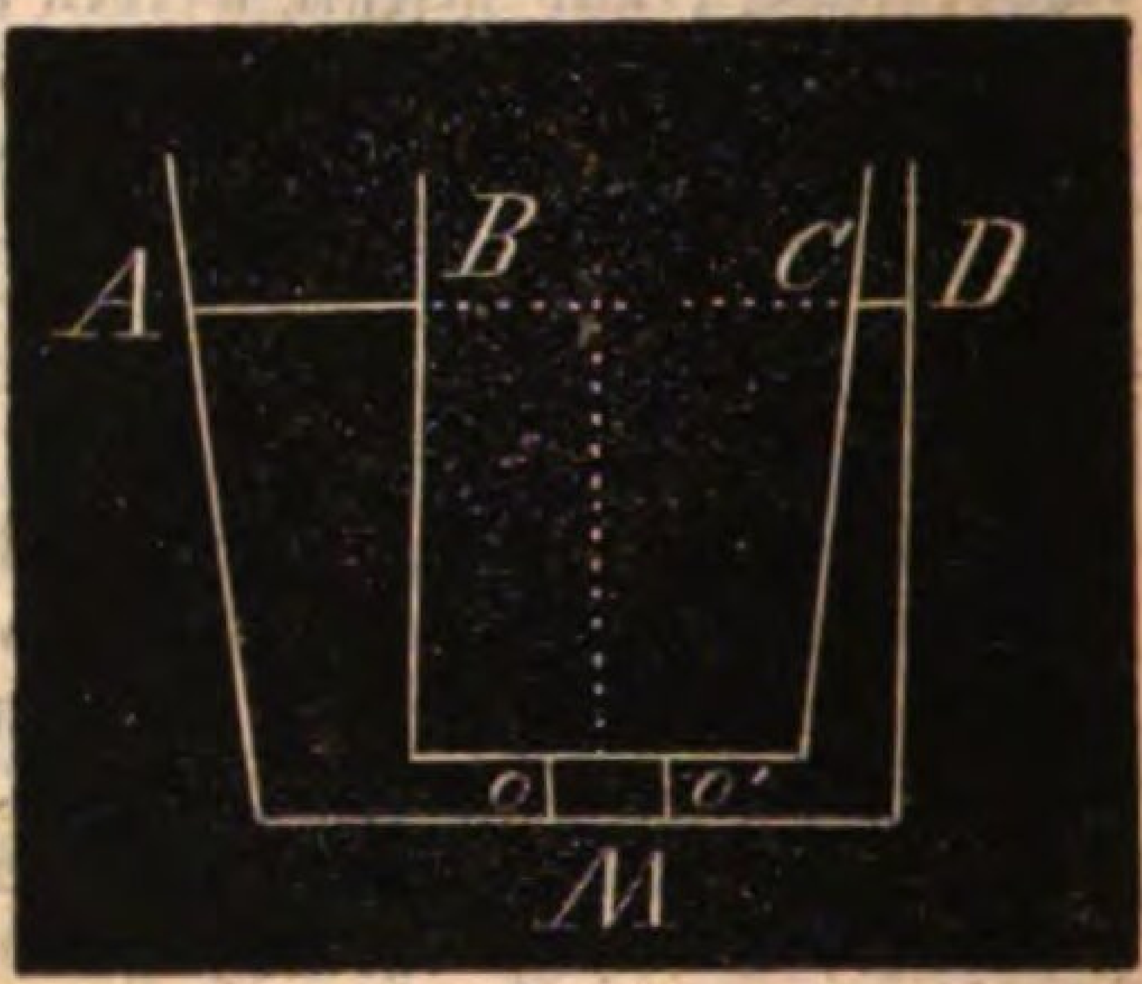
$$P = M\,x,$$

wo M der Werth der den Kolben drückenden Belastung ist, wenn x = 1 Zoll d. h. wenn das Wasser in der Röhre um 1 Zoll über G sich erhebt. Man kann daher den Werth von M auf dem Erfahrungswege ermitteln, und hat dann nur zu beobachten und wie viel Zolle das Wasser sich über C bei einer anderen Belastung des Kolbens erhoben hat; wird M mit der Erhebung des Wassers über G multiplicirt, so hat man das Gewicht dieser Belastung gefunden.

§. 60. Gesetz für communicirende Gefäße.

a) **Wenn beide Arme mit der nämlichen Flüssigkeit gefüllt sind.** Denken wir uns zwei Arme Fig. 54. eines Communications-gefäßes von beliebiger Form, jedoch nicht zu enge, durch einen engen Canal verbunden, in welchem ein kleiner leicht beweglicher, aber den Canal verschließender Cylinder M vorkommt, und es sei in beiden Armen die nämliche tropfbare Flüssigkeit bei gleicher Temperatur und im Zustande der Ruhe; so muß der Druck, mit welchen die in einem Arme befindliche Flüssigkeit auf das Cylinderchen M wirkt, dem Gegendrucke gleich sein, den die im andern Arme vorhandene Flüssigkeit äußert. Bezeichnen wir mit h und h′ die Abstände der Schwerpunkte o und o′ der beiden Grundflächen des kleinen Cylinders von Niveau, mit b die Größe einer Grundfläche mit s das spez. Gewicht der Flüssigkeit; so ist der Druck

Fig. 54.



auf einer Seite $= b\,h\,s$, auf der entgegengesetzten $= b\,h'\,s$;
mithin ist, da $b\,h\,s = b\,h'\,s$,

$$h = h'$$

d. h. die Flüssigkeit steht in beiden Armen gleich hoch, und die freien Oberflächen liegen in derselben horizontalen Ebene, mögen übrigens die Arme des Communikationsgefäßes wie immer gestaltet, vertikal oder schief gestellt, gerade oder gekrümmt sein.

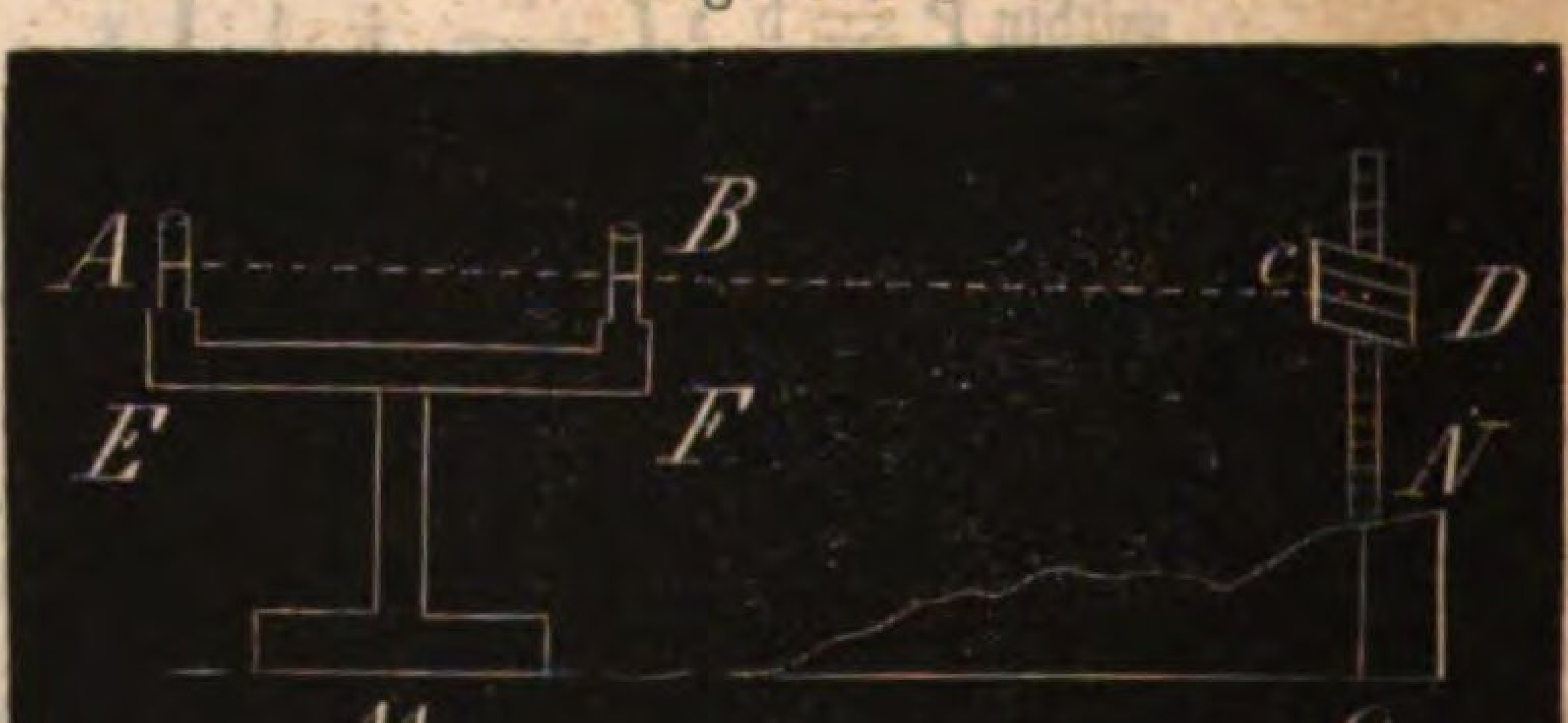
b) **Wenn die in den Armen eines nicht engen Communikationsgefäßes befindlichen Flüssigkeiten ungleichartig aber nicht mischbar sind;** so verhalten sich im Gleichgewichtszustande die Höhen der freien Oberflächen über der Berührungsfläche beider Flüssigkeiten umgekehrt wie die spezifischen Gewichte; denn sind s und s′ die spezifischen Gewichte, so ist für das Gleichgewicht

$$b\,h\,s = b\,h'\,s' \text{ somit } h\,s = h'\,s' \text{ und}$$

$$h' : h' = s' : s'.$$

Auf dem Gesetze für communicirende Gefäße beruht die Einrichtung der sogenannten **Kanalwage**, deren man sich bedient, um eine horizontale Ebene zu gewinnen, und darnach zu beurtheilen, um wie viel ein Ort höher liegt als ein anderer. Sie besteht aus einer geraden blechernen Röhre EF, Fig. 55. die auf einem Gestelle M ruht, und in deren aufwärts gebogenen Röhren gläserne Cylinder A und B eingekittet sind. Werden diese Röhren mit Wasser oder noch besser mit gefärbten Weingeiste gefüllt, so liegen dessen Oberflächen A und B in beiden Armen in der nämlichen horizontalen Ebene AB. Stellt sich nun ein Beobachter in A auf und sieht längst der Ebene AB vorwärts nach einer an einem andern Orte N

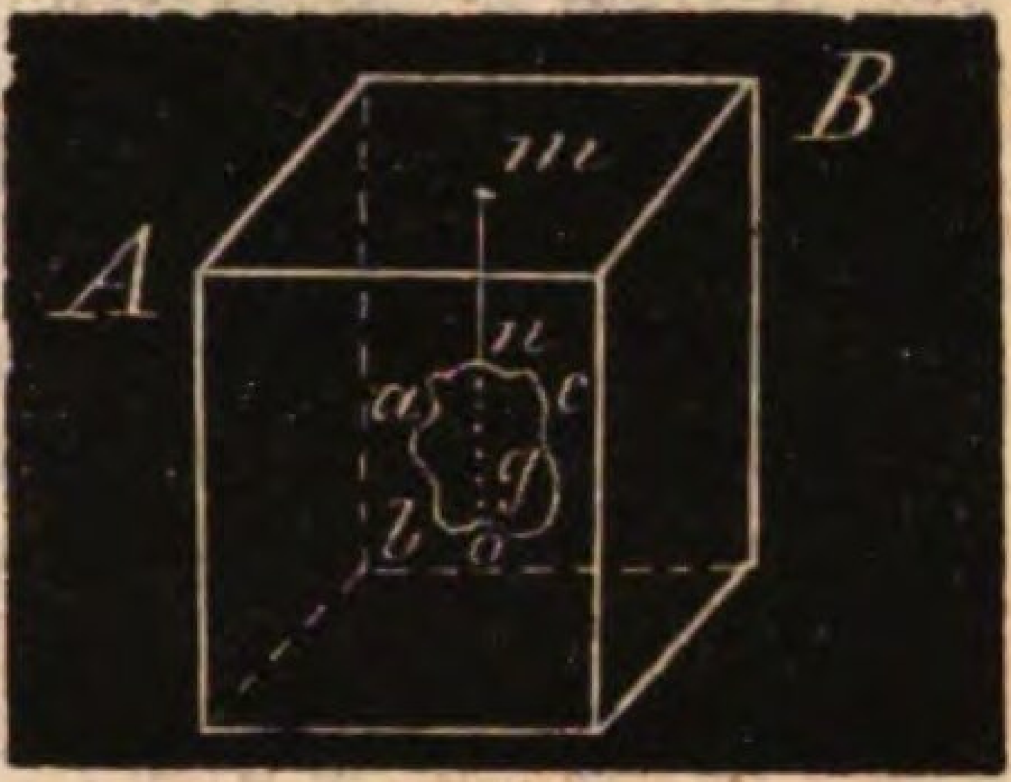
Fig. 55.



aufgestellten, in Zolle getheilten Latte, an der ein verschiebbares Bret so lange hinauf oder abwärts bewegt wird, bis ein horizontaler Strich CD, der an demselben so gezogen ist, daß er in der Ferne sichtbar wird, in die Ebene AB zu liegen kommt; so läßt sich dann leicht angeben, um wieviel Zolle die Orte M und N unter der horizontalen Ebene AB sich befinden, wodurch auch ihr Gefälle d. i. der verticale Abstand NO beider Orte bekannt wird.

§. 61. Das Archimed'sche Prinzip. Es sei AB Fig. 56. das Niveau einer tropfbaren Flüssigkeit, die in einem Gefäße eingeschlossen im Zustande des Gleichgewichts sich befindet; a b c sei ein beliebig begrenzter Theil derselben, von dem wir annehmen wollen, daß er ohne Veränderung seines Volumens fest werde. Da beim Festwerden die Schwerkräfte keine Aenderung erleiden und auch keine neue Kraft zuwächst, so kann dadurch der Zustand des Gleichgewichts in der Flüssigkeit nicht aufgehoben werden, sondern er muß fortbestehen; besteht aber das Gleichgewicht, so muß das Gewicht dieser Masse, das bekanntlich als eine im Schwerpunkte g derselben angebrachte Kraft vertikal abwärts zieht, durch die Resultirende der Druckkräfte, mit welchen die Umgebung auf a b c vermöge ihrer Schwere wirkt, aufgehoben werden; was nur dann möglich ist, wenn letztere Resultirende dem Gewichte Q der Masse a b c gleich und gerade entgegengesetzt ist, mithin wenn ihre Richtung vertikal aufwärts durch den Schwerpunkt g der Masse a b c geht. Man nennt diese Resultirende den Auftrieb oder die Tragkraft der Flüssigkeit.

Fig. 56.



Erscheint nun die Resultirende der auf a b c wirkenden Druckkräfte als eine vertikal aufwärts wirkende Kraft; so folgt, daß sich alle auf die Masse a b c wirkenden horizontalen Druckkräfte gegenseitig aufheben, und von den vertikal wirkenden, diejenigen, welche die Masse a b c an der untern Fläche aufwärts heben, stärker sind, als die, welche sie an der oberen Fläche nach abwärts drücken, wie leicht begreiflich wird, wenn man beachtet, daß z. B. von den beiden Theilchen o und n, die in derselben Vertikalen o m liegen, o mit einer Kraft, die der Druckhöhe o m entspricht, vertikal aufwärts gehoben, n hingegen nur mit einer der kleineren Druckhöhe mn entsprechender Kraft nach abwärts gedrückt wird.

Dieselbe Einwirkung, welche die Masse abc von der Schwere der Umgebung erfährt, stellt sich bei jedem andern Körper ein, der an die Stelle von abc gesetzt wird; auf einen jeden in die Flüssigkeit eingetauchten Körper wirkt der Auftrieb so, daß das Gewicht des Körpers um die Größe des Auftriebes d. i. um das Gewicht der Flüssigkeit, die der eingetauchte Körper aus ihrer Stelle verdrängt, vermindert erscheint.

Heißt P das absolute, S das spezifische Gewicht, D die Dichte und V das Volumen eines eingetauchten frei beweglichen Körpers, s das spezifische Gewicht, d die Dichte und v das Volumen der durch den Körper verdrängten Flüssigkeit; so ist

$$P = VS = VDg$$

die Kraft, welche den eingetauchten Körper vertikal abwärts zieht, und

$$Q = vs = vdg$$

die Größe des Auftriebes, der den Körper vertikal aufwärts hebt; erstere Kraft geht durch den Schwerpunkt des eingetauchten Körpers, letztere durch den der verdrängten Flüssigkeit, diese als starrer Körper gedacht. Diese beiden Kräfte werden

1. den eingetauchten Körper drehen, bis die beiden Schwerpunte in dieselbe vertikale Linie zu liegen kommen, wo dann die Richtungen der Kräfte einander gerade entgegengesetzt erscheinen.

2. Ist der Körper ganz eingetaucht, so ist $V = v$, mithin $Q = Vs = Vdg$; und nun kommt es darauf an, ob $D > d$, oder $D < d$, oder $D = d$; im ersten Falle ist $P > Q$, im zweiten ist $P < Q$, und im dritten $P = Q$; demnach wird der eingetauchte Körper in der Flüssigkeit sinken, wenn seine Dichte größer, als die der Flüssigkeit ist; er wird in die Höhe steigen, wenn das Gegentheil Statt findet, und er wird an jeder Stelle in der Flüssigkeit sich ganz ruhig verhalten, wenn seine Dichte eben so groß ist, wie die der Flüssigkeit.

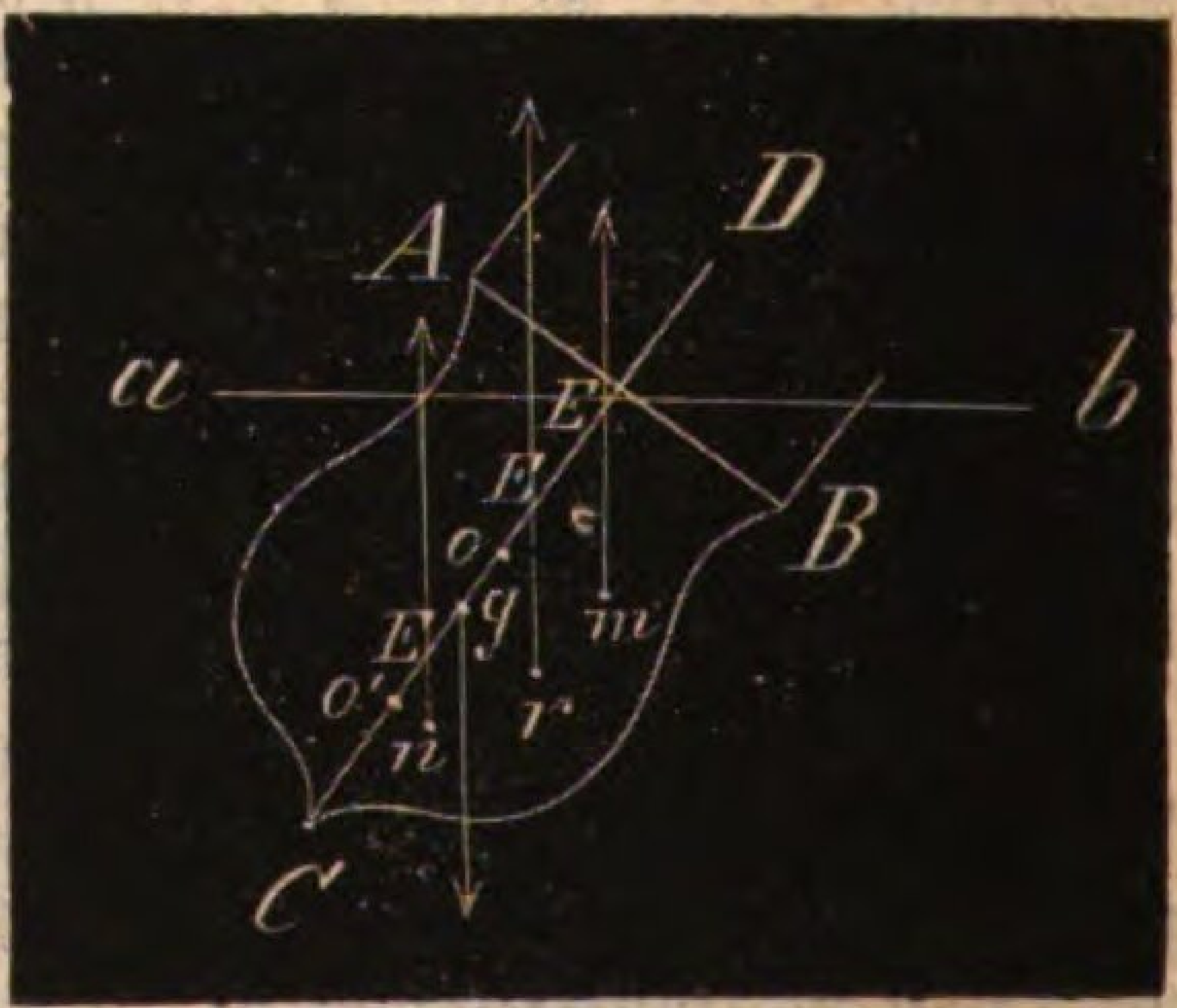
3. Steigt der ganz eingetauchte Körper in die Höhe, weil $Q > P$ ist, so kann dieß nur solange Statt finden, bis er sich mit einem Theile seines Volumens über die freie Oberfläche erhoben hat, und nur soviel eingetaucht bleibt, daß der Auftrieb dem absoluten Gewichte des Körpers gleich, also $P = vs$ oder $Vs = vs$ wird; demnach hat man für das Gleichgewicht eines schwimmenden nur zum Theile eingetauchten Körpers die Proportion:

$$V : v = s : S = d : D$$

d. h. das ganze Volumen des Körpers verhält sich zu dem Volumen des eingetauchten Theiles, wie die Dichte der Flüssigkeit zu der Dichte des Körpers.

4. Es sei ABC der vertikale durch den Schwerpunkt gehende Durchschnitt eines ruhig schwimmenden Körpers, DC sei die vertikale Linie, in welcher sowohl der Schwerpunkt g des Körpers als der Schwerpunkt o oder o′ der durch ihn verdrängten Flüssigkeit liegt; wird der Körper durch eine äußere Einwirkung in eine etwas geneigte Stellung versetzt, so kommt die Vertikale DC Fig. 57. in eine schiefe Lage; das Volumen der verdrängten Flüssigkeit ändert sich nicht, da die Größe des Auftriebes dieselbe bleibt, allein die Gestalt desselben wird anders, indem die eine Hälfte der verdrängten Flüssigkeit vermindert, die andere dagegen in dem nämlichen Maße vergrößert erscheint; daher wird der Schwerpunkt dieser verdrängten Flüssigkeit gegen die vergrößerte Hälfte z. B. nach m oder von o′ nach n oder r rücken, und die Richtungen der beiden gleichen Kräfte, die auf den schwimmenden Körper wirken, sind nicht mehr einander entgegengesetzt, obwohl noch immer parallel; weshalb diese Kräfte sich nicht mehr aufheben können, sondern eine drehende Bewegung hervorbringen, bei welcher

Fig. 57.



entweder der obere Theil des schwimmenden Körpers durch den Auftrieb gehoben, während der untere durch die zweite Kraft nach unten gezogen und daher der Körper in die frühere vertikale Lage zurückgeführt wird; oder es findet das Gegentheil Statt. Im ersten Falle ist das Gleichgewicht des schwimmenden Körpers stabil, im zweiten nur labil. Die vertikale Linie, welche durch den Schwerpunkt der bei der geneigten Stellung durch den Körper verdrängten Flüssigkeit aufwärts gezogen wird, und die Richtung des Auftriebes bezeichnet, schneidet die CD in einem Punkte E, den man das Metacentrum zu nennen pflegt; es ist leicht einzusehen, daß in dem Falle, wo das Metacentrum über den Schwerpunkt des schwimmenden Körpers fällt, der Körper mit Stabilität schwimmt, dagegen sein Gleichgewicht nur ein labiles ist, wenn das Metacentrum unter dem Schwerpunkte g sich befindet. Der erste Fall findet Statt, wenn der Schwerpunkt g unter dem Schwerpunkte o liegt; ist hingegen g über o, so kann das Gleichgewicht bald labil, bald stabil sein, wie aus der Figur ersichtlich ist.

König Hiero von Syracus trug dem berühmten Archimedes auf, zu untersuchen, ob die Krone, die er von einem Künstler verfertigen ließ, aus reinem Golde bestehe, oder mit einem noch schlechteren Metalle gemischt sei. Archimedes konnte lange kein Mittel finden, die ihm vorgelegte Aufgabe zu lösen, bis er einmal im Bade die Beobachtung machte, daß das Wasser in dem marmornen Becken, in dem er stand, sich genau in dem Maße erhob, in welchem er seinen Körper in das Wasser eintauchte. Plötzlich kam ihm der Gedanke, daß ein jeder feste Körper ein gleiches Volumen dieser Flüssigkeit verdrängen müsse. In der Ueberzeugung, das richtige Mittel zur Lösung der ihm vorgelegten Aufgabe gefunden zu haben, soll Archimedes aus dem Bade gesprungen und durch die Straßen von Syracus gerannt sein und dabei gerufen: ευρηκα ευρηκα (ich habe gefunden). Er verschaffte sich eine Masse Gold und eine Masse Silber, deren jede so viel wog, wie die Krone, und fand, daß das Gewicht des Wassers, das die Krone beim Eintauchen aus seiner Stelle verschob, größer war, als das durch die Goldmasse verdrängte, und kleiner als jenes, das durch die eingetauchte Silbermasse verdrängt wurde; dadurch war der Beweis geliefert, daß die Krone nicht aus reinem Golde bestand. — Dieß führte den großen Denker zur Entdeckung des nach ihm benannten Prinzips; auch war es Archimedes, der zuerst das Prinzip der gleichförmigen Fortpflanzung des auf einen Theil einer Flüssigkeit ausgeübten Druckes aufstellte, das aber bis zum Ende des Mittelalters unbenutzt geblieben, und als man es wieder aufgenommen hatte, lange nicht richtig aufgefaßt worden ist.

Die Schiffe sind oft mit Gegenständen beladen, z. B. mit Steinkohlen, die sich beim Ankommen des Schiffes nicht wohl abwägen lassen, deren Gewicht aber ermittelt werden muß; dieß wird möglich, wenn man den Rauminhalt kennt, zwischen der Grenze, bis zu der sich das leere Schiff im Wasser eintaucht, und dem durch eingebrannte Merkmale bezeichneten Querschnitte, bis zu welchem sich das beladene Schiff einsenken darf. Denn ist P das Gewicht und v der eingetauchte Volumtheil des leeren Schiffes, Q das Gewicht der Ladung und v′ der eingesenkte Volumtheil des beladenen Schiffes, s das spez. Gewicht des Wassers; so hat man

$$P = v\,s \text{ und } P + Q = v'\,s, \text{ mithin}$$
$$Q = (v' - v)\,s$$

d. h. man findet die Größe der Ladung, wenn man den erwähnten Rauminhalt mit dem Gewichte von einem Kabikfuß Wassers multiplicirt.

Um v′ — v einmal für allemal zu bestimmen, belastet man das leere Schiff mit einem bekannten Gewichte q, bei dem es sich bis zur eingebrannten Marke einsenkt; dann ist

$$q = (v' - v)\;s \text{ mithin } v' - v = \frac{q}{s}.$$

Man findet also den Rauminhalt v′ — v, wenn man das bekannte Gewicht q mit dem Gewichte eines Kubikfußes Wasser dividirt.

Vermag ein Körper, dessen Gewicht $= P$ ist, in zwei Flüssigkeiten von der Dichte d und d' zu schwimmen, und sind v und v' die Volumtheile desselben, die in der einen und der andern eingetaucht erscheinen; so hat man für den Gleichgewichtszustand

in der ersten Flüssigkeit $P = v\ d\ g$,

" " zweiten " $P = v'\ d'\ g$,

mithin $v\ d = v'\ d'$ und $v : v' = d' : d$

d. h. die eingetauchten Volumtheile verhalten sich zu einander umgekehrt wie die Dichten der Flüssigkeiten.

Wird ein Körper aus einer spezifisch leichteren Flüssigkeit in eine spezifisch schwerere versetzt, und er soll in der letzteren eben so tief einsinken, wie in der ersteren, so muß offenbar sein absolutes Gewicht vermehrt werden. Heißt P das absolute Gewicht des Körpers, wenn sein Volumtheil v in einer Flüssigkeit von der Dichte d eingetaucht ist, und P' jenes Gewicht, welches er haben muß, damit derselbe Volumtheil v in einer andern Flüssigkeit von der Dichte d' eingetaucht erscheine, so ist, wenn der Körper in der ersten Flüssigkeit ruhig schwimmt $P = v\ d\ g$,

" " zweiten $P' = v\ d'\ g$,

mithin $P : P' = d : d'$

d. h. das Gewicht des schwimmenden Körpers muß in dem Maße vermehrt werden, in welchem die Dichte der Flüssigkeit, in die man ihn bringt, größer wird.

§. 62. Schwimmen der Körper in Flüssigkeiten von kleinerer Dichtigkeit. Bekanntlich kann man bewirken, daß ein Körper in einer Flüssigkeit schwimmt, obgleich seine Dichte die der Flüssigkeit übertrifft, und zwar dadurch, daß man ihn mit einem zweiten verbindet, dessen Dichte kleiner ist, als die der Flüssigkeit, oder daß man den Körper aushöhlt und dadurch bewirkt, daß er bei einem großen Volumen ein kleines absolutes Gewicht besitzt. Im ersten Falle hat man das Gewicht des minder dichten Körpers B zu ermitteln, dessen man bedarf, um durch Verbindung desselben mit dem Körper A, der dichter ist als die Flüssigkeit zu bewirken, daß sich zwar beide ganz in der Flüssigkeit eintauchen, aber darin schweben bleiben. Es sei p das absolute, s das spezifische Gewicht und v das Volumen des ersten Körpers, P, S, V seien dieselben Größen für den zweiten Körper, und σ das spezifische Gewicht der Flüssigkeit; so hat man für das Gleichgewicht die Gleichung:

$$P + p = (V + v)\,\sigma.$$

Da nun $V = \frac{P}{S}$ und $v = \frac{p}{s}$ so ist

$$P + p = \left(\frac{P}{S} + \frac{p}{s}\right)\sigma,$$

woraus man findet

$$p = \frac{Ps\,(S - \sigma)}{S\,(\sigma - s)} = \frac{Pd\,(D - 1)}{D\,(1 - d)} \quad (1)$$

Wird p größer genommen, als es sich aus der letzten Gleichung ergibt; so wird ein Volumtheil des Körpers A aus der Flüssigkeit hervorragen.

Im zweiten Falle kann z. B. die Aufgabe zu lösen sein: Wenn aus einem Materiale von spez. Gewichte s und der Dichte d eine hohle Kugel zu verfertigen ist, die sich im Wasser dessen spezifisches Gewicht $= \sigma$ ist nur zur Hälfte eintaucht, wie muß sich der äußere Halbmesser R zum inneren Halbmesser r der Kugel verhalten?

Das Gewicht der hohlen Kugel ist $= \frac{4}{3} \pi s (R^3 - r^3)$, das Gewicht der durch die halbe Hohlkugel verdrängten Flüssigkeit ist $= \frac{2}{3}\pi R^3 \sigma$; man hat also für den Gleichgewichtszustand

$$\frac{4}{3} \pi s (R^3 - r^3) = \frac{2}{3} \pi R^3 \sigma,$$

woraus sich ergibt:

$$r = R \sqrt[3]{\frac{2s - \sigma}{2s}};$$

z. B. soll die Kugel aus Messingblech von der Dicke a, und dem spez. Gewichte $= 8\sigma$ verfertigt werden, so ist

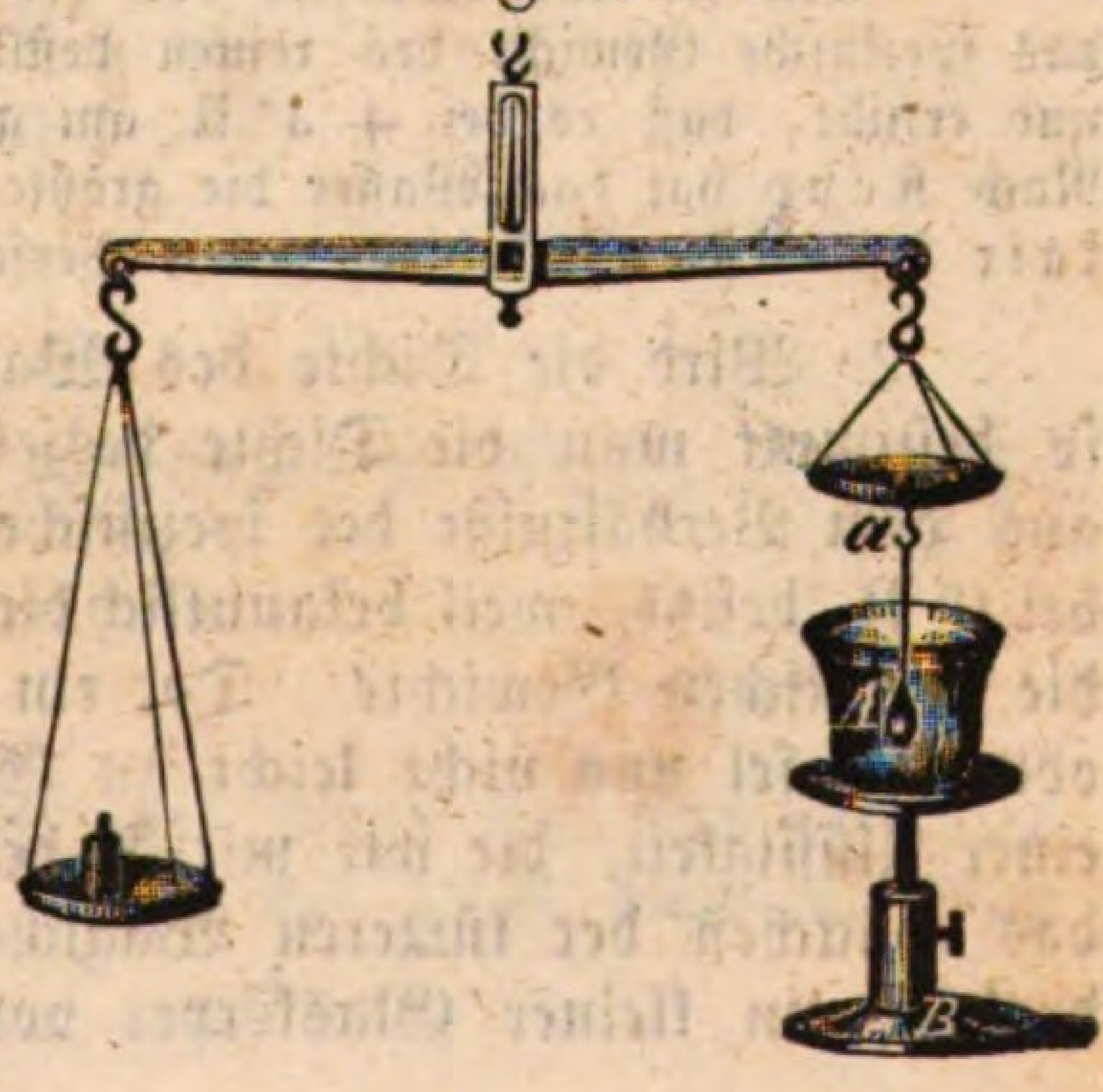
$$r = (r + a) \sqrt[3]{\frac{15}{16}}$$

Nach wohl begründeten Schätzungen, kann die mittlere Dichte gesunder erwachsener Männer (nach Valentin), gleich 1.066 angenommen werden, also nahe der Dichte des Blutes und der Muskel; da die Dichte des Fetts gleich 0.932 ist, so kann durch starke Fettablagerungen die Dichte eines Mannes vermindert und endlich der Dichte des Wassers = 1 gleich werden. Nach der Gleichung (1) läßt sich berechnen, daß der letzte Fall eintritt, wenn die abgelagerte Fettmenge 0.84 des ursprünglichen Körpergewichts beträgt.

Aus der Gleichung (1) berechnet man das Gewicht einer Korkschürze, deren ein Mensch von einem bestimmten Gewichte zum Schwimmen bedarf. Die Dichte des Korkholzes ist gleich 0.24.

§. 63. **Bestimmung des spezifischen Gewichts und der Dichte eines festen oder eines tropfbaren Körpers mittelst der hydrostatischen Wage.** Das Verfahren beruht auf dem Archimedischen Prinzip, vermöge welchem ein in eine Flüssigkeit eingetauchter Körper einen scheinbaren Gewichtsverlust erleidet, der genau so viel beträgt, wie viel die Flüssigkeit wiegt, welche mit ihm dasselbe Volumen hat. Um diesen Gewichtsverlust irgend eines Körper zu finden, wird dieser vermittelst eines feinen Platindrathes oder eines Pferdhaares an das Häckchen der an kürzeren Fäden hängenden Wagschale einer hydrostatischen Wage, Fig. 58., aufgehängt; in die andere Wagschale legt man so viele Gewichte, als nöthig ist, damit die Zunge gehörig einspiele, und versenkt hierauf den ganzen Körper in die Flüssigkeit; letzteres geschieht durch Annäherung eines mit dieser Flüssigkeit gefüllten Gefäßes, das auf einem Träger steht, der sich heben und senken läßt. Die Wagschale, an welcher der eingetauchte Körper hängt, steigt wegen des eingetretenen Gewichtsverlustes sogleich in die Höhe; legt man nun in diese Wag-

Fig. 58.



schale Gewichte, bis die Zunge wieder gehörig einspielt, so geben diese den Gewichtsverlust an, den der Körper beim Eintauchen in die Flüssigkeit erlitten hat. — Hiebei darf man nicht unbemerkt lassen, daß auch der Gewichtsverlust, den das eingetauchte Stück des Drahtes erleidet, zu berücksichtigen, daher früher zu ermitteln und von dem vorhin bestimmten Gewichtsverluste abzuziehen ist. Um sich jedoch diese letztere Mühe zu ersparen, läßt man öfters von der kürzeren Wagschale ein Schälchen so tief herabhängen, daß es sich ganz in die Flüssigkeit eintaucht; der Körper wird nun einmal in die Wagschale, dann in das untere Schälchen gebracht, die Wage in beiden Fällen in das gehörige Gleichgewicht gesetzt, und der erlittene Gewichtsverlust auf die frühere Art bestimmt. — Das Schälchen muß aus einem Stoffe bestehen, der dichter ist als die Flüssigkeit, in die es eingetaucht wird; man bedient sich desselben insbesondere in den Fällen, wo der Gewichtsverlust eines Körpers zu ermitteln ist, der nur in Pulverform erscheint. Ist der Körper minderdicht als die Flüssigkeit, in die man ihn einsenkt, so bedient man sich einer federnden Klemme oder Zange von Metall, die den Körper festhält.

Der Körper, dessen Gewichtsverlust in einer Flüssigkeit zu ermitteln ist, soll an der Oberfläche rein und nicht von einer andern Flüssigkeit benetzt sein; Luftbläschen, die etwa daran hängen, müssen mittelst eines Glasstäbchens entfernt werden; das starke Schwanken der Wage soll vermieden werden, damit sich nicht ein längeres Stück vom Drahte oder vom Haare eintauche und mit der Flüssigkeit benetzt erscheine.

1. Um das spezifische Gewicht einer tropfbaren Flüssigkeit zu finden, gibt man einem festen Körper, der sich in dieser Flüssigkeit nicht auflöset, gewöhnlich einem Glaskörper eine vollkommen regelmäßige Form, bei welcher sein Volumen v sich genau angeben läßt z. B. die Form eines Cylinders oder eines Würfels, und bestimmt hierauf den Gewichtsverlust $= q$, den er erleidet, wenn er in die Flüssigkeit, deren spezifisches Gewicht man wissen will, ganz untergetaucht wird. Da der Gewichtsverlust

$$q = v\ s \text{ ist, so hat man } s = \frac{q}{v}$$

d. h. man findet das spezifische Gewicht, wenn man den Gewichtsverlust durch das Volumen des eingetauchten Körpers dividirt. Ist $v = 1$ z. B. gleich einem Kubikzolle, so gibt der Gewichtsverlust unmittelbar das spezifische Gewicht an.

Mittelst eines Würfels von der Größe eines Kubikzolls, bestimmte Stampfer das spezifische Gewicht des reinen destillirten Wassers für verschiedene Temperaturen, und erfuhr, daß es bei $+ 3°$ R. am größten, mithin das Wasser am dichtesten ist. Nach Kopp hat das Wasser die größte Dichte bei $+ 3°.28$ R.; Joule und Playfair fanden sie nach einem neuen Verfahren bei $+ 3°.16$ R.

2. Wird die Dichte des Wassers bei 3° R. als Einheit angenommen, so bestimmt man die Dichte desselben für eine andere Temperatur von t° aus dem Verhältniße der spezifischen Gewichte, die das Wasser bei 3° und bei t° R. besitzt, weil bekanntlich die Dichtigkeiten sich genau so verhalten wie die spezifischen Gewichte. Da ein vollkommen genau gearbeiteter Cylinder oder Würfel uns nicht leicht zu Gebote steht, so bestimmt man die Dichte einer Flüssigkeit, die wir mit M bezeichnen wollen, auf folgende Weise: An das Häckchen der kürzeren Wagschale wird vermittelst eines feinen Platindrahtes ein kleiner Glaskörper von beliebiger Gestalt und von beliebigen

Volumen v aufgehängt, und sein Gewichtsverlust bei 3° R. zuerst im Wasser, dann in der Flüssigkeit M genau bestimmt; heißt ersterer p und letzterer q, ist das spezifische Gewicht des Wassers = σ, das der Flüssigkeit = s und die Dichte derselben = d, so ist:

$$p = v\,\sigma,\ \text{und}\ q' = v\,s,\ \text{mithin}$$
$$p : q = \sigma : s = 1 : d,\ \text{und}$$
$$d = \frac{q}{p}$$

d. h. die Dichte einer Flüssigkeit bei 3° R. findet man, wenn man den Gewichtsverlust des Glaskörpers in dieser Flüssigkeit durch den im Wasser dividirt.

Wird die Bestimmung der Größen p und q bei einer Temperatur von t° vorgenommen, und sind d und δ die dieser Temperatur entsprechenden Dichtigkeiten der Flüssigkeit M und des Wassers, so hat man:

$$p : q = \delta : d,\ \text{mithin}\ d = \frac{q}{p}\,.\,\delta.$$

Man muß also den Quotienten $\frac{q}{p}$ noch mit der Dichte des Wassers bei t° R. multipliciren. Deshalb ist die Kenntniß der Dichte des Wassers für Temperaturen über 0° R. nothwendig. Profeßor Stampfer bestimmte die Dichte des Wassers mit einer sehr großen Genauigkeit von — 3° bis + 32° R.

In einer Flüssigkeit, die dichter ist als das Glas, wie z. B. Quecksilber, wird sich der Glaskörper nicht eintauchen, weshalb man einen andern nehmen muß, der darin einsinken kann. — Würde die Flüssigkeit M den Glaskörper angreifen, wie z. B. die Flußspathsäure, so nimmt man statt seiner einen andern, bei dem dieser Fall nicht eintritt; man nimmt z. B. eine Bleimasse.

3. Das spezifische Gewicht eines festen Körpers N wird gefunden, wenn man zuerst sein absolutes Gewicht = p, und hierauf seinen Gewichtsverlust q in irgend einer Flüssigkeit, die ihn nicht aufzulösen vermag, mit aller Sorgfalt bestimmt. Heißt v das Volumen, s das spezifische Gewicht, d die Dichte des Körpers N, s' das spezifische Gewicht und d' die Dichte der Flüssigkeit, in die man den Körper N ganz untertaucht; so ist

$$p = v\,s\ \text{und}\ q = v\,s'$$

mithin $p : q = s : s'$ und $s = \frac{p}{q}\,.\,s'$;

ferner da $s : s' = d : d'$, so ist

auch $d = \frac{p}{q}\,.\,d'$.

Bestimmt man den Gewichtsverlust q wie gewöhnlich im Wasser bei 3° R.; so ist d' = 1, und

$$d = \frac{p}{q}$$

d. h. man bestimmt die Dichte des festen Körpers, wenn man sein absolutes Gewicht durch seinen Gewichtsverlust im Wasser bei 3° R. dividirt: Man hat dann

$$s = d\,s'$$

d. h. das spezifische Gewicht dieses Körpers, oder das Gewicht einer Volumseinheit desselben ergibt sich, wenn man die Dichte desselben mit dem spezifischen Gewichte des Wassers bei 3° R. multiplicirt.

Wäre der Körper N im Wasser löslich, wie z. B. Glaubersalz; so muß man den Gewichtsverlust q in einer Flüssigkeit von bekannter Dichte d′ bestimmen, in welcher er sich nicht auflösen kann, und dann die Dichte nach der Formel $d = \frac{p}{q} \cdot d'$ berechnen.

Das spezifische Gewicht der pulverförmigen und der stark porösen Körper wird am genauesten mittelst Apparate bestimmt, deren Anwendung auf dem Mariot-tischen Gesetze beruht, und die wir später kennen lernen werden.

§. 64. **Bestimmung der Dichtigkeit flüssiger Körper mittelst der Aräometer. Skalenaräometer.** Die Möglichkeit, die Dichtigkeit einer Flüssigkeit mittelst der Skalenaräometer zu bestimmen, beruht auf dem früher bewiesenen Gesetze der schwimmenden Körper, daß das Verhältniß der Volumen V und V′ der untergetauchten Theile eines schwimmenden Körpers, der in verschiedene Flüssigkeiten gebracht wird, dem umgekehrten Verhältniße der Dichtigkeiten dieser Flüssigkeiten proportional ist. Ist d die Dichte einer Flüssigkeit im Verhältniße zur Dichte des Wassers bei der Temperatur von + 12° oder + 14° R, bei welcher die Aräometer gewöhnlich gebraucht werden; so hat man

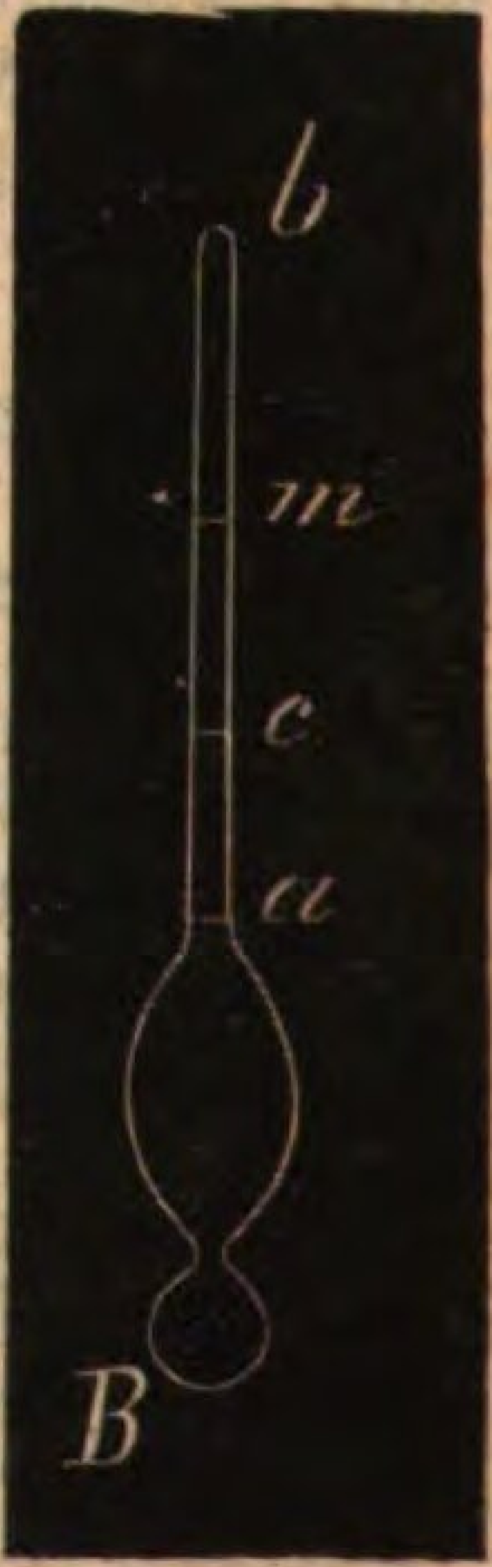
$$V' : V = 1 : d, \text{ und } d = \frac{V}{V'} \ (1), \ V' = \frac{V}{d} \ (2)$$

ferner $V' - V : V = 1 - d : d$ und

$$V' - V = V \frac{(1-d)}{d} \ (3)$$

1. Das einfachste Skalenaräometer ist das **Volumeter** von **Gay-Lussac**, eines für Flüssigkeiten, deren Dichte kleiner ist als die des Wassers, und ein anderes für solche, deren Dichte die des Wassers übertrifft. Die Skala des ersten wird auf die Art verfertigt, daß man in die cylindrische Spindel ab Fig. 59. einen Papierstreifen hineinstellt, dessen Gewicht demjenigen auf dem die Skala verzeichnet wird, vollkommen gleich ist; man bringt dann das Instrument ins reine Wasser von + 12° R (oder + 14° R) und läßt so viel Bleischrott in den untersten Raum fallen, daß die Einsenkung bis zum Punkte a geschieht, der nun den untersten Theilstrich der Skala bildet. Man denkt sich das eingetauchte Volumen aB in 100 gleiche Theile getheilt, deren jeder = v ist, und stellt nun das Instrument in eine Flüssigkeit von bekannter Dichte z. B. in eine Mischung von Weingeist und Wasser von der Dichte = 0.8, und markirt den Punkt c bis zu dem das Instrument in dieser Flüssigkeit einsinkt; aus der Gleichung (2) findet man das eingetauchte Volumen

Fig. 59.



$$BC = \frac{100\,v}{0.8} = 125\,v,$$

mithin beträgt das cylindrische Volumen ac 25 Volumtheile von der Größe v. Man theilt nun ac in 25 gleiche Theile setzt die Theilung fort, so lange es die Spindel gestattet,

schreibt beim Wasserpunkte a die Zahl 100 und zählt von da aufwärts, so hat man ein Volumeter, mittelst welchen man die Dichte einer Flüssigkeit bestimmt, wenn man untersucht, bis zum wievielten Theilstriche das Instrument in dieser Flüssigkeit einsinkt, und dann die Dichte nach der Gleichung (1) berechnet. Sinkt es z. B. bis 120, so ist die Dichte

$$d = \frac{100\ v}{120\ v} = \frac{100}{120} = 0.835.$$

Das Volumeter für Flüssigkeiten, die dichter sind als das Wasser, wird graduirt, wenn man soviel Schrottkörner hineinbringt, daß der Wasserpunkt b der höchste Punkt der Skala wird, worauf man das Instrument in eine Flüssigkeit von bekannter Dichte z. B. eine Mischung von Wasser und Schwefelsäure von der Dichte 1.25 einstellt, und den Punkt anmerkt, bis zu dem sich das Instrument eintaucht, z. B. bis m; dann ist

$$Bm = \frac{100\ v}{1.25} = 80\ v,$$

mithin ist $bm = 20\,v$; bm wird daher in 20 gleiche Theile getheilt, und die Theilung nach abwärts fortgesetzt. Bei b schreibt man 100 und zählt in abnehmender Ordnung abwärts, soweit die Theilstriche gehen. Die Berechnung der Dichte einer Flüssigkeit geschieht wieder wie vorhin nach der Gleichung (1).

2. Ein Aräometer soll auch empfindlich d. h. so beschaffen sein, daß selbst geringe Unterschiede in der Dichtigkeit bemerkbar werden, was offenbar nur dann möglich ist, wenn der Abstand zweier Theilstriche, er sei $= l$, hinreichend groß ist. Es sei V' das untergetauchte Volumen des Aräometers in einer Flüssigkeit von der Dichte d, und V'' dasjenige, das in der Flüssigkeit von der Dichte d' untergetaucht erscheint; so ist nach der Gleichung (3)

$$V' - V = V\frac{(1-d)}{d} \text{ und } V'' - V = V\frac{(1-d')}{d'}$$

mithin $$V' - V'' = V\left(\frac{1-d}{d} - \frac{(1-d')}{d'}\right) \text{ oder}$$

$$V' - V'' = V\left(\frac{d'-d}{d\,d'}\right)$$

Bezeichnet nun $(V' - V'')$ das zwischen zwei Theilstrichen der Skala befindliche Volumen, das ein Cylinder ist, dessen Halbmesser r dem der Spindel gleich ist, so hat man

$$V' - V'' = \pi r^2 l \text{, mithin}$$

$$l = \frac{V}{\pi r^2}\left(\frac{d'-d}{dd'}\right)$$

woraus ersichtlich wird, daß das Instrument für dieselbe Aenderung in der Dichte desto empfindlicher wird, je größer das Volumen des im Wasser untergetauchten Theils des Instrumentes, je kleiner der Durchmesser der Spindel und je kleiner die Dichte der Flüssigkeit ist; indem das Produkt dd' desto kleiner wird; je kleiner d und d' ist. Daher ist ein Aräometer für geringere Dichten empfindlicher als für größere.

Beträgt z. B. $d' - d = \frac{1}{10}$, und es ist $d = 0.9$, $d' = 0.8$, so ist $dd' = 0.78$; hingegen wenn $d = 0.8$ und $d' = 0.7$ so ist $dd' = 0.56$, also kleiner als früher.

3. Die Verfertigung der Skala, welche unmittelbar die Dichtigkeit der Flüssigkeit, in die das Instrument gebracht wird, angibt, beruht bei der Methode von Brisson auf dem Lehrsatze, daß bei einem Körper, der in zwei verschiedenen Flüssigkeiten von der Dichte d und d′ gleich tief einsinken soll, das Gewicht dergestalt geändert werden muß, daß es stets eben so zunimmt, wie die Dichte der Flüssigkeit; sind p und p′ die Gewichte des Körpers, wenn das Volumen des eingetauchten Theils in beiden Flüssigkeiten gleich v ist; so ist

$$p : p' = d : d'$$

Man zieht auf einem feinen rechteckigen Papierstreifen, der solange ist, als die künftige Skala, recht nahe bei einander parallele Linien, bezeichnet den untersten mit 0, den fünften mit 5, den zehnten mit 10 u. s. f. rollt den Streifen zusammen, schiebt ihn in die Röhre des Aräometers ein, und befestigt ihn darin am oberen Ende mittelst eines kleinen Tropfens Siegellack, worauf man das Instrument ins reine Wasser bringt, und es, nachdem man den Wasserpunkt so wie bei dem Volumeter festgesetzt hat, an die Wagschale der hydrostatischen Wage, die an kürzeren Dräthen hängt, befestigt; man bestimmt nun sein Gewicht = p, welches man sein Normalgewicht nennt, und hebt das darunter gestellte Gefäß mit Wasser in die Höhe bis das Instrument zum Wasserpunkte eingesenkt erscheint, wo sein Gewicht vom Wasser getragen wird, und daher die Lage des Wagbalkens horizontal bleibt, wenn man von der anderen Wagschale das Gewicht p wegnimmt. Man berechnet nun das Gewicht q, welches das Instrument haben müßte, damit es im Wasser eben so tief als bei seinem Normalgewichte in einer Flüssigkeit von der Dichte d einsinke, und zwar aus folgender Proportion.

$$p : q = d : 1, \text{ und}$$

$$q - p : p = 1 - d : d, \text{ mithin}$$

$$q - p = p\left(\frac{1-d}{d}\right) \quad (4)$$

Für eine zweite Flüssigkeit von der Dichte d′ findet man

$$q' - p = p\left(\frac{1-d'}{d'}\right) \quad (5)$$

$$\text{mithin } q' - q = p\left(\frac{d-d'}{d\,d'}\right) \quad (6)$$

Die Gleichung (4) gibt die Größe der Gewichtsänderung an, und macht ersichtlich, daß wenn $1 > d$ auch $q > p$, dagegen $q < p$, sobald $1 < d$ ist, d. h. für Flüssigkeiten die weniger dicht sind als das Wasser, muß das Gewicht des Instruments vermehrt, für solche, deren Dichte größer ist, als die des Wassers, muß es vermindert werden.

Die Gleichung (6) gibt die Größe der Gewichtsänderung für eine bestimmte Differenz der Dichte zweier Flüssigkeiten an. Hat man die Größe der nöthigen Gewichtsänderung berechnet, so wird ein ihr gleiches Gewicht in dem Falle, wo das Normal-Gewicht des Aräometers vermehrt

werden muß, in die Wagschale, an der es hängt, gelegt, in dem andern aber, wo eine Verminderung des Normalgewichts erforderlich ist, in die andere Wagschale gebracht; in beiden Fällen aber das Gefäß mit Wasser gehoben oder gesenkt bis der Wagbalken genau seine horizontale Stellung angenommen hat, und daher die Zunge gehörig einspielt.

Gewöhnlich berechnet man die Gewichtsänderung für den Unterschied in der Dichtigkeit $= 0.1$ nach der Formel (6), indem man $d = 1$, $d' = 0.9$ dann $d = 0.9$ und $d' = 0.8$ annimmt; hierauf setzt man $d = 0.8$ und $d' = 0.7$ u. s. f.; so findet man die parallelen Linien an der vorläufigen Skala des Aräometers, bis zu denen er sich bei seinem Normalgewichte in den Flüssigkeiten eintaucht, deren Dichtigkeiten

$$1, 0.9, 0.8, 0.7 \ldots$$

sind. Man muß bei Bestimmung dieser Skalenpunkte die Schwankungen des Instruments, so wie eine zu große Annäherung desselben an die Gefäßwände vermeiden, die Luftblasen, die sich anhängen, entfernen, und Sorge tragen, daß sich das Instrument nicht tiefer eintauche, als es sein jedesmaliges Gewicht erheischt.

Auf gleiche Weise lassen sich die Einsenkungspunkte für Flüssigkeiten, deren Dichte z. B. gleich ist

$$1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4 \ldots\ldots$$

ermitteln. In diesem Falle bildet der Wasserpunkt den obersten Theilstrich.

Der Abstand zwischen je zwei auf die angegebene Weise bestimmten Skalapunkten wird nach der Methode von Schmid in 10 Theile getheilt, wodurch man zwischen 1 und 0.9 die Punkte der Skala für die Dichten

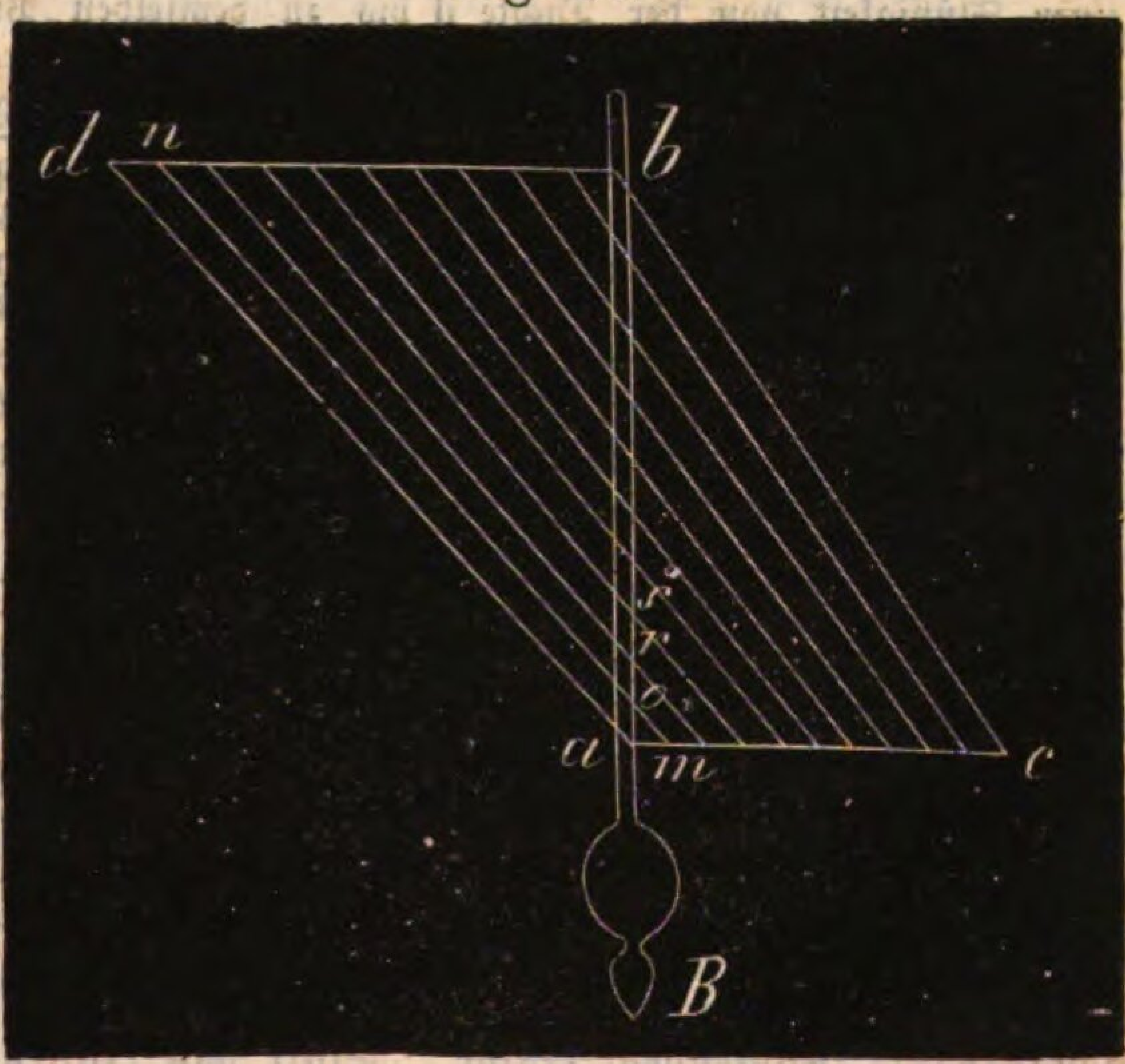
$$1, 0.99, 0.98, 0.97 \ldots\ldots \text{ bis } 0.90$$

und zwischen 0.9 und 0.8 für die Dichten

$$0.90, 0.89, 0.88, 0.87 \ldots \text{ bis } 0.80$$

bestimmt u. s. f.

Fig. 60.



Das Schmid'sche Verfahren besteht in Folgendem: Man trägt auf eine vertikale Linie die Abstände der bereits nach Brissons Methode ermittelten Skalenpunkte auf; es sei z. B. a Fig. 60. der Wasserpunkt, und b der für die Dichte 0.9; man errichte in a und b die Senkrechten a c und b d, eine rechts die andere links, und nehme ihre Längen so, daß sie sich zu einander eben so verhalten wie die Gewichte p und q des Aräometers, wenn es sich im Wasser bis zu den Punkten a und b eintaucht; es ist also $a c : b d = 0.9 : 1$. Man theile

beide Senkrechten in 10 gleiche Theile und verbinde die Theilungspunkte in der Art, wie die Figur anzeigt, so wird a b durch die Verbindungslinien auch in 10 Punkten durchgeschnitten, und die Durchschnittspunkte sind die gesuchten Skalenpunkte.

So z. B. ist 0 der Skalenpunkt für die Dichte 0.99; denn aus der Aehnlichkeit der Dreiecke a m o und b n o folgt:

$$a\,o : b\,o = a\,m : b\,n = \frac{a\,c}{10} : \frac{9\,b\,d}{10} = 0.9 : 9$$

mithin $a\,o + b\,o : a\,o = 9.9 : 0.9$ oder

$$a\,o = \frac{9.\,a\,b}{99}.$$

Nun ist $a\,B : B\,b = 0.9 : 1$, mithin

$$B\,b - a\,B : a\,B = 0.1 : 0.9$$ und

$$a\,B = 9.\,a\,b,$$

mithin ist $a\,o = \frac{a\,B}{99}$ und

$$a\,o : a\,B = 1 : 99$$ oder

$$B\,o : a\,B = 100 : 99 = 1 : 0.99$$

was zu erweisen war. Auf dieselbe läßt sich zeigen, daß die folgenden Durchschnittspunkte r, s . . . den Dichtigkeiten 0.98, 0.97 entsprechen.

Zuletzt nimmt man die vorläufige Skala heraus, und verzeichnet auf einem andern Papierstreifen von ganz gleicher Länge, Breite, gleichem Gewicht zuerst die nach Brissons Methode ermittelten Punkte und dann die nach der zweiten Methode gefundenen Unterabtheilungen genau in den Abständen, in welchen sie sich befinden müssen; setzt bei jedem Punkte die zugehörige Dichtigkeit an, rollt den Streifen zusammen, und befestigt ihn an der Röhre des Aräometers genau an derselben Stelle, wo sich der frühere vorfand, mittelst des zurückgebliebenen Siegellakstückchens, woranf die Röhre zugeschmolzen wird.

Die Dichtigkeiten, welche den einzelnen Graden einer Beaumé'schen Skala entsprechen, lassen sich leicht finden, wenn man das Gewicht q des Aräometers ermittelt, welches es haben muß, damit es im reinen Wasser bis zu einem bestimmten Beaumé'schen Grade einsinke; ist p das Normalgewicht, bei dem es sich in einer Flüssigkeit von der Dichte d bis zu demselben Punkte eintauchen würde, so hat man

$$p : q = d : 1, \text{ und } d = \frac{p}{q}.$$

Von Alcoholometern sind zwei gesetzlich eingeführt, eines von Tralles construirte in Preußen, und ein zweites von Gay-Lussac angegebene in Frankreich; beide geben an, wie viel Maß Alcohol in 100 Maß einer Mischung von Alcohol und Wasser enthalten sind, aber bei dem ersteren wird die Dichte des reinen Alcohols = 0.7939, bei dem zweiten aber = 0.7947 angenommen; die Skala ist bei dem ersten für die Temperatur von + 60° F. = + 12.°5 R, bei dem zweiten für die Temperatur von + 12° R. eingerichtet.

Gewichtsaräometer. Bei diesen Aräometern kommt alles an auf eine genaue Bestimmung der Gewichte, bei denen sich das Instrument bis zu einer bestimmten Marke eintaucht; die Dichte kann dann mit Genauigkeit ermittelt werden, jedoch ist das Verfahren zu umständlich, und wird nur in Ermangelung einer genauen Wage angewendet.

Ein geringes Uebergewicht bewirkt, daß der Hals des Instruments tiefer einsinkt, und zwar bei derselben Größe des Uebergewichts desto tiefer und folglich desto bemerkbarer, je dünner der Hals ist, wie es sich genauer aus Folgendem ergibt. Sinkt das Instrument im Wasser bei dem Gewichte P + p bis zur Marke a, und bis zum Punkte b, wenn das

Gewicht $P + p + q$ wird; so ist offenbar das Zuleggewichtchen q gleich dem Gewichte des Wassers, welches durch das cylindrische Halsstück **a b** von der Länge l und der Dicke d verdrängt wird; mithin ist

$$q = \frac{\pi d^2}{4} l s \text{ und } l = \frac{4 q}{\pi d^2 s}.$$

woraus ersichtlich wird, daß bei demselben Werthe von q die Größe l desto größer wird, je kleiner d, also je dünner der Hals ist. Hat das Instrument einen dicken Hals, so ist der Einfluß eines geringen Uebergewichts nicht bemerkbar, und daher eine genaue Berechnung der Dichte nicht möglich; demnach sind nur Gewichtsaräometer mit sehr dünnem Halse brauchbar.

Metallene Gewichtsaräometer darf man nicht mit fetten Händen anfassen, und soll sehen, ob nicht Löcher an Löthstellen vorkommen, durch welche das Wasser eindringen und das Gewicht des Instruments vermehren würde. Von letzterem Umstande überzeugt man sich leicht, wenn man das Instrument ins Wasser stellt, und sieht ob es darin tiefer sinkt oder nicht.

Wirkungen der Molecularkräfte, welche die Theilchen einer tropfbaren Flüssigkeit gegen einander äußern, und mit welchen die festen Wände des Gefäßes auf die Flüssigkeitstheilchen wirken.

§. 65. **Molecularkräfte einer tropfbaren Flüssigkeit.** Es ist bereits in der Experimentalphysik gezeigt worden, daß die Molecüle eines jeden Körpers mit anziehenden und abstoßenden Kräften begabt erscheinen, welche von jedem Molecüle aus nach allen Seiten im Raume, jedoch nur auf äußerst geringe, für unsere Sinne gar nicht wahrnehmbare Entfernungen wirken, daß aber diese Wirksamkeit sich stets über viele Molecüle erstreckt. Die Stärke dieser Kräfte hängt von der Beschaffenheit der Materie ab, jedoch auch von dem gegenseitigen Abstande der auf einander einwirkenden Molecüle; sie wächst, wenn die Molecüle einander genähert, und nimmt ab, wenn sie von einander entfernt werden. Allein diese Aenderung in der Stärke zeigt sich anders bei den abstoßenden als bei den anziehenden Kräften; denn der Widerstand, der beim Zusammendrücken und beim Dehnen der Körper bemerkbar wird, zeigt, daß die abstoßenden Kräfte beim Annähern der Theilchen in einem stärkeren Verhältniße wachsen, und beim Auseinanderrücken derselben in einem stärkeren Verhältnisse abnehmen, als die anziehenden Kräfte. Aus diesem Grunde erstreckt sich bei festen und tropfbarflüssigen Körpern die Wirksamkeit der Abstoßungskraft eines Molecüls auf eine geringere Entfernung als die der Anziehungskraft desselben.

Wenn die in jedem Molecüle eines Körpers thätigen Kräfte nach allen Seiten auf gleich weit abstehende Molecüle mit gleicher Stärke zu wirken vermögen, so muß im Innern der Masse die Anziehung, die ein Mole üle von andern nach einer gewissen Richtung erfährt, durch die gleich große Wirkung, welche von andern in entgegengesetzter Richtung wirksamen ausgeübt wird, aufgehoben, und daher die äußerst leichte Verschiebbarkeit der Theilchen möglich werden, welche die flüssigen Körper charakterisirt; da diese leichte Verschiebbarkeit bei festen Körpern nicht vorhanden ist, so müssen wir schließen, daß hier die Molecüle nach verschiedenen Richtungen mit ungleicher, wahrscheinlich von ihrer Gestalt und Lage abhängigen Stärke auf einander wirken.

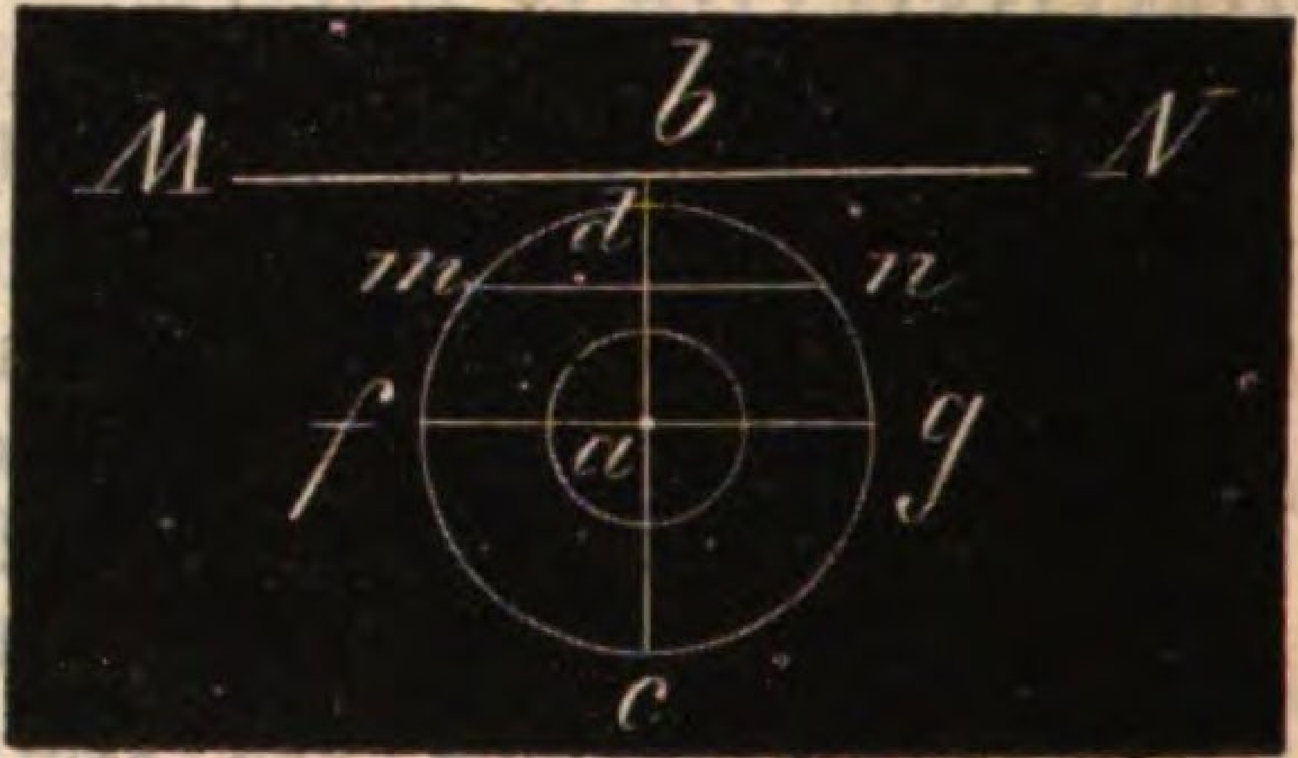
Wenn bei tropfbaren Flüssigkeiten die Stärke der Molecülarkräfte

eines jeden Molecüls nach allen Seiten gleichmäßig abnimmt, so wird sie nach allen möglichen Richtungen in gleichen Abständen von dem wirksamen Molecüle gleich groß, und der ganze um dieses Molecül befindliche Raum, in welchem die Kräfte desselben ihre Wirksamkeit äußern, stellt sich als eine Kugel dar, deren Mittelpunkt das wirksame Molecül (Centralmolecül) bildet und die man die **Wirkungssphäre** dieses Molecüls nennt. — Da die Wirksamkeit der abstoßenden Kraft mit der Entfernung rascher abnimmt, und daher früher verschwindet, als die der anziehenden; so ist für jedes Molecül die Wirkungssphäre der abstoßenden Kraft kleiner als die der anziehenden; erstere nennt man kurzweg Abstoßungs- letztere Anziehungssphäre.

Zwischen den Kräften, die den Molecülen einer und derselben Flüssigkeit zukommen, besteht kein Unterschied, daher nimmt man sämmtliche Wirkungssphären gleich groß an.

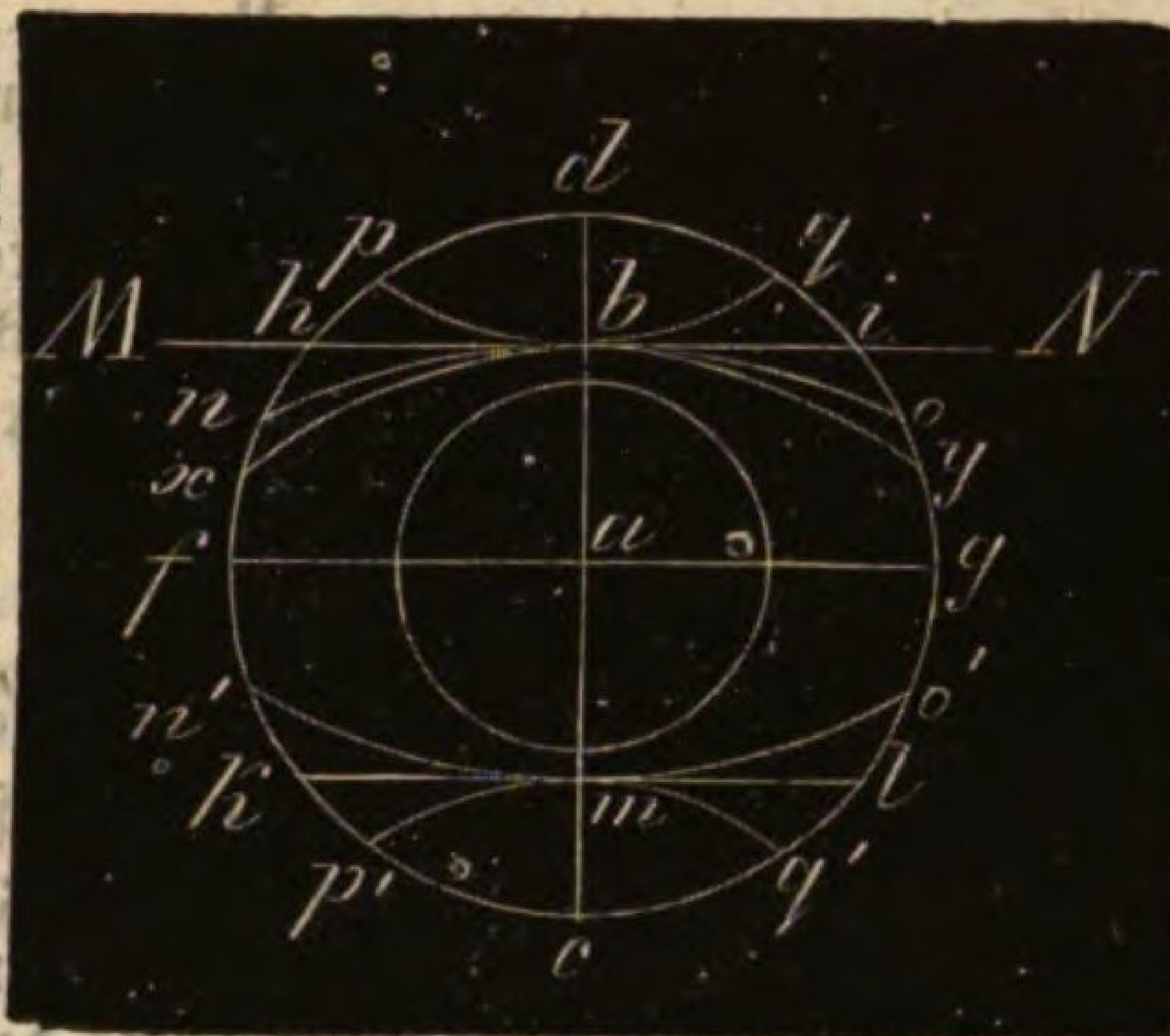
§. 66. **Wirkungen erzeugt in einer tropfbaren Flüssigkeit durch die in ihr wirksamen Molecularkräfte.** Nehmen wir zuerst ein Molecül a, Fig. 61., an, dessen Abstand a b von dem Niveau MN größer ist als a d der Halbmesser der Anziehungssphäre, die wir durch eine zu MN parallele Ebene f g in zwei gleiche Hälften wollen getheilt denken; das Molecül a kann nur von den Molecülen, die innerhalb der Anziehungssphäre liegen angezogen werden; die außerhalb dieser Sphäre liegenden sind rücksichtlich des Molecüls a als unwirksam zu betrachten, da ihr Abstand von a den Halbmesser ihrer Wirkungssphäre übersteigt. Die Anziehungen, welche die Molecüle der unteren Hälfte der Anziehungssphäre auf a äußern, lassen sich offenbar auf eine Resultirende R reduciren, deren Richtung mit dem auf der Ebene f g senkrecht stehenden Halbmesser a c zusammenfällt, da dieser die Linie bildet, um welche herum die Molecüle vollkommen symmetrisch gelagert sind. Eben so lassen sich die Anziehungskräfte, mit welchen die Molecüle der oberen Hälfte der Anziehungssphäre auf a wirken, auf eine Resultirende R′ bringen, die das Molecül a nach aufwärts in einer Richtung zieht, die in die Verlängerung von a c, nämlich in die Gerade a b fällt; da wegen der gleichförmigen Dichte der Flüssigkeit die obere Halbkugel eben so viele Molecüle enthält, wie die untere, so sind R und R′ nicht bloß einander gerade entgegengesetzt, sondern auch der Stärke nach, einander gleich, und heben sich gegenseitig auf. Hieraus wird ersichtlich, daß das Molecül a und so jedes andere, dessen Abstand von der Oberfläche größer ist, als der Halbmesser der Anziehungssphäre sich so verhält, als wenn es von den benachbarten Molecülen gar nicht angezogen würde. — Auf dieselbe Art läßt sich zeigen, daß die Resultirende der abstoßenden Kräfte, welche die Molecüle der untern Hälfte der Abstoßungssphäre auf a äußern, durch die Resultirende der von den Molecülen der oberen Hälfte ausgehenden Abstoßungskräfte aufgehoben wird.

Fig. 61.



Würde ein symmetrischer Theil der oberen Hälfte f d g, Fig. 62., der für sich allein das Molecül a mit einer Kraft = S nach aufwärts, in der Richtung a d zu ziehen vermöchte, unwirksam gemacht, so kann die Wirkung von R durch die von R′ nicht mehr aufgehoben werden; sondern es erscheint von der unteren Hälfte f e g ein eben so großer Theil als wirksam, und übt auf a eine Anziehung vertikal abwärts aus, deren Stärke der Kraft S gleich sein muß. Dieser Fall tritt ein, wenn der Abstand a b des Molecüls a von der Oberfläche kleiner ist, als der Halbmesser a d der Anziehungssphäre, aber

Fig. 62.



doch größer als der Halbmesser der Abstoßungssphäre; in diesem Falle tritt, wie die Figur zeigt, ein Kugelsegment von der oberen Hälfte der Anziehungssphäre, nämlich h b i d über das Niveau MN der Flüssigkeit, und hört auf, da es keine Flüssigkeitstheilchen enthält, auf das Molecül a einzuwirken; daher bleibt von der unteren Hälfte der Anziehungssphäre ein eben so großes Kugelsegment k c l wirksam; dieses erhalten wir, wenn wir von a c ein Stück a m = a b abschneiden und durch m eine Ebene parallel zu h i ziehen. Die Resultirende des wirksam bleibenden Kugelsegments k c l erscheint nun als eine Kraft, die das Molecül a in der Richtung der Symmetrielinie a c, also vertikal abwärts zieht, und die desto stärker ist, ein je größeres Kugelsegment der Anziehungssphäre über das Niveau tritt, mithin je weniger das Theilchen a vom Niveau entfernt ist, wenn nur die Entfernung desselben größer ist, als der Halbmesser der Abstoßungssphäre. — Die Kraft mit welcher bei einer ebenen Oberfläche ein jedes in ihrer Nähe befindliche Molecül nach Innen gezogen wird, wollen wir mit p bezeichnen. — Ist die freie Oberfläche der Flüssigkeit nicht die Ebene h b i, sondern die convexe Fläche n b o, so wird die Anziehung von der oberen Hälfte der Anziehungssphäre nicht bloß um die Anziehung des Kugelsegments h d i, sondern auch um die des Meniscus n h b i o vermindert; wäre letzterer Meniscus für sich allein im Stande, in der Richtung der Symmetrielinie a d mit der Kraft q zu wirken, so ist die Kraft, mit welchen a aufwärts in der Richtung a d gezogen wird gleich

$$R - p - q;$$

da nun die Anziehung auf a nach einwärts in der gerade entgegengesetzten Richtung a c immerfort gleich R ist; so bleibt von letzterer die Größe p + q übrig, mithin bleibt eine Kraft p + q, die auf a einen nach einwärts gehenden, und senkrecht gegen die Oberfläche gerichteten Zug äußert. — Die Größe des Meniscus, mithin die Stärke von q erscheint offenbar beträchtlicher, wenn die Oberfläche eine stärkere Krümmung z. B. x b y hat.

In dem Falle, wo die freie Oberfläche eine concave Gestalt p b q hat, wird die Anziehung R — p, welche bei einer ebenen Oberfläche die

obere Hälfte der Anziehungssphäre gegen a äußert, um die des Meniscus p h i q, die wir mit q bezeichnen, vergrößert, und ist somit gleich

$$R - p + q;$$

wird diese von der Anziehung R der unteren Hälfte abgezogen; so erhalten wir p — q als diejenige Kraft, mit welcher a und jedes andere Molecül, das in demselben Abstande von der concaven Oberfläche sich befindet, in einer auf der Oberfläche normalen Richtung einwärts gezogen wird. Auch hier wächst die Größe von q mit der Größe der Krümmung der freien Oberfläche.

Ist der Abstand des Molecüls a von der freien Oberfläche kleiner als der Halbmesser der Abstoßungssphäre, so erhebt sich ein Theil von der oberen Hälfte derselben über das Niveau, und nun vermag diese nicht mehr die Wirkung der Abstoßungskräfte, welche die Molecüle der unteren Hälfte auf a äußern, aufzuheben; sondern es bleibt von letzterer ein desto bedeutenderer Theil übrig, je näher a der Oberfläche steht. Wir haben also in diesem Falle bei dem Molecüle a eine Abstoßung in der Richtung a d und eine Anziehung in der Richtung a c zu unterscheiden; das Kugelsegment, dessen Molcüle die Anziehung bewirken, ist wohl größer als das, dessen Molecüle die Abstoßung erzeugen; auch wachsen beide Kugelsegmente, mithin auch die Stärke ihrer Einwirkungen mit der Annäherung des Molecüls a an die Oberfläche; allein wegen des geringeren Abstandes der abstoßend wirkenden Theilchen wächst die Abstoßung im stärkeren Verhältniße als die Anziehung, so daß erstere bei Molecülen, die an der Oberfläche und zunächst an ihr liegen, das Uebergewicht erhalten kann.

Die vorstehenden Betrachtungen über die Wirksamkeit der Molecülarkräfte führen zu dem Schlusse, daß wir bei einer tropfbaren Flüssigkeit, die freie Oberfläche derselben mag wie immer gestaltet sein, drei Schichten zu unterscheiden haben:

a) Die oberste äußerst dünne Schichte, in welcher die von der Temperatur abhängige Abstoßungskraft das Uebergewicht über die Anziehung gewinnen kann; geschieht dieß wirklich, so geht eine beständige Umwandlung dieser obersten Flüssigkeitsschichte in den ausdehnsamen Zustand vor sich, wenn nicht etwa ein Hinderniß vorhanden ist, das diese Umwandlung entgegenwirkt z. B. die Ausdehnsamkeit eines über der Flüssigkeitsoberfläche befindlichen, und aus einer gleichartigen Flüssigkeit stammenden Dunstes.

b) Das Uebergewicht der Abstoßung nimmt mit dem Abstande der Molecüle vom Niveau rasch ab, und verschwindet, indem in einem gewissen Abstande die Anziehung der Abstoßung das Gleichgewicht hält; von da an beginnt die zweite Schichte, die sich bis zu einer dem Halbmesser der Abstoßungssphäre gleichen Entfernung erstreckt, und in welcher sämmtliche Molecüle durch andere tiefer liegende einen nach Innen gerichteten, gegen die Oberfläche normalen Zug, mithin gleichsam einen Druck erleiden, wodurch eine kleine Vergrößerung in der Dichte bewirkt, und der innigere Zusammenhang (die Cohäsion) der Theilchen an der Oberfläche, den wir bei tropfbaren Flüssigkeiten wahrnehmen, erklärt wird.

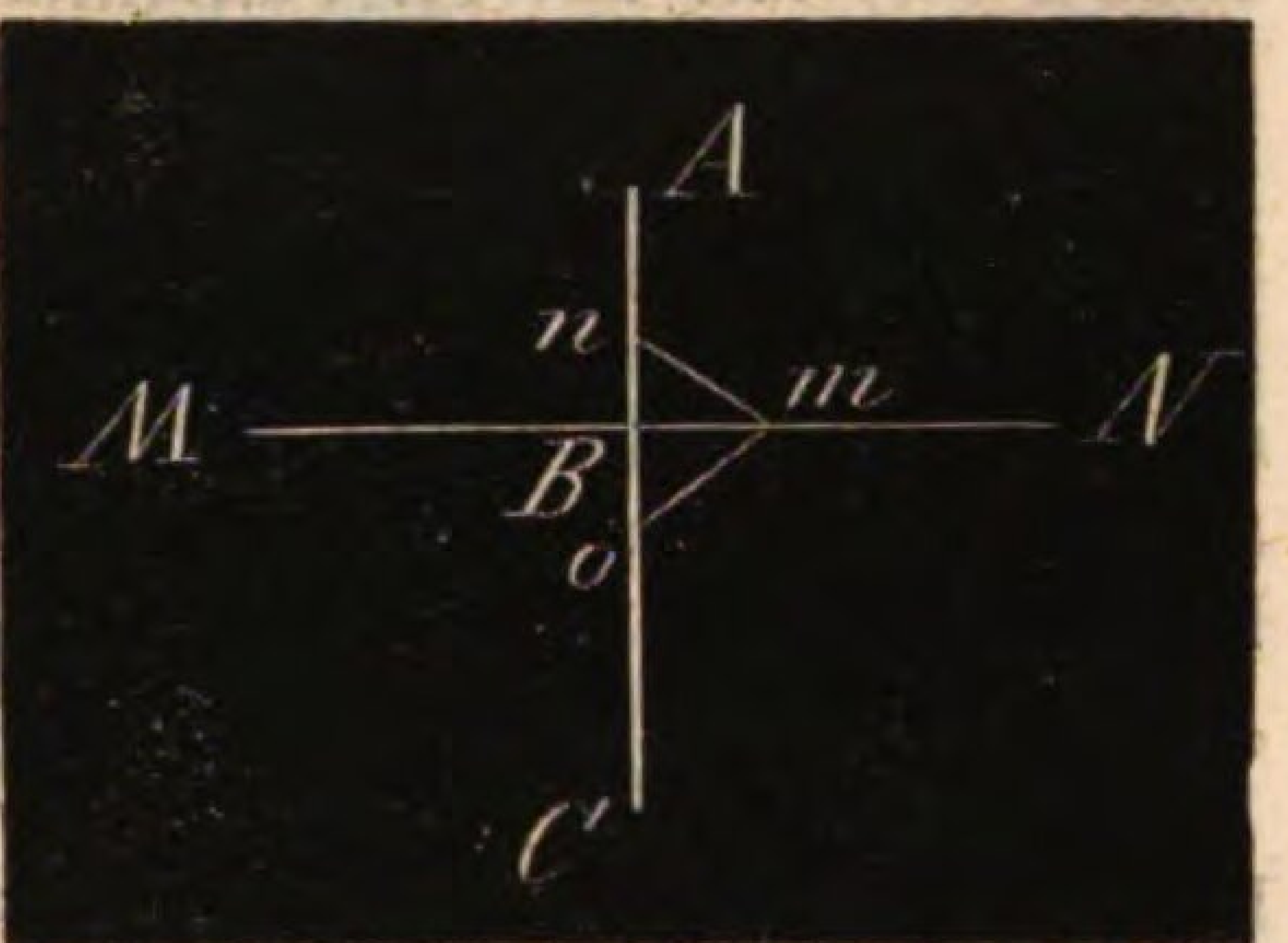
c) Unterhalb der zweiten Schichte heben sich die Einwirkungen der Mole-

cüle, die sie gegenseitig auf einander äußern, vollkommen auf, und es herrscht überall dieselbe Dichte.

§. 66. **Erscheinungen, hervorgebracht durch das Zusammenwirken der Molecularkräfte der Flüssigkeit und der Gefäßwände.** Die Anziehungskräfte, welche die Molecüle der Gefäßwände auf die Flüssigkeitstheilchen äußern, (d. i. die Adhäsion), und deren Wirksamkeit sich bekanntlich nur auf unmeßbar kleine Entfernungen erstreckt, bewirken eine Veränderung in der Gestalt der freien horizontalen Oberfläche der Flüssigkeit, welche Veränderung auch eine Aenderung in der Wirkung der Flüssigkeit auf sich selbst zur Folge hat. Um dieß zu begreifen wollen wir:

1. ein Molecül m an der horizontalen Oberfläche MN, Fig. 63, einer Flüssigkeit annehmen, dessen Abstand mB von einer vertikalen und ebenen Wand AC kleiner ist als der Halbmesser a der Anziehungssphäre eines Molecüls dieser Wand; man denke sich von m aus die Gerade m n = a gezogen, und lasse sie um mB sich so drehen, daß sie mit dieser m B immer denselben Winkel bildet, so beschreibt sie eine Kegelfläche und ihr Fußpunkt n an der Wand einen Kreis, der sämmtliche Molecüle der Wand einschließt, die auf m anziehend zu wirken vermögen; die Resultirende dieser Anziehungskräfte, die wir S nennen wollen, fällt mit der Geraden mB zusammen, und wirkt somit normal auf AC; sie wächst und nimmt ab mit der Größe der wirksamen Kreisfläche an der Wand. Da nun nB der Halbmesser dieser Kreisfläche durch den Ausdruck

Fig. 63.

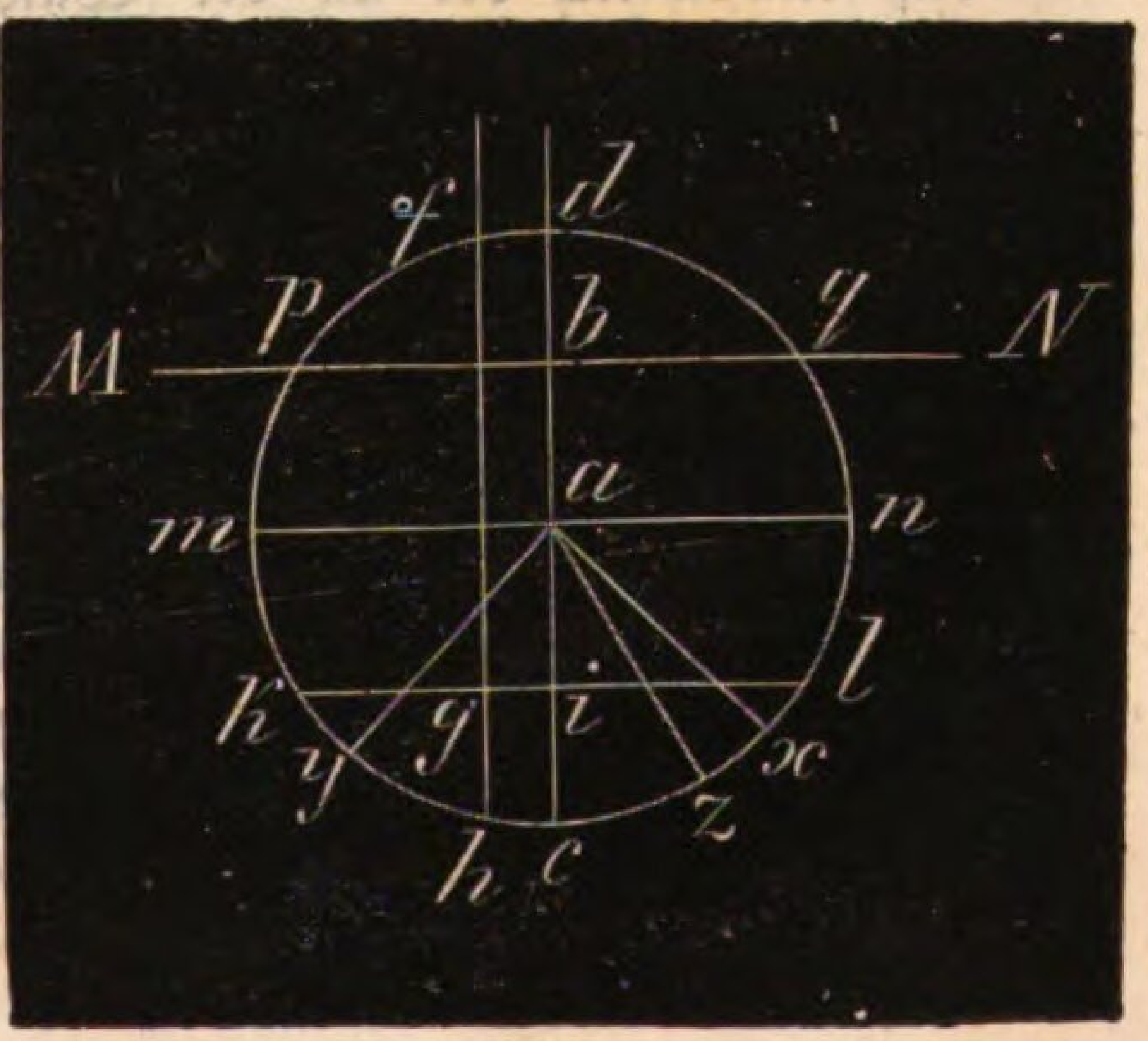


$$n B = \sqrt{a^2 - B m^2}$$

gegeben ist; so ist zu ersehen, daß die Größe nB, mithin auch die Stärke der Anziehung S, welche die Wand gegen ein Molecül m äußert, mit dem Werthe von B m d. i. mit dem Abstande des Molecüls m von der Wand abnimmt, am stärksten erscheint bei den an der Wand liegenden Molecülen, für welche B m = o wird, und ganz verschwindet, sobald dieser Abstand dem Halbmesser a gleich ist.

2. Die Kraft p, mit welcher bei einer ebenen Oberfläche MN Fig. 64. ein Molecül a vertikal abwärts nach a c gezogen wird, und welche die Stärke der Anziehung des wirksam bleibenden Kugelsegments K l c ausdrückt, können wir in zwei Componenten r und r′ zerlegen, wovon die eine den rechten Winkel c a n, die andere den rechten Winkel m a c halbirt und die daher einander gleich sind. Es seien a x und a y die Richtungen dieser Componenten. Stellt man in die Flüssigkeit an den vertikalen Durchmesser d c der Anziehungssphäre von a eine feste

Fig. 64.

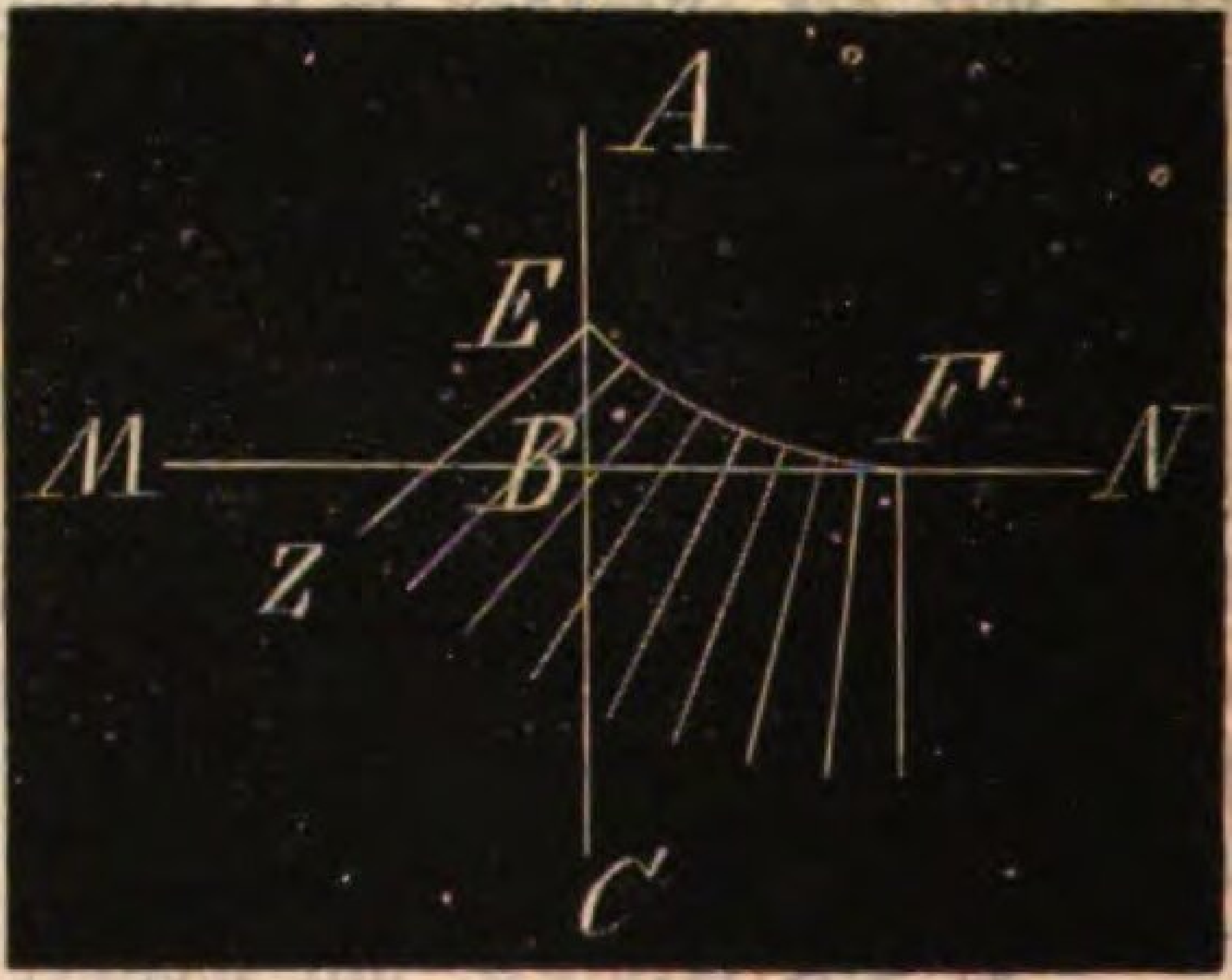


Wand, so wirkt auf a nur noch die eine Componente r in der Richtung a x; wird jedoch die feste Wand weiter von d c z. B. in die Lage f h gebracht, so tritt zu der Kraft r noch die Anziehung der zwischen i c und g h befindlichen Molecüle hinzu, wodurch nicht nur die Anziehung, die a erleidet, verstärkt, sondern auch die Richtung derselben nach a z gebracht, mithin der vertikalen a c mehr genähert wird. Je mehr man die feste Wand von a entfernt, desto stärker erscheint die Anziehung, die a von den tiefer liegenden Molecülen erleidet, und desto mehr nähert sich die Richtung derselben der Vertikalen a c, so daß sie mit dieser zusammenfällt und die Stärke p gewinnt, wenn der Abstand der festen Wand von a dem Halbmesser der Anziehungssphäre eines flüssigen Molecüls gleich wird.

Bezeichnen wir mit α und β die Winkel, welche a z mit der vertikalen a c, und mit der horizontalen a n bildet, ferner mit U die Anziehung, die das Molecül a in der Richtung a z erfährt, und zerlegen U in eine horizontale und eine vertikale Componente nämlich in U cos. β und U cos. α; so folgt aus dem früher Gesagten, daß für ein an der Wand liegendes Molecül $\alpha = \beta$ und $U = r$, mithin $U \cos. \beta = r \cos. 45^{\circ}$ ist, daß jedoch mit der Größe des Abstandes der Wand von dem Molecüle a, der Werth von U sich der Größe p nähert, α beständig kleiner und β beständig größer wird, mithin die horizontale Componente bis zur Null abnimmt, die vertikale aber bis zur Größe p wächst.

3. Die Kräfte, die wir bei den in der Wirkungssphäre der Wand liegenden Molecülen innerhalb des Raumes NBC Fig. 65. zu unterscheiden haben, sind dem Gesagten zu Folge die Kraft S und die Kraft U; und wenn wir anstatt der letzteren ihre Componenten U cos. β und U cos. α setzen, wovon erstere in der Richtung BN, letztere aber vertikal wirkt; so haben wir bei jedem Molecül zwei horizontale einander entgegengesetzte Kräfte S und U cos. β, dann die vertikale U cos. α zu berücksichtigen.

Fig. 65.



Hiebei ergeben sich drei Fälle:

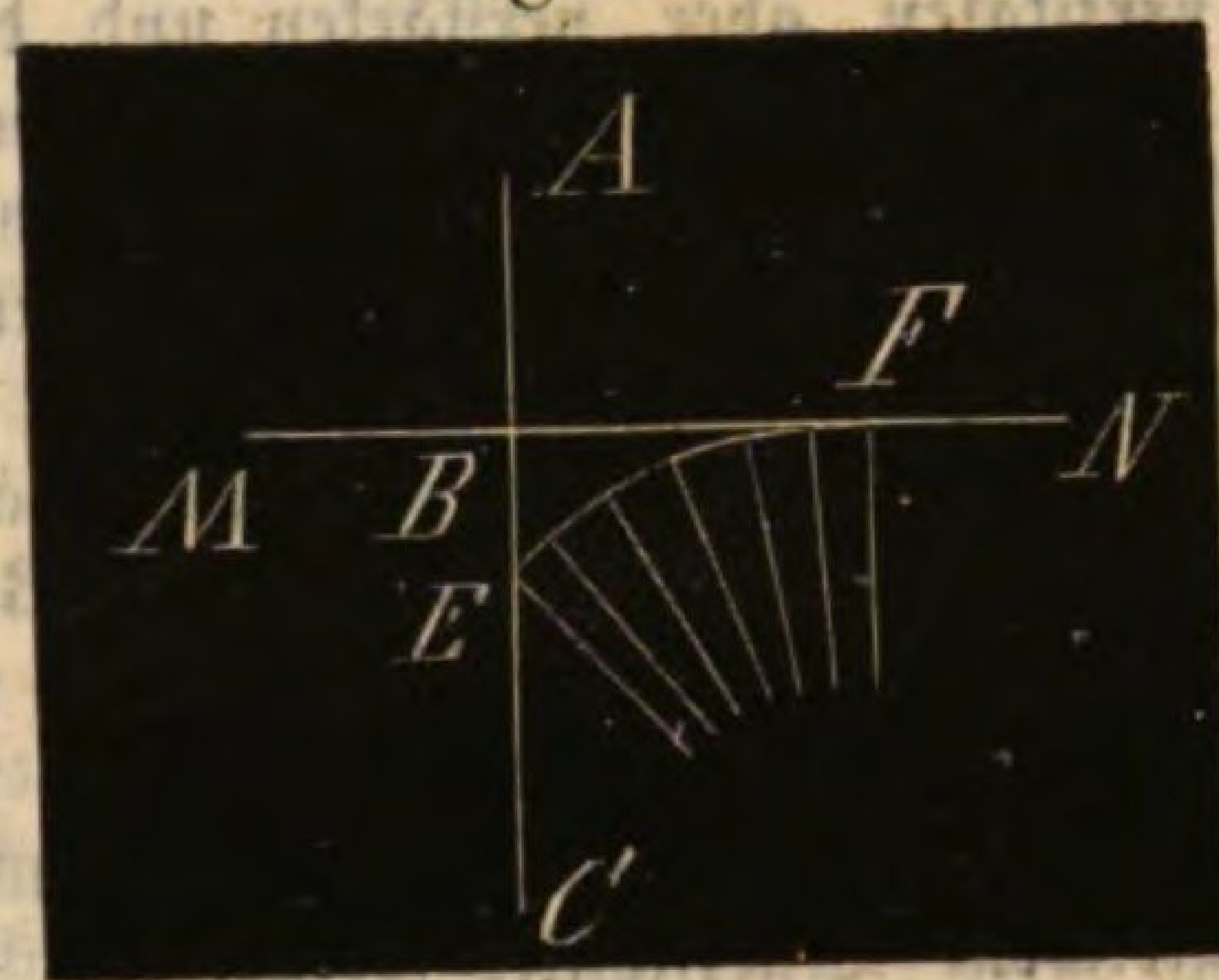
a) wenn die Adhäsion nur so groß ist, daß rücksichtlich der an der Wandliegenden Theilchen $S = U \cos \beta = r \cos. 45^{\circ}$ wird, in welchem Falle die Wand noch nicht benetzt erscheint, so wird ein jedes Molecül nur vertikal abwärts gezogen und die Oberfläche der Flüssigkeit bleibt selbst in der Nähe der Wand eben und horizontal;

b) ist jedoch die Adhäsion so stark, daß die Wand von der Flüssigkeit benetzt und $S > r \cos. 45^{\circ}$, so hat man bei jedem Molecül eine horizontale in der Richtung BM wirksame Kraft $S - U \cos. \beta$, und eine Vertikale U cos. α zu unterscheiden; die Richtung der Resultirenden fällt zwischen die Richtungen der Componenten, und nähert sich desto mehr der Vertikalen, je weiter ein Molecül von der Wand absteht, weil mit der Zunahme dieses Abstandes die vertikale Componente wächst, die horizontale $S - U \cos. \beta$ aber bis zur Null abnimmt. Da nun diese Richtungen im Zustande des Gleichgewichtes

auf der Oberfläche der Flüssigkeit normal sein müssen, so muß sich diese Oberfläche EF in der Nähe der Wand concav gestalten und allmälig in eine horizontale übergehen;

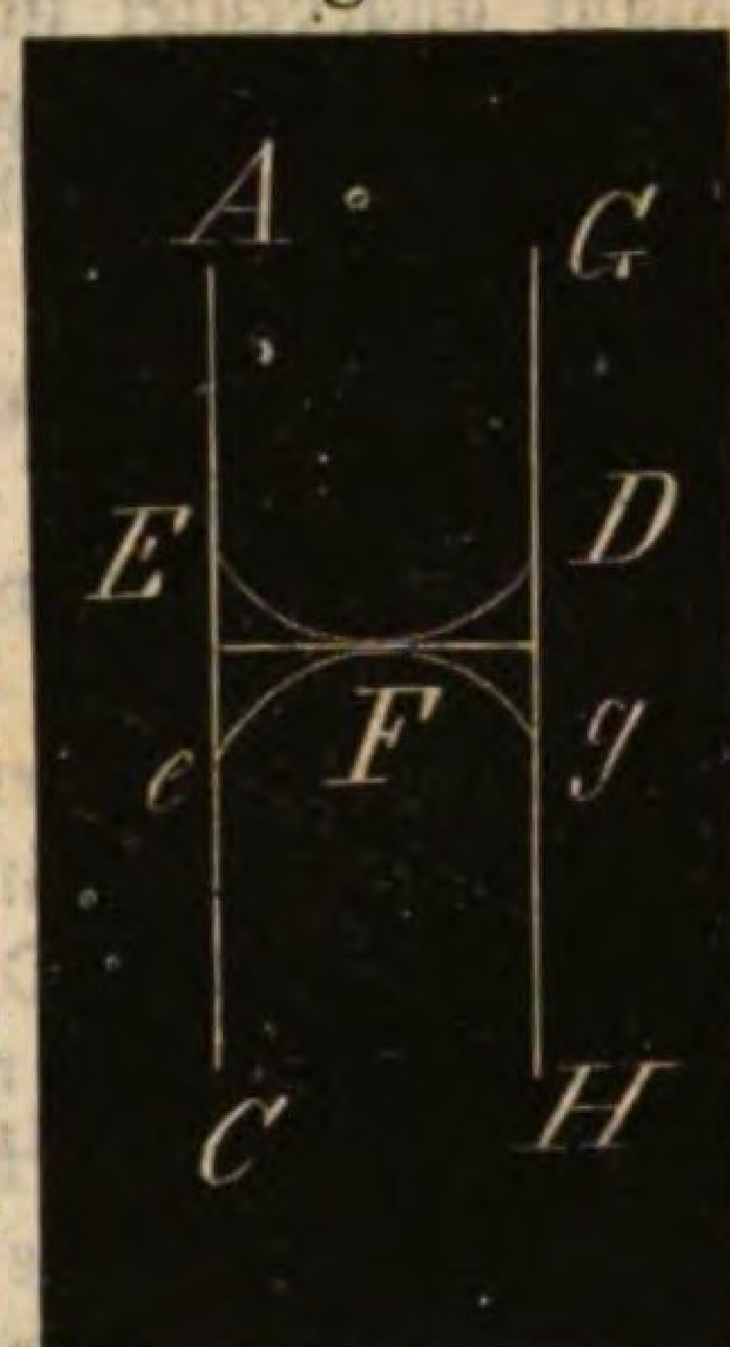
c) ist endlich die Adhäsion sehr gering, daß $S < r \cos. 45^0$, so ist die horizontale Kraft $U \cos. \beta - S$ in der Richtung BN wirksam, und sie gibt in Verbindung mit der vertikalen $U \cos. \alpha$ eine Resultirende, deren Richtung zwischen die Schenkel des Winkels CBN Fig. 66. fallen, und der vertikalen Richtung sich desto mehr nähern wird, je weiter ein Molecül von der Wand entfernt ist; die Oberfläche der Flüssigkeit in der Nähe der festen Wand muß sich nun so gestalten, daß im Gleichgewichtszustande diese Richtungen auf ihr senkrecht zu stehen kommen, was nur bei einer converen Gestalt EF möglich ist.

Fig. 66.



4. Stellt man in die Flüssigkeit eine zweite ebene Wand GH Fig. 67. parallel zu AC, an der die Flüssigkeit sich entweder concav erhebt oder conver herabsinkt, und bringt sie in einen solchen Abstand von AB, daß ihr Einfluß bei dem Molecüle F beginnt, bei welchem der von AC herkommende aufhört; so nimmt die ganze zwischen den beiden Platten befindliche freie Oberfläche der Flüssigkeit entweder eine concave oder eine convere Gestalt an, je nachdem sie die Wände zu benetzen vermag oder nicht. Ist die Wand gekrümmt z. B. cylindrisch, so denkt man sich dieselbe in lauter sehr schmale ebene Streifen getheilt, an deren jedem die Flüssigkeit emporsteigt, oder sich nach abwärts krümmt; in einem engen Röhrchen werden sich diese von den Wänden ausgehenden concaven oder converen Krümmungen bis in die Mitte der Flüssigkeit erstrecken, wo dann die ganze Flüssigkeitsoberfläche eine concave oder eine convere Gestalt erhält. In einem engen Glasröhrchen erscheint die Oberfläche des Wassers, des Weingeistes des Aethers concav, die des Quecksilbers conver.

Fig. 67.

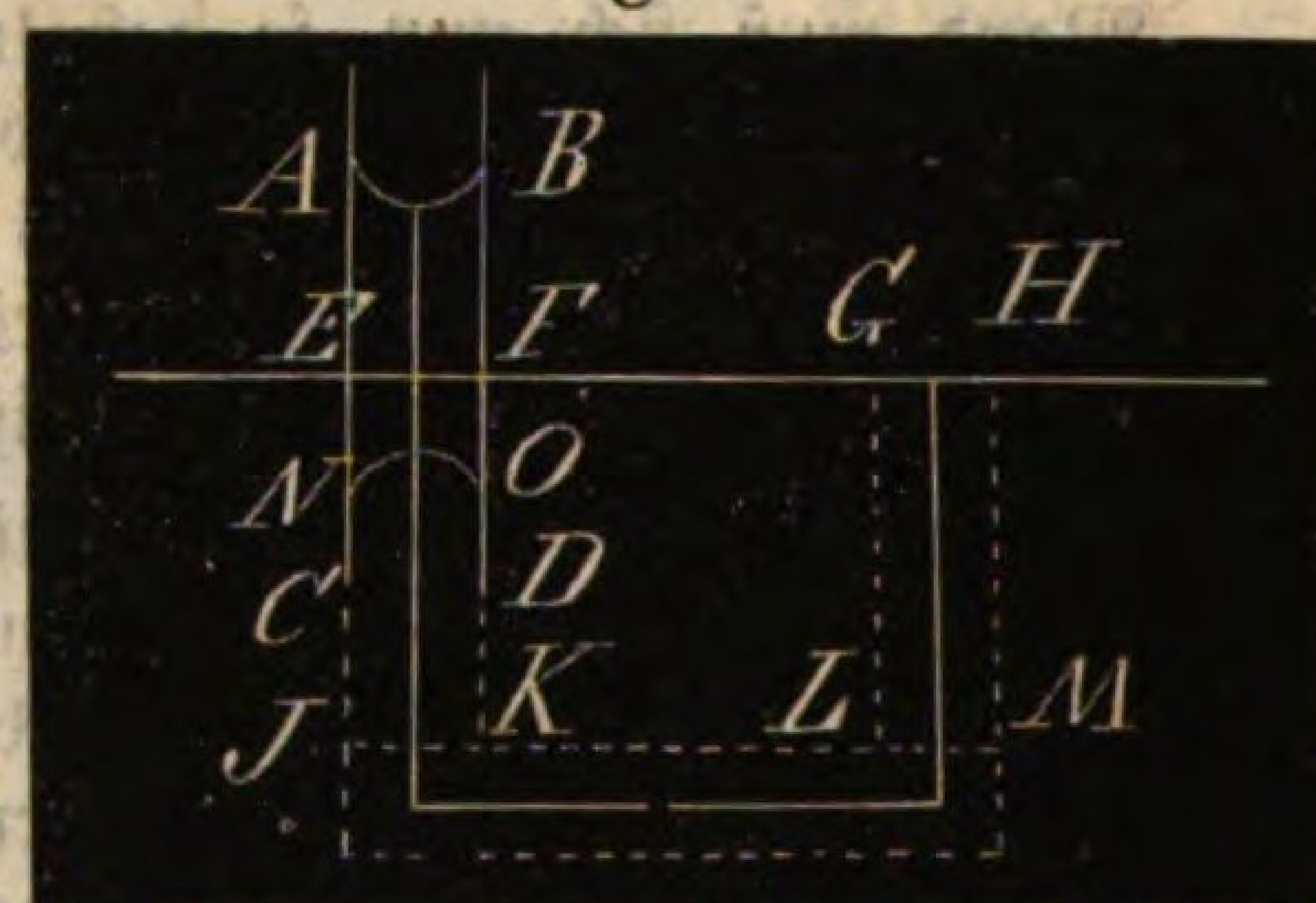


5. Die durch den Einfluß der Wände erzeugte Veränderung in der Gestalt der freien Oberfläche einer Flüssigkeit hat die nächste Folge, daß die Kraft, mit welcher ein Molecül in der Nähe der freien Oberfläche von den tiefer liegenden Theilchen nach einwärts gezogen wird, nicht mehr $= p$ ist, sondern bei der concaven Oberfläche $= p - q$, bei der converen $p + q$ wird; mithin ist q die durch den Einfluß der Wände bei jedem Molecül erzeugte Aenderung in der Einwirkung, welche es von andern Flüssigkeitstheilchen erfährt. Ist Q die Aenderung, welche in der Totalaction der Flüssigkeit auf sich selbst in Folge der geänderten Gestalt ihrer Oberfläche eintritt, so kann Q als das Maß der Einwirkung der Gefäßwände auf die Flüssigkeit betrachtet werden.

Wird der Durchmesser des Röhrchens kleiner, so erscheint sowohl die concave als die convexe Krümmung stärker, wie man leicht einsieht, wenn man berücksichtigt, daß bei geringerem Abstande der gegenüberstehenden Wände die ihnen nahe liegenden, stärker gekrümmten Theile der Oberfläche einander näher rücken und die neue Oberfläche bilden, bei welcher der mittlere Theil, dessen Molecüle in die Wirkungssphäre beider Wände fallen, etwas flacher wird, weil sich die horizontalen Kräfte schwächen, die vertikalen aber verstärken und daher die Richtung der Resultirenden sich rascher der vertikalen nähert; dadurch rundet sich die Oberfläche in der Art ab, daß sie einer desto kleineren Kugel anzugehören scheint, je geringer der Durchmesser des Röhrchens wird.

§. 67. Erklärung der Capillarphänomene.

Fig. 68.



1. Denkt man sich die Wände des cylindrischen Haarröhrchens ABCD Fig. 68. in der Flüssigkeit zuerst vertikal abwärts, dann horizontal und hierauf vertikal aufwärts mit immer gleichem Querschnitt fortgesetzt, wie es durch die punktirten Linien in der Figur angedeutet ist, und nimmt man an, daß die Flüssigkeitstheilchen, die diese Fortsetzungen der Wände bilden erstarren, so wird dadurch der Zustand des Gleichgewichts nicht im mindesten geändert, weil dadurch keine neuen Kräfte, die das Gleichgewicht stören könnten, zuwachsen und die Festigkeit der starren Flächen nur den Widerstand ersetzt, den die Flüssigkeit, welche die Säule CDLMGH umgibt, früher geleistet hat. Wir haben nun ein Communicationsgefäß mit einer in Ruhe befindlichen Flüssigkeit, in deren jedem Querschnitte, also auch in JK der Druck nach abwärts durch einen Gegendruck nach aufwärts aufgehoben wird. Bezeichnen wir mit B die Größe des Querschnittes JK, mit H die Höhe der darüber stehenden Flüssigkeitssäule, H' sei gleich der Höhe LG, s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit und P die Totalaction der Flüssigkeit auf sich selbst bei einer ebenen, P — Q bei einer concaven und P + Q bei einer convexen Oberfläche; so ist der Druck, den der Querschnitt JK vertikal abwärts erleidet gleich

$$BHs + P \mp Q$$

wo BHs den hydrostatischen Druck der Flüssigkeitssäule, und der zweite Ausdruck den Druck angibt, den die Oberfläche in Folge der nach Innen gerichteten Zugkräfte der unterhalb befindlichen Molecüle erleidet, und der sich bekanntlich nach allen Seiten fortpflanzt; das obere Zeichen bezieht sich auf die concave, das untere auf die convexe Oberfläche. Der Druck, den der Querschnitt JK nach aufwärts erfährt, rühet her von dem hydrostatischen Drucke der Flüssigkeitssäule LMGH und von der Molecularaction P an der ebenen Oberfläche GH; er ist somit gleich

$$BH's + P;$$

da diese zwei Pressungen einander gleich sind, so haben wir

$$BHs + P \mp Q = BH's + P,$$

und hieraus $$\mp Q = B(H' - H)s.$$

wo $-Q$ sich auf die concave und $+Q$ auf die convexe Oberfläche bezieht. Ist nun die Oberfläche der Flüssigkeit im Röhrchen concav, also Q negativ, so ist offenbar

$$H > H'$$

d. h. die Höhe der Flüssigkeitssäule in Röhrchen erscheint größer als die der Flüssigkeit außerhalb des Röhrchens. Ist dagegen die Oberfläche der Flüssigkeit im Röhrchen convex, also Q positiv, so ist

$$H < H'$$

d. h. die Flüssigkeit steht im Röhrchen niedriger als außerhalb desselben. Der Unterschied $H' - H = h$ drückt die Größe der Elevation oder die Größe der Senkung (Depression) der Flüssigkeit aus; und da in einem cylindrischen Röhrchen B h das Volumen der Säule ABEF oder der Säule EFNO angibt, so drückt die Größe B h s, folglich auch die ihr gleiche Größe Q das Gewicht der einen oder der andern Säule aus. Das Verhältniß der Höhen dieser Säulen in cylindrischen Röhrchen findet man, wenn man in Erwägung zieht, daß die Erhebung so wie die Depression der Flüssigkeit in Haarröhrchen eine Folge der Aenderung ist, welche die Molecularaction der Flüssigkeit auf sich selbst durch die Einwirkung der Wände des Gefäßes erleidet, und daß daher in cylindrischen Röhrchen, deren Durchmessern d und d' sind,

$$Q : Q' = B\,h\,s : B'\,h'\,s : = d^2\,h : d'^2\,h'.$$

Allein die Größen Q und Q' sind zugleich Maße für die Stärke der Einwirkungen der festen Wände auf die Flüssigkeit; wir können diese Maße bei übrigens gleichen Umständen den Längen der Linien, in welchen die freien Flüssigkeitsoberflächen die inneren Wände der Röhrchen berühren, proportional annehmen; in den cylindrischen Röhrchen sind diese Berührungslinien ganze Kreislinien, deren Durchmesser d und d' sind; somit ist

$$Q : Q' = \pi\,d : \pi\,d' = d : d'; \text{ und}$$
$$d^2\,h : d'^2\,h' = d : d', \text{ daher}$$
$$d\,h = d'\,h' \text{ und}$$
$$h : h' = d' : d$$

d. h. die Größe der Elevation so wie die der Depression der Flüssigkeit ist in einem cylindrischen Röhrchen dem Durchmesser desselben umgekehrt proportionirt, wie es die Versuche bestätigen. Die Versuche lehren auch, daß die Wirkung der Capillarität mit der Erhöhung der Temperatur der Flüssigkeit kleiner wird.

Den Durchmesser eines Haarröhrchens bestimmt man, indem man das Gewicht p des Quecksilbers ermittelt, welches ein Stück dieses Röhrchens von gemessener Länge $= l$ enthält. Ist s das spezifische Gewicht des Quecksilbers, so ist offenbar

$$p = \frac{\pi\,d^2}{4}\,l\,s, \text{ mithin } d = 2\sqrt{\frac{p}{\pi\,l\,s}}.$$

2. Zwischen zwei Platten, die parallel und sehr nahe an einander in eine Flüssigkeit, welche sie zu benetzen vermag, eingetaucht werden, erhebt sich die Flüssigkeit zu einer Höhe, die nur halb so groß ist, als diejenige, zu der dieselbe Flüssigkeit in einem cylindrischen Haarröhrchen emporsteigt, dessen Durchmesser $= d$ dem Abstande der beiden Platten gleich ist. Denn ist l die Länge der geraden Linie, längst welcher die freie

Oberfläche der Flüssigkeit eine Platte berührt, und Q′ die Kraft, welche die Aenderung in der Gestaltung der Oberfläche bewirkt, so ist

$$Q : Q' = \pi\, d : 2\, l.$$

Da das Volumen der zwischen den Platten erhobenen Säule nahe die Gestalt eines Parallelopipeds hat, dessen Basis das Rechteck d l und dessen Höhe x ist, so ist d l x das Volumen, und d l s x das Gewicht dieser Säule, und man hat:

$$Q : Q' = \frac{\pi\, d^2}{4}\, h s : d l s x,$$

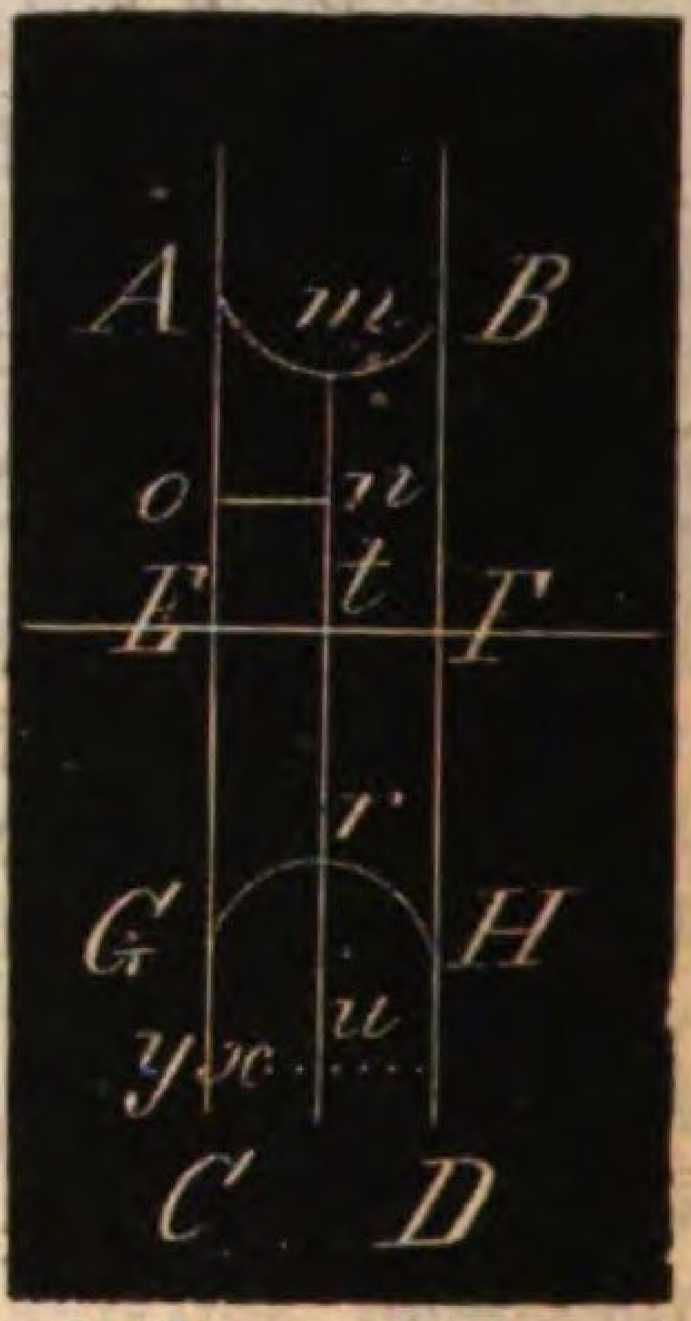
daher $\pi\, d h : 4 l x = \pi\, d : 2 l$, und

$$x = \frac{h}{2}$$

was zu beweisen war.

3. Sind die beiden Platten beweglich und so nahe an einander, daß die freie Oberfläche eine convave oder eine convexe Gestalt annimmt, so nähern sie sich einander bis zur Berührung, die so innig wird, daß sie stark an einander haften bleiben; dieß geschieht, mag die Flüssigkeit zwischen den Platten erhoben oder niedergedrückt erscheinen. Diese Annäherung ist für den Fall, wo die Flüssigkeit in Röhrchen deprimirt ist, leicht zu begreifen, weil wohl an den Plattenstücken GC und HD, Fig. 69. welche die Flüssigkeit von beiden Seiten umgibt, die an jeder Stelle vorkommenden Pressungen von Außen nach Innen und von Innen nach Außen einander gleich sind, und sich aufheben, allein an die Stücke EG und FH übt die äußere Flüssigkeit einen Druck aus, der durch keinen Gegendruck aufgehoben werden kann, und daher eine Annäherung der Platten bewirkt.

Fig. 69.



Daß unterhalb der Oberfläche GH die Pressungen von Außen nach Innen und umgekehrt an jeder Stelle einander gleich sind, wird ersichtlich, wenn man bedenkt, daß z. B. das Element x an der innern Seite der Wand GC, dessen Fläche wir mit w bezeichnen wollen, nicht nur den hydrostatischen Druck $= w s . r u$, welcher der durch x gehenden Niveaufläche angehört, sondern auch den von der Molecularaction an der convexen Oberfläche herkommenden Druck $p + q$ in horizontaler Richtung erleidet, mithin den Druck

$$w s . r u + p + w s . r t = p + w s . u t,$$

wenn man berücksichtigt, daß $q = w s . r t$;

aber der Druck, den die in gleicher Tiefe liegende Stelle y von Außen nach Innen erfährt, ist, wie man leicht sieht, gleich

$$p + w s . E y = p + w s . u t,$$

mithin eben so groß als der Druck von Innen nach Außen.

Im zweiten Falle, wo die Flüssigkeit über EF bis AB emporsteigt, müssen die beweglichen Wände sich ebenfalls einander nähern; denn an den Stücken EC und FD sind wohl in jedem Querschnitte die Pressungen von beiden Seiten gleich und halten sich das Gleichgewicht, aber dieß findet nicht mehr an den über dem Niveau stehenden Theilen Statt. Um dieß nachzuweisen, nehmen wir ein Theilchen bei o, dessen unendlich kleine Fläche w ist, und ziehen von o die horizontale o n, dann aufwärts die vertikale n m, und beachten den Druck, den o horizontal von Innen nach Außen erfährt; er ist offenbar gleich $p - q + w s . m n$

oder, wenn man berücksichtigt, daß q gleich ist dem Gewichte der gehobenen dünnen Säule m t, gleich

$$p - w\,s.\,m\,t + w\,s.\,m\,n = p - w\,s.\,n\,t.$$

Da bei o die Oberfläche der Flüssigkeit eben ist, so ist p der daselbst nach einwärts, in der Richtung o n thätige Molecularzug, der dem Drucke von Innen nach Außen entgegenwirkt, und da er stärker ist, auch das Uebergewicht erhält, so daß das Theilchen o mit der Kraft

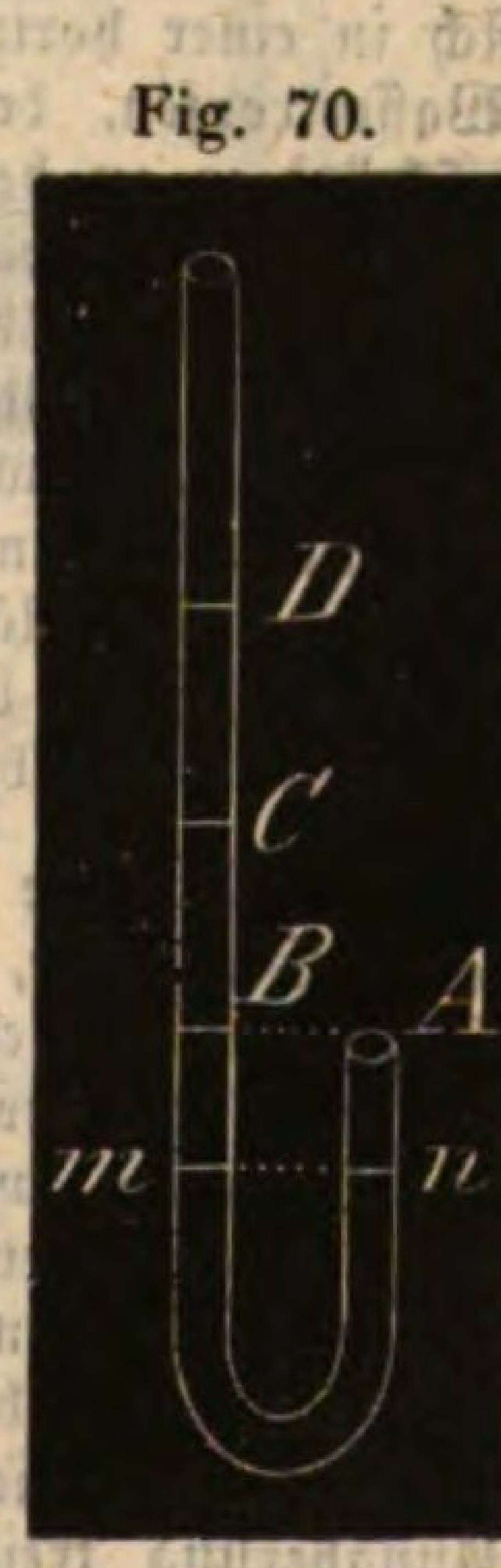
$$p - p + w\,s.\,n\,t = w\,s.\,n\,t,$$

d. i. mit einer Kraft, die dem Gewichte der Säule n t gleich ist, nach einwärts gezogen wird. Auf diese Art wird ersichtlich, daß ein jedes an der Platte AE und BF befindliche Theilchen mit einer Kraft, die dem Abstande desselben von der äußeren Oberfläche der Flüssigkeit proportional ist, einwärts gezogen, und dadurch eine Annäherung der beiden Platten veranlaßt wird. Hieraus erklärt sich das starke Aneinanderkleben nasser Papierblätter und nasser Sandkörner; denn sie kommen in Folge der Haarröhrchenwirkung so nahe aneinander, daß die Cohäsionskräfte sich bemerkbar äußern können.

Wird ein Haarröhrchen aus einer Flüssigkeit, die es benetzt, langsam herausgezogen, und die Wand am unteren Ende sorgfältigst abgetrocknet, so bleibt im Röhrchen eine Säule hängen, die oben von einer concaven, unten aber von einer converen Oberfläche begrenzt ist, und deren Höhe doppelt so groß ist, als in dem Falle, wo das untere Ende des Haarröhrchens in der Flüssigkeit eingetaucht bleibt; denn an der oberen concaven Oberfläche wird die Flüssigkeit in Folge der Molecularthätigkeit mit der Kraft P — Q nach abwärts, an der unteren converen dagegen mit der Kraft P + Q′ aufwärts gedrückt; die Resultirende dieser zwei Kräfte Q + Q′ hat die Richtung der größeren nach aufwärts wirkenden Kraft, und treibt die Flüssigkeit in die Höhe, bis ihr der hydrostatische Druck der gehobenen Säule das Gleichgewicht hält. Hat man den Wandrand an der Mündung gut abgetrocknet, daß er an keinem Punkte seiner Breite naß ist, oder ist die Wand sehr dünn, so wird die Krümmung der beiden Oberflächen dieselbe, mithin Q = Q′, und die Resultirende, welche die Flüssigkeitssäule trägt, ist = 2Q d. h. doppelt so groß, als die Kraft, welche die Elevation der Flüssigkeit beim eingetauchten Ende des Röhrchens hervorbringt.

In einem heberförmig gekrümmten Haarröhrchen, von durchaus gleichem Durchmesser, bei dem ein Schenkel kürzer ist als der andere, erscheint die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so lange sie die Mündung A, Fig. 70., des kürzeren noch nicht erreicht hat; gießt man durch den längeren Schenkel Flüssigkeit zu, so bemerkt man:

Fig. 70.



a) daß an der Mündung A die concave Oberfläche allmälig in eine Ebene übergeht, und im längeren Schenkel über dem Niveau AB eine Flüssigkeitssäule sich erhebt, deren Höhe BC eben so groß ist, wie in einem Haarröhrchen von demselben Durchmesser, das in dieselbe Flüssigkeit eingetaucht wird, was leicht zu begreifen ist, wenn man berücksichtigt, daß bei C eine concave bei A aber eine ebene Oberfläche vorhanden ist.

b) Bei fernerem Zufluße der Flüssigkeit in den längeren Schenkel gestaltet sich bei A eine convere Oberfläche; die hier einwärts wirkende Kraft ist nun P + Q, während die entgegenwirkende im längeren Schenkel nun gleich P — Q ist, mithin erhält die Resultirende den Werth 2Q und treibt die Flüssigkeit über AB zu einer Höhe BD = 2BC.

Taucht man zwei Glasplatten, die sich an einer Seite AB, berühren, während die gegenüberliegenden Seiten CD und EF nur wenig

von einander abstehen, einige Linien tief in gefärbtes Wasser, so daß die Seite AB, Fig. 71., vertikal steht, so bilden ihre regelmäßig zunehmenden Abstände p n, p' n' ein System von schmalen parallelen Platten, zwischen denen sich die Flüssigkeit zu Höhen erhebt, die diesen Abständen umgekehrt proportionirt sind; es ist also

$$m\,p : m'\,p' = p'\,n' : p\,n;$$

die Flüssigkeit erhebt sich desto höher, je näher sie sich der Kante AB befindet. Setzt man

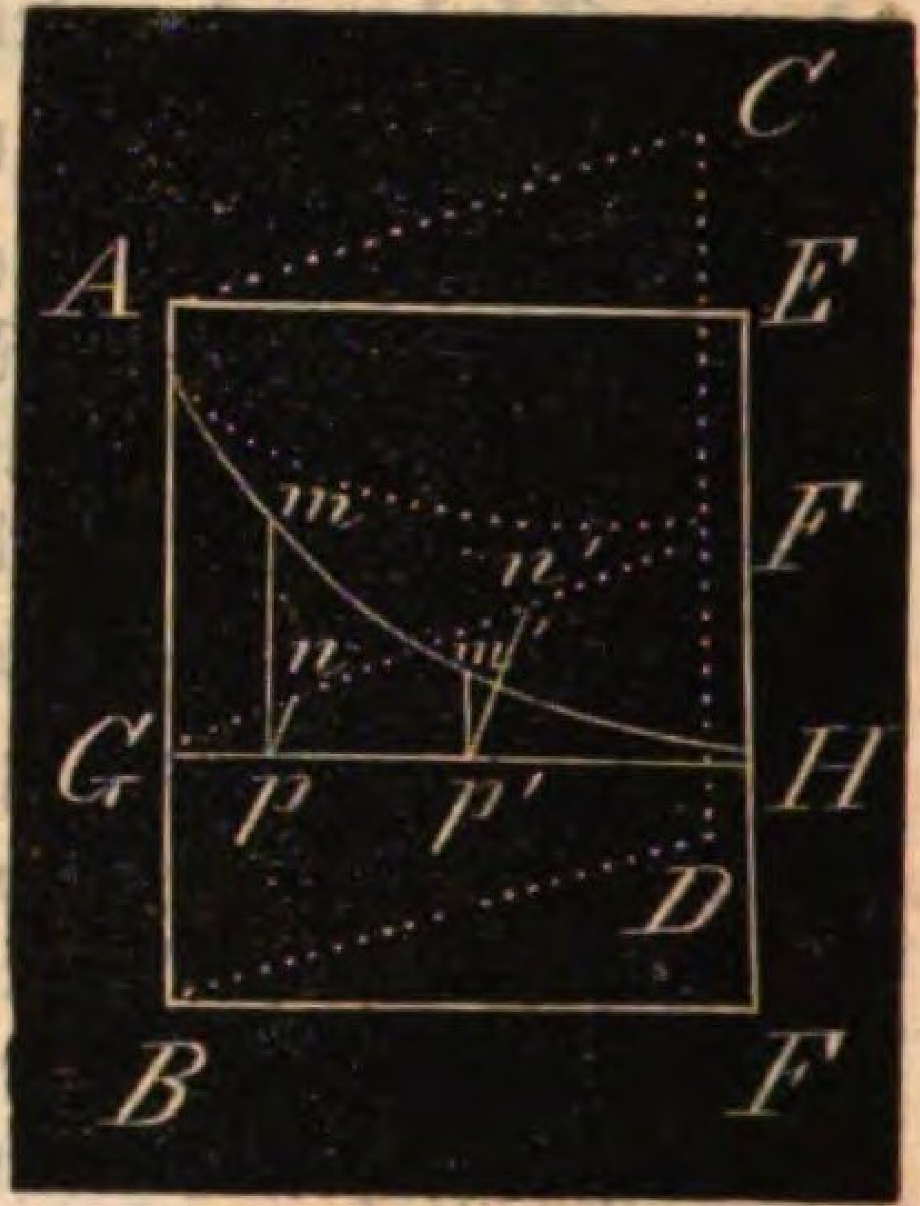
$G\,p = x$, $G\,p' = x'$, $m\,p = y$, $m'\,p' = y'$, und berücksichtigt, daß

$p'\,n' : p\,n = G\,p' : G\,p = x' : x$, so erhält man $y : y' = x' : x$ und

$$x\,y = x'\,y' = c$$

d. h. das Produkt aus der Ordinate der krummen Linie, welche die oberen Endpunkte des gehobenen Wassers bilden, in die zugehörige Abscisse ist eine constante Größe.

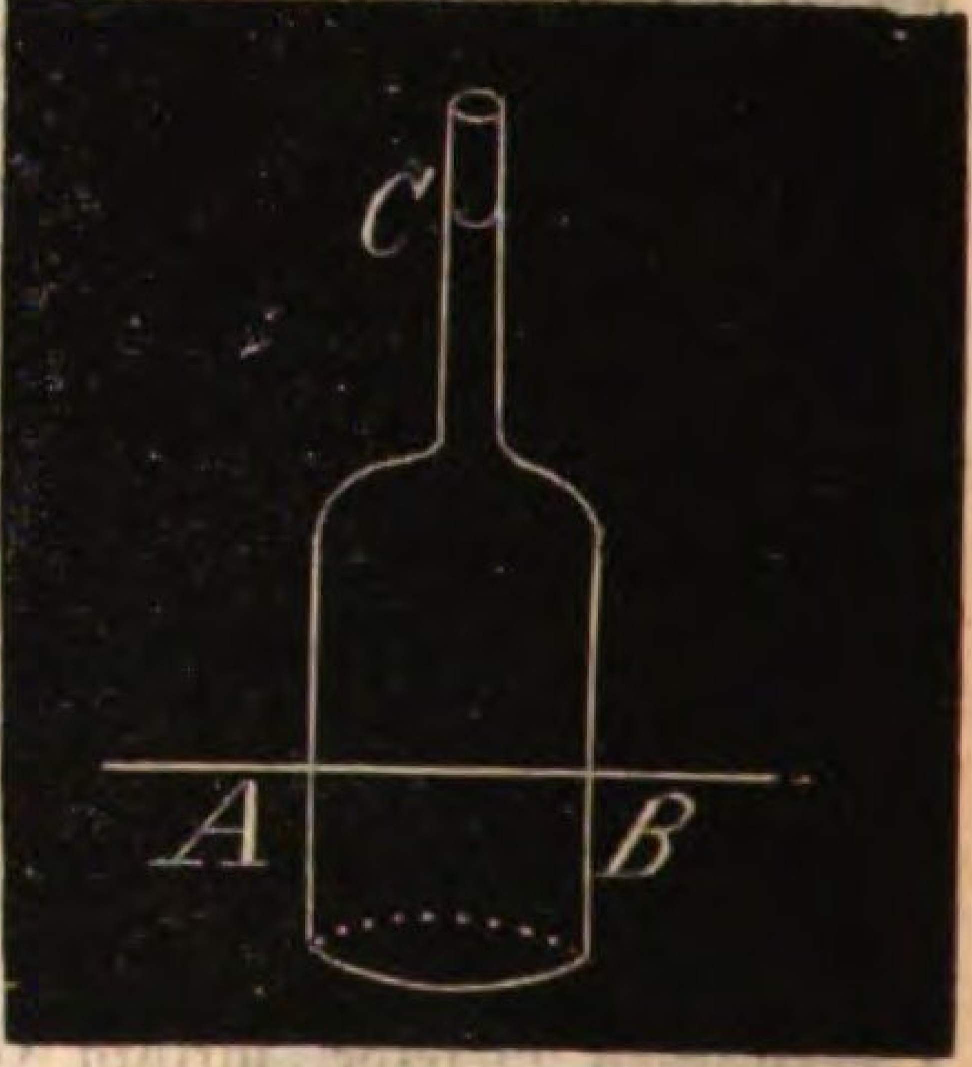
Fig. 71.



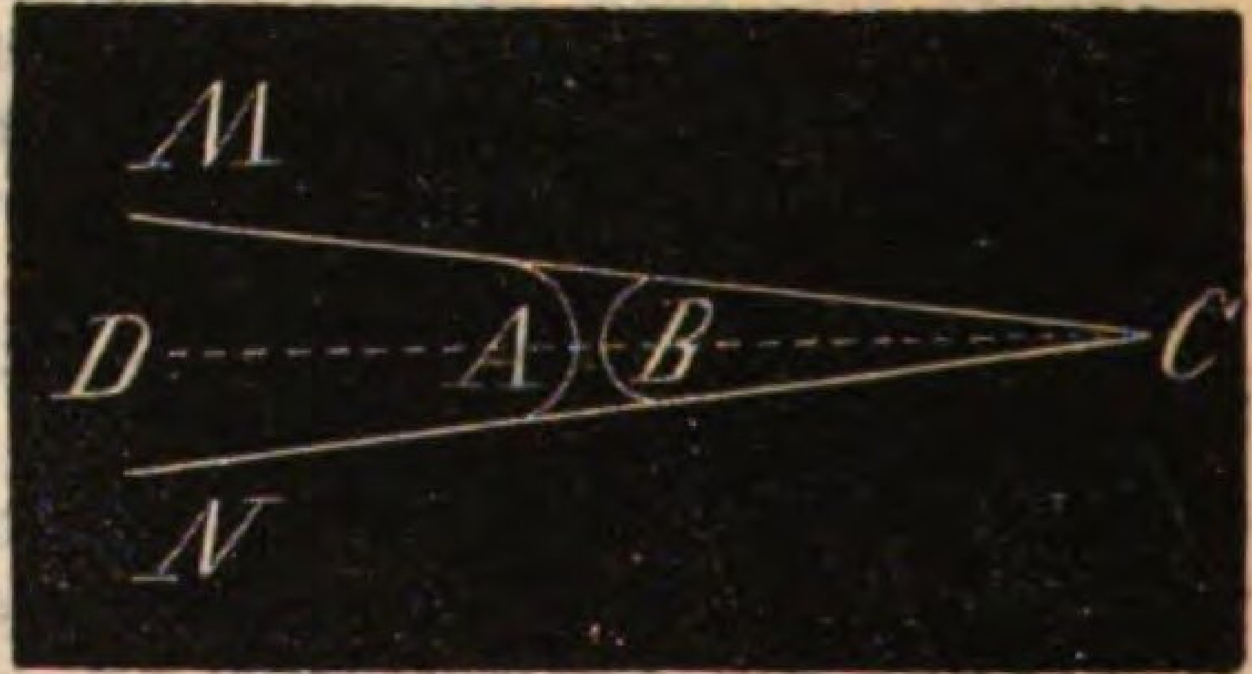
Da dieß nur bei einer Hyperbel eintritt, wenn deren Assymptote zur Abscißenaxe genommen wird; so folgt, daß die Oberfläche der zwischen den Platten gehobenen Flüssigkeit eine Hyperbel ist, deren Assymptote in dem Niveau der äußeren Flüssigkeit liegt.

Wird ein weites Gefäß, daß sich oben in ein vertikales Haarröhrchen endigt, in eine Flüssigkeit, die seine Wände zu benetzen vermag so tief eingetaucht, daß die Flüssigkeit sich auch im Haarröhrchen erhebt, so kann man das Gefäß mehr in die Höhe ziehen, und es wird die darin befindliche Masse über das Niveau der äußeren Flüssigkeit emporgehoben, so als wenn der Durchmesser des Gefäßes überall dem des Haarröhrchens gleich wäre. Die Ursache ist in dem Gesetze zu suchen, daß der hydrostatische Druck an jedem Punkte der horizontalen Schichte AB, Fig. 72., die im Niveau der äußeren Flüssigkeit liegt, nur von der Höhe der Flüssigkeit abhängt, und daher derselbe ist, wie er wäre, wenn das Gefäß in seiner ganzen Höhe den Durchmesser des Haarröhrchens hätte.

Fig. 72.



Bringt man zwischen zwei gegen einander geneigte Platten MC und NC die sich in einer horizontalen Linie schneiden, einen Wassertropfen, der beide Platten benetzt, so erscheint er an beiden Seiten A und B concav, mithin ist die Molecularaction bei A = P — Q und treibt den Tropfen gegen die Durchschnittslinie beider Platten hin, bei B hingegen ist sie P — Q' und wirkt in der entgegengesetzten Richtung. Da nun wegen der stärkeren Krümmung der Oberfläche B der Werth von $Q' > Q$, so gewinnt die bei A wirkende Kraft das Uebergewicht und bewegt den Tropfen gegen den Scheitel des Winkels C.



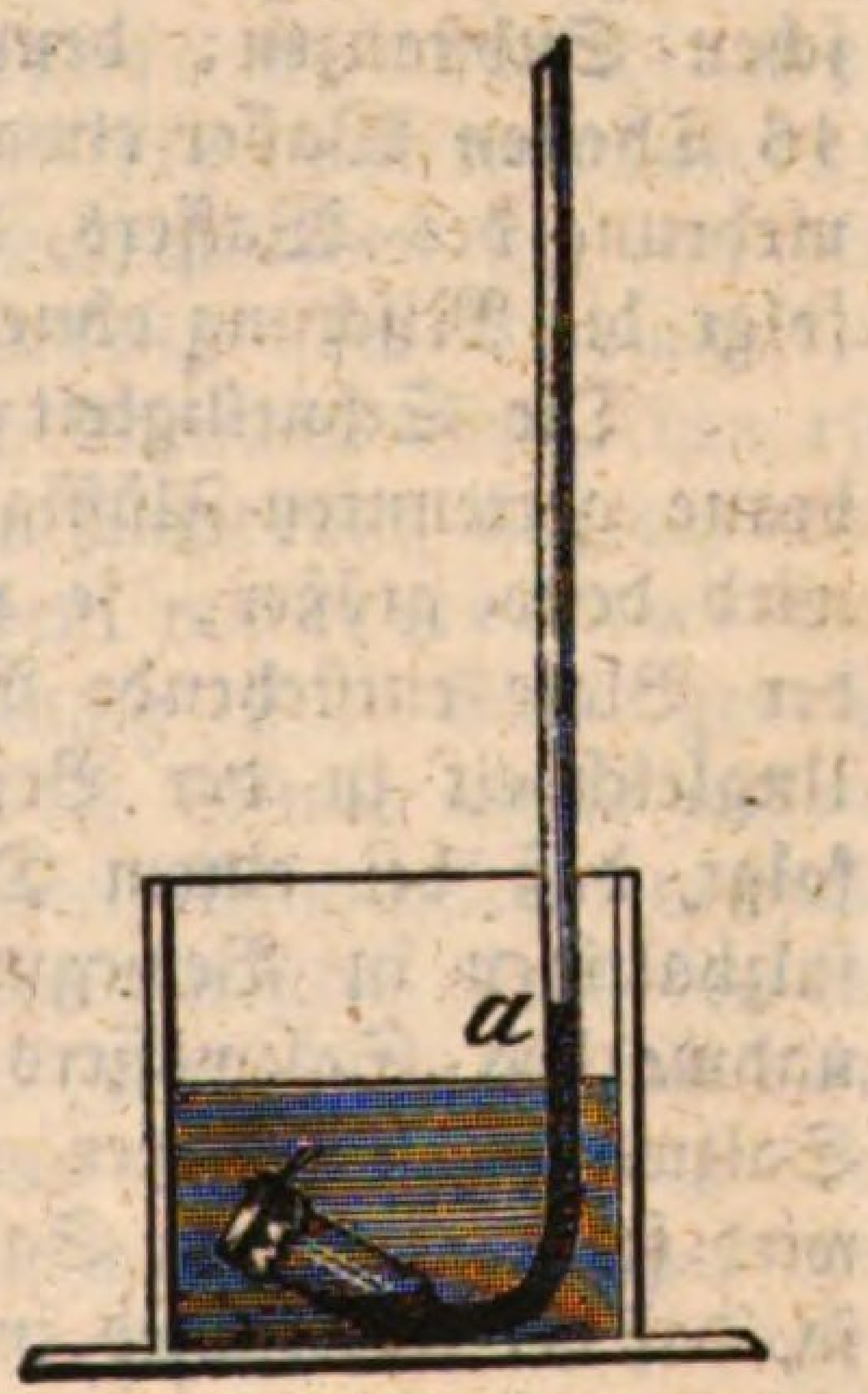
Dieselbe Erscheinung beobachtet man in einer conischen, an beiden Enden offenen Glasröhre, deren Axe horizontal liegt. — Ein Quecksilbertropfen, dessen Oberfläche in einem conischen Glasröhrchen an beiden Seiten sich convex gestaltet, bewegt sich nicht wie der Wassertropfen gegen die Spitze des Kegels, sondern gegen die weitere Oeffnung, wie es sich leicht erweisen läßt. Zwei Korkkugelchen, die auf der Oberfläche des Wassers schwimmen und benetzt werden, bewegen sich lebhaft gegen einander sobald sie so wenig von einander abstehen, daß das zwischen ihnen befindliche Wasser eine concave Oberfläche annimmt und sich erhebt. Die Ursache der Annäherung ist dieselbe, wie die, welche bewegliche und von einander wenig entfernte Platten zur Annäherung treibt. Hieraus erklärt sich warum öfters Körper, die an der Oberfläche einer Flüssigkeit schwimmen, von den Gefäßwänden angezogen werden. — Dieselbe

Erscheinung nimmt man auch zwei Wachskügelchen wahr, die im Wasser schwimmen, aber nicht benetzt werden, oder an zwei Glaskugeln in Quecksilber, sobald ihr gegenseitiger Abstand so klein ist, daß die dazwischen befindliche Flüssigkeit eine convexe Oberfläche erhält. — Wird dagegen eine Kugel von der Flüssigkeit benetzt, die andere aber nicht, so entfernen sie sich von einander und scheinen sich abzustoßen, sobald sie in die gehörige Nähe gekommen sind.

§. 68. Endosmose. Bei der Mischung zweier ungleichartigen durch eine poröse Scheidewand getrennten Flüssigkeiten mit Volumänderung tritt zu der Anziehung, welche die beiden ungleichartigen und in den Poren der Scheidewand sich berührenden Flüssigkeiten zu einander äußern, wie aus Liebigs *) Untersuchungen hervorgeht, in der stärkeren Anziehung der einen Flüssigkeit zu der Scheidewand eine zweite Ursache hinzu, welche die Bewegung und den Durchgang dieser Flüssigkeit beschleunigt, und dadurch bewirkt, daß sie in größerer Menge überströmt, als die andere. Solange die Differenz in der Zusammensetzung der sich mischenden Flüssigkeiten sehr groß ist, geht die Volumänderung rasch vor sich, zuletzt wird sie kaum merklich, obwohl die Mischung bis zur vollständigen Gleichförmigkeit fortdauert.

Die Wirkung, welche in Folge der ungleichen Anziehung der verschiedenartigen Flüssigkeiten gegen die Scheidewand entsteht, ist einem mechanischen Drucke gleich, der von der einen Seiten stärker wirkt, als von der andern. Bringt man z. B. in die Röhre a Fig. 73., deren weite Mündung mit einer Blase überbunden ist, Salzwasser, gießt hierauf in die enge Röhre soviel Quecksilber, daß das Salzwasser durch die Poren der Blase in feinen Tropfen auszutreten beginnt, vermindert, dann wieder den Druck durch Herausnahme von Quecksilber soweit, daß das Austreten des Salzwassers aufhört, und taucht nun die Röhre ins Wasser ein, das mit Indigotinktur blau gefärbt ist, so erscheint das Salzwasser nach und nach auch gefärbt; indem sich die Flüssigkeiten miteinander ohne Volumenvermehrung in der Röhre mischen, mithin so, wie wenn kein Druck auf das Salzwasser wirken würde, weil jetzt der stärkern Anziehung, welche zwischen dem Wasser und der Blase besteht, und die wie ein mechanischer Druck wirkt, der das Wasser gegen die Blase treibt, der Druck der Quecksilbersäule, der das Salzwasser zur Blase hindrängt, Gleichgewicht hält, weshalb in jeder Secunde eben soviel Salzwasser durch die Blase austritt, als reines Wasser in die Röhre eintritt. Nimmt man die Quecksilbersäule weg, so erfolgt sogleich eine Mischung mit Volumvermehrung der Flüssigkeit in der Röhre.

Fig. 73.



Ueberbindet man eine kurze Röhre, die mit Salzwasser oder Alcohol gefüllt ist, an beiden Enden mit einer frischen Blase und bringt sie dann ins reine Wasser, so dringt das Wasser ein, die Blasenoberflächen gestalten

*) Untersuchungen über einige Ursachen der Säftebewegung im thierischen Organismus. Braunschweig 1848.

sich convex, schwellen an, bersten aber nicht, weil der Druck im Inneren gegen die Blase, der durch die Aufnahme des Wassers steigt, endlich die Stärke erreicht, bei welcher der stärkeren Anziehung der Blase gegen das Wasser Gleichgewicht gehalten wird, worauf der Austausch beider Flüssigkeiten ohne Volumveränderung erfolgt.

Der Einfluß der Natur der Scheidewand ergibt sich, wenn man eine Röhre nicht mit einer Blase, sondern mit einer dünnen Kautschukhaut unterbindet, sie dann mit Alcohol füllt, und ins Wasser eintaucht; das Volum des Alcohols in der Röhre nimmt jetzt nicht zu, sondern es wird im Gegentheil kleiner, weil Alcohol eine stärkere Anziehung zum Kautschuck äußert als Wasser.

Die Versuche lehren ferner, daß Auflösungen von Thierleim, Gummi, Zucker, Eiweiß, wenn sie durch eine Blase vom Wasser getrennt sind, an Volumen zunehmen; diese Volumzunahme ist bei diesen verschiedenen Lösungen selbst in dem Falle verschieden, wenn sie dieselbe Dichtigkeit besitzen. So z. B. beträgt die Volumzunahme bei einer Dichte von 1.07 bei der Leimlösung 3, bei einer Gummilösung 5, bei einer Zuckerlösung 11, bei Eiweiß 12, woraus hervorgeht, daß eine thierische Membrane für eine Albuminlösung bezüglich der Lösungen von andern organischen Substanzen die geringste Absorptionsfähigkeit besitzt. Ein schwacher Gehalt einer Säure vermehrt die Durchgangsfähigkeit sowohl vom Wasser als von Lösungen mancher organischen Substanzen; denn setzt man z. B. einer Lösung von 1 Thl. Zucker in 16 Theilen Wasser etwas Oxalsäure zu, so beobachtet man eine Volumvermehrung des Wassers, beträgt die Menge des Zuckers doppelt soviel, so erfolgt die Mischung ohne Volumenänderung.

Die Schnelligkeit der Mischung der ungleichartigen, durch eine Membrane getrennten Flüssigkeiten nimmt mit der Dicke der Membrane ab, und wird desto größer, je rascher die in den Poren und an den beiden Flächen der Blase entstehende Mischung ihren Platz ändert, und die ursprüngliche Ungleichheit in der Beschaffenheit der Flüssigkeiten sich erneuert. Hieraus folgt, daß bei einem Darm, der mit reinem Wasser gefüllt und von einem salzhaltigen in Bewegung befindlichen Wasser umgeben ist, die Volumzunahme des Salzwassers, mithin der Uebergang des reinen Wassers zum Salzwasser in kürzerer Zeit erfolgen muß, als wenn letzteres ruhig wäre; wird ferner das zum Salzwasser übergegangene Wasser unaufhörlich entfernt, so, daß der Unterschied im Salzgehalte stets derselbe bleibt, so wird die größte Wirkung dauernd eintreten. — Die Blutgefäße enthalten eine Flüssigkeit, für welche die Wände derselben im normalen Zustande weit weniger durchdringlich sind, als für andere Flüssigkeiten des Körpers; diese Blutflüssigkeit bewegt sich mit einer gewissen Geschwindigkeit und wird durch die Harnwerkzeuge beständig auf demselben Grade der Concentration erhalten; sie ist somit geeignet, andere Flüssigkeiten, die sich im Körper bilden, rasch aufzunehmen, und wieder durch die Harnwerkzeuge aus dem Körper zu führen. Der ganze Darmkanal ist mit solchen Gefäßen umgeben; daher mischen sich alle Flüssigkeiten, welche von den Wänden des Darmkanals in die Blutgefäße aufgenommen werden können, sehr schnell mit dem Blute, so daß der Darmkanal von den Flüssigkeiten bald entleert wird, und das Volumen des Blutes zunimmt, wenn durch die Nieren keine Ausgleichung eintritt. Das Aufsaugungsvermögen der Wände des Darmkanals ist für reines Wasser groß,

aber desto kleiner, je größer der Salzgehalt desselben wird; trinkt man z. B. 3 Gläser von solchem Wasser, welches $\frac{3}{4}$ bis 1 Prozent Kochsalz enthält, so bezeugt ein Gefülltsein, Druck und Schwere im Magen, daß dieses Wasser eine längere Zeit zur Aufsaugung braucht. — Auflösungen von Rohrzucker Traubenzucker, Milchzucker, Gummi die vermittelst einer Membrane mit dem Wasser in Berührung sind, verhalten sich eben so wie in Lösungen der Mineralsalze, aber im lebenden Organismus erleiden sie durch den Einfluß des Magensaftes rasche Veränderungen, wodurch die Wirkung, die sie außerhalb des Organismus zeigen, aufgehoben wird. Aus dem Gesagten wird ersichtlich, daß die Beschaffenheit der Membranen und Häute auf die Verbreitung der Flüssigkeiten im thierischen Organismus den größten Einfluß übt.

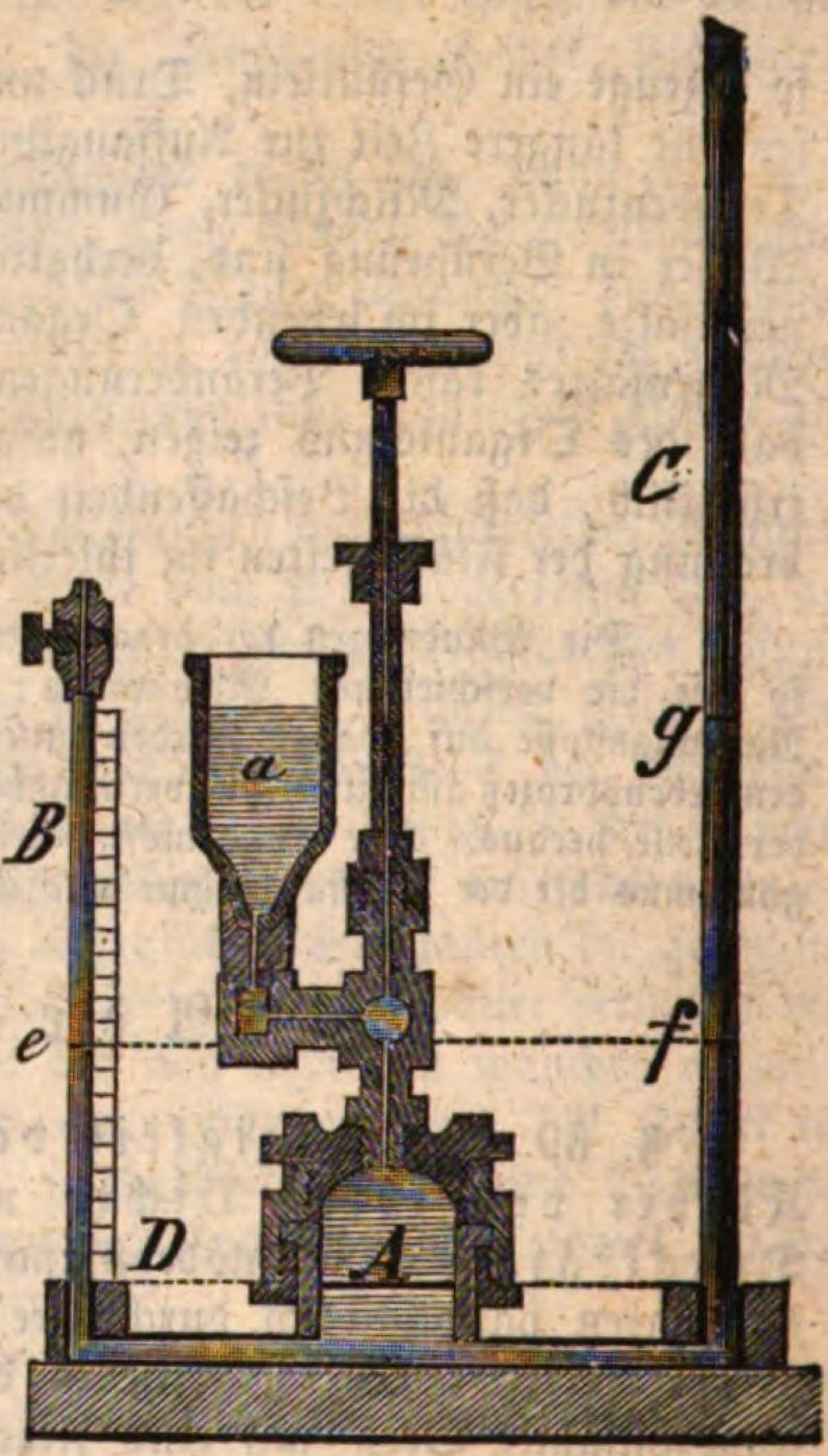
Die Wandungen der organischen Zellen verhalten sich gegen Flüssigkeiten eben so wie die verschiedenen Membranen; sie nehmen in Folge der Endosmose gelöste Nahrungsstoffe auf; davon werden innerhalb der organischen Zelle gewisse Theile durch den Lebensprozeß assimilirt, die verbrauchten Stoffe, in der Flüssigkeit gelöst, treten aus der Zelle heraus. Die Endosmose wirkt im thierischen so wie im vegetabilischen Organismus bei der Stoffaufnahme und Stoffausscheidung wesentlich mit.

Aerostatik.

§. 69. Abhängigkeit der Expansivkraft ausdehnsamer Körper von ihrer Dichte und den auf sie einwirkenden Druckkräften. Die ausdehnsamen Flüssigkeiten unterscheiden sich von den tropfbaren hauptsächlich durch ihre Ausdehnsamkeit oder Expansivkraft, deren Größe bekanntlich durch den Druck bestimmt wird, den ein ausdehnsamer Stoff auf eine Flächeneinheit seiner Umgebung äußert, und der von der Dichte, Temperatur und der materiellen Beschaffenheit des ausdehnsamen Stoffes abhängig ist. Eine genaue Kenntniß der Gesetze dieser Abhängigkeit ist für die Lösung vieler wissenschaftlichen und praktischen Aufgaben von der höchsten Wichtigkeit, weshalb mit der Auffindung dieser Gesetze sich die ausgezeichnetsten Naturforscher beschäftigt haben. Mariotte hat zuerst (um das Jahr 1650) durch Versuche dargethan, daß bei ungeänderter Temperatur die Expansivkraft der Luft in demselben Verhältnisse steigt und fällt, in welchem die Dichte derselben durch eine drückende Kraft vergrößert oder vermindert wird. Dieses Gesetz, daß wie weitere Versuche zeigten, alle Gase befolgen, wird nach seinem Entdecker das Mariottesche genannt, und kann mit dem Apparate, Fig. 74., bewiesen werden. A ist ein gußeisernes Gefäß, oben mit einer Fassung versehen, an die eine Druckpumpe von derselben Einrichtung, wie bei dem Compressionsapparate, Fig. 48., angeschraubt werden kann; dieses Gefäß A hat unten an den Seiten gußeiserne horizontal laufende Röhren, die an den Enden vertikal aufwärts gebogen, und hier mit Fassungen zum luftdichten Ansetzen der Röhren B und C versehen sind; die Röhre B ist in gleiche Volumtheile getheilt, und hat oben eine Fassung mit einem Hahne, um trockene atmosphärische Luft, oder auch ein anderes Gas einzulassen, und dann wieder den Raum in der Röhre abzuschließen; C ist oben offen, und so hoch als es das Lokale gestattet. Man füllt die Röhre B bei geschlossenem Hahne mit Quecksilber und gießt auch in das Gefäß A so viel Quecksilber, daß, wenn

man die Röhre B in D ansetzt, die Mündung derselben in Quecksilber taucht; die Röhre B, deren Höhe nicht groß zu sein braucht, wird dann ganz mit Quecksilber gefüllt bleiben; bringt man aber das obere Ende mit einem Luft- oder Gasbehälter in Verbindung und öffnet den Hahn, so füllt sich B mit der im Behälter befindlichen trockenen Luftart und das Quecksilber sinkt herab; erscheint das Quecksilber in den Röhren B und C gleich hoch, so hat die in die Röhre B eingetretene Luftart dieselbe Dichte und Expansivkraft wie die äußere atmosphärische Luft, die auf die Oberfläche des Quecksilbers in C drückt, welcher Druck am Barometer gemessen wird. Nun wird der Hahn der Röhre B geschlossen, der noch übrige leere Raum des Gefäßes A mit Wasser gefüllt und die Druckpumpe mit ihrem Wasserbehälter a angeschraubt; preßt man Wasser in das Gefäß A ein, so wird die Luft in der Röhre B zusammengedrückt und gleichzeitig das Quecksilber in der Röhre C steigen. Gesetzt das Quecksilber stehe in der offenen Röhre C bis g, und in der geschlossenen B bis e, so ziehe man durch e die horizontale e f, und berücksichtige, daß auf die in B eingeschlossene Luft nebst dem Drucke der äußeren Luft auch der Druck der Quecksilbersäule f g, deren Höhe der Niveaudifferenz des Quecksilbers in B und C gleich ist, wirksam ist, und daß daher die Luft in B durch Verdichtung eine Expansivkraft erlangt hat, die den beiden Pressungen das Gleichgewicht hält. Das Gewicht der kleinen in der Röhre B eingeschlossenen Luftmasse kann unbeachtet bleiben. Wird noch mehr Wasser in das Gefäß eingepreßt, so wird eine noch größere Volumverminderung der Luft in B, und eine noch größere Niveaudifferenz des Quecksilbers in den beiden Röhren bewirkt. An einer an der Seite der Röhre C angebrachten Skala kann diese Niveaudifferenz genau gemessen werden. Man muß dafür sorgen, daß die Temperatur während der Untersuchung unverändert bleibt. Es seien in einer Reihe von Versuchen h, h′, h″, . . . die Niveaudifferenzen oder die Höhen der drückenden Quecksilbersäulen in der Röhre C, b sei der Barometerstand, s das spezifische Gewicht des Quecksilbers; so sind die auf eine Flächeneinheit der in B eingeschlossenen Luftmasse sich beziehenden Pressungen nach einander:

Fig. 74.



$$(h + b)\,s,\ (h' + b)\,s,\ (h'' + b)\,s,\ \ldots.$$

Sind v, v′, v″ . . . die bei diesen Pressungen beobachteten Volumen, d, d′, d″ . . . die zugehörigen Dichtigkeiten der gepreßten Luft, und

e, e′, e″ . . . ihre Expansivkräfte, die den drückenden Kräften das Gleichgewicht halten und ihnen somit gleich sind; so hat man:

$$e = (h + b)\ s,\ e' = (h' + b)\ s,\ e'' = (h'' + b)\ s \ldots$$

und $e : e' : e'' : \ldots = h + b : h' + b : h'' + b : \ldots$ (1)

Vergleicht man die gemessenen Volumen der zusammengedrückten Luft mit den drückenden Kräften, so ergibt sich unmittelbar aus den Versuchen, daß

$$h + b : h' + b : h'' + b : \ldots = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \ldots \quad (2)$$

d. h. das Volumen der Luft nimmt in dem Verhältnisse ab, in welchem der Druck, dem sie ausgesetzt ist, zunimmt. Beträgt z. B. das Volumen der eingeschlossenen Luft nur $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$ von dem anfänglichen Volumen, so findet man den Druck 2, 3, 4 Atmosphären groß; denn die Niveaudifferenz des Quecksilbers in beiden Röhren beträgt, dann b, 2b, 3b, wozu noch der Druck b der äußeren Luft zu addiren ist.

Da beim Zusammendrücken einer Luftmasse die Dichte derselben in dem nämlichen Verhältnisse wächst, in welchem das Volumen abnimmt, so ist

$$d : d' : d'' : \ldots = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \ldots$$

folglich auch

$$d : d' : d'' : \ldots = h + b : h' + b : h'' + b : \ldots \quad (3)$$

d. h. die Dichte der Luft ist der drückenden Kraft direkt proportionirt.

Aus den beiden Proportionen (1) und (3) folgt:

$$e : e' : e'' = d : d' : d'' \quad (4)$$

d. h. die Expansivkraft einer Luftmasse wächst im geraden Verhältnisse mit ihrer Dichte.

Die Proportionen (2), (3), (4) drücken das Mariottesche Gesetz in verschiedener Form aus.

Unter dem Drucke einer Atmosphäre und der Temperatur von 0° R. beträgt die Dichtigkeit der Luft nur den $\frac{1}{770}$ ten Theil von der Dichtigkeit des Wassers; mithin wäre ein Druck von 770 Atmosphären erforderlich, um der Luft die Dichte des Wassers zu geben. — Mariotte hatte das angeführte Gesetz nur für eine dreifache Verdichtung bewiesen; Dulong und Arago haben mit einem dem beschriebenen ähnlichen Apparate die Richtigkeit dieses Gesetzes bei der atmosphärischen Luft bis zu einer 27fachen Verdichtung also bis zu einem Drucke von 27 Atmosphären bestätigt, wobei die Röhre C eine Höhe von 100 Fuß haben mußte, und daher aus 13 Röhren von 6 Fuß Länge auf eine sehr sinnreiche Weise zusammengesetzt war.

Um das Mariottesche Gesetz auch für einen Druck, der kleiner ist als eine Atmosphäre zu erweisen, verfährt man auf folgende Weise:

Man füllt eine mit einer Volumskala versehene Barometerröhre a b Fig. 75. mit Quecksilber, aber nicht ganz voll, sondern so, daß ein Stück z. B. von 2 Zoll mit Luft gefüllt bleibt; verschließt hierauf das offene Ende mit dem Finger und kehrt die Röhre um, so steigt die Luft in den oberen Raum der Röhre. Bringt man nun, wie beim Torricellischen Versuche das untere Ende der Röhre in das Quecksilber einer etwas weiten und langen Glasröhre A, zieht den Finger weg und taucht a b so tief ein, daß in ihr das Quecksilber genau so hoch steht, wie in der andern Röhre, so steht die abgesperrte Luft nur unter dem Drucke der äußeren atmosphärischen Luft und hat somit mit dieser gleiche Dichte und Expansivkraft. Zieht man die Röhre A in die Höhe, so nimmt die eingeschlossene Luft ein größeres Volumen an, wodurch ihre Dichte und Expansivkraft vermindert wird, und dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht zu halten nicht vermag; deshalb erhebt sich bei diesem Heben eine Quecksilbersäule, deren hydrostatischer Druck vermehrt durch die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft dem äußern Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Nun wirkt nicht mehr der ganze Luftdruck auf die eingeschlossene Luft, sondern er ist vermindert um den Druck der in a b emporgehobenen Quecksilbersäule, welche desto höher wird, je mehr man die Röhre herauszieht, also je mehr das Volumen der eingeschlossenen Luft wächst, und die Dichte derselben abnimmt. Hat man z. B. die Röhre so weit gehoben, daß das Volumen der Luft 4 Zoll beträgt, mithin ihre Dichte nur halb so groß ist, als anfänglich, so ist die Höhe der gehobenen Quecksilbersäule 14 Zoll, falls der Barometerstand 28 Zoll beträgt.

Fig. 75.



Mißt man in jeder Gleichgewichtslage die Höhen h, h′, h″ . . der in a b über dem Niveau b stehenden Quecksilbersäule, sind v, v′, v″ . . die zugehörigen Volumen, d, d′, d″ die Dichten und e, e′, e″ . . die entsprechenden Expansivkräfte der eingeschlossenen Luft, und ist b der Barometerstand, so hat man:

$$e + h\,s = b\,s,\ e' + h'\,s = b\,s,\ e'' + h''\,s = b\,s\ \ldots \text{ mithin}$$

$$e = (b - h)\,s\,,\ e' = (b - h')\,s,\ e'' = (b - h'')\,s' \ldots \text{und}$$

$$e : e' : e'' : \ldots = b - h : b - h' : b - h'' : \ldots \quad (1)$$

Vergleicht man die gemessenen Volumen der Luft mit den drückenden Kräften, so findet man

$$b - h : b - h' : b - h'' : \ldots = \frac{1}{v} : \frac{1}{v'} : \frac{1}{v''} : \ldots$$

d. h. das Volumen der Luft nimmt in demselben Verhältnisse zu, wie die drückende Kraft abnimmt, woraus sich die Proportionen (3) und (4) von selbst ergeben.

Die Trockenheit der Luft in der Röhre A bewirkt man mit einem Stückchen Chlorcalcium, das man in die Röhre a b steigen läßt.

Das Mariotte'sche Gesetz befolgen nicht nur die permanenten Gasarten, sondern auch diejenigen, die durch Druck tropfbar flüssig werden, so lange ihre Dichtigkeit nicht nahe derjenigen ist, wo der Uebergang in den tropfbaren Zustand beginnt; tritt solche Dichtigkeit ein, so wächst sie im stärkerem Verhältnisse als die Expansiv-

kräfte, daher gilt das Mariotte'sche Gesetz nicht für gesättigten Wasserdampf, und nicht für Gase denen solcher beigemengt ist; übrigens befolgen trockene Gase das Mariottésche Gesetz nicht bloß bei einer bestimmten, sondern bei jeder Temperatur.

Nach den Untersuchungen von Natterer und Dr. L. Redtenbacher, die eine Compressionsmaschine construirten, welche einen Druck von 3600 bis 4000 Atmosphären gestattete, verdichten sich bei sehr hohem Drucke alle Gase in einem weit geringegerem Verhältnisse, als die drückende Kraft zunimmt; auch ist bei gleichen Druckkräften die Dichte der einzelnen Gase verschieden; denn es ergab sich, daß, wenn man durch einen Druck von 1 Atmosphäre in einen bestimmten Raum das Volumen V der nachfolgenden Gase gebracht hat, durch den Druck von 3600 Atmosphären nicht das Volumen 3600 V hinneinpressen konnte, wie es nach dem Mariottèschen Gesetze sein sollte, sondern vom Stückgas nur 710 V, vom Kohlenoxyd 730 V, vom atm. Luft 800 V, vom Leuchtgas 850 V, und vom Wasserstoffgas 1040 V.

Sieh Sitzungsberichte der kaiserl. Akademie in Wien VI. Bandes, 5. Heft.

Leslie's Stereometer zur Bestimmung des Volumens von sehr porösen oder pulverförmigen Körpern beruht auf dem Mariotte'schen Gesetze und besteht aus einer an beiden Enden offenen Barometerhöhe a b, Fig. 76. die oben mit einem weiteren Gefäße r e versehen ist, welches nur durch eine kleine Oeffnung mit der Röhre a b communicirt, und mittelst einer ebenen Glasplatte, die man an den eben abgeschliffenen und mit Talg bestrichenen Rand anpreßt, luftdicht verschlossen werden kann. Taucht man die Röhre bis an die feine Oeffnung o in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß, schließt hierauf das Gefäß r e, worin die Luft die nämliche Dichte und Expansivkraft hat, wie die äußere Atmosphäre, mittelst der Platte luftdicht, und zieht dann a b in die Höhe bis die Quecksilbersäule, die sich in der Röhre erhebt, genau halb so lang wird, als die Barometerhöhe; so wirkt nur noch der halbe Luftdruck auf die eingeschlossene Luft, mithin ist ihre Dichte nur halb so groß, aber ihr Volumen zweimal größer als anfänglich; folglich ist das Volumen des jetzt mit Luft gefüllten Röhrenstückes o m eben so groß als das des Gefäßes r e.

Fig. 76.



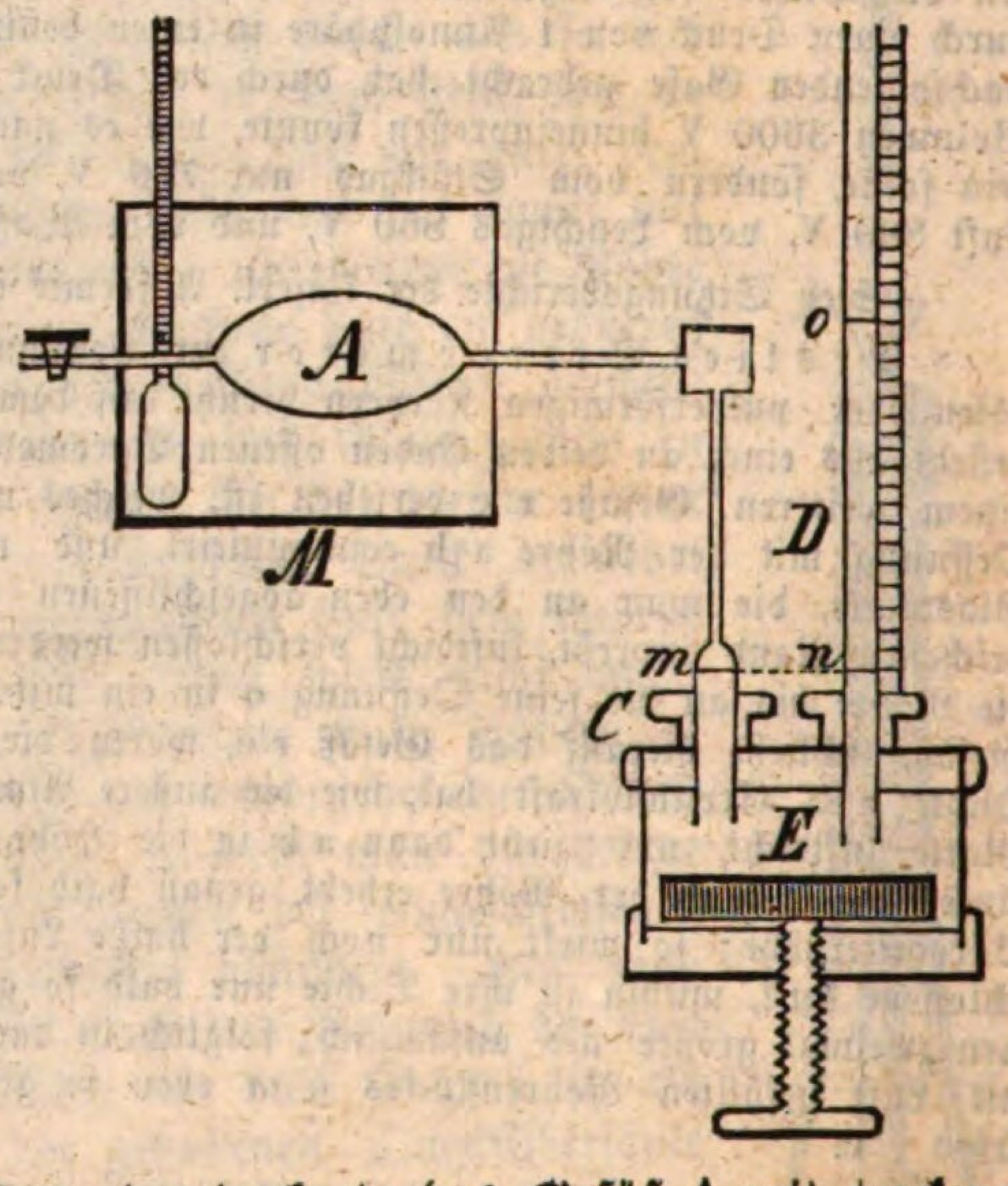
Taucht man wieder die Röhre bis zur Oeffnung o ein, stellt den pulverförmigen Körper in das Gefäß r e, und zieht, nachdem man dieses luftdicht geschlossen hat, die Röhre so lange in die Höhe, bis die aufsteigende Quecksilbersäule halb so hoch ist, als die Barometerhöhe; dann ist abermals die Dichte der eingesperrten Luft nur halb so groß, wie anfänglich und der mit Luft gefüllte Theil der Röhre n o, der nun kleiner ist als vorher, hat genau dasselbe Volumen, wie die im Gefäße r e befindliche Luftmenge. Subtrahirt man nun das Volumen o n von dem Volumen o m, so hat man das Volumen, welches der im Gefäße re befindliche pulverartige Körper wirklich besitzt. — Dividirt man mit diesem gefundenen Volumen das absolute Gewicht des Körpers, so gibt der Quotient die Größe von dessen spezifischem Gewichte.

Eine andere Anwendung des Mariottè'schen Gesetzes biethet Kopps Volumenometer dar, welches zur genauen Bestimmung des Volumens der Körper, insbesondere der stark porösen, pulverförmigen und der flüssigen dient.

§. 70. **Abhängigkeit der Expansivkraft der ausdehnsamen Stoffe von der Temperatur, die sie besitzen.** Um das Gesetz zu finden, nach welchem sich die Expansivkraft eines ausdehnsamen Stoffes ändert, wenn in der Temperatur desselben Veränderungen eintreten, muß man dafür sorgen, daß entweder das Volumen und somit auch die Dichte dieses Stoffes, oder daß der auf ihn einwirkende Druck bei allen Temperaturveränderungen unverändert bleibt. Der erste

Fall findet bei folgendem für diese Untersuchungen sehr zweckdienlichen Apparate statt: Ein cylindrisches Glasgefäß A Fig. 77. von beinahe 70 Linien Länge und 15 Linien im Durchmesser, das in einem mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllten Behälter sich befindet, läuft in eine horizontale dann nach abwärts gebogene Thermometerröhre aus, an die unten ein Stück einer Barometerröhre angesetzt ist, welches in einen kleinen Quecksilberbehälter reicht; dieser ist ein Glascylinder mit eisernen Fassungen oben und unten; die obere Fassung hat zwei Tubulaturen zum luftdichten Einsetzen der Röhre C und einer oben offenen Barometerröhre D. Die untere Fassung hat eine Schraubenmutter, in welcher eine Schraubenspindel einen gusseisernen mit eingefetteter Leinwand belegten Stempel E innerhalb des Glascylinders bewegt. Das Quecksilber, womit dieser Cylinder gefüllt ist, muß vollkommen trocken sein. Bevor man in das Gefäß M eine Flüssigkeit bringt, wird der ganze Apparat getrocknet, das Gefäß A mit trockener Luft oder einem andern trockenen Gase gefüllt und mit Eis umgeben; hat A die Temperatur des schmelzenden Eises, so wird der Stempel in die Lage gebracht, bei der das Quecksilber in den beiden Röhren C und D gleich hoch z. B. bei den markirten Punkten m und n steht, wo dann die Expansivkraft der Luft in A dem Drucke der äußern atmosphärischen Luft gleich ist. Die beiden Röhren C und D haben denselben Durchmesser, damit kein Unterschied in der Capillardepression Statt finde.

Fig. 77.



Ertheilt man der in dem Behälter M eingegossenen Flüssigkeit eine gewisse Temperatur, die mittelst eines genauen Quecksilberthermometers gemessen wird, so erhält auch die Luft in A dieselbe Temperatur; sie dehnt sich in Folge ihrer gesteigerten Expansivkraft aus, und drückt das Quecksilber bei m herab. Man hebt nun den Stempel E, und treibt dadurch die eingetretene Luft in das Gefäß A zurück, bis das Quecksilber in der Röhre C den Punkt m erreicht, und somit die Luft ihr anfängliches Volumen wieder erlangt hat; dieß wird nur dadurch möglich, daß beim Heben des Stempels das Quecksilber in der Röhre D sich über n bis zu einer Höhe erhebt, bei welcher es einen Druck auszuüben vermag, der in Verbindung mit dem äußern Luftdrucke, der erhöheten Expansivkraft der Luft in A das Gleichgewicht hält. Die Höhe dieser drückenden Quecksilbersäule z. B. o n wird an einer Skala gemessen, muß aber so wie der Barometerstand auf die Temperatur von 0° R. reducirt werden. Um ganz genaue Resultate zu bekom-

men, muß man auf die Ausdehnung des Glasgefäßes A, so wie auf den Umstand Rücksicht nehmen, daß die Luft in den Röhren B und C nicht die nämliche Temperatur hat, wie die in A.

Genaue Untersuchungen von Rudberg, Magnus und Regnault führten zur Kenntniß folgender Gesetze:

1. Bei einer Erwärmung der Luft von 0° bis zur Siedhitze beträgt der Zuwachs an Expansivkraft $\frac{11}{30} = \frac{100}{273} = 0.367$ von der Expansivkraft, welche die Luft bei 0° hatte, und die wir mit e bezeichnen wollen; es ist somit dieser Zuwachs $= \frac{11\,e}{30}$.

2. Die Größe der Aenderung der Expansivkraft bei einer Temperaturänderung von 1°, gemessen nach einem Quecksilberthermometer, ist für alle Temperaturen dieselbe, und beträgt

$$\text{für } 1°\ \text{R.}\ \frac{11\,e}{30.80} = \frac{11\,e}{2400} = \frac{e}{218}, \text{ und}$$

$$\text{„}\ 1°\ \text{C}\ \frac{11\,e}{30.100} = \frac{11.e}{3000} = \frac{e}{273} = 0.00367.$$

Bezeichnet man den Bruch $\frac{1}{218}$ oder $\frac{1}{273}$ mit α, so ist $\alpha\,t\,e$ die Aenderung der Expansivkraft für t°, und mithin die dieser Temperatur t entsprechende Expensivkraft

$$E = e + \alpha\,t\,e = e\,(1 + \alpha\,t)$$

War e = 29 Zoll = 348 Linien, so beträgt bei einer Erwärmung von 0° bis 80° R. der Zuwachs an Expansivkraft 127.6 Linien; so hoch wird also auch das Quecksilber in der Röhre D sich erheben. War e = 28 Zoll = 336 Linien, so beträgt dieser Zuwachs 123.2 Linien, mithin um 4.4 Linien weniger.

3. Diese beiden Gesetze gelten auch für alle andern Gasarten; der Werth von α ist für verschiedene Gasarten so geringen Veränderungen unterworfen, daß man ihn lange für alle Gasarten gleich groß angenommen hat, und erst durch die neuesten Versuche belehrt wurde, daß er z. B. bei Wasserstoffgas 0.0036678 und bei Kohlensäuregas 0.0036896, mithin beim ersten etwas kleiner, beim andern etwas größer ist, als bei der Luft. Beim stärkerem Drucke wird der Werth von α etwas vergrößert;

so ist bei 110^{mm}, $\alpha = 0.003648$

„ „ „ 3655^{mm}, $\alpha = 0.003704$.

4. Sind E und E′ die Expansivkräfte irgend einer Luftart bei den Temperaturen t und t′, so ist, wenn ihre Dichte unveränderlich bleibt:

$$E = e\,(1 + \alpha\,t) \text{ und } E' = e'\,(1 + \alpha\,t')$$

mithin $E : E' = 1 + \alpha\,t : 1 + \alpha\,t'$ (1)

Kann sich jedoch die Dichte ändern, und ist sie D und D′ bei den Temperaturen t und t′, so wollen wir zur Ermittelung des Verhältnisses von E und E′ die Expansivkraft dieser Luftart bei der Dichte D und der Temperatur t′ mit x bezeichnen; und wir haben

$$E : x = 1 + \alpha\,t : 1 + \alpha\,t',$$

und nach dem Mariotte'schen Gesetze:

$$x : E' = D : D',$$

somit $E : E' = (1 + \alpha\,t)\,D : (1 + \alpha\,t')\,D'$ (2)

d. h. die Expansivkraft irgend eines Gases nimmt zu, wie das Produkt aus der Dichte desselben in die von der Temperatur abhängige Größe $(1 + \alpha t)$ wächst.

5. Kann die in einem Raume eingeschlossene Luftart sich ausdehnen, und ist nur der Druck der von Außen auf sie einwirkt unveränderlich; so nimmt bei Erhöhung der Temperatur das Volumen so lange zu, bis in Folge der dabei abnehmenden Dichte die Expansivkraft dem äußern Drucke gleich, mithin so groß geworden ist, wie anfänglich. Wird aber $E = E'$, so folgt aus (2), daß auch

$$(1 + \alpha t) D = (1 + \alpha t') D',$$

mithin daß $D : D' = 1 + \alpha t' : 1 + \alpha t$ (3.)

Sind V und V' die Volumen dieser Luftmasse bei den Temperaturen t und t', so ist

$$D : D' = V' : V,$$

mithin ist $V' : V = 1 + \alpha t' : 1 + \alpha t$. (4).

Heißt v das Volumen, welches die Luft bei 0° C besitzt, so ist

$$V : v = 1 + \alpha t : 1$$

und $V = v (1 + \alpha t)$,

woraus folgt, daß bei unveränderlichem äußern Luftdrucke das Volumen eines Gases während der Erhöhung seiner Temperatur in demselben Verhältnisse wächst, wie die Expansivkraft, und daß daher die Volumänderung genau so berechnet wird, wie die Aenderung der Expansivkraft; demnach gibt die Größe α die Aenderung einer Volumseinheit für die Temperaturänderung von 1°, und heißt daher mit Recht der **Ausdehnungscoffizient** des Gases.

Gay-Lussac, der im Jahre 1804 zuerst das Gesetz der Abhängigkeit der Expansivkraft der Gase von der Temperatur bewiesen hat, fand $\alpha = \frac{1}{267} = 0.00375$; er bestimmte durch Versuche zunächst die Aenderungen im Volumen bei unveränderlichem äußeren Luftdrucke, und schloß hieraus auf die Größe der Aenderungen in der Expansivkraft, wenn das Volumen des Gases sich nicht ändern kann.

6. Berücksichtigt man, daß die Dichte einer Luftmasse im umgekehrten Verhältnisse mit ihrem Volumen sich ändert, also daß

$$D : D' = V' : V = \frac{1}{V} : \frac{1}{V'}$$

und führt dieses Verhältniß der Volumen anstatt des der Dichten in (2) ein, so erhalten wir

$$E : E' = \frac{1 + \alpha t}{V} : \frac{1 + \alpha t'}{V'} \text{ oder}$$

$$V : V' = \frac{1 + \alpha t}{E} : \frac{1 + \alpha t'}{E'}$$

Ist die Expansivkraft einer eingeschlossenen Luftmasse dem jedesmaligen Luftdrucke gleich, und sind B und B' die Barometerhöhen, E und E' die Expansivkräfte, so ist

$$E : E' = B : B' \text{ mithin}$$

$$V : V' = \frac{1 + \alpha t}{B} : \frac{1 + \alpha t'}{B'} \quad (5)$$

Bedeutet V' das Volumen einer eingeschlossenen Luftmasse bei dem Normal-

barometerstande von 760 Millimeter = 346.22 W. Linien und der Temperatur von 0° C, welches Volumen wir mit V_0 und das andere mit V_t bezeichnen wollen, so hat man

$$V_t : V_0 = \frac{1 + \alpha\, t}{B} : \frac{1}{760}, \text{ woraus folgt}$$

$$V_0 = \frac{B\, V_t}{760\,(1 + \alpha\, t)} \;(6) \text{ und } V_t = \frac{760}{B}\,(1 + \alpha\, t)\, V_0 \;(7)$$

Nach den letzten Gleichungen läßt sich das Volumen einer Luftmasse für die Temperatur von 0° und den Normalbarometerstand finden, wenn das Volumen derselben bei t° und bei dem auf sie einwirkenden Drucke B bekannt ist, oder das letztere Volumen berechnen, wenn V_0, t und B gegeben sind.

Kennt man z. B. das Volumen eines unter einem Recipienten befindlichen Gases, das mit Quecksilber abgesperrt ist, und unter einem Drucke steht, der dem Unterschiede zwischen dem äußeren Luftdrucke und dem Drucke der im Recipienten über dem äußeren Niveau stehenden Quecksilbersäule gleich ist; so läßt sich nach (5) das Volumen des Gases für jeden anderen Druck und jede andere Temperatur berechnen.

§. 71. Luftthermometer. Die Molecularanziehung, deren Stärke von der Beschaffenheit der Molecüle und ihrem gegenseitigen Abstande, mithin von der materiellen Beschaffenheit eines Körpers abhängt, äußert bei festem und tropfbaren Körpern beständig ihren Einfluß, und modifizirt die Wirkung der Wärme, welche die Abstoßungskräfte der Molecüle erhöhet; weshalb die Ausdehnung, welche feste und tropfbare Körper in der Wärme erfahren, als das Ergebniß der Wirksamkeit der Wärme und der anziehenden Molecularkräfte erscheint, und der Ausdehnungscoffizient bei verschiedenen Körpern ungleich ist. Allein bei ausdehnsamen Stoffen fällt der Einfluß der anziehenden und mit der materiellen Beschaffenheit des Körpers sich ändernden Molekularkräfte fast ganz hinweg; dieß bezeugt die Gleichförmigkeit in der Zunahme der Expansivkraft und des Volumens bei allen Gasarten, so lange sie nicht dem Zustande nahe sind, wo sie anfangen tropfbar zu werden, insbesondere die Thatsache, daß die Luft sowohl in stark verdichtetem als in stark verdünntem Zustande durch dieselbe Temperaturänderung die nämliche Aenderung in ihrem Volumen erleidet, obwohl in diesen von einander stark abweichenden Zuständen der Dichtigkeit die Abstände der Molecüle, die anziehend aufeinander wirken könnten, sehr verschieden sind.

Demnach erscheint bei Gasen die Aenderung der Expansivkraft oder des Volumens, die durch eine Temperatur-Aenderung hervorgebracht wird, als eine reine Wirkung der Wärme, und ist daher ein ganz genaues Maß dieser Temperatur-Aenderung, weshalb Thermometer, bei denen die thermometrische Substanz eine kleine, trockene Luftmasse ist, und die man Luftthermometer nennt, als Normalthermometer dienen, nach denen die Richtigkeit aller andern beurtheilt wird.

Man kann einem Luftthermometer entweder die Einrichtung geben, daß die Temperatur aus den Aenderungen in der Expansivkraft einer Luftmasse von unveränderlichem Volumen, oder aus den Aenderungen im Volumen dieser Luftmasse bei ungeändertem, oder auch bei verändertem

äußern Luftdrucke, dem die Expansivkraft jedesmal gleich ist, sich erkennen läßt.

Ist die Expansivkraft e der thermometrischen Luft für die Temperatur des aufthauenden Eises bekannt, und bestimmt man die Expansivkraft E derselben bei der Temperatur von t°, (gemessen nach dem Quecksilberthermometer), wenn das Volumen unverändert blieb; so ist

$$E = e\,(1 + \alpha\, t) \text{ und}$$

$$t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{E}{e} - 1\right) = \left(\frac{E - e}{\alpha\, e}\right) \quad (1)$$

Im zweiten Falle, wo das Volumen V_0 für 0° und das Volumen V_t für t^{0} bekannt sein muß, ist

$$V_t = V_0\,(1 + \alpha\, t) \text{ und}$$

$$t = \left(\frac{V_t - V_0}{\alpha\, V_0}\right) \quad (2)$$

Aendert sich das Volumen und in Folge einer Aenderung des äußern Luftdruckes auch die Expansivkraft der thermometrischen Luftmasse, so findet man aus der Gleichung (6) des vorigen §., nämlich aus

$$V_0 = \frac{B\, V_t}{760\,(1 + \alpha\, t)}$$

$$t = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{B\;\; V_t}{760\;\; V_0} - 1\right) \quad (3)$$

Man gibt der Skala des Luftthermometers die Einrichtung, daß die Angaben der Temperatur sich genau so zu einander verhalten, wie die diesen Temperaturen entsprechenden Expansivkräfte oder Volumen. Bezeichnet man mit T_0 die Temperatur des schmelzenden Eises und mit T diejenige, die mit der am Quecksilberthermometer angezeigten Temperatur von t^{0} übereinstimmt, so ist

$$T : T_0 = E \;:\; e = 1 + \alpha\, t : 1 \text{ oder}$$

$$T : T_0 = V_t : V^0 = 1 + \alpha\, t : 1\text{; woraus}$$

folgt $T = T_0 + T_0\, \alpha\, t$

Die Zahl T_0 kann man willkührlich annehmen; am bequemsten ist es $T_0 = \frac{1}{\alpha}$ zu setzen, wo dann

$$T = \frac{1}{\alpha} + t, \text{ und } t = T - \frac{1}{\alpha} \quad (4)$$

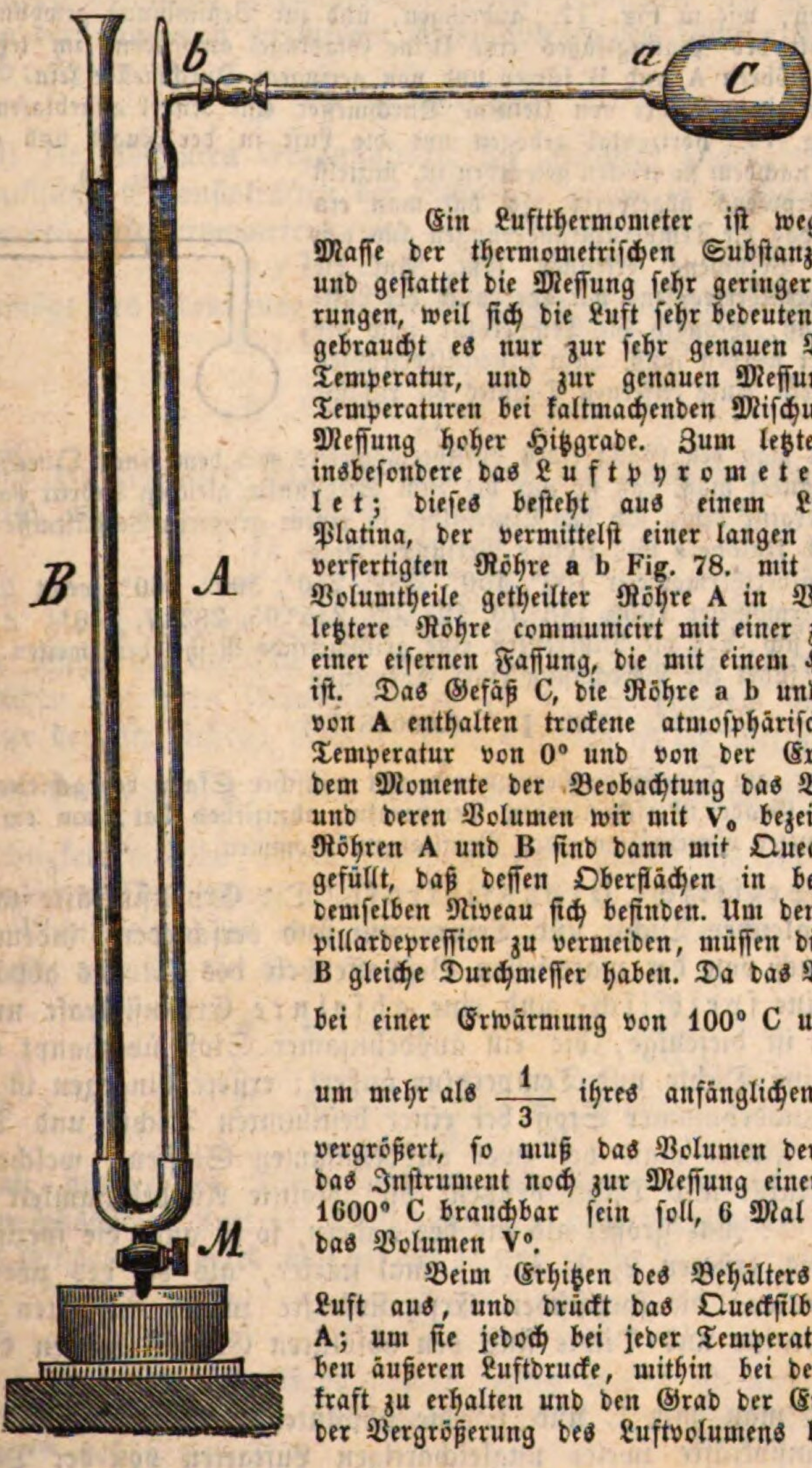
ist; man erhält auf die Art Ausdrücke, mittelst welchen die Angabe T eines Luftthermometers, in die entsprechende Angabe t des Quecksilberthermometers, so wie auch umgekehrt leicht verwandelt werden kann. Da für 1^{0} R. $\alpha = \frac{1}{218}$, und für 1^{0} C $\alpha = \frac{1}{273}$ ist, so setzt man am Punkte des aufthauenden Eises entweder 218 und am Siedpunkte 298, und theilt den Zwischenraum in 80 gleiche Theile, oder man schreibt am ersteren Punkte 273, am zweiten 373 und theilt den Zwischenraum in 100 Theile. Man hat dann nur nöthig von der Angabe des Luftthermometers die Zahl 218 oder 273 abzuziehen, um die entsprechende

Angabe nach dem Quecksilberthermometer in Réaumur'schen oder celsischen Graden zu erhalten. Die Gleichung (3) wird folgende Gestalt annehmen

$$t = \frac{B}{760} \frac{T}{T_0 \alpha} - \frac{1}{\alpha} = \frac{B\,T}{760} - \frac{1}{\alpha} \quad (5)$$

woraus ersichtlich wird, daß wenn der äußere Luftdruck und somit die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft unverändert geblieben, d. i. $B = 760$ wäre, die Formel (5) in die Formel 4 übergeht, wie es sein soll.

Fig. 78.



Ein Luftthermometer ist wegen der geringen Masse der thermometrischen Substanz sehr empfindlich und gestattet die Messung sehr geringer Temperaturänderungen, weil sich die Luft sehr bedeutend ausdehnt. Man gebraucht es nur zur sehr genauen Bestimmungen der Temperatur, und zur genauen Messung sehr niedriger Temperaturen bei kaltmachenden Mischungen, so wie zur Messung hoher Hitzgrade. Zum letzteren Zwecke dient insbesondere das L u f t p y r o m e t e r von P o u i l l e t; dieses besteht aus einem Luftbehälter C von Platina, der vermittelst einer langen auch aus Platina verfertigten Röhre a b Fig. 78. mit einer in gleiche Volumtheile getheilter Röhre A in Verbindung steht; letztere Röhre communicirt mit einer zweiten vermittelst einer eisernen Fassung, die mit einem Hahne M versehen ist. Das Gefäß C, die Röhre a b und der obere Theil von A enthalten trockene atmosphärische Luft von der Temperatur von 0° und von der Expansivkraft die in dem Momente der Beobachtung das Barometer anzeigt, und deren Volumen wir mit V_0 bezeichnen; die beiden Röhren A und B sind dann mit Quecksilber in der Art gefüllt, daß dessen Oberflächen in beiden Röhren in demselben Niveau sich befinden. Um den Einfluß der Capillardepression zu vermeiden, müssen die Röhren A und B gleiche Durchmesser haben. Da das Volumen der Luft bei einer Erwärmung von 100° C um $\frac{11}{30}$tel d. i. um mehr als $\frac{1}{3}$ ihres anfänglichen Volumens sich vergrößert, so muß das Volumen der Röhre A, wenn das Instrument noch zur Messung einer Temperatur von 1600° C brauchbar sein soll, 6 Mal größer sein, als das Volumen V^0.

Beim Erhitzen des Behälters C dehnt sich die Luft aus, und drückt das Quecksilber in der Röhre A; um sie jedoch bei jeder Temperatur unter demselben äußeren Luftdrucke, mithin bei derselben Expansivkraft zu erhalten und den Grad der Erhitzung nur aus der Vergrößerung des Luftvolumens berechnen zu kön-

nen, öffnet man den Hahn M und läßt das Quecksilber so lange auslaufen, bis es in beiden Röhren gleich hoch steht. Erhält sich das Quecksilber in der Röhre A unveränderlich an derselben Stelle, so hat die Luft im Behälter C die Temperatur des Ortes, an dem sie sich befindet, angenommen, und nun wird an der Röhre A der Zuwachs an Volumen $V_t - V_0$ gemessen, worauf nach der Formel

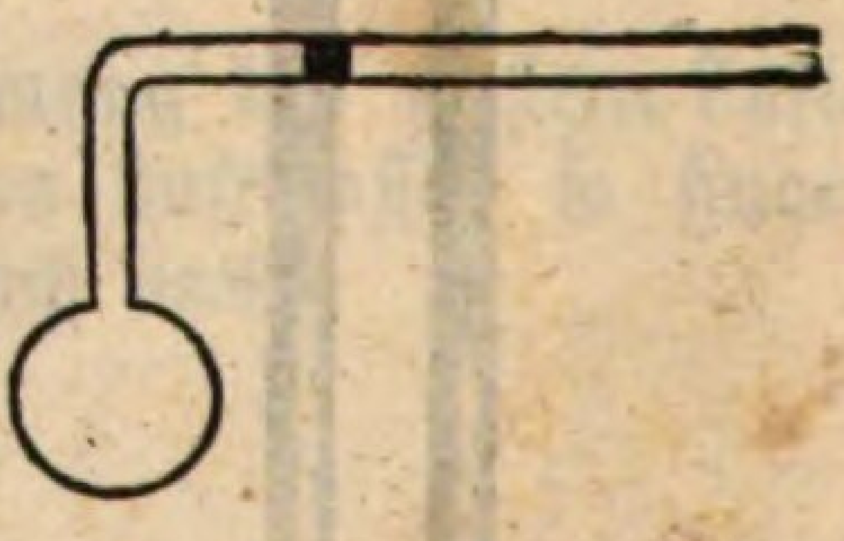
$$t = \frac{V_t - V_0}{V_0 \alpha} = \left(\frac{V_t - V_0}{V_0}\right) 273$$

die Temperatur in celsischen Graden berechnet wird. Ist der Zuwachs an Volumen $= V_0, 2V_0, 3V_0$, so ist $t = 273^\circ$ C, oder 546° C, 819° C.

Bei genauen Bestimmungen muß auch die Ausdehnung des Platingefäßes in Rechnung gezogen werden. Anstatt des Hahnes kann man einen Cylinder mit beweglichem Boden, wie in Fig. 77. anbringen, und zur Bestimmung gewöhnlicher Temperatur anstatt des Platingefäßes eine kleine Glaskugel anwenden; im letzteren Falle können die Röhren A und B kürzer und von geringem Durchmesser sein.

Wird an einer Röhre von kleinem Durchmesser eine Kugel angeblasen, die Röhre, wie in Fig. 79. horizontal gebogen und die Luft in der Kugel und einem Theil der Röhre, nachdem sie trocken geworden ist, mittelst eines Quecksilbertropfens abgesperrt, so hat man ein Luftthermometer, das die Temperaturänderungen aus den Aenderungen des Volumens erkennen läßt. Auf die Stellung des Quecksilbertropfens hat aber auch der Luftdruck einen Einfluß, weshalb die Temperatur nach der Formel 5 berechnet werden muß. Dem Quecksilbertropfen gibt man vermittelst eines eisernen Drahtes die richtige Lage.

Fig. 79.



Vergleicht man den Gang eines Luftthermometers mit dem eines Quecksilberthermometers, so findet man, daß sie nur bis zum Siedpunkte gleichen Schritt halten: bei höherer Temperatur dehnt sich das Quecksilber in einem größeren Verhältnisse aus, als die Luft. Nach Dulong's und Petit's Versuchen zeigt

das Quecksilberthermometer 100°, 150°, 200°, 250°, 300°, 360°, wenn
„ Luftthermometer 100°, 148°.70, 197°.05, 245°.05, 292°.7, 350°

angibt. Es zeigt sich, daß die Differenzen eine arithmetische Reihe der zweiten Ordnung bilden; dieß führt zur Berechnung einer Correction

$$\delta = \frac{1}{4} (0.09 + T\ 0.00028\ T^2)$$

die man von der am Quecksilberthermometer mit celsischer Skala beobachteten, die Zahl 100 um T Grade überschreitenden Temperatur abzuziehen hat, um ein mit einem Luftthermometer übereinstimmendes Resultat zu bekommen.

§. 72. **Spezifische Expansivkraft.** Die Expansivkräfte zweier Luftarten von gleicher Dichte und Temperatur sind verschieden, indem die Expansivkraft auch von der materiellen Beschaffenheit des Stoffes abhängt, weshalb man eine *spezifische* und eine *absolute* Expansivkraft unterscheidet. Letztere ist diejenige, die ein ausdehnsamer Stoff überhaupt ohne Rücksicht auf seine Dichte und Temperatur äußert; erstere hingegen ist diejenige, die ein ausdehnsamer Stoff bei einer bestimmten Dichte und Temperatur besitzt. Findet man bei zwei ausdehnsamen Stoffen, welche die nämliche Temperatur und Dichte besitzen, die absolute Ausdehnsamkeit des einen 2, 3, 4 . . . mal größer als die des andern, so ist auch die spezifische Expansivkraft des ersteren 2, 3, 4 . . . mal stärker, als die des zweiten, mit andern Worten: die spezifischen Expansivkräfte zweier Luftarten von derselben Temperatur und Dichte sind den absoluten Expansivkräften direkt proportionirt.

Bezeichnet man mit E und E′ die absoluten, mit e und e′ die spezifischen Expansivkräfte zweier ungleichartigen Luftarten von der Dichte

D und D', und von der Temperatur T und T' nach den Angaben des Luftthermometers, bei dem

$$T : T' = 1 + \alpha t : 1 + \alpha t'$$

sich verhält; so ergeben sich mit Zuhülfenahme zweier andern Luftarten von der Beschaffenheit, daß die absolute Expansivkraft x der einen von D', T und e, und die absolute Expansivkraft y der andern von D', T' und e abhängt, folgende Proportionen:

$$E : x = D : D'$$

weil die absoluten Expansivkräfte zweier Luftarten von gleicher Temperatur und der nämlichen spezifischen Expansivkraft den Dichten direkt proportionirt sind; ferner

$$x : y = T : T'$$

weil die absoluten Expansivkräfte bei gleichen Dichtigkeiten und gleichen spezifischen Expansivkräften der Luftarten genau so wachsen, wie die Angaben des Luftthermometers, und

$$y : E' = e : e'$$

vermöge des oben ausgesprochenen Satzes. Man erhält also

$$E : E' = D\ T\ e : D'\ T'\ e' \text{ und}$$

$$e : e' = \frac{E}{D\ T} : \frac{E'}{D'\ T'} \quad (1).$$

Sind die absoluten Expansivkräfte und die Temperaturen zweier Luftarten gleich, also $E = E'$ und $T = T'$, so ist

$$D\ e = D'\ e'$$

und

$$e : e' = D' : D$$

d. h. die spezifischen Expansivkräfte zweier Gase verhalten sich zu einander wie umgekehrt die Dichten, welche sie bei gleichen Temperaturen und bei gleichen absoluten Expansivkräften (d. i. bei gleichem äußeren Luftdrucke, unter dem sie stehen) besitzen; denn offenbar ist die spezifische Expansivkraft eines Gases 2, 3, 4 ... mal größer, wenn dasselbe schon bei $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \ldots$ Dichtigkeit dieselbe absolute Expansivkraft äußert als ein anderes von der nämlichen Temperatur und der Dichte = 1. Bezeichnet man mit d und d' die Dichtigkeiten bei dem Barometerstande von 760^{mm} und bei der Temperatur von 0°; so ist

$$e : e' = d' : d = \frac{1}{d} : \frac{1}{d'}$$

und

$$E : E' = \frac{D\ T}{d} : \frac{D'\ T'}{d'} \quad (2).$$

Man nimmt die Dichte und die spezifische Expansivkraft der trockenen atmosphärischen Luft bei 0° R. und bei dem Barometerstande von 760^{mm} als Einheit an; wird nun $d' = 1$, und $e' = 1$ gesetzt, so ist

$$(1) \qquad e = \frac{1}{d}$$

d. h. die spezifische Expansivkraft eines Gases ist gleich dem reciproken Werthe der Dichte, die das Gas bei 0° R. und unter dem Luftdrucke von 760^{mm} besitzt.

§. 73. **Grenze der Luftverdünnung und Luftverdichtung, die sich mittelst einer Luftpumpe im Recipienten bewirken läßt.** Es ist bereits bekannt, daß es die Luft im sogenannten schädlichen Raume ist, welche bei jeder Luftpumpe, sie mag eine Hahn- oder Ventilluftpumpe sein, sowohl der Verdünnung als der Verdichtung eine Grenze setzt. Bedeutet v die Größe des schädlichen Raumes und V die des inneren Stiefelraumes, und berücksichtigt man, daß beim herabgedrückten Kolben die Dichte der Luft im schädlichen Raume der Dichte der äußern Luft, mit der sie communicirt, gleich ist, und die Grenze der Verdünnung dann eintritt, wenn diese im schädlichen Raume befindliche Luftmenge, deren Dichte = 1 ist, beim aufgezogenem Kolben, ausgebreitet im ganzen Stiefelraume, eben eine Dichte erhält, die der Dichte d der noch im Recipienten übrig gebliebenen Luft gleich ist; so ist offenbar

$$d : 1 = v : V + v, \text{ und } d = \frac{v}{V + v},$$

Demnach gibt der Quotient $\frac{v}{V + v}$ die Grenzen der mittelst einer Luftpumpe erreichbaren Verdünnung der Luft im Recipienten an; man sieht daraus, daß ein desto höherer Grad der Verdünnung sich erzielen läßt, je kleiner der schädliche Raum im Verhältnisse zum Volumen des Stiefels ist.

Beim Verdichten der Luft im Recipienten hat bei ganz herabgedrücktem Kolben die Luft im schädlichem Raume dieselbe Dichte wie die Luft im Recipienten, mit der sie in Verbindung steht; hat diese Dichte denjenigen Grad erreicht, bei dem die Luft aus dem schädlichen Raume, ausgebreitet in dem Raume V + v beim aufgezogenen Kolben, die Dichte der äußeren Luft erhält, so kann letztere in den Stiefel nicht eintreten, und die Verdichtung hat ihr Ende erreicht. Heißt d diese Grenze der Verdichtung, so ist

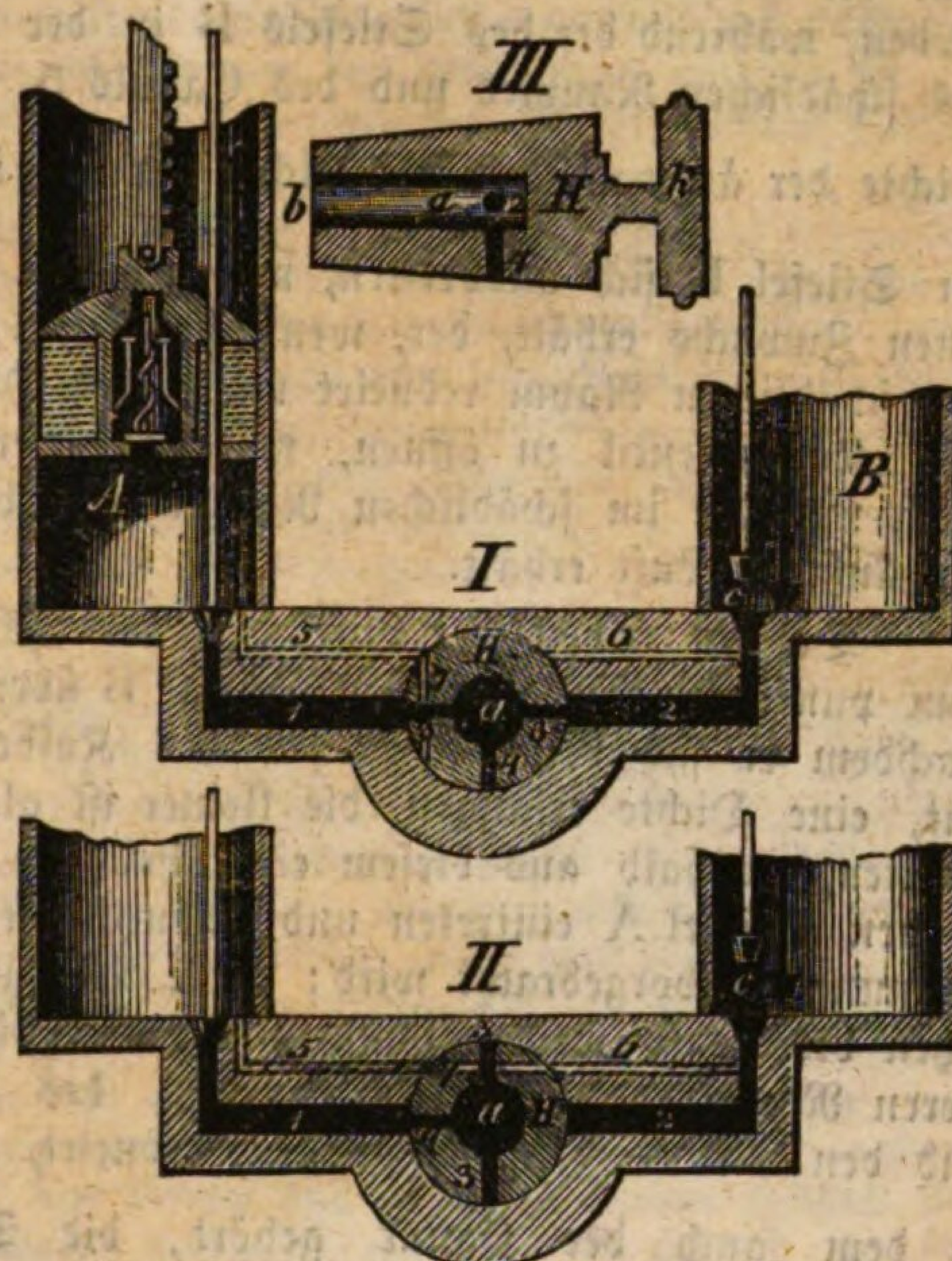
$$d : 1 = V + v : v \text{ und } d = \frac{V + v}{v}$$

d. h. die Dichte, die sich erreichen läßt, ist so viel Mal größer, als die Dichte der äußern atm. Luft, wie viele Male der schädliche Raum in dem Raume V + v enthalten ist. Durch Vergrößerung des schädlichen Raumes kann man der Verdichtung der Luft eine beliebige Grenze setzen, was bei Compressionspumpen nützlich ist, um der Gefahr des Zerspringens der Gefäße durch zu stark comprimirte Luft vorzubeugen.

§. 74. **Luftpumpe mit dem Babinet'schen Hahn.** Diese Luftpumpe ist eine zweistiefelige zum Verdünnen eingerichtete Ventilluftpumpe, an welcher **Babinet** eine Verbesserung anbrachte, die darin besteht, daß an dem Canal, der die Stiefel der beiden Luftpumpen verbindet, ein Hahn H angebracht ist, der, wie es an dem auf seiner Länge senkrecht geführten

Durchschnitte in der Fig. 80. ersichtlich ist, eine in der Richtung eines Durchmessers liegende Bohrung hat, und eine zweite längst der Axe gehende, die in den Canal einmündet, der zum Recipienten führt, so daß dessen Luft durch diese Bohrungen, und durch die an sie stoßenden horizontalen Canäle einmal in den einen, das andere Mal in den andern Stiefel eintreten kann. Steht der Hahn in der Stellung I, so beginnt man die Verdünnung der Luft im Recipienten mit beiden Stiefeln und setzt sie so lange fort, bis es der Luft im schädlichen Raume, dessen Größe wir mit v bezeichnen wollen, unmöglich wird, das Ventil beim Herabdrücken des Kolbens zu heben; dieser Fall tritt ein, wenn die Dichte der aus dem Recipienten in den Stiefel getretenen Luft, reducirt auf den schädlichen Raum gleich wird der Dichte der äußern Luft, weil dann das Kolbenventil von beiden Seiten mit gleichen Expansivkräften gedrückt wird; aber die Dichte der Luft im Stiefel, wenn der Kolben in der Höhe steht, ist gleich der Dichte der Luft im Recipienten; bezeichnen wir mit x letztere Dichte bei der Grenze, wo das Aufheben des Kolbenventils nicht mehr möglich wird, mit V den inneren Raum des Stiefels sammt dem schädlichem Raume, mit Eins die Dichte der äußern Luft und berücksichtigen, daß die Dichte einer Luftmasse in dem Verhältnisse zunimmt wie das Volumen derselben abnimmt, daß daher

Fig. 80.



$$x : 1 = v : V$$

so erhält man $x = \frac{v}{V}$.

Der Hahn hat noch zwei andere Bohrungen, die eine, die mit der Querbohrung im nämlichen Querschnitte liegt, aber von ihr um 90° absteht, und nur von einer Seite zur Axenbohrung geht; sie steht bei der Stellung I des Hahnes vertikal abwärts; zu ihr parallel ist die zweite, auch eine Querbohrung, welche jedoch in einem andern Querschnitte sich befindet; sie ist in der Figur punktirt. Wird der Hahn um 90 von der Rechten zur Linken gedreht, und so in die Stellung II gebracht, so steht der Recipient nur noch mit dem linksstehenden Stiefel in Communication; die zweite (punktirte) Querbohrung liegt jetzt horizontal und mündet an beiden Seiten

in einen sehr feinen, (in der Figur punktirten) Canal durch den die Luft aus dem Stiefel A in den andern Stiefel sich begeben kann. — Steht nun der Hahn in der Stellung II und ist der Kolben des Stiefels A am Boden, während der des Stiefels B in der Höhe steht; so wird die Luft des schädlichen Raumes und des Canals 5, 6, da ihre Dichte gleich der Dichte der äußern Luft, die Dichte der Luft in B dagegen $= \frac{v}{V}$ ist, auch im Stiefel B sich ausbreiten, wodurch die Luftmasse im letzteren Stiefel einen Zuwachs erhält, der, wenn sie beim Herabdrücken des Kolbens auf den schädlichen Raum reducirt wird, ihre Dichte verstärkt, und sie befähigt das Kolbenventil zu öffnen, worauf dieser Zuwachs in die äußere Luft tritt, und die im schädlichen Raume zurückbleibende Luft wieder die Dichte der äußeren Luft erhält.

Da ein Theil der Luft aus dem schädlichem Raume von A und dem punktirten Canale in den Stiefel B übergegangen ist, so wird der Rest, nachdem er sich beim Aufziehen des Kolbens im Stiefel A ausgebreitet hat, eine Dichte erlangen, die kleiner ist als die Dichte der Luft im Recipienten, weshalb aus diesem ein Theil der vorhandenen Luftmasse wieder in den Stiefel A eintreten und dadurch im Recipienten eine weitere Verdünnung hervorgebracht wird; diese Verdünnung läßt sich so lange fortsetzen bis sie so weit gekommen ist, daß die Luft, welche den ganzen inneren Raum des Stiefels A und des punktirten Canals einnimmt und den wir $= V'$ setzen wollen, reducirt, auf den schädlichen Raum v' zu dem auch der Canal gehört, die Dichte $\frac{v}{V}$ erhält, d. h. diejenige Dichte, welche, im Stiefel B beim aufgezogenem Kolben Statt findet; denn dann kann aus v' keine Luft mehr in den Stiefel B übergehen. Heißt y die Dichte der Luft im Recipienten bei dieser zweiten Grenze der Verdünnung, somit auch die Dichte der Luft in V', so ist

$$y : \frac{v}{V} = v' : V' \text{ mithin}$$

$$y = \frac{v\,v'}{V\,V'}$$

Ist $v = \frac{V}{100}$, mit Rücksicht auf das Gewicht des Kolbenventils und

$$v' = \frac{V}{100}\text{; so ist}$$

$$vv' = \frac{V\,V'}{10.000} \text{ folglich } y = \frac{1}{10.000}.$$

Hieraus wird ersichtlich, daß bei einer Luftpumpe, mittelst welcher nur eine 100 fache Verdünnung erzeugt werden könnte, durch die Babinet'schen Verbesserung eine 10.000 malige Verdünnung erzielt werden kann, wozu jedoch viel Zeit erforderlich ist; aber eine 600 bis 1200 fache Verdünnung, bei welcher das Quecksilber in der Barometerprobe nur $\frac{1}{2}$ bis $\frac{1}{4}$ Linie Druck anzeigt, ist leicht zu erreichen.

Daß man durch eine zweistiefelige Ventilluftpumpe in der Hälfte der Zeit den nämlichen Verdünnungsgrad bewirken kann, als mit einer einstiefligen, ist für sich klar; aber es gibt noch einen andern Vortheil den diese Luftpumpen gewähren, man braucht nämlich zu ihrer Handhabung weniger Kraft als bei einstiefligen, indem bei den letzteren beim Emporheben des Kolben ein desto größerer Theil des Luftdruckes zu überwinden ist, je weiter die Verdünnung im Recipienten gediehen ist; bei zweistiefligen dagegen unterstützt der auf den niedergehenden Kolben wirkende Luftdruck das Aufziehen des andern Kolbens.

Die Luftpumpe wird heutzutage mehrfach zu technischen Zwecken angewendet; insbesondere gebraucht man sie, um die Luft in einem Raume, wo eine Flüssigkeit mit darin eingetauchten festen Körpern sich befindet, zu dem Zwecke zu verdünnen, damit auch die in den Poren der festen Körper befindliche Luft heraustrete und das Eintreten der Flüssigkeit in diese Poren möglich mache; dieses Eintreten erfolgt sehr rasch, sobald in den luftverdünnten Raum über der Flüssigkeit äußere Luft eingelassen wird, die durch den Druck, den sie auf die Oberfläche der Flüssigkeit äußert, diese in die fast luftleeren Poren der darin befindlichen Körper treibt. Dieses Verfahren wird z. B. seit 1822bei der Schnellgerberei angewendet, wobei die zubereiteten Häute in einer Gerbestoffhaltigen Flüssigkeit (Lohflüssigkeit) sich befinden, und die, indem diese Flüssigkeit in ihre Poren eindringt, mit Gerbestoff imprägnirt und so in Leder d. i. in eine geschmeidige, weiche, für Wasser schwer durchdringliche, der Verwesung widerstehende Substanz verwandelt werden, dieß in einer viel kürzeren Zeit, als es bei dem früheren Verfahren geschehen ist. — In der Buchdruckerei muß vor dem Drucke das Papier angefeuchtet werden, damit nur die Oberfläche die Druckfarbe annehme, und diese nicht in die Poren des Papiers sich verbreite; man verrichtet dieses Anfeuchten, indem man einen Theil der Bogen in Wasser taucht, diese dann zwischen trockene Bogen legt, und sie einem mäßigen Drucke aussetzt; allein bei diesem Verfahren geschieht das Netzen nicht gleichförmig und geht langsam vor sich, weil die Luft aus den Poren nicht leicht entweicht, daher wird nach Oldham in großen Druckereien das Eindringen des Wassers in das Papier mit Hülfe einer Luftpumpe bewirkt, und hierauf das befeuchtete Papier zwischen Walzen geführt, die das überflüssige Wasser auspressen. — Durch die mittelst einer Luftpumpe in einem Raume bewirkte Verdünnung wird die Verdünstung befördert, und indem die entstandenen Dünste durch fortwährendes Pumpen herausgeführt werden, dauert die rasche Verdünstung unausgesetzt fort, wodurch eine baldige und vollkommene Austrocknung mancher Stoffe, oder eine stärkere Concentration mancher wasserhaltigen, aber nicht so leicht, wie das Wasser verdünstbaren Flüssigkeiten hervorgebracht werden kann.

§. 75. **Verdichtungs-Manometer.** Den Grad der Verdünnung der Luft im Recipienten bestimmt man bekanntlich durch die Barometerprobe; der Grad der Verdichtung wird mit Hilfe eines Verdichtungs-Manometers erkannt, dem man verschiedene Formen zu geben pflegt, unter denen die in der Fig. 81. dargestellte Form recht zweckmäßig und bequem ist. Eine zweimal heberförmig gebogene Barometerröhre von dickem Glase ist oben bei a mit einem Sperrhahne h und bei d mit einer solchen Fassung versehen, die es möglich macht sie an der Stelle der Barometerprobe festzuschrauben; bevor dieß geschieht, wird der Hahn h geöffnet und in die Röhre Quecksilber gegossen; dieses wird in den beiden Schenkeln a b und b c gleich hoch, z. B. bis m und n stehen, da seine beiden Oberflächen dem nämlichen äußern Luftdrucke ausgesetzt sind. Hierauf sperrt man den Hahn h, bringt das Manometer an den gehörigen Ort der Luftpumpe, und verdichtet die Luft im Recipienten, wo dann auch die Luft in den Schenkeln c d und c n verdichtet wird, und

Fig. 81.



mit ihrer dadurch verstärkten Expansivkraft das Quecksilber in c b so tief z. B. bis n′ herabdrückt, bis die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft im Schenkel a b, vermehrt um den Druck der über dem Niveau n′ stehenden Quecksilbersäule von der Höhe h der Expansivkraft der verdichteten Luft das Gleichgewicht hält. Ist letztere Expansivkraft = E, die der eingeschlossenen Luft = E′, und e die anfängliche dem äußeren Luftdrucke gleiche, mithin dem Barometerstande = b proportionale Expansivkraft, so ist

$$E = E' + h\,s$$

wo s das spezifische Gewicht des Quecksilbers bezeichnet; da nun dem Mariotteschen Gesetze gemäß

$$E' : e = a\,m : a\,m' \text{ so ist}$$

$$E' = \frac{a\,m}{a\,m'} \cdot e, \text{ und } E = \frac{a\,m}{a\,m'} \cdot e + h\,s.$$

Setzen wir die anfängliche Dichte der Luft im Recipienten = 1, und bezeichnen mit d die Dichte nach geschehener Verdichtung, so ist

$$d : 1 = E : e, \text{ somit } E = d\,e$$

und

$$d\,e = \frac{a\,m}{a\,m'} \cdot e + h\,s,$$

oder da

$$e = b\,s \text{ ist},$$

$$d = \frac{a\,m}{a\,m'} + \frac{h}{b}.$$

An dem Schenkel a b befindet sich eine Skala, an welcher die Größen h, a m, und a m′ gemessen werden; findet man z. B. $a\,m' = \frac{1}{3} a\,m$, und $h = \frac{b}{2}$,

so ist

$$d = 3 + \frac{1}{2} = 3\,\frac{1}{2}$$

d. h. die Dichte der Luft im Recipienten ist $3\frac{1}{2}$ mal größer als anfänglich. Damit die Capillardepression ohne Einfluß bleibe, sollen die Schenkeln a b und b c gleiche Durchmesser haben.

§. 75. **Bestimmung des spezifischen Gewichtes und der Dichte der Gasarten.** Die erste Aufgabe, die man hier zu lösen hat, ist die Bestimmung der Dichte der atmosphärischen Luft bei 0° und bei dem Normalluftdrucke von 760^{mm} bezüglich des Wassers, weil diese Dichte als Einheit angenommen, und die Dichte aller Gasarten und Dünste bezüglich dieser Einheit ausgedrückt wird; zu diesem Behufe muß man das spezifische Gewicht x d. i. das Gewicht einer Volumseinheit der atmosphärischen Luft bei irgend einer Temperatur von t^0 und dem Barometerstande von b Millimetern ermitteln, aus dem sich das spezifische Gewicht s_0 für 0° und 760^{mm} Barometerstand aus der Proportion (2) im §. 70 nämlich aus

$$D : D' = \frac{E}{1 + \alpha\,t} : \frac{E'}{1 + \alpha\,t'}$$

berechnen läßt, wenn man E : E′ = b : 760, t′ = 0, und für das Verhältniß der Dichten das ihm gleiche Verhältniß der spezifischen Gewichte setzt, man erhält:

$$s_t : s_0 = \frac{b}{1 + \alpha\,t} : 760$$

und $$s_0 = \frac{760}{b} (1 + \alpha t) s_1 \ (1)$$

Sind d und d' die Dichten zweier verschiedenartiger Gasarten für 0° Temperatur und 760mm Barometerstand, so erhält man aus der Proportion (2) des §. 72

$$d : d' = \frac{D (1 + \alpha t)}{E} : \frac{D' (1 + \alpha t')}{E'} \ (2).$$

Geschieht die Bestimmung der Dichten D und D' bei der nämlichen Temperatur, so wie bei dem nämlichen Luftdrucke; und sorgt man dafür, daß die Expansivkräfte E und E' diesem Luftdrucke genau gleich sein, so ist $t = t'$ und $E = E'$, mithin

$$d : d' = D : D' \ (3)$$

d. h. das Verhältniß der Dichten zweier Gasarten bei der Temperatur von 0° und dem Normalbarometerstande ist das nämliche, wie bei jeder andern Temperatur und jedem andern Luftdrucke; demnach hat man nur nöthig das Verhältniß der Dichte einer Gasart zur Dichte der atmosphärischen Luft bei irgend einer Temperatur und bei was immer für einem Luftdrucke aufzufinden und auszudrücken, wie viel Mal die Dichte des Gases größer oder kleiner ist als die der Luft. Ist die Dichte D eines Gases bekannt, so berechnet man dessen spezif. Gewicht S, wenn s das spezifische Gewicht und 1 die Dichte der atmospärischen Luft bedeutet, aus folgender Proportion:

$$D : 1 = S : s, \text{ mithin } S = D s$$

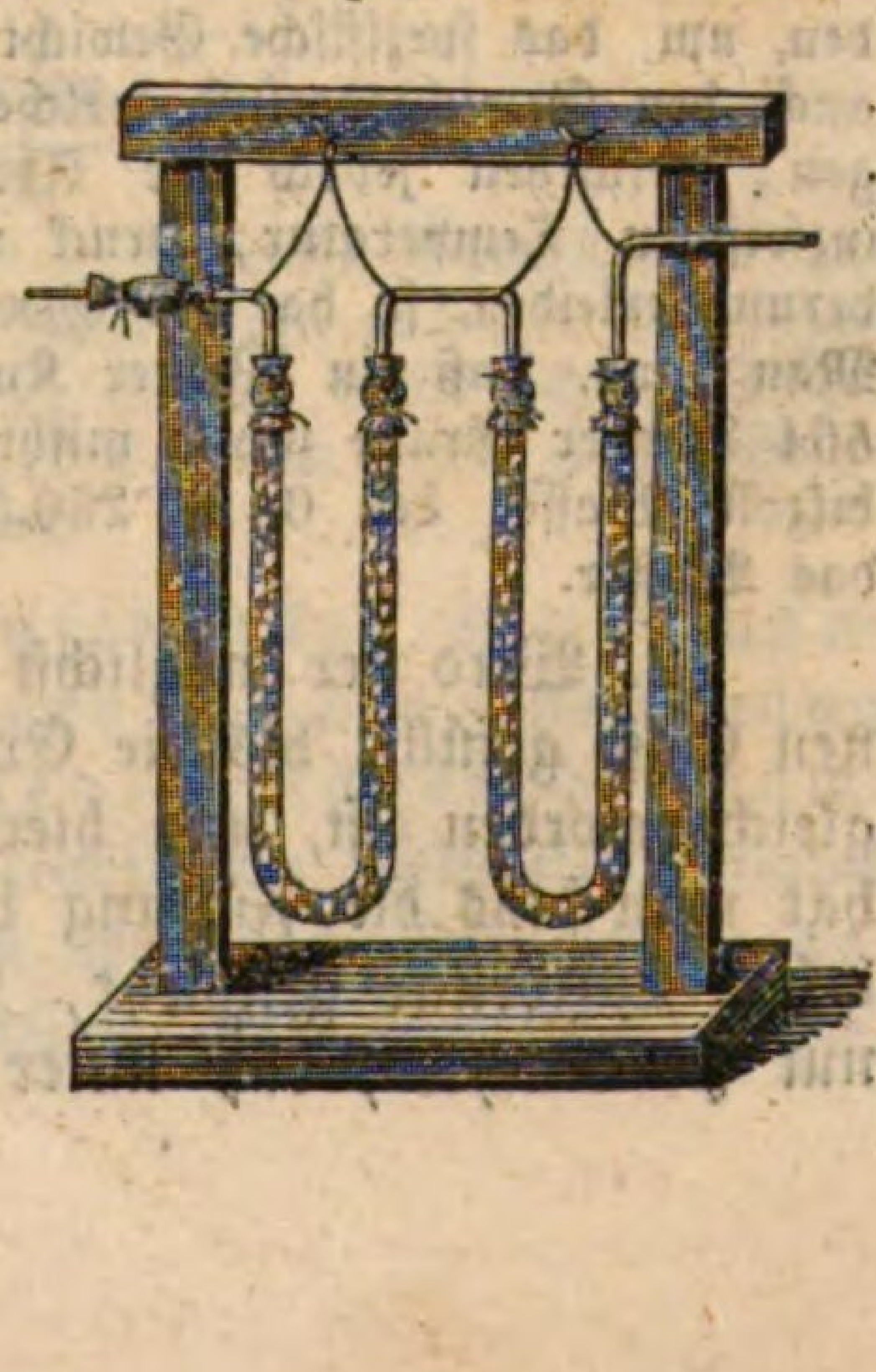
d. h. man multiplicirt die Dichte des Gases mit dem Gewichte einer Volumseinheit der atmosphärischen Luft.

1. Zur Bestimmung der angeführten Größen bedient man sich eines Glasballons von nahe 350 Kubikzoll Inhalt, den man mit einer Fassung versieht, an welcher ein luftdichtschließender Hahn und eine Vorrichtung angebracht ist, mittelst welcher der Ballon an den Teller einer Luftpumpe angeschraubt werden kann. Man verdünnt nun die Luft so weit als möglich, merkt die an der Barometerprobe beobachtete Expansivkraft der im Ballon übrig bleibenden Luftmenge an, (sie sei = h Linien), und bestimmt hierauf das Gewicht des leeren Ballons an einer genauen Wage; dieses Gewicht sei = p. Nach dieser Abwägung läßt man trockene atmosphärische Luft in den Ballon eintreten, bis ihre Expansivkraft dem äußeren Luftdrucke gleich ist.

Fig. 82. A.



Fig. 83. B.



Um die Luft oder ein Gas im Zustande vollkommener Trockenheit in den Ballon einzuführen, leitet man sie durch eine mit Stücken von Chlorkalcium gefüllte Röhre, wie in A Fig. 82., oder durch zwei gekrümmte Röhren, wie in B Fig. 83., in denen kleine mit Schwefelsäure benetzte Stücke von Bimsstein von der Größe einer Erbse sich befinden. Um alle an der inneren Wandung des Ballons befindliche Feuchtigkeit aus dem Ballon herauszubringen, macht man den Ballon, nachdem er mit trockener Luft gefüllt worden ist, abermals luftleer und leitet von neuem trockene Luft hinein. Diese Operation

des Luftleermachens und Füllens mit trockener Luft wird mehrere Mal wiederholt. Um zu erkennen ob die Expansivkraft des in dem Ballon befindlichen Gases dem äußeren Luftdrucke gleich ist, dient ein Apparat, der aus einer Röhre besteht, deren unteres Ende in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß taucht, und deren oberes Ende mit dem in den Ballon gehenden Gasleitungsrohr verbunden ist; steht das Quecksilber in der Röhre und im Gefäße gleich hoch, so ist die Expansivkraft der im Ballon vorhandenen Luft dem äußeren Luftdrucke gleich.

Der mit einer gehörigen Luftmenge gefüllte Ballon wird abermals genau abgewogen, und von dem nun sich zeigenden Gewichte P das Gewicht des leeren Ballons p abgezogen, so gibt der Unterschied P — p das Gewicht der trockenen Luft vom Volumen des Ballons. Um das Volumen zu finden, wird der luftleere Ballon mit eiskaltem Wasser (von 0°) voll gefüllt und hierauf gewogen; man erfährt, indem man von dem Gewichte, das man nun erhält, das Gewicht des luftleeren Ballons abzieht, das absolute Gewicht = Q des eiskalten Wassers unter dem Volumen des Ballons; dividirt man dieses mit dem bekannten Gewichte von einem Kubikzoll eiskalten Wassers, so gibt der Quotient den Kubikinhalt des Ballons; ist dieser = V und s das spezifische Gewicht der Luft, so ist

$$P - p = V s, \text{ und } s = \frac{P - p}{V}.$$

Auf diese Art findet man das Gewicht einer Volumseinheit atmosphärischer Luft bei der Temperatur, und dem Barometerstande, die während des Eintretens der Luft in den Ballon beobachtet worden sind; hierauf läßt sich nach (1) das spezifische Gewicht s_0 berechnen.

Um das Resultat ganz genau zu bekommen, muß man berücksichtigen, daß der Ballon nicht ganz luftleer gemacht werden kann, und das deshalb in den Ballon nur so viel Luft eintritt, als wenn der Luftdruck nur durch den Barometerstand b — h gemessen würde. Man kann jedoch das Gewicht x der Luft, die beim vollen Barometerstand b in den völlig leeren Ballon eintreten müßte, leicht berechnen, wenn man berücksichtigt, daß das Gewicht der Luft bei unveränderter Temperatur mit dem Luftdrucke im geraden Verhältnisse wächst, und daß daher

$$P - p : x = b - h : b, \text{ und } x = \frac{b}{b - h} (P - p).$$

Der Umstand, daß sich das Glas in der Wärme ausdehnt, und daher das Volumen des Ballons bei der Temparatur von t^0 ein größeres ist, als bei 0^0, soll in Rechnung gebracht werden. Ist c der kubische Ausdehnungscoffizient des Glases, so ist $V_t = V_0 (1 + ct)$. Mit diesem Volumen V_t muß das Gewicht x dividirt werden, um das spezifische Gewicht der Luft mit Genauigkeit zu erhalten. — Man sollte auch den Gewichtsverlust, welchen der Ballon in der Luft erleidet, in Rechnung bringen; geschehen jedoch die Abwägungen des Ballons so schnell nach einander, daß inzwischen Temperatur, Druck und Feuchtigkeit der äußeren Atmosphäre keine Veränderung erleiden, so hat der Gewichtsverlust, auf das erhaltene Resultat keinen Einfluß. Man fand, daß ein Wiener Kubikfuß, atmosphärische Luft bei 760^{mm} und bei 0^0 R. 564 Wiener Grane zählt; mithin hat ein Kubickzoll 0.326 Gran. Da nun ein Kubikzoll Wasser bei 0^0 R. 250.53 Gr. zählt, so ist die Luft nahe 770mal leichter als das Wasser.

2. Wird der möglichst luftleer gemachte Ballon mit irgend einem trockenen Gase gefüllt, bis die Expansivkraft dieses Gases dem äußern Luftdrucke gleichgeworden ist, und hierauf sein Gewicht P′ an der Wage bestimmt; so hat man falls die Füllung bei der nämlichen Temperatur und bei dem nämlichen Luftdrucke geschieht, wie früher die Füllung mit atmosphärischer Luft nur zu beachten, daß unter diesen Umständen die Dichten zweier Gase von

gleichem Volumen ihren absoluten Gewichten direkt proportionirt sind, und daß die Dichte der Luft als Einheit angenommen wird; daher ist

$$P - p : P' - p = 1 : d, \text{ und } d = \frac{P' - p}{P - p}.$$

War bei der Füllung des Ballons mit Gas die Temparatur t' und b', und bei der Luftverdünnung der Druck der übrig gebliebenen Luft = h', so wird die Dichte aus der Proportion (2) berechnet, indem man darin für das Verhältniß D : D', das ihm gleiche Verhältniß P — p : P' — p substituirt und die Expansivkraft dem um den Druck der zurückgebliebenen Luft verminderten Barometerstand proportionirt annimmt; es ist also

$$d : d' = \frac{(P - p)}{b - h}(1 + \alpha\, t) : \frac{(P' - p)}{b' - h'}(1 + \alpha\, t')$$

und wenn d = 1 gesetzt wird

$$d' = \frac{P' - p}{P - p}\ \frac{(1 + \alpha\, t')}{1 + \alpha\, t}\ \frac{(b - h)}{b' - h'}.$$

Die Dichte des

O ist = 1.0026	NH_3 = 0.5966	SO_2 = 2.2470
M „ = 0.9720	Cl = 2.4700	SH = 1.1942
H „ = 0.0688	CH = 0.971	ClH = 1.2474
CO_2 „ = 0.5291	CH_2 = 0.5589	Cy = 1.8064
CO „ = 0.973	FH = 2.3694.	

3. Die Dichte eines zusammengesetzten Gases, das durch chemische Verbindung einfacher Gase entsteht, kann man durch Rechnung finden, wenn die Dichtigkeiten d und d', so wie die Volumen v und v' der einfachen Gase, in welchen sie bei einer bestimmten Temperatur und Spannung in Verbindung treten, und außerdem noch das Volumen V des durch diese Verbindung entstandenen Gases bei der nämlichen Temperatur und Spannung, welche die Bestandtheile hatten, bekannt ist. Denn ist D die Dichte des zusammengesetzten Gases; so ist dem Gesetze der Erhaltung der Massen gemäß

$$V\,D = v\,d + v'\,d', \text{ und } D = \frac{v\,d + v'\,d'}{V}.$$

Sind V, v, v', D und d bekannt, so findet man

$$d' = \frac{V\,D - v\,d}{v'}.$$

Zwei Volumen Stickstoffoxydgas entstehen aus 1 Volumen Sauerstoffgas und 1 Volumen Stickgas, daher ist

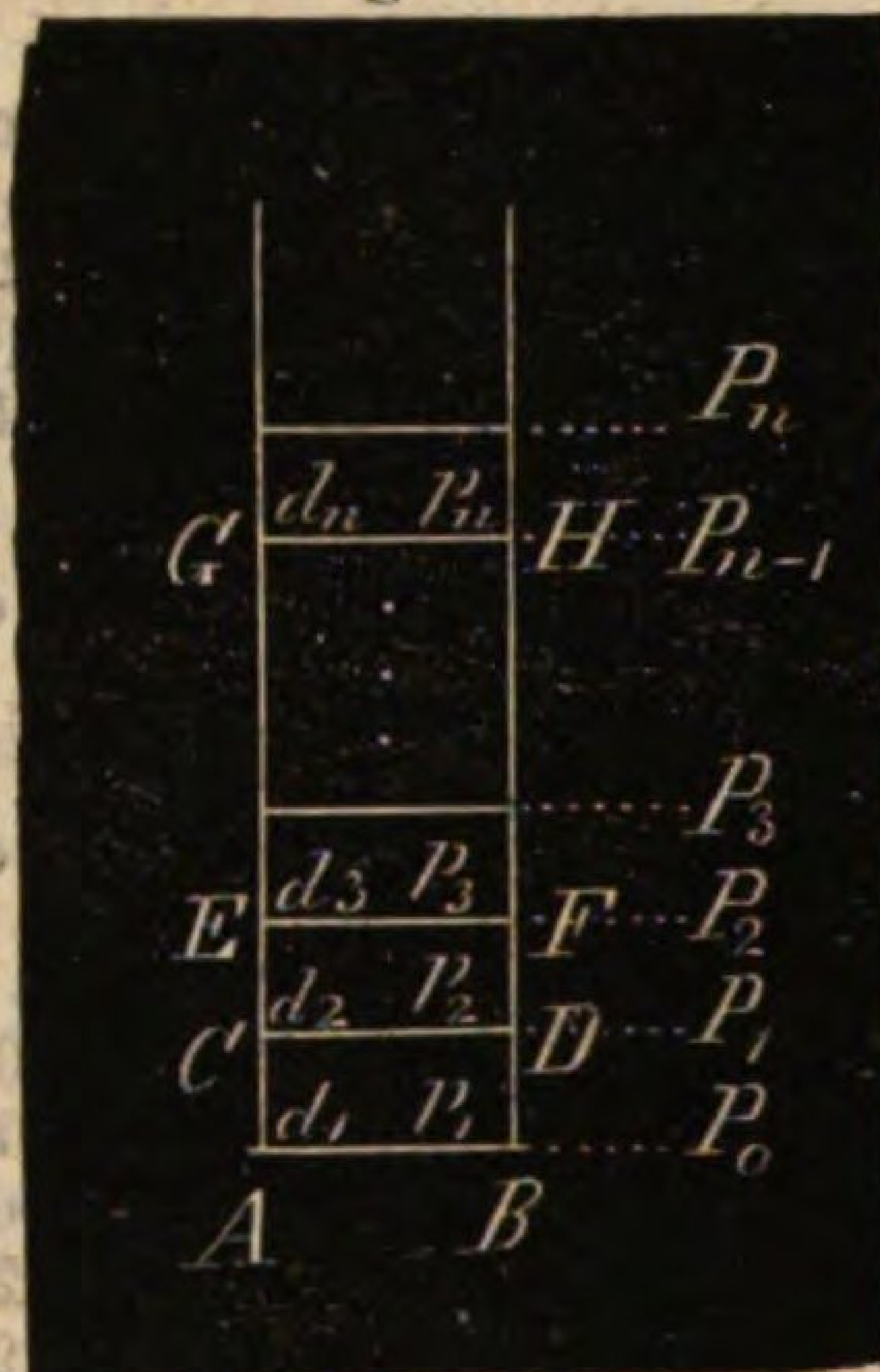
$$D = \frac{1.1026 + 0.972}{2} = \frac{2.0746}{2} = 1.0373.$$

Nimmt man an, daß 2 Volumen Kohlenoxydgas aus 1 Volumen Sauerstoffgas und 1 Volumen hypothetischen Kohlengases bestehen; so findet man aus der Dichte des Kohlenoxydgases, jene des Kohlengases d' = 0.8434; hieraus ergibt sich die Dichte des Kohlensäuregases = 1.524 bei der Annahme, daß 2 Volumen davon aus 1 Volumen Kohlengas und 2 Volumen Sauerstoffgas bestehen.

§. 77. **Gesetz der Abnahme des Luftdruckes, der Expansivkraft und der Dichte der Atmosphäre mit der Entfernung von der Erdoberfläche, wenn in allen Schichten die nämliche Temperatur herrscht.** Bei einer tropfbaren Flüssigkeit nimmt der Druck mit der Entfernung vom Boden im einfachen Verhältnisse ab, und die Dichte ist in allen Schichten nahe dieselbe; allein dieß ist bei aus-

dehnsamen Stoffen nicht mehr der Fall. Denken wir uns eine vertikale Luftsäule, welche von der Erdoberfläche AB Fig. 84., bis an das Ende der Atmosphäre sich erstreckt, und diese durch horizontale Ebenen in gleich hohe Schichten von so geringer Höhe getheilt, daß die Dichte einer jeden in allen ihren Theilen als gleichförmig groß angenommen werden kann; bezeichnen wir den Luftdruck auf die auf einander folgenden Schichten mit $P_0, P_1, P_2, \ldots P_n$, die absoluten Gewichte derselben mit $p_1, p_2, p_3 \ldots p_n$, und die Dichtigkeiten, die sie besitzen, mit $d_1, d_2, d_3 \ldots d_n$; nehmen wir ferner an, daß die Temperatur in allen Schichten die nämliche ist, und lassen die Abnahme der Schwere mit der Entfernung von der Oberfläche unbeachtet, so erhalten wir dem Mariotte'schen Gesetze gemäß

Fig. 84.



$$d_1 : d_n = P_1 : P_n$$

und da die Dichten zweier Luftmassen von gleichem Volumen und gleicher Temperatur, sich gerade so zu einander verhalten, wie ihre absoluten Gewichte, so ist auch

$$d_1 : d_n = p_1 : p_n,$$

mithin

$$P_1 : P_n = p_1 : p_n \text{ und}$$

$$P_1 + p_1 : P_n + p_n = P_1 : P_n, \text{ oder}$$

$$P_0 : P_{n-1} = P_1 : P_n,$$

woraus sich ergibt

$$P_n = \frac{P_1}{P_0} \cdot P_{n-1}, \text{ oder}$$

wenn man $\frac{P_0}{P_1} = K$ setzt,

$$P_n = \frac{P_{n-1}}{K}.$$

Heißt h die Höhe einer Luftschichte, so ergibt sich aus der letzten Gleichung,

für h $\quad P_1 = \frac{P}{K}$

„ 2h $\quad P_2 = \frac{P_0}{K^2}$

„ 3h $\quad P_3 = \frac{P_0}{K^3}$ u. s. f.

„ nh $\quad P_n = \frac{P_0}{K^n}$;

d. h. der Luftdruck, und mit ihm auch die Expansivkraft der atmosphärischen Luft bei gleichmäßiger Temperatur nimmt in einer geometrischen Progression ab, wenn die zugehörigen Höhen in einer arithmetischen Progression wachsen. Da nun bei der nämlichen Temperatur die Dichtigkeiten der Luftschichten ihren Expansivkräften direkt proportionirt sind, so folgt daß die Dichtigkeiten der Atmosphäre an Orten, deren Abstände von der Erdoberfläche Glie-

der einer zunehmenden arithmetischen Reihe bilden, als Glieder einer abnehmenden geometrischen Reihe erscheinen. Der beständige Quotient dieser geometrischen Reihe ist $\frac{1}{K} = \frac{P_1}{P_0}$; aus der Eigenschaft einer solchen Reihe folgt aber, daß

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_2} = \ldots \frac{P_m}{P_{m-1}} = \frac{1}{K}$$

daher kann der Werth von K aus der Vergleichung des Luftdruckes in zwei um die Höhe h von einander entfernten Schichten gefunden werden, mögen diese in was immer für einem Abstande von der Erdoberfläche sich befinden.

Sind $b_0, b_1, b_2, \ldots b_n$ die Barometerstände, die dem Luftdrucke $P_0, P_1, P_2 \ldots P_n$ entsprechen, so ist offenbar, wenn s das spezifische Gewicht des Quecksilbers bedeutet,

$$P_0 = b_0\, s,\ P_1 = b_1\, s,\ P_2 = b_2\, s, \ldots P_n = b_n\, s, \text{ mithin}$$

$$b_1 = \frac{b_0}{K},\ b_2 = \frac{b_0}{K^2},\ b_3 = \frac{b_0}{K^3} \ldots b_n = \frac{b_0}{K^n}$$

$$\text{und } K = \frac{b_{m-1}}{b_m}$$

Hieraus folgt, daß in einer ruhigen Atmosphäre die Barometerstände an allen Orten, die gleich weit vom Erdmittelpunkte entfernt sind, gleich groß sind, was die Erfahrung für nicht weit von einander entfernte Orte bestätigt; bei größeren Entfernungen verursachen die in der Atmosphäre beständig herschenden Strömungen Abweichungen in diesen Barometerständen, aber auch hier zeigt sich eine Uebereinstimmung in den aus vielen Beobachtungen gefundenen arithmetischen Mitteln.

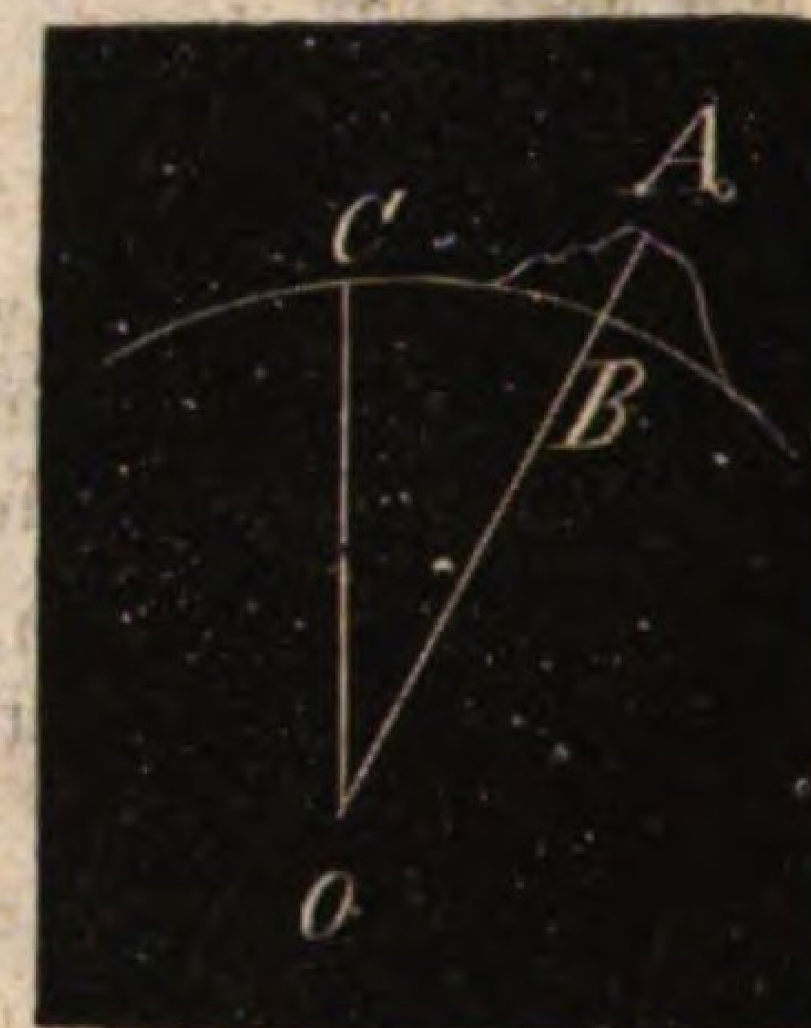
Der Mensch vermag bedeutende Veränderungen in der Dichte der atmosphärischen Luft zu ertragen. Alex. Humbold fand auf der Spitze der Chimborasso nur einen Luftdruck von 376.73 Millimeter, und in der Tiefe des Meeres, zu der er sich später versenken ließ, betrug der Luftdruck 1150.47 Millimeter, war also mehr als dreimal so groß, wie in jener Höhe. — Allein die verdünnte Luft auf hohen Bergen begünstigt die Körperausdünstung, was wie man glaubt, jenes Gefühl der Leichtigkeit erzeugt, daß sich auf hohen Bergen einzustellen pflegt; die geringe Menge von Sauerstoff, die mit jedem Athemzuge aufgenommen wird, kann aber Athembeschwerden, Mattigkeit und Appetitlosigkeit zur Folge haben.

Wenn der mittlere Querschnitt des Hüftgelenks eines Menschen, dessen Schenkel 20⅓ Pfund wiegt, einen Durchmesser von 21 Wiener Linien hat, so wirkt der Luftdruck bei dem Barometerstande von 346.160 W. L. auf den Schenkel nach aufwärts mit der Kraft von nahe 24⅓ Pfund, und ist somit im Stande mehr als das Gewicht des Beins zu tragen. Kommt jedoch derselbe Mensch auf die Spitze des Montblanc, wo der Barometerstand 197.28 W. L. beträgt; so drückt die Luft auf das Hüftgelenke nur noch mit der Kraft von nahe 14 Pfund, weshalb dann die Muskeln nicht blos ihre Kraft zur Bewegung der Schenkeln zu verwenden, sondern auch noch die Last von 6⅓ Pfund zu tragen haben, was viel zu der Müdigkeit beiträgt, welche die Reisenden beim Besteigen sehr hoher Berge befällt.

§. 78. **Höhen-Messung mittelst des Barometers.** Die Kenntniß des Gesetzes, nach welchem mit zunehmendem Abstande des Ortes vom Erdmittelpunkte der Barometerstand abnimmt, setzt uns in den Stand, aus der gleichzeitigen Differenz der Barometerstände zweier Orte den Unterschied der Entfernungen dieser Orte vom Erdmittelpunkte, also

die in vertikaler Richtung gemessene Erhebung des einen über dem andern zu berechnen. Gewöhnlich wird die Meeresfläche als untere Station angenommen, bezüglich welcher die Höhe eines Ortes bestimmt wird. Ist z. B. C Fig. 85. ein Ort an der Meeresfläche, CO sein Abstand vom Erdmittelpunkte O und A ein anderer weiter von O entfernter Ort z. B. der Gipfel eines Berges, so ist

Fig. 85.



$$AB = AO - CO = H$$

die Höhe des Ortes A rücksichtlich der Meeresfläche.

Denken wir uns die Luftsäule H zwischen den beiden Orten C und A in n horizontale Schichten getheilt, deren jede eine so geringe Höhe = h hat, daß die Dichte der Luft in derselben als gleichförmig angenommen werden kann; so ist

$$H = n\,h.$$

Unter denselben Voraussetzungen, unter welchen das Gesetz rücksichtlich der Abnahme der Expansivkraft gültig ist, hat man, wenn man mit b_0 und b_n die Barometerstände an den Stationen C und A bezeichnet,

$$b_n = \frac{b_0}{K^n}, \text{ und } K^n = \frac{b_0}{b_n};$$

mithin ist

$$n \log. K = \log. b_0 - \log. b_n \text{ und}$$

$$n\,h = H = \frac{h}{\log. K}(\log. b_0 - \log. b_n) = A\,(\log. b^0 - \log. b_n),$$

$$\text{wo } A = \frac{h}{\log. K}$$

Um den Werth von K zu finden, hat man nur nöthig, zu ermitteln, um wie viel das Barometer sinkt, wenn man von irgend einer horizontalen Schichte M z. B. von derjenigen, in welcher der Barometerstand 336.9 Par. Linien beträgt, um h Zolle sich erhebt, und an den Ort N gelangt. Heißt σ das spezifische Gewicht der Luft zwischen M und N, so ist $h\,\sigma$ der Druck, den diese Luft auf eine Flächeneinheit der Luftschichte M äußert; um diesen Druck ist der Luftdruck am Orte N kleiner. Diesem Drucke $h\,\sigma$ hält das Gleichgewicht eine Quecksilbersäule von der Höhe x und dem spezifischem Gewichte s, mithin ist

$$s\,x = h\,\sigma \text{ und } x = \frac{h\,\sigma}{s}.$$

Der Barometerstand in N ist nun um die Größe x kleiner. Genaue Untersuchungen lehren, daß unter der geographischen Breite von 45° bei 0° R. und bei 336.9 Par. Linien Barometerstand, der Quotient

$$\frac{\sigma}{s} = \frac{1}{10467}$$

ist, d. h. das spezifische Gewicht des Quecksilbers ist 10467mal größer als das der trockenen atmosphärischen Luft unter den angeführten Umständen. Nimmt man nun h = 0.10467 P. Fuß an, wo dann h eine hinreichend geringe Höhe ist, so ist

$$x = 0.00001 \text{ Fuß} = 0.00144 \text{ P. Linien, und}$$

daher der Barometerstand an dem Orte N gleich 336.9 — 0.00144 = 336.89856 P. Linien; und log. K = log. 336.9 — log. 336.89856 = 0.0000018563. Hieraus ergibt sich

$$\frac{h}{\log. K} = \frac{0.10467}{0.0000018563} = 56386 \text{ Pariser Fuß, mithin ist,}$$

$$H = 56386 (\log. b_o - \log. b_n) \quad (1)$$

Die Formel (1) drückt die Höhe in Pariser Fuß aus; wollte man diese Höhe in Wiener Maß ausgedrückt haben, so muß man die Differenz der Logarithmen der an den zwei Stationen C und A beobachteten Barometerstände mit der Zahl 57942 multipliciren. Die Barometerstände können nach ganz beliebigem Maße ausgedrückt sein, weil die Wahl der Einheit auf den Werth des Quotient $\frac{b_o}{b_n}$ keinen Einfluß hat.

Die gefundene Formel bedarf mehrfacher Correctionen; denn

a) bezieht sie sich auf Luft von der Temperatur von 0°, und setzt voraus, daß die ganze Luftsäule A B diese Temperatur besitzt; deshalb wird der Werth von H, den man nach der Formel erhält, kleiner als er sein soll und sich auch ergeben würde, wenn man die in der Atmosphäre vorkommende höhere Temperatur in Rechnung zöge, indem der Beobachter bei einer höheren Temperatur der Luftsäule A B offenbar höher steigen muß, bis ihm das Quecksilber um eben so viel tiefer sinkt, als es bei 0° R. geschehen wäre. — Hiebei ergibt sich noch die Schwierigkeit, daß die Temperatur mit der Entfernung von der Meeresfläche abnimmt; um sich nun dem wahren Resultate möglichst zu nähern, führt man die Rechnung in der Art, als ob die ganze Luftsäule A B das arithmetische Mittel aus den Temperaturen T° und t° R. der beiden Stationen C und A hätte; man sollte also den obigen Ausdruck für H mit dem Factor

$$1 + \frac{11}{2400}\left(\frac{T + t}{2}\right) = 1 + \frac{1}{436}(T + t)$$

multipliciren. Allein

b) dieser Factor ist nur für trockene atmosphärische Luft richtig, bei einer feuchten Luft, wie sie wirklich in der Atmosphäre vorkommt, muß der Ausdehnungscoeffizient etwas größer genommen werden; man setzt daher anstatt 436 die Zahl 399.

c) Außerdem hat man noch zu berücksichtigen, daß die Intensität der Schwere in einerlei Vertikallinien von unten nach oben abnimmt, dagegen mit der Entfernung vom Aequator wächst, und daher das Verhältniß der Dichte des Quecksilbers zur Dichte der Luft mit der Höhe des Ortes über der Meeresfläche und mit der geografischen Breite sich ändert. Heißt ψ die geografische Breite des Ortes A, so multiplizirt man die Formel für H auch noch mit dem Faktor

$$(1 + 0.0026 \cos. 2\psi)$$

und modifizirt den Coffizienten A nach Ergebnißen der Erfahrung, so,

daß die Formel zur Berechnung der Höhe H in Wiener Fuß folgende Gestalt erhält:

$$H = 5.8152 \,(1 + 0.0026 \cos. 2\psi)\left(1 + \frac{1}{399}(T + t)\right)(\log. b_0 - \log. b_n).$$

Soll die Höhe in Metern gegeben werden, so wird der Coeffizient A = 18382 gesetzt.

Da die Formel für H lauter Faktoren enthält, so ist es am bequemsten, den Logarithmus von H durch Addition der Logarithmen der Faktoren zu berechnen. Nachdem man die Barometerstände b_0 und b_n auf 0° R. reducirt, und alle nöthigen Correktionen berücksichtigt hat, so bestimmt man den Logarithmus von ($\log. b_0 - \log. b_n$) addirt dazu den Logarithmus von (399 + T + t), die decadische Ergänzung des Logarithmus von 399, nämlich 0.39903 — 3, und noch den Logarithmus von dem Coeffizienten 5815,2; dieser ist = 4.76456. Der Faktor (1 + 0.0026 cos. 2 ψ) ist hinreichend berücksichtigt, wenn man 0.00004 mit der Zahl, welche angibt, um wie viel Grade die geografische Breite des Ortes A über oder unter 45° steht, multiplizirt, und um das erhaltene Produkt die gefundene Summe der früheren 4 Logarithmen entweder vermindert oder vermehrt, je nachdem die geographische Breite von A größer oder kleiner ist, als 45. . Hat man auf solche Art den Logarithmus von H berechnet, so findet man in den Logarithmentafeln die diesem Logarithmus entsprechende Zahl H.— Die Beobachtungen des Barometer- und des Thermometerstandes sollen an den beiden Stationen gleichzeitig vorgenommen werden; wo dieß nicht möglich ist, so beobachtet man zuerst den Barometerstand an der untern, dann an der obern Station, kehrt zur ersten Station zurück, und macht daselbst eine zweite Barometerbeobachtung, aus der man die Aenderung des Barometerstandes zwischen den Beobachtungszeiten erfährt; wird letzere Aenderung mit der Anzahl der Stunden, die zwischen den zwei Beobachtungen an der untern Station verfloßen sind, dividirt, so hat man die auf eine Stunde entfallende Größe der Barometeränderung und nun läßt sich der Barometerstand berechnen, der an dieser Station in der Zeit vorkam, wo man das Barometer an der zweiten Station beobachtet hat. — Ist es nicht möglich, zur ersten Station zurückzukehren, so macht man an der oberen Station eine zweite Beobachtung nach einer Zeit, die wenigstens halb so groß ist, als die Zeit, die man braucht, um von der ersten zur zweiten Station zu kommen; hieraus erfährt man die an der oberen Station in der Zwischenzeit eingetretene Barometeränderung, nach der man die Aenderung an der untern Station und den Stand des Barometers für die Zeit, in welcher die erste Beobachtung an der obern Station gemacht wurde, annähernd beurtheilt. — Am genauesten wird der Höhenunterschied H zweier Stationen bestimmt, wenn die jährlichen mittleren Barometerstände dieser Orte bekannt sind.

§. 79. **Gewichtsbestimmung eines Körpers mit Berücksichtigung des Gewichtsverlustes, den er beim Abwägen in der Luft erleidet. Wagemanometer.** Heißt V das Volumen des Körpers, dessen Gewicht P man wissen will, und ist v das Volumen des Gegengewichts q, welches dem Körper bei gehöriger Stellung der Zunge an der Wage das Gleichgewicht hält; bezeichnet man ferner das spezifische Gewicht, welches die atmosphärische Luft während des Abwägens hatte, so ist V s der Gewichtsverlust, welchen P und v s jener, welchen q erleidet, mithin ist

$$P - V s = q - v s, \text{ folglich}$$
$$P = q + (V - v) s.$$

Setzt man wie gewöhnlich P = q, so begeht man in der Bestimmung einen Fehler, der desto beträchtlicher ist, je mehr das Volumen des Körpers jenes des Gegengewichtes übertrifft, und je dichter die atmosphärische Luft

ist. — Da sich s jedesmal leicht aus dem beobachteten Barometer- und Thermometerstande ermitteln läßt, so braucht man nur die Volumen V und v zu kennen, um das wahre Gewicht eines Körpers, wie es beim Abwägen im leeren Raum gefunden würde, zu berechnen.

2. Der Gleichgewichtszustand zweier an einer Wage hängenden Körper von ungleichem Volumen wird sogleich aufgehoben, sobald in der Dichte der Luft eine Aenderung eintritt; wird die Dichte vermindert, so geht der größere Körper abwärts und der kleinere in die Höhe; bei Vergrößerung der Dichte findet das Gegentheil Statt, wie man es leicht an einem sogenannten Wagenmanometer unter dem Recipienten einer Luftpumpe ersichtlich machen kann. Dieser Apparat besteht aus einer sehr empfindlichen Wage, an deren einem Arme eine hohle geschlossene Glaskugel hängt, der ein am Ende des andern Armes befindliches, und aus einem dichten Metalle bestehendes Gegengewicht bei der Temperatur von 0^o und dem Barometerstand von 760^{mm} dergestalt das Gleichgewicht hält, daß der Wagbalken vollkommen horizontal liegt.

Ist P das Gewicht im leeren Raume, und V das Volumen der hohlen Glaskugel, p und v dieselben Größen des Gegengewichts; ist ferner s das spezifische Gewicht der Luft bei 0^o R. und 760^{mm} Barometerstand, und d die Aenderung im spezifischen Gewichte, die durch eine Aenderung in der Expansivkraft der Luft herbeigeführt wird; so hat man bei dem spezifischen Gewichte s die Gleichung

$$P - V s = p - v s = M$$

Uebergeht s in $s \pm d$, so ist das scheinbare Gewicht des Glaskörpers

$$= P - V (s \pm d) \text{ und jenes des}$$

Gegengewichts $= p - v (s \pm d)$;

da in diesen beiden Ausdrücken $P - V s = p - v s$ ist, so hängt die Störung des Gleichgewichtszustandes an der Wage nur von der Beschaffenheit der Größen V d und v d ab. Nun ist

$$V > v, \text{ mithin } V d > v d,$$

somit ist bei Zunahme der Dichte in der Atmosphäre:

$$M - V d < M - v d,$$

und bei Abnahme dieser Dichte

$$M + V d > M + v d;$$

folglich wird im ersten Falle das metallene Gegengewicht, und im zweiten die Glaskugel das Uebergewicht bekommen und sinken.

Bringt man an dem Hebelarme, welcher bei einer Aenderung des Werthes von s in die Höhe steigt, ein kleines Gewichtchen q an, und entfernt es von der Drehungsaxe so weit, daß der Wagbalken wieder genau horizontal liegt, so erhalten wir für diesen Gleichgewichtszustand, wenn b die halbe Länge des Wagbalkens und a den Abstand des Gewichtchens q von der Axe bezeichnet,

$$(M - V d) b \pm q a = (M - v d) b,$$

wo bei q a das Zeichen + für die Zunahme und — für die Abnahme im spezifischen Gewichte der atmosphärischen Luft zu nehmen ist; aus dieser Gleichung ergibt sich für die Größe der Aenderung d der Ausdruck:

$$d = \pm \frac{q a}{(V - v) b}.$$

Diesen Werth von d hat man mit seinem Zeichen zu dem Werthe von s zu addiren, um das spezifische Gewicht, das die Luft bei irgend einer Temperatur t und dem Barometerstande b besitzt, zu erhalten. — Man theilt jeden Arm des Wagbalkens

in eine gewisse Anzahl gleicher Theile z. B. in 100, so daß ein Theil $= \frac{b}{100}$ und

$$a = \frac{n\,b}{100} \text{ ist; so ist}$$

$$d = \pm \frac{n}{100} \cdot \frac{q}{(V-v)}.$$

Bestimmt man die Volumen V und v z. B. auf dem hydrostatischen Wege durch Bestimmung des Gewichtsverlustes, und berechnet den constanten Factor

$$\frac{q}{100\,(V-v)} = A,$$

so hat man nur nöthig, A mit der Zahl n, welche die Entfernung des Laufgewichts von der Axe anzeigt, zu multiplizieren, um den jedesmaligen Werth von d zu bekommen.

Wird a = b, so ist

$$d = \frac{q}{V-v}$$

d. i. die größte mittelst des Laufgewichtes bestimmbare Aenderung des spezifischen Gewichtes der Luft. Sollen größere Aenderungen mittelst des Manometers bemessen werden, so muß man größere Laufgewichte anwenden. Ist D die Dichte der Luft bei t° R. und bei dem Barometerstande b, so ist

$$s + d : s = D : 1;$$

somit gibt das Wagenmanometer die jedesmalige Dichte der Luft an. Substituirt man in der Proportion (1) des §. 70 für das Verhältniß der Expansivkräfte der Luft das ihnen gleiche Verhältniß der Barometerstände, so erhält man

$$b : 760 = D\,(1 + \alpha\,t) : 1,$$

woraus ersichtlich wird, daß es möglich ist, den Barometerstand zu berechnen, wenn man an einem Wagenmanometer die Dichte D und am Thermometer die Temperatur bestimmt hat. Ein Wagenmanometer kann ein Barometer entbehrlich machen, und ist dem letzteren auf Reisen vorzuziehen.

3. Bei einem Luftballone hat man die Steigkraft zu bestimmen und annäherungsweise die Höhe zu finden, bis zu der sich der Ballon erheben kann. Ist V das Volumen des Ballons, S das spezifische Gewicht der atmosphärischen Luft, und s das spezifische Gewicht des Gases, womit der Ballon gefüllt ist, ferner Q das Gewicht der Hülle, Schnüre, Gondel und der mit aufsteigenden Personen, und berücksichtigt man, daß die Steigkraft P gleich ist dem Unterschiede der den Ballon treibenden Kräfte, nämlich des Auftriebes, und des absoluten Gewichtes, so ist

$$P = V\,S - (V\,s + Q) = V\,(S - s) - Q;$$

demnach wächst die Steigkraft, wenn das Volumen des Ballons und der Unterschied der spezifischen Gewichte der Luft und der Füllung wächst, und das Gewicht des ganzen abnimmt.

So z. B. war bei dem ersten mit Wasserstoffgas gefüllten Ballon, in dem Charles und Robert am 1. Dezember 1783 in Paris, unter einem unglaublichen Enthusiasmuß der zahlreich versammelten Bevölkerung, aufgestiegen sind, das Volumen V = 10.000 Kubik Fuß, S = 0.8 Pfund, mithin V S = 800 Pfd.; allein es waren nur $\frac{27}{28}$ V gefüllt, damit der Ballon in den oberen dünneren Luftschichten nicht zerplatze; daher war eigentlich V S nur $= \frac{27}{28}\,800 = 771.4$ Pfd. Das spezifische Gewicht des unreinen Wasserstoffgases, womit man den Ballon gefüllt hatte, war $5\frac{1}{4}$ Mal leichter als die Luft, mithin war

$$V\,s = \frac{771.4}{5\frac{1}{4}} = 146.9 \text{ Pfund; } Q \text{ betrug } 604\tfrac{1}{2} \text{ Pfund; folglich}$$

war $$P = 771.4 - 751.4 = 20 \text{ Pfund.}$$

In einer gewissen Höhe bläht sich der Ballon vollständig auf, und von da an muß man von Zeit zu Zeit durch die Sicherheitsklappe das Füllgas entweichen lassen, damit die Spannkraft desselben stets dem äußeren Luftdrucke gleich bleibe, und nicht etwa ein Uebergewicht erlange, bei dem die Hülle reißen könnte. Das Aufsteigen des Ballons wird so lange Statt finden, bis in Folge der Abnahme der Größen S und s die Steigkraft P gleich Null wird. Um die Höhe zu finden, in welcher $P = 0$ wird, sucht man nur den in dieser Höhe herrschenden Barometerstand b, und berücksichtigt, daß daselbst S in S′ und s in s′ übergeht, und man daher hat:

$$0 = V(S' - s') - Q, \text{ und } Q = V(S' - s').$$

Unter der Voraussetzung, daß die Luft in der ganzen vertikalen Säule, in welcher sich der Ballon erhebt, dieselbe Temperatur hat, und daß B den Barometerstand an dem Orte, wo die Füllung des Ballons vorgenommen wurde, bedeutet, hat man

$$S : S' = B : b, \text{ und } s : s' = B : b,$$

$$\text{mithin } S' = \frac{S\,b}{B}, s' = \frac{s\,b}{B}, \text{ und}$$

$$Q = V(S - s)\frac{b}{B},$$

woraus man für den Barometerstand der gesuchten Steighöhe erhält:

$$b = \frac{Q\,B}{V(S - s)}.$$

Kennt man b, so läßt sich nach den früher aufgestellten Formeln die Steighöhe selbst berechnen, jedoch nur beiläufig, weil die Abnahme der Temperatur während des Aufsteigens nicht berücksichtigt werden kann. Da die Steighöhe desto beträchtlicher wird, je geringer b erscheint, so ist ersichtlich; daß der Ballon desto höher steigt, je geringer die Belastung, je größer sein Volumen und je größer der Unterschied am spez. Gewichte der Luft und des Füllgases ist.

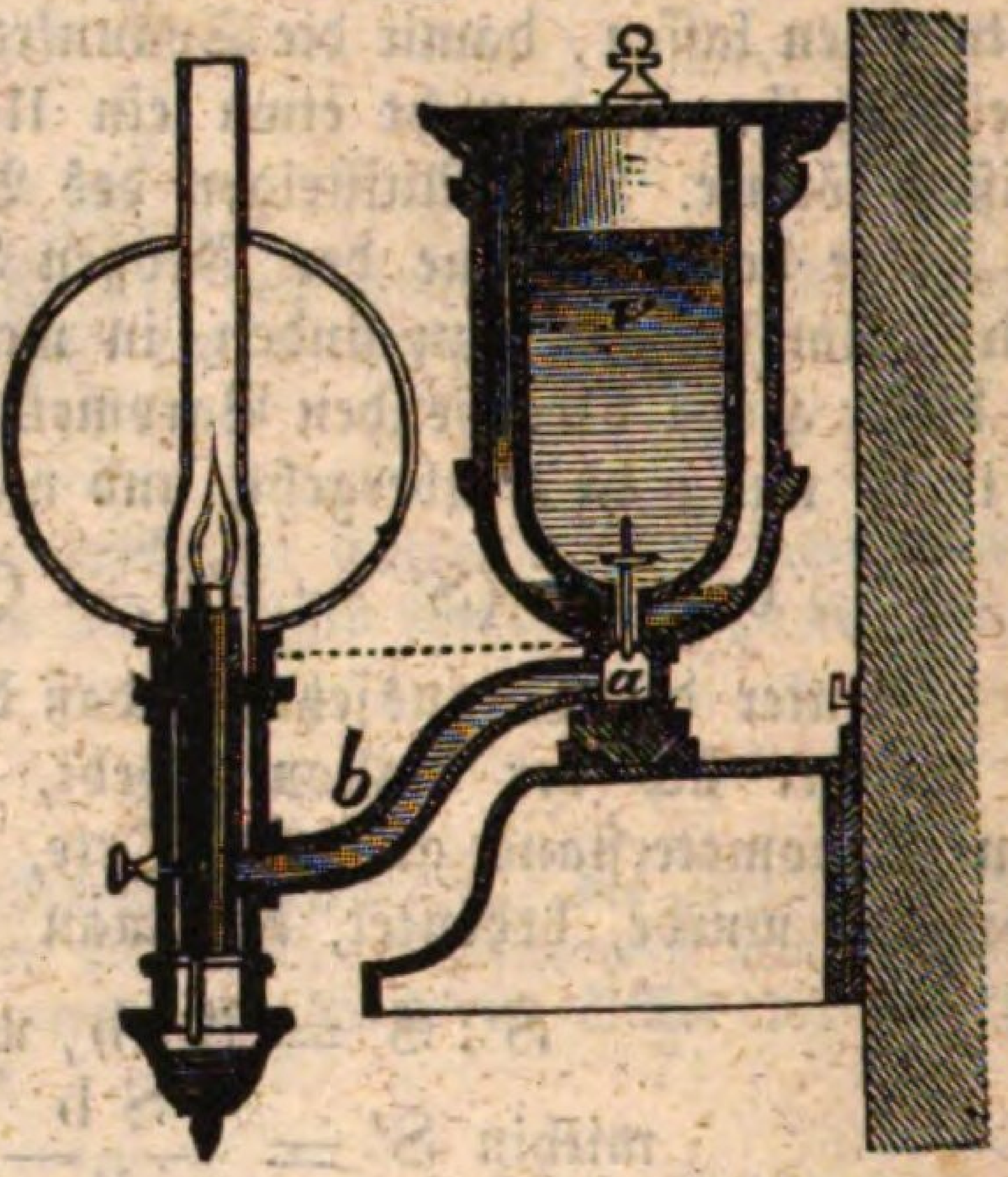
§. 80. Anwendung der Ausdehnsamkeit und des Druckes der atm. Luft. 1. Gefäß zum Tränken der Vögel. Fig. 86. Daß Gefäß ist zum Theil mit Wasser, zum Theil mit Luft gefüllt; im Gleichgewichtszustande ist die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft vermehrt um den hydrostatischen Druck des über dem Niveau bei C stehenden Wassers dem hier wirkenden äußern Luftdrucke gleich. Das Wasser wird, von den Vögeln tropfenweise herausgenommen; sinkt nun die Oberfläche ein wenig unter die durch C gehende horizontale Ebene, so dringt allsogleich eine Luftblase in das Gefäß ein und vermehrt die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft, wodurch das Niveau wieder etwas über C gehoben und das Eintreten einer neuen Luftblase ver-

Fig. 86.



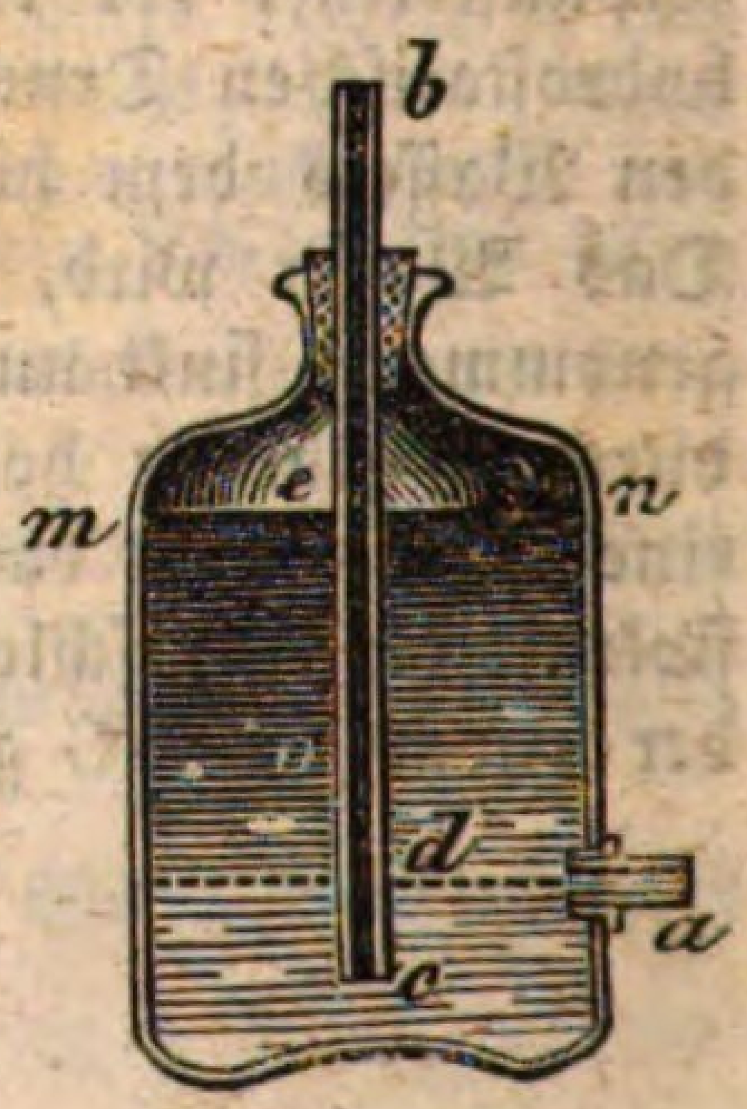
hindert wird. Sinkt das Niveau abermals unter C, so tritt eine neue Luftblase ein, die es von neuem erhebt, und dieß dauert so fort, bis nach und nach die Oberfläche des Wassers im Gefäße unter C herabsinkt.

Fig. 87.



2. Eine häufig im Gebrauch vorkommende Oellampe besteht aus einem Oelbehälter A, Fig. 87. den man mit Oel aber nicht ganz voll füllt, die Oeffnung, durch welche die Füllung geschieht wird mit einem Ventil vermittelst eines daran befestigten langen Stäbchens verschlossen, der Behälter umgekehrt und in ein zweites etwas weiteres Gefäß eingesetzt, worauf das Ventil vermög der großen Länge des Stäbchens sich erhebt und das beständige Herabfließen des Oels in die ausgebogene Röhre b, und das Aufsteigen desselben nach dem Gesetze der Communikationsgefäße in dem Dochtbehälter B möglich macht. Das Oel wird nur etwas über die Oeffnung a des Behälters A in dem Raume zwischen A und N sich, erheben, bis nämlich die Expansivkraft der Luft in A und der hydrostatische Druck des hier befindlichen Oels dem äußern auf das Niveau bei a wirkenden Luftdrucke das Gleichgewicht hält; der Dochtbehälter B ist so construirt, daß das obere Ende des Dochtes nur um 1½ Linien über das durch a gehende Niveau fällt, und dahin das Oel vermöge der Capillarität aufsteigt. Wenn ein Theil des Oels verbrannt ist, so sinkt das Niveau bei a, und nun steigt alsogleich eine Luftblase in das Gefäß A, verstärkt die Expansivkraft der hier befindlichen Luft, wodurch das Oel mehr herabgedrückt, und das Niveau, bei a wieder zum Steigen gebracht wird. Auf diese Art erhält sich das Niveau des Oels im Dochtbehälter immerfort bei a, bis alles Oel aus dem Oelbehälter herausgeflossen ist. Hat man zu viel Oel in den Behälter A gebracht, so steigt es. in B über die obere Mündung, wird aber von dem Gefäße M aufgefangen

Fig. 88.



3. Mariotte'sche Flasche. Durch den Hals einer gewöhnlichen, jedoch mit einer in der Nähe des Bodens angebrachten Oeffnung a Fig. 88. geht luftdicht eine oben und unten offene Röhre dergestalt, daß sie gehoben und herabgesenkt werden kann; steht das untere Ende dieser Röhre unter der Seitenöffnung a z. B. bei c und ist die Flasche so wie die Röhre bis m n mit Wasser gefüllt, so wird dieses so lange aus der Oeffnung herausfließen, bis der äußere Luftdruck p der Expansivkraft der oberhalb m n befindlichen etwas verdünnten Luft, und dem hydrostatischen Drucke der Wassersäule a n $=$ h das Gleichgewicht hält, wo dann das Wasser in der Röhre

auch bis zu der Tiefe der Oeffnung, also bis d herabgedrückt erscheint. Zieht man die Röhre in die Höhe, so daß ihr unteres Ende über a z. B. bei o steht, so fließt daß Wasser bei a abermals heraus und zwar ununterbrochen mit einer unveränderlichen Geschwindigkeit, die der Druckhöhe $d\,o = b$ entspricht; denn nun dringen bei o beständig Luftblasen ein, steigen im Wasser empor, und bewirken, daß die Expansivkraft e der eingeschlossenen Luft beständig dieselbe bleibt, so daß sie vermehrt durch den Druck der Wassersäule $c\,o = h'$ dem äußern Luftdrucke p bei o das Gleichgewicht hält. Heißt s das spezifische Gewicht des Wassers, so ist

$$e + h' s = p, \text{ und } e = p - h' s.$$

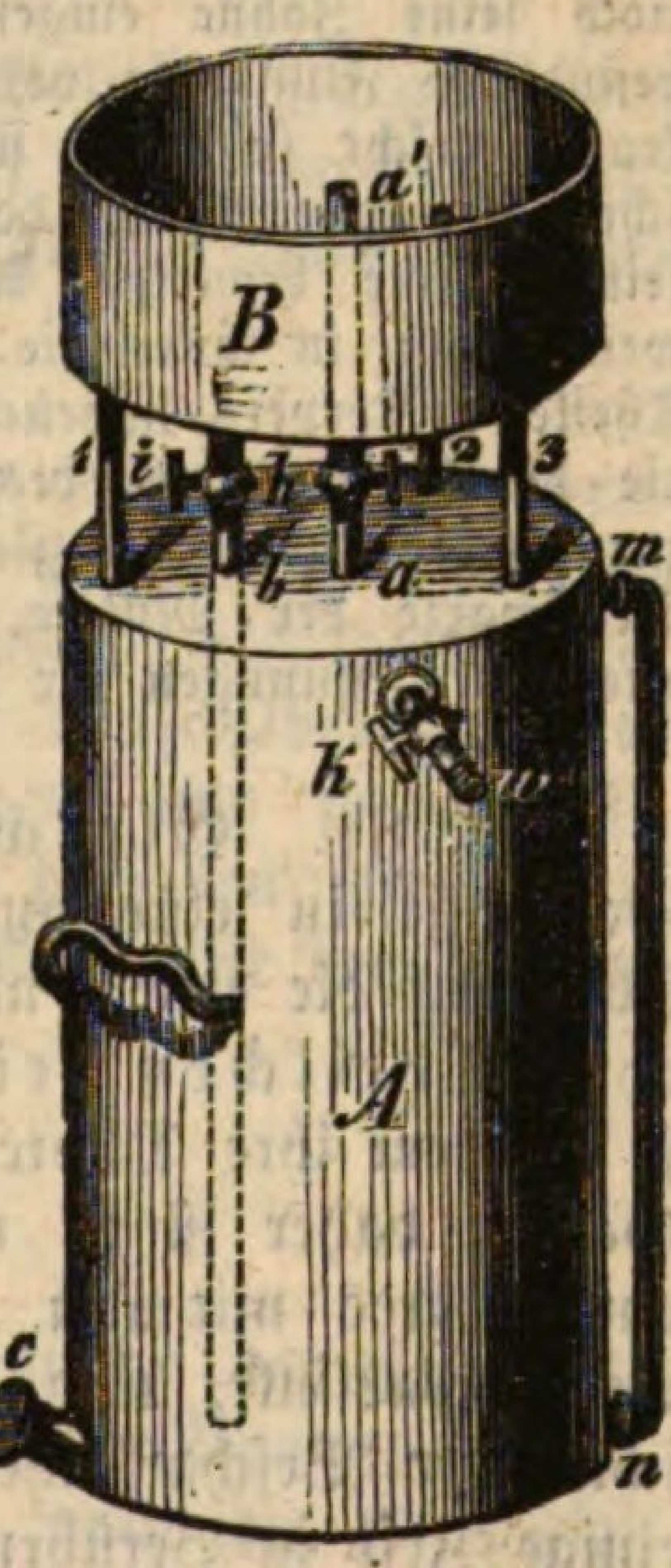
Der Druck auf das bei a befindliche Wasser von Innen nach Außen ist nun

$$e + h\,s = p - h' s + h\,s = p + (h - h')\,s = p + b\,s,$$

während der Druck von Außen nach Innen gleich p ist; demnach tritt das Wasser aus a unter dem beständigem Drucke $b\,s$ so lange heraus, bis die Oberfläche m n unter o herabgesunken ist. Die Ausflußgeschwindigkeit kann man durch Hebung der Röhre vergrößern, durch Senkung derselben beliebig vermindern.

Pepy's ches Gasometer. Ein sehr bequemer und häufig gebrauchter Apparat zum Ansammeln der Gase ist in Fig. 89. abgebildet; er besteht aus 2 Cylindern A und B von Kupfer oder lackirtem Eisenblech, wovon A oben mit einem Deckel geschlossen ist, auf dem B vermittelst dreier Stützen ruht; B ist kürzer, oben offen und steht mit dem unteren durch zwei Röhren in Verbindung, wovon die eine a in der Mitte des Deckels angebracht ist, mit ihrem unteren Ende durch den Deckel durchgeht, ohne in den unteren Cylinder hinein zu ragen; sie erhebt sich über den Boden von B bis etwa auf $\frac{2}{3}$ der Höhe dieses Cylinders und ist mit einem Sperrhahne versehen. Die zweite Röhre b beginnt am Boden von B und geht fast bis auf den Boden des untern Cylinders; sie ist ebenfalls mit einem Sperrhahne versehen.

Fig. 89.



Bei K ist eine kurze, horizontale, mit einem Hahne verschließbare Röhre an deren vorderem Ende ein Schraubengewinde eingeschnitten ist, um andere Röhren oder Ausströmungsöffnungen anschrauben zu können. Nahe am Boden von A ist eine etwas schief aufwärtsstehende kurze Röhre c von größerem Durchmesser, als die anderen; man kann sie mittelst eines Schraubendeckels oder eines Korkes verschließen. Beim Gebrauche wird zuerst der Cylinder A mit Wasser gefüllt, indem man c verschließt, die Hähne von a, b, k öffnet, und in das Gefäß B Wasser bringt, welches durch die Röhre a in das Gefäß A fließt, während die hier befindliche Luft durch k herausströmmt. Ist

A ganz mit Wasser gefüllt, so schließt man alle Hähne, und öffnet die Röhre c, aus der nichts herausfließen kann, weil wegen ihrer schiefen Stellung keine Luftblasen in das Gefäß A eintreten können; man führt nun durch c das Gasleitungsrohr ein, so wird neben diesem das Wasser ausfließen, während Gasblasen durch das Wasser in den oberen Theil von A aufsteigen. Wie weit A mit Gas gefüllt ist, ersieht man an einem Glasrohre m n, dessen oberer und unterer Theil mit dem innern Raume des Cylinders A in Verbindung ist, und daher in ihm das Wasser stets eben so hoch, wie in A steht.

Ist A mit Gas und B mit Wasser gefüllt, so wird die Röhre c geschlossen und b geöffnet. Das Gas steht nun unter dem Drucke der in b befindlichen Wassersäule und muß daher ausströmen, sobald man entweder den Hahn k oder den Hahn der Röhre a öffnet; ersteres geschieht, wenn man das Gas aus k will ausströmen lassen, um z. B. Verbrennungsversuche anzustellen, letzeres wenn das Gas aus a ausströmen soll, um damit z. B. ein anderes Gefäß zu füllen, wobei dieses Gefäß früher mit Wasser gefüllt, dann mit seiner Mündung über die Mündung der Röhre a gestellt, und hierauf erst der Hahn bei a geöffnet wird.

Das Ansaugen der Blutegel erfolgt auf die Art, daß das Thier seine Scheibe luftdicht an die Haut anlegt, und den hinter ihr befindlichen Raum erweitert, wodurch dessen gasförmiger Inhalt verdünnt wird, und an Expansivkraft verliert, weshalb das Thier in Folge des stärkeren äußern Luftdruckes schon von selbst haftet, ehe es noch seine Zähne eingesetzt hat. Befindet sich aber eine unter einem stärkern Drucke befindliche Flüssigkeit vor der Oeffnung eines Raumes, wo eine geringere Expansivkraft herrscht, so dringt sie in diesen Raum desto rascher ein, je größer der Druckunterschied ist, daher dringt das Blut in den Leib des Blutegels durch die Oeffnungen, die seine Zähne bewirken. Aus demselben Grunde füllen sich die Schröpfköpfe mit Blut, wenn man in ihnen die Luft verdünnt, und sie dann mit der Mündung über gewisse Theile des Körpers, in denen man Einschnitte gemacht hat, stellt; sie haften mit einer Kraft die dem Unterschiede des äußern Druckes und der Expansivkraft der im Schröpfkopfe zurückgebliebenen Luft gleich ist. — Wenn der Säugling seine Lippen luftdicht an die Brustwarze der Mutter anschließt, und die Mundhöhle erweitert, so stürzt die Milch aus den Oeffnungen der Brustdrüsengänge hervor.

§. 81. Gleichgewicht gemengter Gase. Bringt man eine Gasmasse in eine andere von verschiedener materieller Beschaffenheit, die jedoch auf die erstere nicht chemisch einwirkt, so sieht man erstere, so lange ihre Theilchen beisamen bleiben, in der andern sinken oder steigen, je nachdem ihre Dichte größer oder kleiner ist, als die Dichte des zweiten Gases; daher ist es möglich z. B. Kohlensäuregas aus einem Gefäß, in ein anderes mit atm. Luft gefülltes Gefäß zu übertragen, indem es in der Luft herabsinkt, und so das Gefäß füllt. Bleiben aber Gase von verschiedener Beschaffenheit, die jedoch nicht chemisch aufeinander einwirken, einige Zeit in Berührung, so durchdringen sie sich allmälig gegenseitig, und bilden ein vollkommen gleichförmiges Gemenge, so daß in allen Theilen desselben alle Bestandtheile in dem nämlichen Verhältnisse enthalten sind. Um dieses merkwürdige Verhalten der Gase zu begreifen, müssen wir folgende Thatsache beachten:

1. Bringt man eine trockene Gasmasse vom Volumen v und von der Expansivkraft e in ein leeres Gefäß; dessen Wände unbeweglich sind, und

das den Rauminhalt V besitzt, so wird seine Expansivkraft dem Mariotte'schen Gesetze gemäß sich ändern, und in x übergehen, so daß

$$x : e = v : V, \text{ und } x = \frac{e\,v}{V} \text{ ist.}$$

Wenn eine zweite Gasmasse von derselben materiellen Beschaffenheit, die die Expansivkraft e' und das Volumen v' hat, in denselben Raum V gelangt, so kann man nicht zweifeln, daß sie sich mit der früheren dahin gebrachten gleichförmig mengt, und nach ihrer Ausbreitung in dem Raume V die Expansivkraft

$$x' = \frac{e'\,v'}{V}$$

erlangt, und daß daher die Expansivkraft E der vereinigten Gasmassen gleich ist x + x' d. i. gleich der Summe der Expansivkräfte, welche jede einzelne nach ihrer Ausbreitung in dem Raume V zufolge des Mariotte'schen Gesetzes erlangt hat, mithin das

$$E = \frac{e\,v + e\,v'}{V} \text{ oder } E\,V = e\,v + e'\,v'.$$

2. Allein die Erfahrung lehrt, daß wenn diese Gase verschiedenartig sind, aber unter gewöhnlichen Umständen sich befinden, unter welchen sie ungeachtet einer unter ihnen bestehenden chemischen Anziehung auf einander nicht chemisch einwirken, auch

$$E\,V = e\,v + e'\,v' \quad (1)$$

ist. Hat man die Gase in cylindrischen, in gleiche Volumtheile getheilten Gefäßen, und sperrt sie mit Quecksilber ab, so ist die Messung der Volumen und der Expansivkräfte leicht und man überzeugt sich bald von der Richtigkeit der Gleichung (1.)

3. Richtet man es so ein, daß die beiden Gase, die man mengen will, vor der Mengung unter demselben äußern Luftdrucke b sich befinden, so sind auch die Expansivkräfte e und e' gleich b, also auch unter sich gleich; läßt man hierauf beide Gase in ein mit Quecksilber gefülltes und in gleiche Volumtheile getheiltes Gefäß eintreten, und sorgt dafür, daß das Quecksilber in diesem Gefäße und außerhalb desselben gleich hoch steht, so ist auch die Expansivkraft E der gemengten Gasmasse dem äußern Luftdrucke b gleich, mithin

$$E = e = e',$$

daher muß, wenn die Gleichung (1) richtig ist,

$$V = v + v'$$

d. h. das Volumen des Gemenges gleich sein der Summe der Volumen, welche die Gase bei der nämlichen Expansivkraft vor der Mengung hatten, welches Ergebniß die Erfahrung bestätigt und daher auch die Richtigkeit der Gleichung (1) außer Zweifel setzt.

4. Indem man das Gefäß mit dem Gasgemenge aus dem Quecksilberbade mehr oder weniger heraushebt, wird das Volumen und die Expansivkraft des Gasgemenges beliebig abgeändert, und man überzeugt sich leicht, daß wenn man mit V' das veränderte Volumen und mit E' die ihm entsprechende Expansivkraft des Gemenges bezeichnet, jedesmal

$$E' V' = e v + e' v' \text{ und}$$
$$\text{somit } E V = E' V' \text{ oder}$$
$$E : E' = V' : V$$

d. h. die Expansivkraft des Gemenges wächst in dem nämlichen Verhältnisse, in welchem sein Volumen abnimmt, wodurch die Richtigkeit des Mariotte'schen Gesetzes auch für Gasgemenge erwiesen ist.

Da Gase von verschiedenartiger Beschaffenheit in einen Raum gebracht, ungeachtet einer unter ihnen bestehenden Anziehung bei der Mengung keine andere Veränderung in ihrer Expansivkraft und in ihrem Volumen erleiden, als die sie zufolge des Mariotte'schen Gesetzes erleiden würden, wenn sie gleichartig wären; so ist es gewiß, daß ihre Molecüle keine merkliche Anziehung gegen einander äußern, was nur daher kommen kann, daß ihr gegenseitiger Abstand eine Größe hat, bei welcher die Anziehungskräfte, die sie besitzen, nicht mehr wirksam auftreten. Auch die mit der Dichte und mit der Temperatur bis zu einer gewissen Grenze gleichförmig zunehmende Expansivkraft eines Gases ist ein Beweis, daß die Molecüle in Abständen sich befinden, bei welchen die Anziehung verschwindend klein ist. Daher kommt es, daß zwei verschiedenartige Gase, die man zusammenbringt, nicht an allen Punkten ihrer stark porösen, gleichsam siebartigen Berührungsflächen denselben Druck gegen einander äußern können, wenn auch ihre Expansivkräfte einander gleich wären; sie durchbringen sich daher gegenseitig und es entsteht ein gleichförmiges Gemenge. Die Ausbreitung eines Gases in einem Raume, in welchem bereits ein anderes Gas enthalten ist, geschieht darum langsamer, als in einem völlig leeren Raume, weil die Gasmolecüle, die sich in den Zwischenräumen des andern bewegen müssen, bei ihrer Bewegung häufig die Richtung zu ändern genöthigt sind, und bei jeder solchen Aenderung wird die Geschwindigkeit der Bewegung vermindert.

Die angeführten Thatsachen unterstützen die Hypothese, daß die Abstoßung, welche die Molecüle eines Körpers gegen einander äußern, eine bloße Folge der an denselben haftenden Wärmeatmosphären sei; daher die Aeußerung der Expansivkraft eines Gases oder eines Gasgemenges von was immer für einer materiellen Beschaffenheit sich bloß nach der Menge der Wärmeatmosphären, die sich in einem Raume anhäufen, richtet, und in diesem Verhalten erst dann eine Aenderung eintritt, wenn die Theilchen so nahe an einander gerückt sind, daß ihre Anziehung wirksam zu werden beginnt.

Wird ein Körper, in dessen Poren sich irgend ein Gas befindet, mit einem andern Gase in Berührung gebracht, das sich mit dem absorbirten unter den obwaltenden Umständen nicht chemisch zu verbinden vermag, so tritt ein Theil des erstern heraus, und ein Theil des neuen Gases in den Körper ein, bis die Mengung innerhalb und außerhalb des absorbirenden Körpers gleichförmig geworden ist; jedoch ist das Verhältniß der Bestandtheile in dem absorbirten Gasgemenge nicht dasselbe, wie das in dem freien Gase, weil derjenige Bestandtheil, für welchen der absorbirte Körper ein größeres Absorbtionsvermögen besitzt, offenbar im größeren Verhältniße eingesaugt wird, als der andere. — Wird das in den Poren des Wassers befindliche Sauerstoffgas beim Lebensprozeße der Wasserthiere verbraucht, so tritt sogleich eine der verbrauchten gleiche Menge aus der Atmosphäre ein, wodurch das Leben dieser Thiere fortdauernd unterhalten wird. Bringt man Fische in ein Wasser, aus dem alle Luft ausgetrieben wurde, so sterben sie augenblicklich; man pflegt deshalb im Winter die Eisdecke, womit Fischteiche überzogen erscheinen, an mehreren Stellen aufzuhacken, um ungehinderten Luftwechsel im Wasser möglich zu machen und den Fischen den nöthigen Sauerstoff zu verschaffen.

§. 82. Diffusion der Gase. Bei der sogenannten Diffusion der Gase findet zunächst eine Mengung derselben in der porösen Scheidewand Statt, und hierauf erst dringt das eine Gas in den Raum des andern ein, aber mit ungleicher Geschwindigkeit. Man kann diese Diffusion der Gase am einfachsten beobachten, wenn man eine 1 bis 1½ Zoll weite Glasröhre an einem Ende mit einem Stöpsel von Gyps verschließt und über Quecksilber mit Wasserstoffgas füllt; der Gyps läßt im trockenen Zustande sowohl Luft als Wasserstoffgas durch; allein das letztere entweicht durch den Gypsstöpsel in größerer Menge aus der Röhre als atmosphärische Luft eindringt, wie dies an dem Steigen des Quecksilbers in der Röhre ersichtlich ist. Will man das Gesetz der Diffusion ermitteln, so muß man durch gehörige Einsenkung der Röhre ins Quecksilber stets dafür sorgen, daß dieses in- und außerhalb der Röhre gleich hoch steht, und daher die Expansivkraft des in der Röhre befindlichen Gases stets der Expansivkraft der äußern Luft gleich bleibt. Graham fand, daß die in derselben Zeit durch die poröse Scheidewand durchgehenden Gasvolumen den Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeiten umgekehrt proportionirt sind; also

$$v : v' = \sqrt{d'} : \sqrt{d}.$$

Die Dichte des Wasserstoffgases verhält sich zur Dichte der atmosphärischen Luft wie 1 : 14.5; wenn nun ein Volumen atmosphärischer Luft in die Röhre eintritt, also v = 1 ist, so muß

$$1 : v' = 1 : \sqrt{14.5}, \text{ und } v' = 3.83$$

sein, was die Erfahrung bestätiget.

Sind Sauerstoffgas und Kohlensäuregas deren Dichten sich verhalten, wie 1.1056 : 1.5291. durch eine poröse Scheidewand geschieden, so wird für 1 Volumen Sauerstoffgas, das eintritt, $\frac{1.051}{1.236} = 0.85$ Volumen Kohlensäuregas herausgetrieben.

Man kann poröse Thonstöpsel, oder auch befeuchtete thierische Häute als Scheidewände annehmen; sogar mit Seifenblasen kann man die Gasdiffusion anschaulich machen. Diese Diffusion erfolgt in dieser Art selbst dann, wenn das eine Gas von einer Flüssigkeit absorbirt ist. — Das durch die Venen in die Lunge kommende Blut enthält Kohlensäuregas, und besitzt ein großes Absorbtionsvermögen für Sauerstoffgas, dagegen fast keines für Stickgas; sobald nun beim Athmen atmosphärische Luft in die Lungenzellen eintritt, erfolgt sogleich die Difussion vermittelst des zarten Lungenzellenhäutchens, so daß 1 Volumen Sauerstoff in das Blut eintritt, während dieses 0.85 Volumen Kohlensäure fahren läßt. Die zahlreichen Zellen biethen den Gasen eine ungeheure große Contactfläche dar, so daß der Austausch der Gase rasch vor sich geht; daher bringen eingeathmete Gase bedeutende Wirkungen hervor, insbesondere, wenn sie auf die Blutbestandtheile oder auf die organischen Gewebe chemisch einzuwirken vermögen.

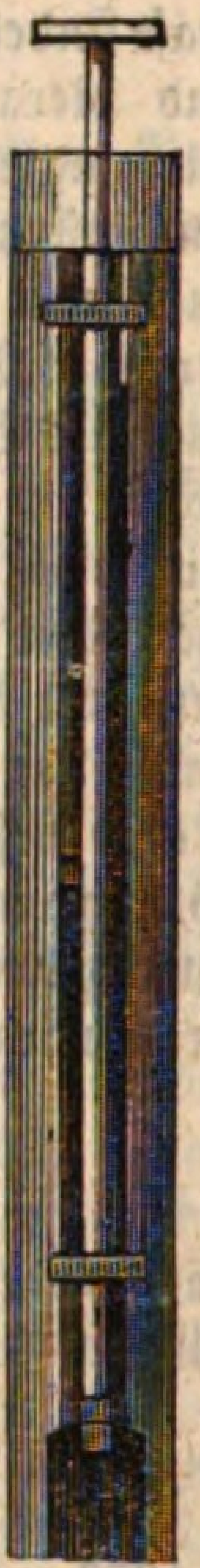
Statik der Dünste.

§. 83. Verfahren, um das einer jeden Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft der Dünste zu ermitteln.

1. Für Temperaturen zwischen 0° und 80° R. bedient man sich eines Apparates, der aus zwei Barometern besteht, die an zwei gegenüberstehenden Seitenflächen eines Metallstabes befestigt sind, und mit ihren offenen Ende in dasselbe Gefäß münden; mittelst eines oben angebrachten Handgriffes wird der Apparat in ein langes cylindrisches und mit Wasser gefülltes

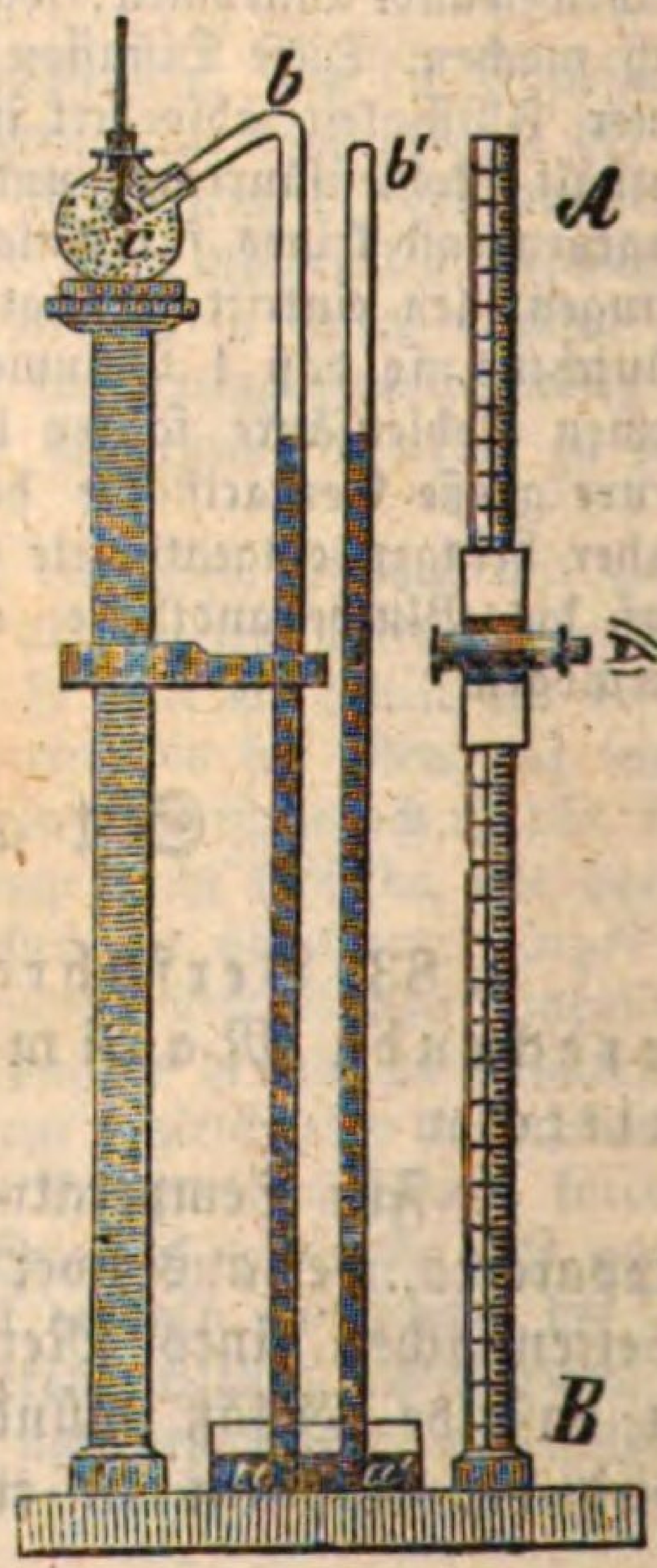
Gefäß, Fig. 90., eingetaucht, nachdem man vorher in die Torricellische Leere des einen Barometers etwas Wasser hat eintreten lassen. Das Wasser im langen Gefäße wird allmälig von 0° auf 5°, hierauf 10°, 15° u. s. f. erwärmt, zur Erzielung einer gleichförmigen Temperatur beständig umgerührt, der Stand des Quecksilbers, wenn er bei einer bestimmten Temperatur ungeachtet des Vorhandenseins von tropfbarem Wasser in der Leere des einen Barometers, einige Zeit unveränderlich geworden ist, beobachtet, und auf 0° reducirt; die Differenz in der Höhe der beiden auf 0° reducirten Quecksilbersäulen ist das Maß der Spannkraft der Dünste, die bei der bestehenden Temperatur in dem Raume oberhalb des Quecksilbers aus dem in hinreichender Menge vorhandenen Wasser entstehen können. Wird die Temperatur des Wassers in dem weiten Gefäße und mit ihr auch die des in der barometrischen Leere befindlichen Wassers erhöhet, so wächst die Menge, Dichte und Expansivkraft der Dünste wieder bis zu einem der erhöhten Temperatur entsprechenden Maximum, bei dessen Eintreten die sinkende Quecksilbersäule einen unveränderlichen Stand annimmt, und wieder gemessen wird. — Würde auf der Oberfläche des Quecksilbers, über dem die Dünste sich bilden, kein Wasser zu sehen sein, so könnte man nicht zuversichtlich schließen, daß das Maximum der Dichte und der Spannkraft vorhanden ist.

Fig. 90.



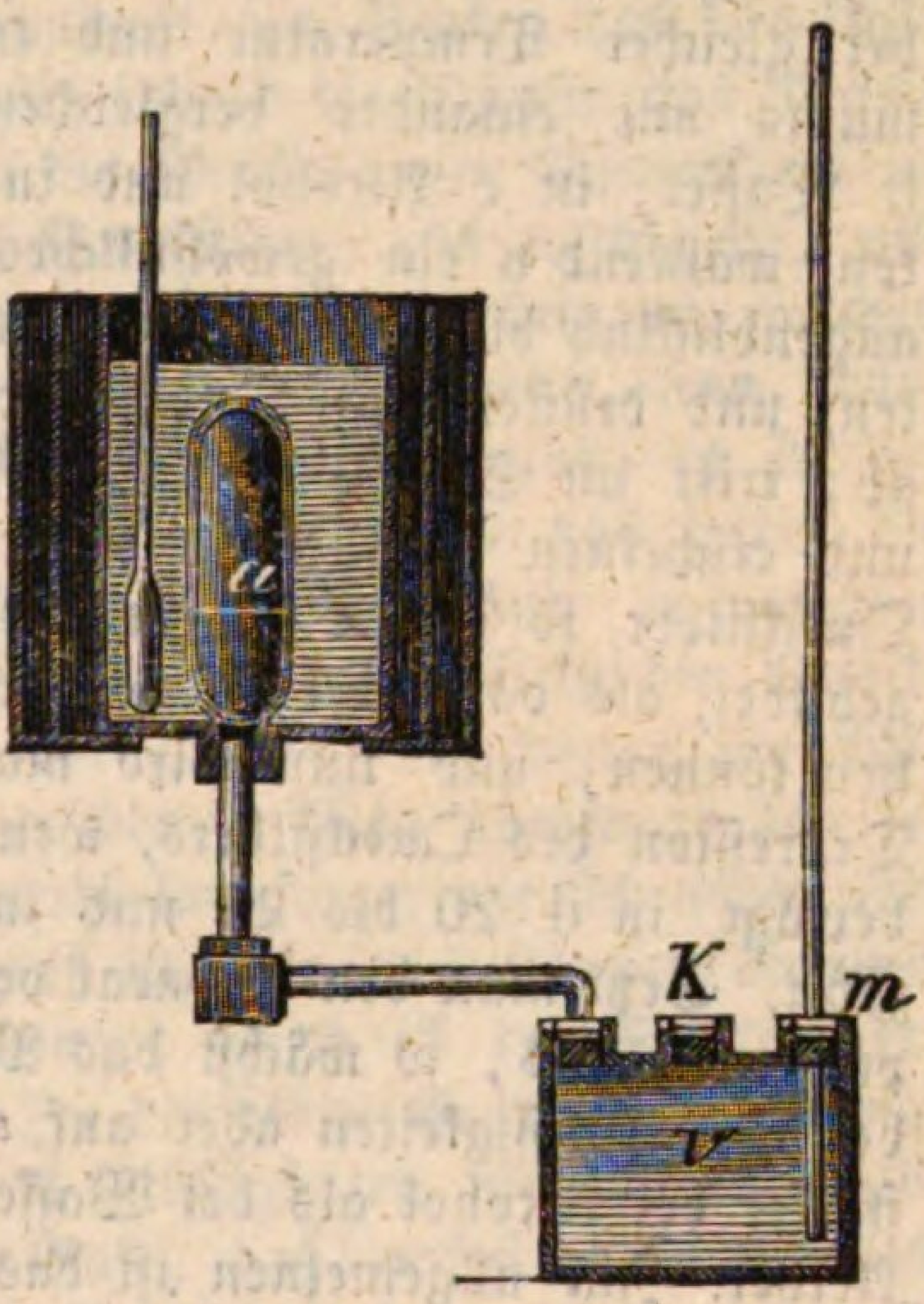
2. Um das Maximum der Spannkraft der Dünste für Temperaturen unter 0° zu bestimmen, wird der obere luftleere Theil des Barometers, Fig. 91., dessen Quecksilber eine kleine Wasserschichte trägt, gebogen, und in ein Gefäß eingetaucht, worin sich Alcohol befindet, den man durch künstliche Mittel nach und nach von 0° auf — 5°, — 10°, u. s. f. erkaltet und dadurch bewirkt, daß die eingeschlossenen Wasserdünste in dem ganzen Raume, den sie einnehmen, diejenige Spannkraft und Dichte erhalten, welche der Temperatur entspricht, die das in Alcohol eingetauchte Ende der Röhre besitzt, und worin ein Theil der entstandenen Dünste wieder tropfbar wird und gefriert. Die Größe der Spannkraft der bei einer bestimmten Temperatur gebildeten größten Dunstmenge wird abermals durch den Unterschied im Stande des Quecksilbers in den beiden Röhren beurtheilt. — Man überzeugt sich auch, daß das Eis sogar bei einer Temperatur von — 24° R. Dünste von einer sehr merklichen Spannkraft gibt. Die Verdünstung des Eises kann man auch auf die Art nachweisen, daß man unter den Recipienten einer Luftpumpe ein mit Eis umgebenes Thermometer bringt und unter dasselbe ein Gefäß mit concentrirter Schwefelsäure stellt; wird hierauf die Luft verdünnt, so sieht man in Folge der Verdünstung des Eises, das Thermometer sinken.

Fig. 91.



3. Bei Temperaturen über 80° R. gebraucht Pouillet den in der Fig. 92., dargestellten einfachen Apparat; a ist ein starkes Gefäß, das geeignet ist, einen Druck von 100 Atmosphären auszuhalten, und das gegen 40 Kubikzolle Wasser enthält; sein langer Hals mündet luftdicht in eine Fassung, in welcher auch das eine Ende einer Röhre luftdicht befestigt ist, während das andere auf gleiche Weise mit einem Gefäße v verbunden ist, welches mit Quecksilber gefüllt, und noch mit zwei Hälsen k und m versehen ist; in m ist ein Manometer, nämlich eine nach Atmosphären getheilte, oben verschlossene und mit Luft gefüllte Röhre, so eingesetzt, daß sie beinahe bis auf den Boden geht; k kann verschlossen bleiben, oder man setzt auch hier, jedoch nur zur Messung einer Spannkraft von höchstens 3 Atmosphären ein oben offenes Manometer ein. Das Wassergefäß a geht durch den Boden eines andern mit Oel gefüllten Gefäßes, welches von einer schlechtleitenden Hülle umgeben ist; das Oel wird erhitzt, und ein darin eingetauchtes Thermometer gibt seine Temperatur an, die zugleich die Temperatur des in a befindlichen Wassers und der daraus gebildeten Dämpfe ist. Die Menge des Wassers in a muß so groß sein, daß ⅓ des Gefäßvolumens auch noch bei der höchsten Temperatur mit Wasser gefüllt bleibt, damit man bei jeder Temperatur das ihr entsprechende Maximum der Spannkraft der Dünste sicher erreiche. Mit dieser Spannkraft drücken die erzeugten Dämpfe zunächst auf das Wasser im Gefäße, aber dieser Druck pflanzt sich weiter fort, und treibt das Quecksilber in die Manometerröhre, wo die Luft jedesmal so weit verdichtet wird, daß ihre Spannkraft vermehrt um den Druck der gehobenen Quecksilbersäule der Spannkraft des Dampfes das Gleichgewicht hält. Der hydrostatische Druck der in a befindlichen Wassersäule kann vernachläßigt werden.

Fig. 92.



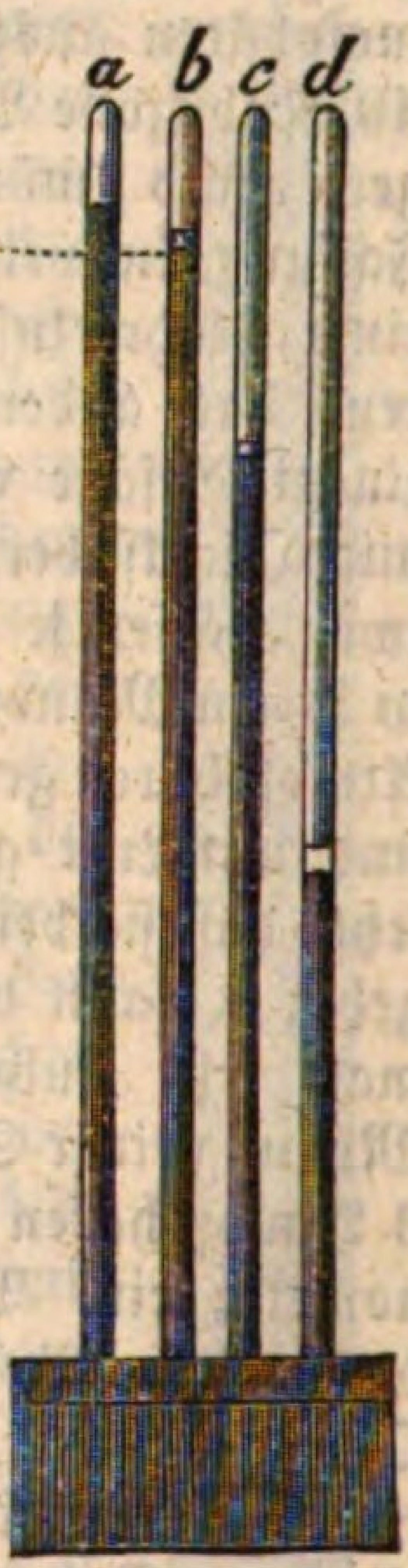
Regnault hat in der neuesten Zeit durch ein anderes sehr sinnreiche Verfahren die Expansivkraft der Dämpfe bis zu 20 Atmosphäre sehr genau bestimmt; Dulong und Arago schon viel früher, etwas minder genau bis auf 50 Atmosphären. Das Maximum der Spannkraft der Dünste nimmt in einem stärkeren Verhältnisse zu, als die Erhöhung der Temperatur, weil die Spannkraft nicht nur wegen der Wärme, sondern auch deshalb wächst, weil bei höherer Temperatur die Dunstmenge, und somit die Dichte der Dünste wächst. — Die Dämpfe, die sich in bedeutenden Tiefen der Erde aus dem dahindringenden Wasser bei der dort herrschenden hohen Temperatur bilden, erlangen eine mächtige Spannkraft, die geeignet ist, Erdbeben und vulkanische Ausbrüche zu veranlassen.

4. Haben die Dünste in dem leeren Raume des Barometers nicht das der vorhandenen Temperatur entsprechende Maximum, so ändert sich ihre Spannkraft bei einer Aenderung der Temperatur oder der Dichte, so

lange die Dichte dem Condensationspunkte nicht zu nahe steht, genau nach denselben Gesetzen, wie bei den permanenten Gasen.

5. An einem Apparate von vier Barometern a, b, c, d, Fig. 93., kann man die Spannkräfte verschiedenartiger Dünste bei gleicher Temperatur und im Zustande des Maximums mit einander vergleichen; man lasse z. B. in b Wasser, in c Alcohol und in d Schwefeläther eintreten, während a ein gewöhnliches Barometer bleibt; fast augenblicklich bilden sich die Dünste aus diesen Flüssigkeiten, und drücken das Quecksilber mehr oder weniger herab; tritt im Stande des Quecksilbers ein Stillstand ein und erscheinen noch Reste dieser Flüssigkeiten über dem Quecksilber, so haben sich in jedem Raume so viel Dünste gebildet, als darin bei der vorhandenen Temperatur bestehen können, und nun wird man wahrnehmen, daß die Depression des Quecksilbers, wenn sie in b 4 bis 6 Linien beträgt, in d 20 bis 24 und in c mehr als 80 Linien zählt. Setzt man den Apparat verschiedenen höheren Temperaturen aus, so wächst das Maximum der Spannkraft bei allen Flüssigkeiten aber auf eine sehr ungleiche Weise, stärker bei Alcohol als bei Wasser, und noch stärker beim Aether. Im allgemeinen ist das Maximum der Spannkraft von Dünsten verschiedener Flüssigkeiten bei der nämlichen Temperatur sehr ungleich, und bei den Dünsten größer, deren Flüssigkeit früher siedet.

Fig. 93.



Bei Flüssigkeiten, die erst bei einer hohen Temperatur sieden, wie z. B. bei der Schwefelsäure und beim Quecksilber ist die Verdünstung bei gewöhnlicher Luftwärme, so wie die Spannkraft der entstandenen Dünste unmerklich, weshalb man die Spannkraft der Quecksilberdünste in der Torricellischen Leere unbeachtet lassen kann. Erhitzt man diese Flüssigkeiten in der Torricellischen Leere z. B. mit einem die Röhre umhüllenden Blech, so sinkt sogleich das Quecksilber, und steigt wieder, wenn die Temperatur abnimmt. Auf diese Art läßt sich auch nachweisen, daß viele feste Körper an ihren Oberflächen verdampfen.

6. Um nachzuweisen, daß die Gegenwart der atmosphärischen Luft oder eines andern Gases in einem Raume die Eigenschaften der darin gebildeten Dünste nicht verändert, und die Mengung der Dünste mit der Luft genau so wie bei Gasen, die nicht chemisch auf einander einwirken, vor sich geht, daher die Expansivkraft des Gemenges der Summe der Expansivkräfte der Bestandtheile gleich ist, — dient der in der Fig. 94. abgebildete Apparat, den man zuerst mit trockenem Quecksilber füllt, und hierauf in das glockenartige in gleiche Theile getheilte Gefäß a trockene atmosphärische Luft eintreten läßt, was man leicht bewerkstelligt, wenn man die Röhre b mit einer Chlorcalciumröhre verbindet, den Hahn r öffnet und das Quecksilber auslaufen läßt; dieses kann nur in der Röhre b sinken; kommt es unter c herab, so steigen Blasen von trockener Luft in das Gefäß a aufwärts, während das Quecksilber bei r herausfließt. Ist ein Theil des Gefäßes a mit Luft gefüllt, so verschließt man den Hahn r, bringt in die Röhre b so viel Quecksilber, daß es in a und b gleich hoch z. B. bis m und n steht, wo dann die Expansivkraft der Luft in a dem äußeren Luftdrucke gleich ist. Nun gießt man

Fig. 94.



etwas Wasser in die Röhre b, öffnet abermals den Hahn r und läßt das Quecksilber in ein Gefäß herausfließen, bis ein kleiner Theil des Wassers bei c in das Gefäß a eingetreten ist, worauf der Hahn r geschlossen wird. Sobald das Wasser in den mit trockener Luft gefüllten Raum in a gelangt, bilden sich Dünste, welche durch ihre Spannkraft ein Sinken des Quecksilbers bewirken, welches jedoch sogleich aufhört sobald die Dünste das Maximum ihrer Spannkraft erreicht haben; um die Größe dieser Spannkraft zu finden, gießt man in die Röhre b so viel Quecksilber, als nöthig ist, um das Gemenge von Luft und Dünsten auf das Volumen zu bringen, welches anfänglich die Luft allein eingenommen hat; man findet nun, daß, wenn das Quecksilber in a bis zum Theilstriche m gestiegen ist, es in der Röhre b nicht bei n sondern höher z. B. bei o steht, und daß daher die Spannkraft des Gemenges um den Druck der Quecksilbersäule n o größer ist, als die der trockenen atmosphärischen Luft war; demnach ist die Quecksilbersäule n o das Maß der Spannkraft der Dünste, mit denen die Luft bei der vorhandenen Temperatur gesättigt erscheint. Man überzeugt sich bei dieser Untersuchung, daß die Verdünstung wohl langsamer vor sich geht, aber das Maximum der Spannkraft genau so groß ist, wie im luftleeren Raume, ferner auch, daß die Spannkraft des Gemenges gleich ist der Summe der Spannkräfte der Luft und der Dünste. — Zu denselben Ergebnissen gelangt man, wenn man anstatt des Wassers andere Flüssigkeiten nimmt; es ergibt sich allgemein, daß die Dünste in einem Gase, das auf sie nicht chemisch einwirkt, dieselbe Spannkraft im gesättigten Zustande erlangen, wie im vollkommen leeren Raume, und daß ihr Maximum der Dichte und Spannkraft bei zunehmender Dichte des Gases sich nicht ändert.

Die Atmosphäre der Erde bewirkt, daß die Verdünstung der Gewässer und die Verbreitung der entstandenen Dünste nur langsam vor sich geht, weshalb es geschehen kann, daß in einer wasserreichen Gegend die Luft mit Dünsten gesättigt erscheint, während sie es an andern Orten nicht ist.

Bleibt die Luft, mit der sich Dünste von der Spannkraft e mengen, unter demselben Drucke p, unter dem sie vor dem Hinzutreten der Dünste stand; so wird sich ihr Volumen so lange vergrößern, bis ihre dadurch verminderte Spannkraft e′ vermehrt um die Spannkraft der Dünste wieder dem äußern Luftdrucke p das Gleichgewicht hält; mithin ist

$$e' + e = p \text{ und } e' = p - e.$$

Da bei unveränderlichem Drucke das Volumen in dem Maße zunimmt, in welchem die Expansivkraft abnimmt, so ist, wenn v das Volumen der dunstfreien und V das der mit den Dünsten gemengten Luft ist:

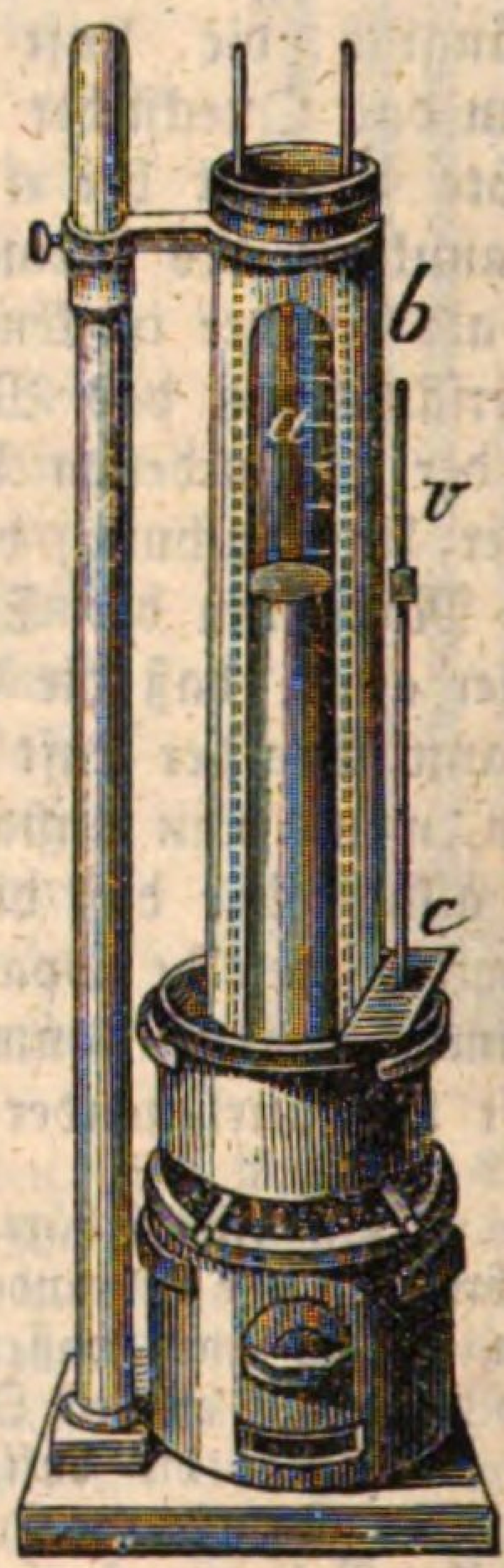
$$v : V = p - e : p, \text{ und } V = \frac{p\,v}{p - e}.$$

Wird die Spannkraft des Dampfes gleich dem Luftdrucke, also e = p, so ist V unendlich, d. h. die Luft dehnt sich ins Unendliche aus, und wird somit aus dem Raume, in welchem der Dampf von gleicher Spannkraft entsteht, ganz verdrängt. Man pflegt daher durch Gefäße, aus denen man die Luft vertreiben will, Dampf von der nämlichen Spannkraft zu leiten.

§. 84. Dichtigkeit der Dünste. Zur Bestimmung der Dichte welche die Dünste bei einer bestimmten Temparatur und dem dieser Temparatur entsprechendem Maximum der Spannkraft besitzen, muß man ihr Gewicht und ihr Volumen kennen; man gelangt zu dieser Kenntniß durch folgendes, von Gay-Lußac angegebene Verfahren: Man bestimmt das Gewicht eines leeren Glaskügelchens, füllt es hierauf mit der tropfbaren Flüssigkeit an,

welche die Dünste liefern soll, und schmilzt das Kügelchen zu; ein abermaliges Abwägen gibt die Gewichtszunahme, und mithin das Gewicht der darin befindlichen Flüssigkeit, worauf sich auch das Volumen derselben berechnen läßt. Man bringt nun das gefüllte Glaskügelchen unter die Mündung eines langen mit Quecksilber gefüllten, in gleiche und bekannte Volumtheile getheilten engen Recipienten a Fig 95., der in einer eisernen zum Theil mit Quecksilber gefüllten Schale steht; das Kügelchen erhebt sich wegen seines geringen spezifischen Gewichts im Quecksilber und nimmt den obersten Raum im Recipienten a an. Den Rezipienten umgibt man mit einem hohen Glascylinder C, füllt diesen mit einer Flüssigkeit, die erst bei einer höheren Temparatur siedet, als die, womit man das Glaskügelchen gefüllt hat, und stellt den ganzen Apparat auf einen Ofen; das Glaskügelchen wird nach geschehener Erhitzung durch die Ausdehnung seines Inhalts bald zersprengt, und die ganze Flüssigkeit in Dämpfe verwandelt, welche das Quecksilber so weit herabdrücken, daß ihre Spannkraft vermehrt um den Druck, der über dem Niveau in der Schale stehenden Quecksilbersäule dem äußern Luftdrucke das Gleichgewicht hält. Die Temparatur t dieser Dämpfe ist die der Flüssigkeit im Gefäße C und wird mittelst eines eingetauchten Thermometers bestimmt; das Volumen derselben wird gemessen und die Ausdehnung des Glasgefäßes a in die Rechnung gebracht; aus diesem Volumen, welches wir mit v bezeichnen wollen, läßt sich nach dem Mariotte'schen Gesetze dasjenige berechnen, welches diese Dämpfe bei dem Luftdrucke von 760^{mm} einnehmen würden. Heißt letzteres v' und h die Höhe der über m n stehenden Quecksilbersäule, die man mittelst eines Maßstabes e v mißt und auf 0° R. reduzirt; ferner s das spezifische Gewicht des Quecksilbers, und b der Barometerstand, so ist (b — h) s der Druck, unter dem die Dämpfe bei dem Volumen v stehen, und nun ist

Fig. 95.



$$v : v' = 760 : (b - h), \text{ mithin } v' = \frac{b - h}{760} v;$$

dividirt man dieses Volumen durch das Gewicht der in das Glaskügelchen gebrachten Flüssigkeit, so erfährt man, wie groß das Volumen der aus einer Gewichtseinheit einer Flüssigkeit entstandenen Dämpfe bei der Temparatur von t° und dem Luftdrucke von 760^{mm} ist. Vergleicht man dieses Volumen v' mit dem Volumen V einer Gewichtseinheit trockener atmosphärischer Luft bei derselben Temparatur und demselben Barometerstande, und berücksichtigt, daß bei gleichen Gewichten zweier Stoffe sich die Volumen zu einander verhalten, umgekehrt wie die Dichten, also: $v' : V = D : d$,
wenn D die Dichte der Luft und d die der Dünste ist; so erhält man

$$d = \frac{V}{v'} D.$$

Das Volumen einer Gewichtseinheit Wasserdämpfe erscheint bei 100° C. und 760mm Barometerstand 1770mal größer, als das Volumen des Wassers bei 0° C. ist, aus dem sie entstanden sind; heißt μ das Volumen dieses Wassers, so ist:

$$v' = 1700\ \mu.$$

Das Volumen einer Gewichtseinheit atmosphärischer Luft bei 0° und 760mm Barometerstand ist $= 770\ \mu$, und mithin bei 100° C.

$$V = 770\ \mu \left(1 + \frac{11}{30}\right) = 1052\ \mu$$

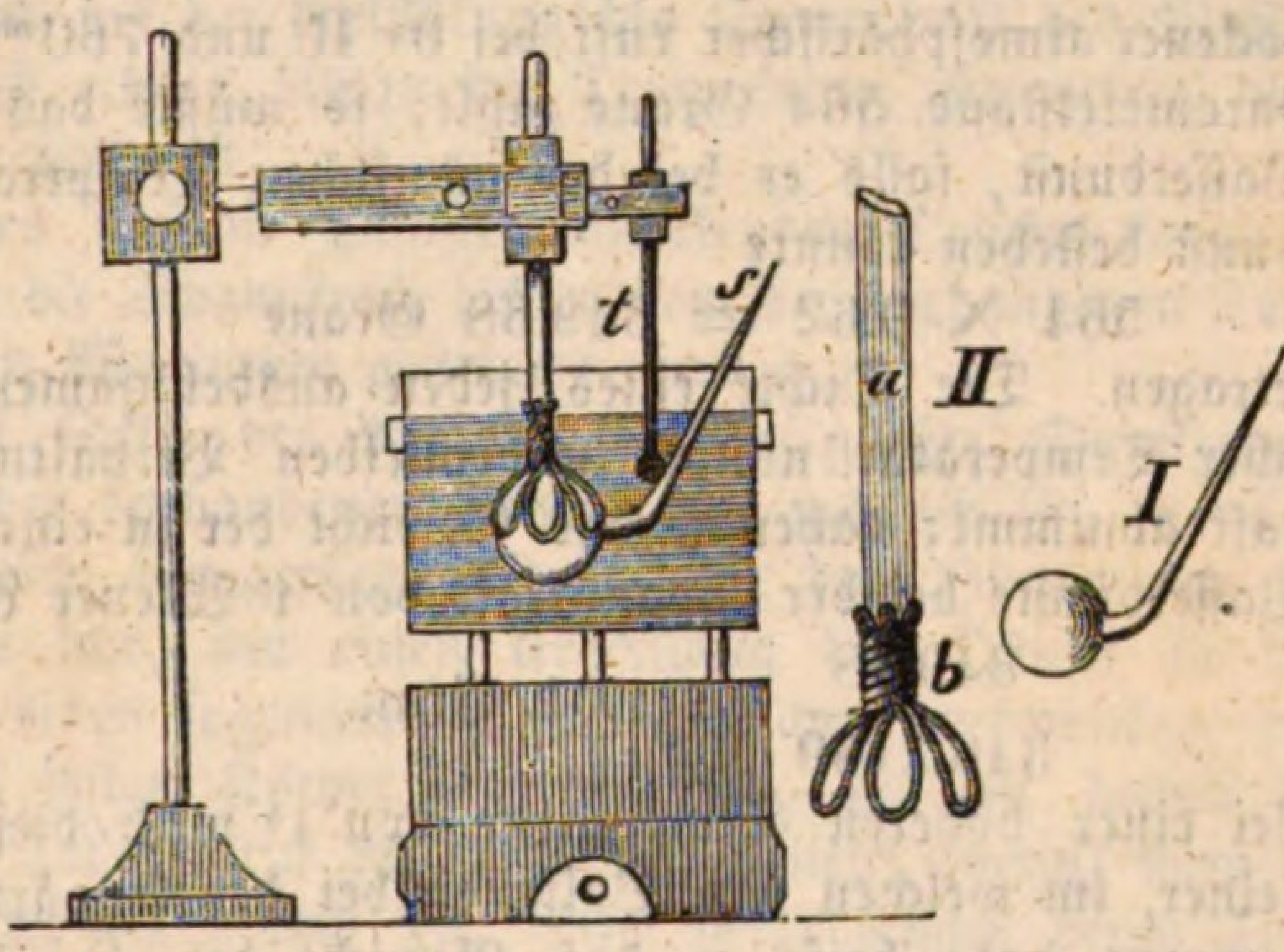
mithin ist

$$d = \frac{1052}{1700}\,D = 0.6225\ D$$

d. h. die Dichte des Wasserdampfes bildet nahe $\frac{6}{10}$ von der Dichte der atmosphärischen Luft; annäherungsweise kann man dieses Verhältniß auch bei andern der Luft und dem Wasserdampfe gemeinschaftlichen Temparaturen annehmen, wenn der Raum mit Dünsten gesättiget ist.

Dumas hat ein anderes einfachere Verfahren angegeben; man nimmt nämlich eine Glaskugel Fig. 96, welche mit einer engen Röhre versehen ist, die man in eine feine Spitze auszieht; durch diese Röhre bringt man in die Kugel eine hinreichende Menge der Flüssigkeit, aus der sich die Dünste bilden sollen, und zwar auf die Art, daß man die Kugel erwärmt, und dann die Spitze in die Flüssigkeit taucht; hierauf stellt man sie mittelst eines an einem Glasstabe befestigten, und bei II besonders abgebildeten Drahtgeflechtes in ein Bad von Oel, welches man 30° C. über die Temparatur erwärmt, bei welcher die Flüssigkeit in der Kugel siedet; die dabei entstehenden Dämpfe verdrängen allmälig alle darin vorhandene Luft, und wenn sie selbst nicht mehr durch das Rohr entweichen, mithin die dem äußern Luftdrucke b gleiche Spannkraft besitzen, schmilzt man die Spitze rasch zu, bestimmt die stationäre Temperatur t des Oelbades nimmt die Glaskugel heraus, trocknet sie sorgfältigst ab, läßt sie bis zur Lufttemperatur abkühlen und bestimmt dann möglichst genau ihr Gewicht P, welches offenbar dem Gewichte der leeren Glaskugel p, und dem Gewichte Q der darin befindlichen Dämpfe gleich ist.

Fig. 96.



Nun taucht man die Röhre ins Quecksilber ein, und bricht unten die Spitze ab; das Quecksilber dringt in den Ballon ein, und füllt ihn vollständig, indem die darin befindlichen Dünste in eine sehr geringe Menge tropfbaren Wassers übergehen; man bestimmt nun das Volumen v des eingedrungenen Quecksilbers, indem man es in ein in gleiche Volumtheile getheiltes Gefäß eintreten läßt; dadurch ist auch das innere Volumen der Glaskugel bekannt. Man bestimmt auch das Gewicht der mit Quecksilber gefüllten Glaskugel, und indem man von diesem Gewichte das Gewicht

des Quecksilbers, das man besonders ermittelt, abzieht, bekommt man das Gewicht p der leeren Glaskugel; zieht man dieses von P ab, so gibt der Rest das Gewicht Q der Dämpfe, welche in der Glaskugel bei der Temperatur von t^0 und dem Luftdrucke b enthalten waren. Wird dieses Gewicht mit dem Volumen V dividirt, so erhält man das spezifische Gewicht der Dämpfe für t^0 und den Luftdruck b, dieses verglichen mit dem Gewichte der trockenen atmosphärischen Luft bei dem nämlichen Volumen, Temperatur und Barometerstand gibt die Dichte des Dampfes bezüglich der Dichte der atmosphärischen Luft.

Berechnet man die Dichte d des Wasserdampfes aus der Dichte des Sauerstoffgases und des Wasserstoffgases unter der Annahme, daß man durch Verbrennung von 2 Volumen des letzteren und 1 Volumen des ersteren, 2 Volumen Wassergas von gleicher Temperatur und Spannkraft erhält; so erscheint

$$d = \frac{1.1057 + 2.\ 0.0691}{2} = 0.6219,$$

welcher Werth mit dem früheren übereinstimmt.

§. 85. **Gewichtsberechnung der in einer Volumseinheit vorkommenden Dunstmenge.** Da das Gewicht eines Kubikfußes trockener atmosphärischer Luft bei 0^0 R. und $760^{mm} = 346.2169$ W. Linien Barometerstand 564 Grane zählt; so müßte das Gewicht eines Kubikfußes Wasserdunst, falls er bei der nämlichen Temperatur und Expansivkraft als Dunst bestehen könnte

$$564 \times 0.62 = 349.68 \text{ Grane}$$

betragen. Die Dichte eines jeden ausdehnsamen Stoffes bei unveränderlicher Temperatur nimmt in demselben Verhältnisse ab, wie die Expansivkraft abnimmt; daher ist das Gewicht der in einem Kubikfuß vorkommenden Wasserdünste bei der Spannkraft von 1 Wiener Linie und 0^0 R. gleich

$$\frac{349.68}{346.2169} = 1.01 \text{ Gran.}$$

Bei einer höheren Temperatur von t^0 wird dieses Gewicht in dem Maße kleiner, im welchen das Volumen bei der Erwärmung von 0^0 auf t^0 zugenommen hat; heißt x das Gewicht der in einem Kubikfuß befindlichen Dünste bei t^0 R. und 1 W. Linie Spannkraft, so ist

$$x : 1.01 = 1 : 1 + 0.004583\ t,$$

somit
$$x = \frac{1.01}{1 + 0.004583\ t}.$$

Ist aber die Spannkraft des Dunstes e mal größer, so wird auch das Gewicht desselben e mal vergrößert, und erscheint gleich

$$\frac{1.01\ e}{1 + 0.004583\ t}.$$

Durch Multiplication des Zählers und Nenners mit der Zahl $1 - 0.004583\ t$ verwandelt man letzteren Ausdruck in eine andere, zur Berechnung des Gewichtes der in einem Kubikfuß befindlichen Wasserdünste geeignetere Formel

$$1.01\ e\ (1 - 0.004583\ t).$$

Dieses Gewicht ist immer gleich, mögen die Dünste in einem luftleeren oder in einem mit Luft erfüllten Raume vorkommen.

Hat z. B. der Wasserdunst die Spannkraft = 7.1 W. Linien und die Temperatur von 20^0 R., so ist das Gewicht eines Kubikfußes Wasserdunst = 6.5 Grane.

§. 86. **Uebergang der Wasserdünste in der Atmosphäre in den tropfbaren Zustand; absoluter und relativer Dunstgehalt.** Die Atmosphäre erhält von den Gewässern und wasserhaltigen Körpern, die bei allen Temperaturen an der Oberfläche verdünsten, beständig neue Zuflüsse an Dünsten, allein diese Dünste sind nicht immer im Zustande des größten der herrschenden Temperatur entsprechenden Maximums der Spannkraft und Dichte; dieses Maximum kann aber herbeigeführt werden:

a) Durch Hinzutreten einer neuen Dunstmenge, da diese offenbar die Spannkraft und Dichte der vorhandenen Dünste steigert, und wohl auch bis zu dem größten möglichen Werth steigern kann,

b) durch Erniedrigung der Temperatur bis zu jenem Grade, für welchen die Spannkraft, welche die Dünste wirklich besitzen, ein Maximum ist; bewirkt man an einer Stelle der Atmosphäre eine Abkühlung, so wird zunächst die Spannkraft der darin befindlichen Wasserdünste vermindert, weshalb zur Herstellung des Gleichgewichtes ein Zuströmen der Dünste aus der Nachbarschaft, wo die Abkühlung nicht Statt fand, erfolgt, bis die frühere Größe der Spannkraft wieder hergestellt ist; so kommt es, daß sich bei der Abkühlung die Spannkraft des Wasserdunstes unveränderlich erhält, bis zu der Temperatur, für welche diese Spannkraft ein Maximum ist;

c) durch Verstärkung des auf die Dünste einwirkenden Druckes kann die Dichte, und mit ihr die Spannkraft bis zu dem der vorhandenen Temperatur entsprechenden Maximum gesteigert werden.

Ist an einem Orte der Atmosphäre die größte Dunstmenge vorhanden, die bei der vorhandenen Temperatur möglich ist, so reicht die geringste Abkühlung, der geringste Druck oder das Hinzutreten der kleinsten Dunstmenge hin, um einen Uebergang der Dünste in den tropfbaren Zustand, einen sogenannten Niederschlag, zu bewirken, der, falls er durch einen festen Körper erzeugt wird, sich an diesen als **Thau** ansetzt. Die Temperatur bei der dieß geschieht, nennt man bekanntlich den **Thaupunkt** und die Luft heißt feucht, deren Temperatur vom Thaupunkte wenig entfernt ist, so daß schon eine geringe Abkühlung der Luft einen Niederschlag hervorbringt.

d) Dieselben Ursachen, welche die Dichte und Spannkraft der Wasserdünste in der Luft bis zum Maximum steigern, bewirken auch die Niederschläge derselben; dazu kommt aber noch die Mengung der Luftmassen von ungleichem Feuchtigkeits- und Wärmegrade, indem bei dieser Mengung jederzeit ein Niederschlag eintreten muß, sobald die sich mengenden Luftmassen mit Dünsten gesättigt sind. Nehmen wir z. B. an, die eine Luftmasse habe die Temperatur von 8° R. und die darin befindlichen Dünste das dieser Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft von 4.32 Linien; eine zweite gleich große Luftmasse habe die Temperatur von 15°, und ihre Dünste das dieser Temperatur zukommende Maximum von 7.31 Linien. Nach geschehener Mengung dieser Luftmassen und ihrer Dünste entsteht eine Temperatur von $\frac{8 + 15}{2} = 11^1/_2{}^\circ$ R. die das arithmetische Mittel von der Temperatur der beiden Luftmassen ist; die Spannkraft der Dünste

in diesem Gemenge sollte sein $\frac{4.32 + 7.31}{2} = 5.81$ Linien; allein diese Spannkraft ist bei der Temperatur von 11.° 5 R. nicht möglich, da die Dünste bei dieser Temperatur höchstens die Spannkraft von 5.63 Linien erreichen können; deshalb muß ein Theil der Dünste tropfbar werden. Die Ursache dieses Vorganges liegt in dem Umstande, daß das Maximum der Spannkraft des Dunstes im größeren Verhältnisse wächst und fällt, als die Temperatur zunimmt und abnimmt, und daher für das arithmetische Mittel der Temperaturen im Gemenge das arithmetische Mittel der darin befindlichen Dünste jederzeit zu groß ist.

Sind die sich mengenden Luftmassen nicht mit Dünsten gesättigt, so bildet sich nur dann ein Niederschlag, wenn die aus der Mengung hervorgehende Dichte der Dünste für die Temperatur des Gemenges zu groß ist, wo dann in der ganzen Masse ein Wasserniederschlag sich bildet, der uns als Wolke oder Nebel sichtbar wird.

Wenn die beim Sieden des Wassers aufsteigenden Dünste in eine bedeutend kältere Luft kommen, so werden sie als Nebel sichtbar; dieser Nebel verschwindet wieder in einiger Entfernung von dem Gefäße, weil er sich in Räumen ausbreitet, wo die Luft mit Dünsten noch nicht gesättigt ist, und daher die Tröpfchen, die ihn bilden, in unsichtbaren Dunst übergehen können; ist jedoch die Luft sehr feucht so bleibt die Nebelmasse noch in bedeutender Entfernung sichtbar. — Die Luft, die wir aushauchen, ist mit Dünsten gesättigt, daher bildet sich sogleich ein Nebel, wenn sie in eine kalte Atmosphäre tritt. — Durch eine offene Thür im Winter dringt ins Zimmer ein kalter Luftstromm ein, der, falls die warme Luft im Zimmer sehr feucht ist, am Boden eine Wolke erzeugt.

Die in einem Raume z. B. in einem Kubikfuß vorkommende Dunstmenge nennt man den absoluten Dunst- oder Wassergehalt dieses Raumes; wir wollen ihn mit q bezeichnen. Das Verhältniß der wirklich in einem Raume befindlichen Dunstmenge zu der größten, welche bei der Temperatur dieses Raumes möglich ist, gibt den relativen Dunstgehalt oder den Feuchtigkeitsgrad dieses Raumes an; bedeutet Q dieses Maximum der Dunstmenge, E das der Temperatur t entsprechende Maximum der Spannkraft, und e die wirkliche Spannkraft der Dünste in gegebenen Raume; so gibt der Quotient $\frac{q}{Q}$ die Größe des relativen Dunstgehaltes an; nun ist aber auch

$$\frac{q}{Q} = \frac{1.01\,(1 - 0.004583\,t)\,e}{1.01\,(1 - 0.004583\,t)\,E} = \frac{e}{E}$$

oder da die Expansivkräfte der Wasserdünste bei gleicher Temperatur sich zu einander verhalten wie die Dichten d und D, so ist auch

$$\frac{q}{Q} = \frac{e}{E} = \frac{d}{D}$$

d. h. der relative Dunstgehalt wird gefunden, wenn man die beobachtete Spannkraft oder Dichte der in einem Raume vorkommenden Dünste, mit dem Maximum der Spannkraft oder der Dichte, welches der Temperatur des Raumes entspricht, dividirt. Erscheint der Raum mit Dünsten gesättigt, so ist $q = Q$, $e = E$, $d = D$, und obiger Quotient $= 1$, mithin wird jeder niedere Feuchtigkeitsgrad durch einen Bruch ausgedrückt; um diese

Brüche zu vermeiden, multiplicirt man obigen Quotienten mit 100, so daß der Feuchtigkeitsgrad, der F heißen mag, durch folgende Formel ausgedrückt wird;

$$F = \frac{q}{Q} 100 = \frac{e}{E} 100 = \frac{d}{D} 100;$$

man pflegt diesen Ausdruck F auch die relative Feuchtigkeit zu nennen; für das Maximum derselben ist $q = Q$ mithin $F = 100$; demnach gibt der Ausdruck F an, wie viel Procente von derjenigen Feuchtigkeit vorhanden sind, welche die Luft aufzunehmen vermag.

§. 87. Hygrometrie. Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß zur Bestimmung der Dichte, dann des absoluten und des relativen Dunstgehaltes die Kenntniß der absoluten d. i. derjenigen Spannkraft nöthig ist, welche die in einem Raume befindlichen Wasserdünste wirklich besitzen; Instrumente, die zur Messung dieser absoluten Spannkraft dienen, nennt man Hygrometer; unter diesen gibt es zwei Gattungen, welche Genauigkeit in der Bestimmung und Leichtigkeit im Gebrauche gewähren; eine Gattung dieser Instrumente gibt zunächst die Bethauungstemperatur oder den Thaupunkt an, die andere bestimmt die Temperatur, welche das Wasser im Momente der Verdünstung besitzt, und die man Verdünstungs- oder Verdampfungstemperatur oder auch Naßkälte nennt.

1. Es gibt mehrere Arten von Instrumenten der ersteren Gattung unter welchen das von Körner construirte Fig. 97. die einfachste und bequemste Einrichtung hat, indem es aus einem gewöhnlichen Thermometer besteht, dessen Kugel nach aufwärts gerichtet, mit Musselin umwickelt, und die untere Hälfte derselben mit einem dicht anliegenden, dünnen vergoldeten Schälchen von Silber umgeben ist. Man befeuchtet die Kugel mit Schwefeläther; da dieser sehr rasch verdünstet, so entzieht er den Körpern, mit denen er in Berührung ist, in jeder Secunde mehr Wärme, als diese von der Umgebung in derselben Zeit erhalten können, daher muß die Temperatur des Quecksilbers und des Schälchens sinken; ist sie nun so weit gesunken, daß sich am Schälchen ein Niederschlag in Form von feinen Thautröpfchen zu bilden beginnt, so gibt das Thermometer die Temperatur an, für welche die Spannkraft, welche die Dünste in der Atmosphäre wirklich besitzen, das Maximum ist; die Größe dieses Maximums erfährt man aus der dem Buche angehängten Tabelle, in welcher die einem jeden Temperaturgrade entsprechende und durch genaue Versuche ermittelte größtmögliche Spannkraft verzeichnet ist. Auf diese Art erfährt man wohl nur die Spannkraft der Dünste in derjenigen Luftschichte, die mit dem Schälchen in Berührung ist, allein diese ist, wie früher gezeigt wurde, ungeachtet der Erkältung dieselbe wie in dem übrigen Raume.

Fig. 97.



Ein von Daniell angegebenes Hygrometer besteht aus einem Glasrohr, das an beiden Enden mit Kugeln, wie Fig. 98. zeigt, versehen ist; bevor man die Röhre gebogen hat, wurde ein kleines Thermometer eingeführt, und so befestigt, daß seine Kugel beinahe in der Mitte der Kugel A zu stehen kommt; außerdem wird A bis auf $\frac{2}{3}$ ihres Inhalts mit Schwefeläther gefüllt; B wird vor dem Zuschmelzen in eine Spitze ausgezogen, der Aether in A erhitzt und dadurch zum Theile in Dämpfe verwandelt, welche die atmosph. Luft aus der Röhre verdrängen. Wenn die Dämpfe aus der Spitze stark heraustreten, wird sie zugeschmolzen; der innere Raum enthält dann nur tropfbaren Aether und Aetherdünste. Bringt man auf die Kugel B, die man mit einer Mousselinhülle umgibt, tropfenweise Schwefeläther, so wird durch die Abkühlung, die dessen Verdünstung bewirkt, ein Theil des im Inneren der Kugel befindlichen Aetherdünste tropfbar, und in Folge dessen eine neue Dunstbildung an der Oberfläche des in A vorhandenen Aethers bewirkt, wodurch daselbst eine Erniedrigung der Temperatur entsteht, die allmählig, wenn die Verdünstung an der Oberfläche von B einige Zeit fortdauert, so weit herabsinkt, daß an der Kugel A ein Beschlag sich zu bilden beginnt, den man leicht wahrnimmt, wenn man die Kugel A in der Mitte ringsum vergoldet. Das innere Thermometer gibt die Temperatur an, bei welcher der Beschlag sich bildet; man beobachtet auch an ihm die Temperatur, bei welcher er wieder verschwindet, und nimmt dann das Mittel als denjenigen Wärmegrad an, für welchen die Spannkraft, welche die an der Atmosphäre befindlichen Dünste im Momente der Untersuchung besitzen, das aus der Tabelle leicht zu entnehmende Maximum ist. Zeigt z. B. bei einer Luftwärme von 16° R., die das äußere Thermometer angibt, das innere Thermometer $11\frac{1}{2}$° R. wenn der Beschlag erscheint, und $12\frac{1}{2}$°, wenn er verschwindet, so ist $\frac{24}{2} = 12°$ die Temperatur, bis zu der die Wärme der atm. Luft herabsinken muß, um mit Dünsten gesättigt zu erscheinen, so daß bei weiterer Erniedrigung derselben ein Theil der Wasserdünste tropfbar werden und Nebelbildung eintreten muß.

Fig. 98.



Regnault wendet gegen Daniells Hygrometer ein, daß durch den verdünstenden Aether an der Kugel B, der niemals wasserfrei ist, der Wassergehalt vermehrt, und auch durch die Nähe des Beobachters der Wassergehalt und die Temperatur der Luft abgeändert wird, ferner daß der Aether in den obern Schichten kälter ist als in den untern; auch findet keine Bethauung Statt, wenn die Luft warm und trocken ist, weshalb er das Thermometer in ein cylindrisches Gefäß von Silber mit sehr dünnen Wänden, welches den Schwefeläther enthält, einschließt, mittelst eines Aspirators die Luft über dem Aether entfernt, während durch ein Glasrohr das sich unter dem Aether endigt, neue Luft von Außen zugeführt wird, welche in Bläschen aufsteigt, und den Aether gleichförmig mischt. Die Bethauungstemperatur beobachtet man aus der Ferne mittelst eines Fernrohrs. Man gelangt auf diese Art zu genaueren Resultaten, als durch die früher angegebenen Instrumente. Die beim Daniell'schen Hygrometer gerügten Uebelstände kommen auch bei Körners Hygrometer vor.

2. Zu der zweiten Gattung von Hygrometern gehört das von August in Berlin erfundene Psychrometer, (Naßkältemesser) auch Thermo-

Hygrometer genannt, Fig. 99., das wegen seiner Einfachheit allgemein im Gebrauche ist; es besteht aus zwei neben einander aufgestellten sehr empfindlichen Thermometern, die in ihrem Gange vollkommen übereinstimmen; die Kugel des einen muß beständig mit Wasser benetzt werden, zu welchem Zwecke sie mit Musselin umhüllt und dessen Fortsatz unter der Kugel zusammengerollt, und in ein Schälchen mit destillirtem Wasser getaucht wird, wo dann das Wasser durch Capillarität zu der Hülle an der Kugel emporsteigt, und hier verdünstet, wenn die Dünste der Atmosphäre noch nicht die Spannkraft besitzen, welche bei der vorhandenen Luftwärme möglich ist. An andern Psychrometern ist oben am Gestelle ein trichterförmiges mit Wasser gefülltes Gefäß angebracht, von dessen Boden ein geflochtener schmaler Docht zur Kugel herabgeht. Die zur Verdünstung nöthige Wärme wird dem verdünstenden Wasser und der Thermometerkugel entzogen, weshalb das nasse Thermometer tiefer steht, als das andere, dessen Kugel trocken geblieben ist. Wäre die Luft mit Dünsten gesättiget, so verdünstet das Wasser an der Oberfläche der nassen Kugel nicht mehr, und daher erscheint der Stand beider Thermometer vollkommen gleich. Die Temparatur t, die das befeuchtete Thermometer beim unveränderlichen Stande des Quecksilbers anzeigt, ist offenbar diejenige, welche die Wasserschichte an der Kugelhülle im Momente der Verdünstung besitzt, und die wir Naßkälte nennen; die Dünste entwickeln sich mit der größten Spannkraft, die bei dieser Temparatur t möglich ist, und deren Größe = E wir aus den Tabellen leicht entnehmen können. Diese Spannkraft E muß offenbar größer sein, als die Spannkraft e der in der Luft bereits vorhandenen Dünste, welche der Bildung neuer Dünste desto mehr entgegenwirkt, je näher ihr Werth dem Maximum E steht; dagegen geht die Verdünstung desto rascher vor sich, je geringer die Feuchtigkeit der Luft ist, so daß die in einem Zeittheilchen entstehende Dunstmenge, die wir Q nennen wollen, dem Unterschiede E — e direkt proportionirt und daher

Fig. 99.



$$Q = m (E - e)$$

ist, wo m die unveränderliche Verhältnißzahl bedeutet, die das Gesetz der Abhängigkeit zwischen den Größen Q und E — e näher bestimmt.

Der Unterschied zwischen den beiden Thermometern (die psychrometrische Differenz) mithin auch die Wärmemenge W, welche der befeuchteten Kugel in jedem Zeittheilchen entzogen wird, ist desto größer, je bedeutender die Dunstmenge ist, die in diesem Zeittheilchen gebildet wird, so daß W genau in demselben Verhältnisse wächst, wie Q zunimmt und deshalb

$$W = n\,Q, \text{ mithin } W = m\,n\,(E - e)$$

ist, wo n wieder die Verhältnißzahl ist. Wir bedürfen noch eines andern Ausdruckes für W, und finden ihn, wenn wir beachten, daß die Temperatur der nassen Kugel stationär wird, sobald die in jedem Zeittheilchen zur Dunstbildung verwendete Wärmenge derjenigen gleich wird, welche die nasse Kugel von der nächsten Luftschichte in dem nämlichen Zeittheilchen erhält; nun lehren die Untersuchungen, daß die Wärmemenge, die ein erkalteter Körper von der wärmeren Umgebung durch Mittheilung erhält, dem bestehenden Tempera-

turenunterschiede direkt proportionirt ist, wenn dieser Unterschied eben so gering ist, wie die psychrometrische Differenz (t′ — t), (wo t′ die Lufttemperatur bedeutet) die bei einer sehr trockenen Luft kaum 8° R. betragen wird; andererseits muß die Wärmemenge, welche die befeuchtete Kugel erhält, mit der Dichte der sie einhüllenden Luftschichte wachsen; da diese Dichte in demselben Verhältnisse, wie der durch den Barometerstand gemessene Luftdruck zunimmt, so folgt, daß die Wärmemenge W nicht nur der psychrometrischen Differenz, sondern auch dem Barometerstande b direkt proportionirt ist, daß somit

$$W = p\, b\, (t' - t)$$

ist, wo p die Verhältnißzahl angibt. Man hat daher die Gleichung

$$m\, n\, (E - e) = p\, b\, (t' - t),$$

woraus sich ergibt

$$e = E - \frac{p.\, b}{m\, n} (t' - t), \text{ oder}$$

wenn man den aus constanten Größen bestehenden Ausdruck $\frac{p}{m\, n} = A$ setzt,

$$e = E - A\, b\, (t' - t).$$

Man hat den Werth von A aus vielen gleichzeitig mit dem Schwefeläther-Hygrometer angestellten Beobachtungen ermittelt und gefunden, daß, wenn die Temperatur in Réaumur'schen Graden ausgedrückt ist,

$$A = 0.001$$

so lange das befeuchtete Thermometer über 0° R. steht, hingegen ist

$$A = 0.00094,$$

wenn die Temperatur dieses Thermometers unter Null ist. An der Skala der beiden Thermometer soll man wenigstens Zehntheilchen eines Grades ablesen können. Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß E das Maximum der Spannkraft bedeutet, welche der durch das nasse Thermometer angezeigten Temperatur entspricht. Bei Beobachtungen unter 0° R. muß man dafür sorgen, daß die Eisschichte, welche sich an der Kugel bildet, sehr dünn sei.

Die Bewegung der atmosph. Luft, die bekantlich die Verdünstung beschleunigt und eine stärkere Erkältung der verdünstenden Kugel bewirkt, scheint die Angaben des Psychrometers zweifelhaft zu machen; allein diese größere Erkältung wird dadurch hinreichend ausgeglichen, daß bei bewegter Luft immer neue noch nicht abgekühlte Lufttheilchen mit der nassen Kugel in Berührung kommen; weshalb die psychrometrische Differenz in einer bewegten Luft dieselbe ist, wie in einer ruhigen.

Man hat Hülfstafeln verfertigt, welche die Berechnung der Spannkraft, der in einem Kubikfuß vorkommenden Dunstmenge und der relativen Feuchtigkeit sehr erleichtern; am häufigsten werden die von Kämptz und von A. G. Stierlin gebraucht.

Körper, welche Wasser absorbiren, äußern gegen das Wasser eine starke Capillarthätigkeit, die sich selbst gegen den Wasserdunst sehr bemerkbar macht, indem dieser verdichtet und der entstandene Niederschlag absorbirt wird, solange die Körper noch nicht die ihrem Absorptionsvermögen entsprechende Menge Wassers besitzen; je weniger Wasser solche Körper in sich enthalten, desto größer ist ihre Fähigkeit die Dünste zu verdichten. Kommen solche Körper mit einer Luft in Berührung, deren Dünste eine nur wenig vom Maximum abweichende Spannkraft besitzen, so wird schon eine geringe durch die Körper bewirkte Verdichtung hinreichen, um einen Niederschlag zu bilden, der sogleich von den Körpern aufgesaugt, dadurch die Bildung eines neuen Nieder-

schlags und eine neue Auffaugung desselben möglich wird. So kommt es, daß Körper mit einem starken Absorptionsvermögen für das Wasser in einer feuchten Atmosphäre nicht nur an ihrer Oberfläche naß erscheinen, sondern auch Wasser auffaugen, wodurch sie eine Veränderung im Gewichte und nicht selten eine Veränderung in ihrer Ausdehnung erleiden. Solche Körper sind: Kochsalz, die Alcalien, Schwefelsäure, Haare, Fischbein, Federkiele, Darmsaiten, Papier, die Grannen des Hafers und einiger Erodiumarten, Froschhäute, Ratten- und Fischblasen. Haben die Dünste, welche diese Körper umgeben, das Maximum ihrer Spannkraft, das bei der Luftwärme, die sie besitzen, möglich ist, erreicht, so geht die Condensirung der Dünste und Auffaugung des Niederschlages solange vor sich, bis die Körper mit Wasser vollkommen gesättigt sind, wo dann die Aenderung im Gewichte oder in der Ausdehnung, welche in Folge der Absorption des Wassers eintritt, am größten ist. Wird die Spannkraft der Dünste in der Luft vermindert, so geht wieder ein Theil des absorbirten Wassers in Dunst über, und zwar desto mehr, je weiter sich die wirkliche Spannkraft vom Maximum entfernt, und in demselben Maße nimmt auch die Veränderung im Gewichte und Ausdehnung ab. Jede Aenderung in der Ausdehnung eines Körpers kann einen andern mit ihm auf irgend eine Art verbundenen Körper in Bewegung versetzen, so daß sich aus der Stellung des letzteren die Aenderung in der Ausdehnung des ersteren, und da diese von der relativen Feuchtigkeit der Luft abhängt, auch eine Aenderung des Feuchtigkeitsgrades erkennen läßt. Deshalb werden solche Körper als Erkennungsmittel des Feuchtigkeitszustandes der Luft gebraucht, und hygroscopische Körper genannt; man hat in früheren Zeiten solche Körper auch als Hygrometer angewendet, die jedoch zur genauen Messung des Feuchtigkeitsgrades nicht geeignet waren. So hat man feine Streifen von Fischbein, von Pergament, von Papier gebraucht; einen Federkiel mit Quecksilber gefüllt und mit einer Thermometerröhre in Verbindung gesetzt, in welcher das Quecksilber steigt, wenn der Federkiel in Folge einer größeren Trockenheit der Luft einschrumpft; dagegen wieder fällt, wenn der Federkiel bei zunehmender Feuchtigkeit mehr Wasserdünste condensirt und sich ausdehnt. Sehr häufig findet man noch Feuchtigkeitsmesser aus Darmsaiten, welche bei größerer Auffaugung des Wassers sich mehr zusammenziehen und wieder ausdehnen, wenn sie das Wasser wieder theilweise verlieren. Mehr brauchbar als alle andern, war das von Saußüre construirte Haarhygrometer bei dem ein durch Kochen in einer Potaschenlauge entfettetes Haar an einem Ende festgemacht und mit dem andern mit einer fixen Rolle, deren Axe einen Zeiger trägt, verbunden wird; an derselben Rolle ist ein kleines Gegengewicht angebracht, um das Haar bei allen seinen Veränderungen in der Ausdehnung im gespannten Zustande zu erhalten. Das Haar erhält in einer vollkommen trockenen Luft die kleinste, und in einer mit Dünsten gesättigten Luft die größte Länge; die Punkte bei welchen in diesen beiden Fällen der Zeiger sich befindet, bilden die beiden fixen Punkte der Skala, deren Abstand man in 100 gleiche Theile theilt. Dieses Instrument ist sehr unvollkommen, indem die Beziehung seiner Angaben zu dem Feuchtigkeitszustande nicht genau bekannt ist; so z. B. ist die Spannkraft der Dünste bei 72° nach diesem Instrumente und bei 8° R. halb so groß als das dieser Temperatur entsprechende Maximum; bei einer anderen Temperatur ist dieß nicht mehr der Fall. Auch wird die Brauchbarkeit dieses Instrumentes deshalb sehr erschwert, weil die Ausdehnungsfähigkeit des Haares mit der Zeit mehr und mehr abnimmt.

Babinet construirte in der neuesten Zeit ein Instrument, welches die Menge des Wassers angibt, das in einer bestimmten Zeit von einer gegebenen Oberfläche verdünstet und Atmidoscop heißt; es besteht aus einem porösen mit Wasser gefülltem Thongefäße, das an der Oberfläche beständig feucht bleibt, und das vermittelst einer Röhre mit einem gläsernen Wasserreservoir in Verbindung steht, aus dem das in Dunst übergegangene Wasser ersetzt wird, und an dem der in einer gegebenen Zeit sich ergebende Verlust ersichtlich gemacht werden kann. Die Verdünstung geht nicht bloß in Folge der Trockenheit und der Temperatur, sondern auch in Folge der Bewegungen der Luft vor sich; es gibt somit die Totalwirkung von dem Augenblicke seiner Aufstellung bis zu dem der Beobachtung an.

§. 88. **Einfluß der Verdünstung auf die Bewegungen der Flüssigkeiten im Organismus der Thiere und der Pflanzen nach Liebig.** 1. Verschließt man die Mündung M einer etwa 30 Zoll langen, knieförmig gebogenen Röhre von der Form Fig. 100. mit einer frischen Blase, bringt in den weiten Theil Wasser, gießt in die enge Röhre bis an das offene Ende Quecksilber, verschließt dieses Ende mit dem Daumen, kehrt die Röhre um, und stellt sie in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäß mit der Vorsicht, daß von dem über dem Quecksilber stehenden Wasser ein Theil in der weiten Röhre bleibt; so bringen eine Menge von Luftblasen durch die nasse Blase in die Röhre ein; das Quecksilber sinkt mehr und mehr herab, erhält sich aber dann in einer gewissen Höhe über dem Niveau AB, die bei einer gewöhnlichen Ochsenblase 12 Zoll bei einer doppelten 22 bis 24 Zoll beträgt. Bei diesem Stande bleibt das Quecksilber unverändert, wenn auch das Wasser durch Verdünstung an der Oberfläche der Blase immer mehr abnimmt, und zuletzt ganz verschwindet. — Fassen wir die bei dieser Erscheinung wirksamen Kräfte ins Auge; so finden wir:

Fig. 100.



a) Die Aufsaugungskraft der Blase bezüglich des Wassers, welche (nach §. 68.) wie ein mechanischer Druck wirkt, der das Wasser in die Poren der Blase treibt; bezeichnen wir mit x die Stärke dieser Kraft;

b) den äußern Luftdruck, wirkend auf das Niveau AB, der die Flüssigkeit in die Höhe und gegen die innere Seite der Blase drängt, somit mit x übereinstimmend wirkt, aber durch den Druck der über AB in der Röhre stehenden Quecksilbersäule von der Höhe = b vermindert wird. Ist B der Barometerstand und s das spezifische Gewicht des Quecksilbers; so ist (B — b) s die Größe des Druckes, der die Kraft x unterstützt, so daß x + (B — b) s die Gesammtkraft angibt, mit der das Wasser in die Poren der Blase von Innen nach Außen getrieben wird.

c) Von Außen wirkt auf die Blase der Luftdruck und unterstützt die Kraft y mit welcher die Blase die atmosph. Luft zu absorbiren strebt, die jedoch viel geringer ist, als die Kraft x; somit ist B s + y die Kraft, mit der die Luft in die Blase eingetrieben wird.

Wir haben demnach zwei einander entgegengesetzt wirkende Kräfte zu berücksichtigen; Anfangs ist b gleich dem Barometerstand B, so daß nur die Kraft x das Wasser von Innen nach Außen drückt, und durch die Kraft B + y, welche die Luft eintreibt, überwunden wird, weshalb die Lufttheilchen durch die Poren der Blase in die Röhre eindringen, und durch ihre Spannkraft die Höhe der Quecksilbersäule vermindern; um so viel b s vermindert wird, eben so viel wird die Spannkraft der eingedrungenen Luft betragen, daher um eben so viel der Druck gegen das Wasser wachsen, bis zwischen der Kraft, die das Wasser von Innen nach Außen drängt, und der Kraft B s + y sich das Gleichgewicht einstellt, wo dann keine Luft mehr einzutreten vermag. Ist e die Spannkraft der in die Röhre eingedrungenen

Luft mit der sie auf das Quecksilber und auf das Wasser in dem Augenblicke wirkt, wo das Gleichgewicht eingetreten ist, und h die Höhe, bei der das Quecksilber stehen bleibt; so hält in der engen Röhre dem äußern Luftdrucke B s die Spannkraft e sammt dem Drucke h s der Quecksilbersäule das Gleichgewicht, d. h. es ist

$$B\,s = h\,s + e \text{ mithin } e = (B - h)\,s.$$

Die Gesammtkraft, die das Wasser in die Poren treibt, ist

$$x + e = x + (B - h)\,s;$$

und da nun diese mit der von Außen wirkenden B s + y im Gleichgewichte steht, so hat man

$$x + (B - h)\,s = B\,s + y, \text{ oder } x - y = h\,s, \text{ und } x = h\,s + y$$

d. h. die gehobene Quecksilbersäule gibt die Kraft an, mit der die Blase das Wasser, womit es an einer Seite in Berührung ist, stärker aufsaugt, als die auf der andern Seite mit ihr in Berührung befindliche Luft. So lange die Höhe der Quecksilbersäule in der Röhre größer ist als h, werden die Wassertheilchen in den Poren der Blase von Lufttheilchen verdrängt, und es dringt Luft in die Röhre ein; das Eindringen hört auf, wenn diese Höhe = h wird; mithin gibt h s die Größe des innern, das Wasser in die Poren treibenden Druckes an, bei dem kein Eindringen der äußern Luft mehr möglich ist. Der Werth von y ist bezüglich h s sehr klein, und wir können annäherungsweise h s = x setzen.

2. Füllt man die Röhre ganz mit Wasser und stellt das offene Ende ins Quecksilber, so ist der auf AB wirkende Luftdruck nur um den geringen Druck einer 30 Zoll hohen Wassersäule, der dem Drucke einer Quecksilbersäule von $2\frac{1}{4}$ Zoll Höhe äquivalent ist, vermindert, weshalb der Druck von Innen nach Außen d. i.

$$x + (B - b)\,s = (h + B - b)\,s + y$$
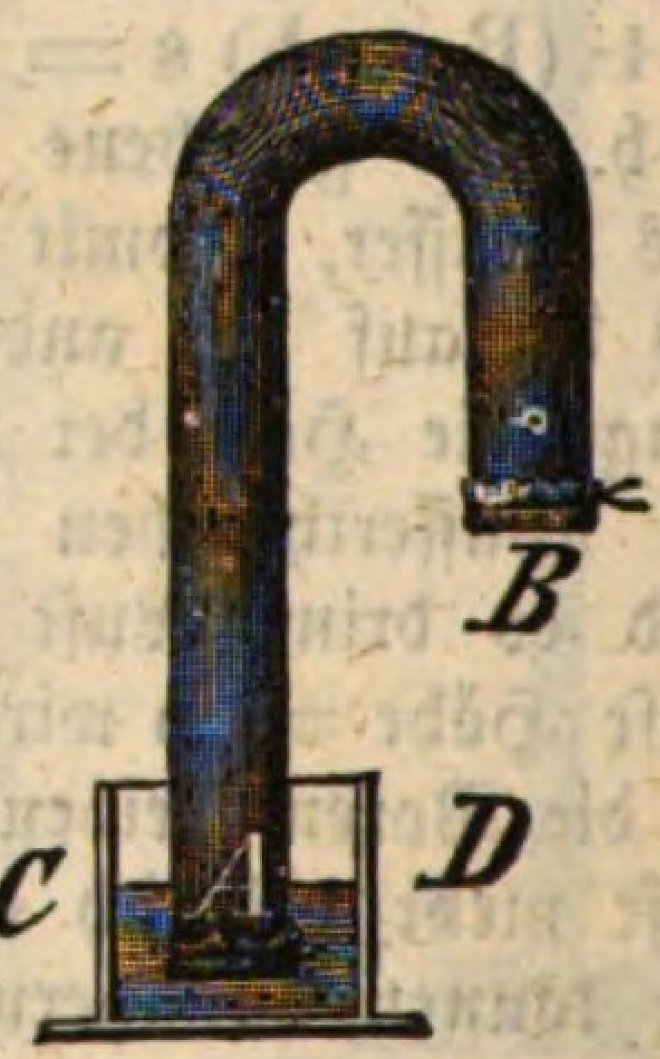
größer ist als der von der andern Seite der Blase wirkende B s + y, daher kann jetzt keine Luft in die Röhre eintreten. Das Wasser wird in den Poren der Blase in Folge der Capillarität festgehalten, aber dort, wo es mit der äußeren Luft in Berührung steht, muß es verdünsten, wird aber sogleich kraft des Auffaugungsvermögens der Blase durch anderes ersetzt, und der durch das Austreten des Wassers entstandene leere Raum durch Quecksilber, das der äußere Luftdruck treibt, so lange ausgefüllt, bis b = h wird, wo dann der Druck auf das Wasser in den Poren von Innen nach Außen eben so groß ist, als der in der entgegengesetzten Richtung wirkende. Die Schnelligkeit, mit der das Quecksilber steigt, hängt von der Schnelligkeit der Verdünstung des Wassers ab, mithin auch von der Temperatur und dem Feuchtigkeitsgrade der atmosph. Luft. Im luftverdünnten Raume, mithin auch auf hohen Bergen steigt das Quecksilber rascher.

3. Wenn der weite Theil der Röhre mit Wasser und die enge Röhre vollständig mit Quecksilber gefüllt ist, und man bringt nach Umkehrung der Röhre das offene Ende in ein Gefäß mit Quecksilber, taucht aber den weiten Theil in ein Gefäß mit Wasser ein; so ist die Auffaugung des Wassers durch die Blase an beiden Seiten gleich; allein da im innern der Luftdruck durch die über AB stehende Quecksilbersäule aufgehoben wird, während er von Außen das Wasser in die Poren mit seiner ganzen Stärke treibt, so muß das Wasser von Außen in die Poren eindringen und das Quecksilber in der engen Röhre niederdrücken, so daß dieses bis auf 8 Zoll her-

absinkt. Die in den Poren der Blase befindlichen Wassertheilchen können nämlich durch Wassertheilchen bei einem geringeren Drucke verschoben werden, als durch Lufttheilchen, allein um eine Bewegung der Wassertheilchen zu bewirken, ist ein Druck erforderlich, welcher dem Drucke einer Quecksilbersäule von 8 Zoll äquivalent ist.

4. Das Wasser in einer gebogenen, und an den Enden mit einer Blase überbundenen Röhre AB, Fig. 101., verdünstet an der äußeren Oberfläche jeder Blase; die Blasen erscheinen in Folge des äußeren Luftdruckes concav, und der oben bei C entstehende leere Raum wird durch eindringende Luft und durch Dünste, die sich aus dem Wasser bilden, ausgefüllt; dieser Raum vergrößert sich bei fortschreitender Verdünstung unausgesetzt. — Wird der eine Schenkel A in eine Salzlösung gestellt, während das Ende B der Verdünstung an der Luft ausgesetzt bleibt; so hat man zu beachten, daß in Folge dieser Verdünstung bei B eine h Zolle hohe Quecksilbersäule in dem andern Schenkel aufsteigen sollte, daß daher bei A ein Druck nach aufwärts wirksam ist, der das Aufsaugungsvermögen der Blase für die Salzlösung unterstützt, so, daß diese in die Röhre steigt, und den Raum des verdünsteten Wassers einnimmt, wie man sich leicht überzeugt, wenn man das Salzwasser mit Indigo-Tinctur blau gefärbt hat. Es wirkt somit das Aufsaugungsvermögen der einen Blase B, während das in ihren Poren befindliche Wasser verdünstet, gleich einem mechanischen Drucke, welcher groß genug ist, um Flüssigkeiten der verschiedensten Art durch dünnere Membranen, welche damit in Verbindung stehen, durchfließen zu machen; denn ist der Schenkel A z. B. in Galle oder Harn getaucht, so dringen auch diese in die Röhre ein.

Fig. 101.



Man kann allgemein sagen, daß alle Flüssigkeiten, die mit einer verdünstenden Haut in Verbindung stehen, eine Bewegung nach dieser Haut erhalten; die Schnelligkeit dieser Bewegung richtet sich nach der Raschheit der Verdünstung. In Folge des Gesetzes der Endosmose soll die Mischung des Salzwassers und des in der Röhre befindlichen Wassers in der Art vor sich gehen, daß mehr Wasser bei A austritt als Salzwasser eintritt, allein dieses Gesetz erleidet, wie der Versuch zeigt, durch die Verdünstung an der Blase bei B eine Abänderung.

5. Bringt man in die Mitte der Blase B einen Tropfen Wasser, so wird dieser, während um ihn herum die Verdünstung fortdauert, durch den Druck der äußeren Luft eingetrieben. Wird z. B. eine Stelle der Haut des Menschen mit Fett eingerieben, so muß dieses eingesaugt werden; wäre das Fett an der ganzen Oberfläche der Haut, so wird es in Folge der Verdünstung der Lunge eingesaugt. — Das Aufsaugen der Regentropfen, des Thaues durch die Blätter und Zweige der Bäume erfolgt durch den Druck der Atmosphäre, während an andern Stellen die Verdünstung vor sich geht.

Die vorstehenden von Liebig ausgeführten Versuche verbreiteten viel Licht über die Bewegung der Säfte im Organismus der Thiere und der Pflanzen. Der wichtige Einfluß der Hautausdünstung beim thierischen Organismus, und der Verdünstung an der Oberfläche der Lunge auf die vitalen Vorgänge und auf den Gesund-

heitszustand war seit lange bekannt, aber man wußte nicht, in welcher Art diese Verdünstung wirkt. Auf der Haut vieler Thiere geht, wenn sie mit der Atmosphäre in Berührung ist, die Verdünstung beständig vor sich; eben so auch an der Oberfläche der Lunge, da nun jeder Theil der Oberfläche unter dem Luftdrucke steht, dem die in Körpern vorhandenen luftförmigen und tropfbaren Flüssigkeiten einen gleichen Gegendruck entgegensetzen, so muß, so bald die Verdünstung an der Haut und an der Lunge Statt findet, in Folge des Auffaugungsvermögens der Haut für die sie berührende Flüssigkeit eine Bewegung der im Körper befindlichen Flüssigkeiten nach der Haut und Lunge entstehen, die durch die Blutbewegung beschleunigt wird. Die verschiedenartigen Flüssigkeiten im Thierkörper sollten sich nach dem Gesetze der Endosmose vertheilen entsprechend der Dicke und dem Absorptionsvermögen der Membranen für die mit ihnen in Berührung stehenden Flüssigkeiten; allein dieses Gesetz wird wesentlich durch die Verdünstung geändert. — Aus dem Gesagten ist auch der große Einfluß ersichtlich, den der Aufenthalt in einer trockenen oder in feuchter Luft, auf großen Höhen und am Ufer des Meeres auf den Gesundheitszustand haben muß. — Die Unterdrückung der Hautausdünstung an einem Orte der Haut erzeugt eine Störung in der Bewegung der Säfte, wodurch der normale Proceß an diesem Orte geändert wird. — Bei einer großen Trockenheit geht die Verdünstung rasch vor sich, die Flüssigkeiten werden schnell gegen die Haut getrieben weshalb sich öfters ein Aufschwellen der Haut oder ein Aufspringen derselben einstellt. Die Neger an der Ostküste von Afrika pflegen, wenn ein dort öfters eintretender ungemein trockener Wind zu wehen beginnt, ihre Haut mit Fett zu überziehen, um das Aufspringen derselben zu verhüthen, weshalb dieser Wind Talgwind oder **Harmattan** genannt wird.

Bei dem Austreten des Schweißes, sind wohl mehrere Ursachen wirksam, aber eine davon ist die Geschwindigkeit, mit der sich die Flüssigkeit gegen die Haut in Bewegung setzt, und zwar in Folge der Verdünstung oder einer durch eine mechanische Ursache gesteigerten Blutbewegung. Bei dieser schnellen Bewegung tritt die Flüssigkeit in Folge ihrer Trägheit über die Grenze der auffaugenden Haut.

Wie sehr der vitale Proceß in Folge der Verdünstung an der Oberfläche des thierischen Körpers und der dadurch erzeugten Aenderung in der Vertheilung der Flüssigkeiten im Organismus abgeändert werden kann, sieht man sehr auffallend an Fischen, die in wenigen Stunden sterben, wenn entweder nur der Kopf außerhalb des Wassers und der übrige Theil im Wasser, oder wenn Kopf und Kiemen im Wasser und der übrige Theil außerhalb gehalten wird, ohne daß dabei das Thier am Gewichte einen Verlust erleidet, d. h. wenn auch durch Einsaugung von Wasser durch den eingetauchten Körpertheile das Gewicht ungeändert bleibt, so ist doch die Vertheilung der Flüssigkeiten in Folge der Verdünstung an dem aus dem Wasser hervorragenden Körpertheil ganz anders, als es zum Bestehen der vitalen Funktionen nothwendig ist. — Die durch niedere Temperatur oder großen Feuchtigkeitszustand gehemmte Ausdünstung an der Oberfläche unseres Körpers ist die vorzüglichste Ursache der im Frühjahre und Herbste öfters vorkommenden und unter dem Namen Grippe bekannten Krankheit.

Schon Hales, ein Zeitgenosse Newtons hat durch unübertreffliche Versuche dargethan, daß die Capillargefäße einer Pflanze für sich und in Verbindung mit den unverletzten Wurzeln durch Capillaranziehung sich mit Wasser füllen, aber die Kraft nicht besitzen, den Saft ausfließen, oder in einem aufgesetzten Rohre steigen zu machen; denn die Bewegung des Saftes, sagt Hales, gehört der verdünstenden Oberfläche allein an; er beweist, daß die Wirkung von der Temperatur und dem Feuchtigkeitszustande der Luft abhängt, indem er durch Versuche nachweist, daß die Pflanzen bei feuchter Luft nur wenig auffaugen. Auch aus Hales Versuchen geht hervor, daß das Auffaugungsvermögen eines jeden Theils der Pflanze in Folge der Ausdünstnng durch den Druck der Atmosphäre mächtig unterstützt wird; denn die Verdünstung des Wassers an der Oberfläche der Gewächse hat zur Folge, daß im Inneren ein leerer Raum entsteht, und daß daher Wasser, mit darin gelösten Stoffen mit Leichtigkeit von Außen eingetrieben und gehoben wird, so daß neben der Capillarität der äußere Luftdruck als die Hauptursache der Verbreitung und Bewegung der Säfte erscheint. Dieser äußere Luftdruck wird aber erst in Folge der Verdünstung an der Oberfläche der Gewächse wirksam, daher ist die Verdünstung eine Hauptbedingung ihres Lebens; sie erzeugt erst eine dauernde Bewegung, einen stets sich wiederhohlenden Wechsel in der Beschaffenheit des Saftes.

Die Menge der aufgesaugten und zur Entwickelung der Pflanze nöthige Nahrung steht im Verhältnisse zu der Menge der in einer gegebenen Zeit verdünsteten Feuchtigkeit. Die Pflanze erkrankt oder stirbt, wenn das richtige Verhältniß der Ausdünstung und der Zufuhr gestört oder unterbrochen wird. Hat die Pflanze ein Maximum der Nahrung aufgenommen, und die Ausdünstung wird unterdrückt z. B. durch niedrige Temperatur oder großen Feuchtigkeitszustand der Luft, so hört das Zuströmen der Nahrung auf, die Säfte stocken, verderben und gehen in einen Zustand über, in welchem sie ein fruchtbarer Boden für Pilze und dergleichen mikroskopische Gewächse werden. Wenn z. B. nach heißen Tagen viel Regen fällt und hierauf eine starke Hitze ohne Wind sich einstellt; so erscheint jeder Theil der Pflanze mit Luft umgeben, die mit Dünsten gesättigt ist, weshalb die Verdünstung aufhört, und mit ihr auch die nothwendige Abkühlung der Pflanze, so daß die Pflanze dem sogenanten Sonnenbrande unterliegt, oder mit Schimmel befallen wird, dem die gestockten und verdorbenen Säfte eine vortreffliche Nahrung darbieten, Letztere Krankheit tritt bei Hopfenpflanzen öfters ein, weil ihr dichtes Blätterwerk die bei feuchtem Wetter ohnehin schwache Verdünstung noch mehr hemmt. Auch die Kartoffelpflanze gehört wie die Hopfenpflanze zu den Gewächsen, welche durch Stockung der Säfte in Folge einer unterdrückten Ausdünstung am meisten leiden.

Beim Umsetzen der Bäume pflegt man beinahe die Hälfte der Wurzeln abzuschneiden; der Baum kann dann nur halb so viel Nahrung aus der Erde einsaugen als früher, weshalb auch die verdünstende Oberfläche außerhalb der Erde im gleichen Verhältnisse verkleinert werden muß.

Wenn man einen Baum von beträchtlicher Höhe fällt, und das Stammende in eine Salzauflösung taucht, während das Laub noch an den Zweigen ist, so erfolgt in Folge der Verdünstung an der Oberfläche eine lebhafte Aufsaugung der Flüssigkeit, so daß diese in die zartesten Kanäle des Pflanzenorganismus dringt, zu den entferntesten Enden und selbst bis in seine letzten Blätter gelangt. Darauf beruht die von Boucherie erfundene Methode, in die Holzmasse, Substanzen, wie holzessigsaures Eisenoxyd, Seesalz und andere Salze einzuführen, um das Holz unzerstörbar zu machen.

Dynamik.

§. 89. Die Dynamik hat die Aufgabe die Gesetze der Bewegungen, in welche die in der Natur vorkommenden Körper versetzt werden können, zu entwickeln. Da diese Körper zufolge ihrer Trägheit unvermögend sind, durch eigene Selbstthätigkeit in Bewegung, oder falls sie in Bewegung sind, wieder zur Ruhe zu kommen, oder die Beschaffenheit ihrer Bewegung auf irgend eine Art abzuändern, so setzt jede Bewegung eines Körpers die Einwirkung einer bewegenden Kraft, das Aufhören derselben und jede Abänderung des Bewegungszustandes die Einwirkung anderer Kräfte voraus, zu welchen Kräften auch alle Arten der Hindernisse der Bewegung gezählt werden müssen.

Eine jede bewegende Kraft bedarf zur Erzeugung der möglichen Wirkung stets eine gewisse Zeit, während welcher die Geschwindigkeit des Körpers von Null bis zu einer gewissen Größe wächst, oder eine bestimmte Abänderung erleidet. Kräfte, die in einer unmeßbar kurzer Zeit, also nach einer nur einen Augenblick lang dauernden Einwirkung eine bestimmte Geschwindigkeit erzeugen, mit welcher der Körper die Bewegung beginnt, heißt man momentane oder Stoßkräfte, und unterscheidet sie wohl von den continuirlichen oder stetigen (Ziehkräften), die während einer meßbaren Zeit ununterbrochen auf das Bewegliche entweder mit unveränderlicher oder mit veränderlicher Stärke einwirken, und daher entweder beständige oder veränderliche continuirliche Kräfte sind. Um die Wirkung

einer continuirlichen Kraft zu erfahren, stellt man sich vor, die Kraft übe gegen das Bewegliche Stöße aus, die in bestimmten Zeitintervallen auf einander folgen, und läßt hierauf das Zeitintervall unendlich klein werden, so daß es kleiner gedacht wird, als jedes noch so kleine denkbare Zeittheilchen; wir wollen in der Folge ein solches unendlich kleine Zeittheilchen stets mit τ bezeichnen.

Ist M die in Bewegung gesetzte Masse, C die Geschwindigkeit, welche eine momentane, und G die Beschleunigung, die eine beständige continuirliche Kraft zu erzeugen vermag, so ist bekanntlich MC das Maß der ersteren, und MG das Maß der letzteren Kraft. Da beide Arten von bewegenden Kräften nach anderen Einheiten gemessen werden, so können sie nicht mit einander numerisch verglichen werden, wohl aber die von ihnen erzeugten Wirkungen, nämlich die Geschwindigkeiten und die vom Beweglichen durchlaufenen Wege.

Ist das Gesetz bekannt, das die bewegenden Kräfte bei ihrer Wirksamkeit unabänderlich befolgen, so läßt sich in jedem Falle eine Gleichung bilden, aus der die Beschaffenheit der Bahn, die das Bewegliche beschreibt, zu entnehmen, und eine andere, aus der für jede gegebene Zeit die Länge des zurückgelegten Weges, oder umgekehrt die Zeit aus der Länge des während derselben durchlaufenenen Weges berechnet werden kann. Diese Gleichungen drücken dann die Gesetze der durch die einwirkenden Kräfte erzeugten Bewegung aus. — In manchen Fällen werden die Gesetze der Bewegung auf empirischen Wege ermittelt, und man hat die Aufgabe, das Gesetz zu finden, nach welchen die Kräfte, welche die Bewegung erzeugen, wirksam sind.

§. 90. Gesetze der gleichförmigen Bewegung. Wird ein frei bewegliches Massentheilchen durch eine momentane Kraft in Bewegung versetzt, und hierauf sich selbst überlassen, so ist die Bewegung geradlinig und gleichförmig, weil das träge Massentheilchen weder die Richtung, noch die Geschwindigkeit, die es durch die Einwirkung der Kraft erhalten hat, selbstthätig abzuändern vermag. Ist c das Maß der Geschwindigkeit, mit der es sich bewegt, mithin die Länge des in einer Zeitsecunde zurückgelegten Weges, und heißt s der in der Zeit t durchlaufene Weg, so ist

$$s = c\,t, \text{ daher } c = \frac{s}{t} \text{ und } t = \frac{s}{c}.$$

Diese drei Gleichungen geben die Gesetze der gleichförmigen Bewegung an, selbst für den Fall, wenn diese Bewegung eine krummlinige wäre. Krummlinig kann die durch eine momentane Kraft erzeugte Bewegung nur dann werden, wenn auf das in Bewegung gesetzte Massentheilchen eine stetige Kraft einwirkt, welche die Richtung desselben ununterbrochen ändert; eine solche kann auch der Widerstand eines krummlinigen festen Körpers z. B. einer Rinne sein.

§. 91. Gesetze der gleichförmig beschleunigten Bewegung. 1. Diese Bewegung entsteht, wenn auf das Bewegliche eine stetige Kraft mit unveränderter Stärke einwirkt, indem eine solche Kraft dem Beweglichen in jeder Zeitsecunde denselben Zuwachs an Geschwindigkeit zu ertheilen vermag. Nehmen wir an, daß das Bewegliche schon im Beginne der Bewegung und der Einwirkung der stetigen Kraft schon mit der Geschwindigkeit = c auftritt, die ihm eine momentane Kraft in der näm-

lichen Richtung, in welcher die stetige wirksam ist, ertheilt, und die es zufolge seiner Trägheit während der ganzen Dauer der Bewegung unveränderlich beibehält; es sei ferner G die Accelleration d. i. der in einer Secunde durch die Thätigkeit der continuirlichen Kraft erzeugte Zuwachs, so hat das Bewegliche nach 1, 2, 3 . . . Secunden die Geschwindigkeit c + G, c + 2 G, c + 3 G, mithin ist die nach Verlauf von t Secunden vorhandene Geschwindigkeit

$$v = c + G\,t.$$

2. Um den während der Zeit t zurückgelegten geradlinigen Weg = s zu finden, wollen wir t in n gleiche Theile theilen, und $\frac{t}{n} = \tau$, somit $t = n\,\tau$ setzen, die während der einzelnen auf einander folgenden Zeittheilchen zurückgelegten Wege mit $s_1, s_2, s_3, \ldots s_n$ bezeichnen und berücksichtigen, daß jeder derselben größer ist, als derjenige Weg, den das Bewegliche zurücklegen würde, falls es während des Zeittheilchens τ mit der dem eben verflossenen Zeitraume entsprechenden Anfangsgeschwindigkeit sich gleichförmig bewegt hätte, dagegen kleiner, als wenn die Bewegung mit der dem eben verflossenen Zeitraume entsprechenden Endgeschwindigkeit Statt fände.

Heißt V_m die nach Verlauf von m Zeittheilchen dem Beweglichen zukommende Geschwindigkeit, und u der im nächsten Zeittheilchen gewonnene Zuwachs an Geschwindigkeit, s_m der während des nächstfolgenden Zeittheilchens beschriebene Weg, so ist

$$s_m > V_m\,\tau \text{ und } s_m < (V_m + u)\,\tau, \text{ oder } s_m < V_m\,\tau + u\,\tau;$$

denkt man sich die Dauer der Bewegung in so viele Theile getheilt, daß τ kleiner ist als jede noch so kleine denkbare Größe, also unendlich klein, so ist auch der während eines solchen Zeittheilchens durch die beschleunigende Kraft erzeugte Zuwachs an Geschwindigkeit, nämlich u eine unendlich kleine Größe, mithin ist $u\,\tau$ eine unendlich kleine Größe der zweiten Ordnung, die wenn auch unendliche Male zu sich selbst addirt noch immer unendlich klein bleibt, und daher bei der Addition zu einer andern unendlich kleinen Größe der ersten Ordnung eben so vernachläßigt werden kann, wie letztere bezüglich einer endlichen Größe; denn setzt man

$$u = \frac{1}{\infty} \text{ und } T = \frac{1}{\infty'}, \text{ so ist } \left(\frac{1}{\infty}\,\frac{1}{\infty'}\right)\infty' = \frac{1}{\infty},$$

mithin noch immer unendlich klein; daher kann man setzen

$$s_m = V_m\,\tau$$

Die den Zeiten

$$0, \quad \tau, \quad 2\,\tau, \ldots n\,\tau$$

entsprechende Geschwindigkeiten sind:

$$c\,,\; c + G\,\tau,\; c + 2\,G\,\tau, \ldots c + n\,G\,\tau,$$

mithin ist

$$s = c\,\tau + (c + G\,\tau)\,\tau, + (c + 2\,G\,\tau)\,\tau + \ldots (c + n\,G\,\tau)\,\tau,$$

und

$$s = n\,c\,\tau + G\,\tau\,(1 + 2 + 3 + \ldots n), \text{ oder}$$

$$s = c\,t + G\,\tau\,(1 + n)\,\frac{n}{2} = c\,t + \frac{G\,t}{2}\,(t + \tau).$$

Da τ so klein angenommen werden kann, als man nur immer will, so kann es bezüglich des Werthes t vernachläßigt werden, so daß man hat:

$$s = c\,t + \frac{G\,t^2}{2}$$

3. Die Schwerkraft ist bekanntlich eine veränderliche Kraft, indem ihre Stärke mit der Annäherung des fallenden Körpers an den Erdmittelpunkt beständig wächst; ist jedoch die Fallhöhe nicht sehr groß, so sind die während des Falls eintretenden Aenderungen in der Stärke dieser Kraft unmerklich, so daß man die Schwere als eine Kraft betrachten kann, die während des Falls mit unveränderter Stärke auf den Körper wirkt, weshalb der freie Fall, wo das Bewegliche in der Richtung der Schwerkraft vertikal abwärts sich bewegt, nach den Gesetzen der gleichförmig beschleunigten Bewegung Statt findet. Wirkt auf das Bewegliche einzig die Schwerkraft, so daß er keine Anfangsgeschwindigkeit besitzt, also $c = o$ ist, und ist g die durch diese Kraft erzeugte Beschleunigung, so ist

$$v = g\,t \text{ und } s = \frac{g\,t^2}{2};$$

woraus man erhält:

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g}},\; v = \sqrt{2gs} \text{ und } s = \frac{v^2}{2g}.$$

Heißt s' der während der Zeit $(t - 1)$ zurückgelegte Weg; so ist der in einer Zeiteinheit durchlaufene

$$s - s' = (2\,t - 1)\frac{g}{2};$$

woraus ersichtlich wird, daß derselbe in jeder folgenden Secunde größer wird, und genau so wächst, wie die ungeraden Zahlen; denn setzt man für t, 1, 2, 3, ..., so ist $s - s' = \frac{g}{2}, \frac{3g}{2}, \frac{5g}{2}, \ldots$.

4. Heißt γ die durch die continuirliche Kraft in einem unendlich kleinen Zeittheilchen τ erzeugte Aenderung in der Geschwindigkeit des Beweglichen, so ist

$$G : \gamma = 1 : \tau, \text{ mithin } G = \frac{\gamma}{\sigma}$$

Bezeichnet man mit P die Stärke der beständigen continuirlichen Kraft, so hat man

$$P = MG, \text{ oder } P = M\frac{\gamma}{\tau}.$$

Die Größe G, mithin auch $\frac{\gamma}{\tau}$ nennt man auch die **beschleunigende Kraft**. Ist σ der während der Zeit τ mit der Geschwindigkeit v, und σ' der in dem nächsten Zeittheilchen τ mit der Geschwindigkeit $v + \gamma$ zurückgelegte Weg; so ist

$$\sigma = v\,\tau \text{ und } \sigma' = (v + \gamma)\,\tau,$$

mithin $\sigma' - \sigma = \gamma\,\tau$. Setzt man $\sigma' - \sigma = \Delta\,\sigma$, so ist

$$\frac{\Delta\,\sigma}{\tau^2} = \frac{\gamma}{\tau} = G.$$

Man kann also auch die Größe der beschleunigenden Kraft durch die Formel $\frac{\Delta\,\sigma}{\tau^2}$ ausdrücken.

Die Leistung oder Arbeit einer Kraft schätzt man bekanntlich nach dem Producte aus dem durch die Kraft gehobenen Gewichte Q in die Höhe h, zu der es in einer bestimmten Zeit gehoben wird; heißt A diese Leistung, so ist

$$A = Q\ h.$$

Heißt M die Masse des Gewichtes, so ist $Q = M\ g$, mithin

$$A = M\ g\ h, \text{ und } 2A = M.\ 2\ g\ h.$$

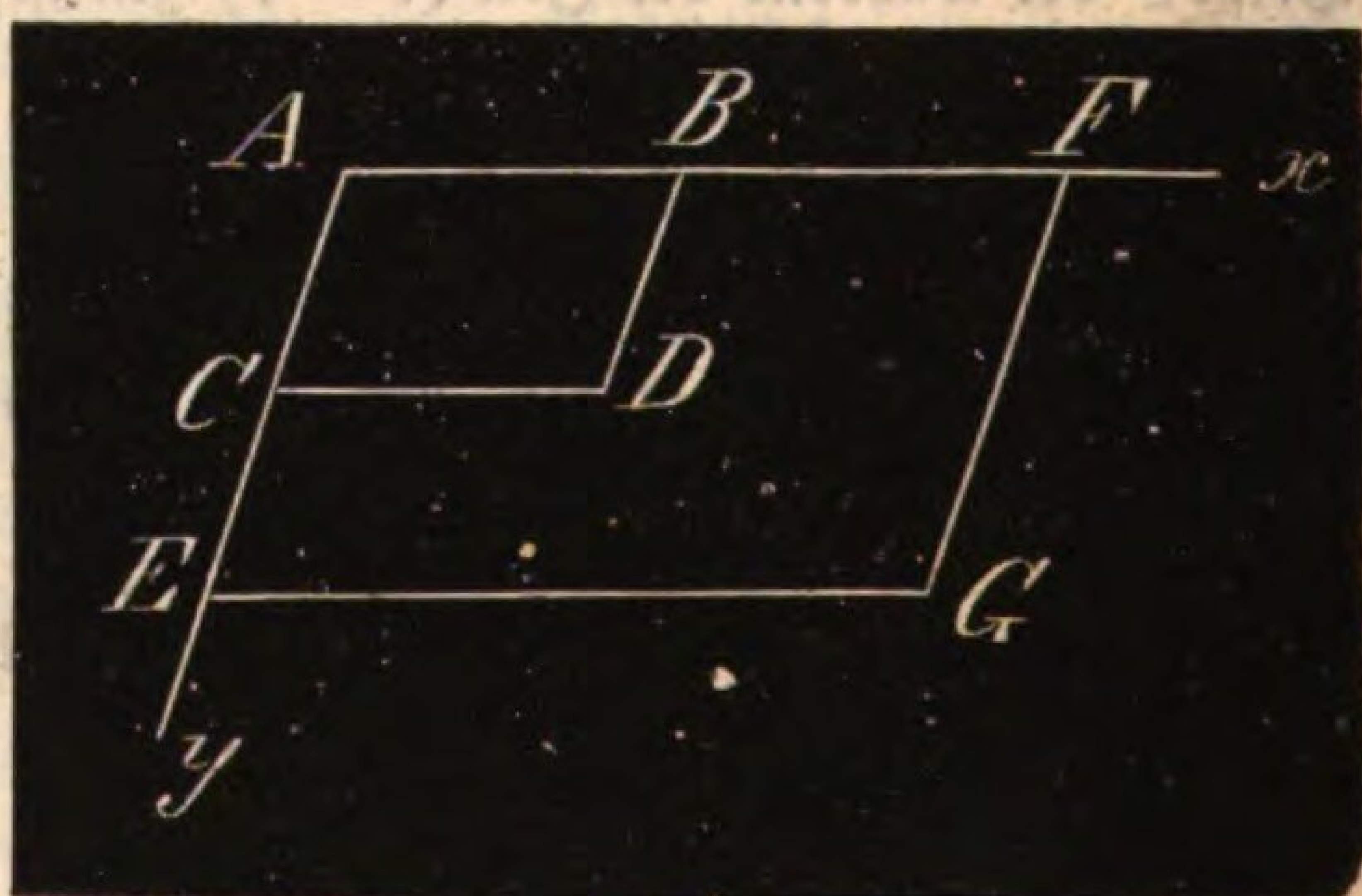
Bedeutet v die der Fallhöhe h entsprechende Geschwindigkeit, so ist $v^2 = 2g\ h$, mithin

$$2A = M\ v^2.$$

Das Product $M\ v^2$ heißt man die lebendige Kraft, die, wie aus dem letzten Ausdrucke zu ersehen ist, als Maß der Leistung einer Kraft betrachtet werden kann.

§. 92. Zusamensetzung der Bewegungen. Wirken auf ein Bewegliches mehrere Kräfte nach einerlei Richtung oder in Richtungen, die einander gerade entgegengesetzt sind, so kann die Bewegung nur eine geradlinige sein, und es müssen sich die Wirkungen der Kräfte im ersten Falle addiren, im zweiten dagegen subtrahiren; daher ist die Geschwindigkeit, die das Bewegliche in einem bestimmten Zeitpunkte hat, im ersten Falle gleich der Summe, im zweiten gleich der Differenz derjenigen Geschwindigkeiten, welche jede Kraft für sich allein während der Dauer ihrer Einwirkung zu erzeugen vermag. Aber auch in dem Falle, wo zwei gleichartige Kräfte gleichzeitig auf ein in A, Fig. 102., befindliches, frei bewegliches Massentheilchen m in Richtungen einwirken, die einen Winkel einschließen, wird eine geradlinige Bewegung hervorgebracht; denn da zwei gleichartige auf einen Punkt einwirkende Kräfte sich zu einer einzigen Resultirenden zusammensetzen lassen, eine einzige Kraft aber nur eine geradlinige Bewegung hervorbringen kann; so ist immer die Bewegung geradlinig, wenn entweder zwei momentane, oder zwei continuirliche Kräfte der nämlichen Art unter einem Winkel auf ein Bewegliches einwirken. Um die der Resultirenden entsprechende Geschwindigkeit zu finden, seien P und Q zwei gleichartige Kräfte, wirkend in den Richtungen A x und A y; C und C′ seien die von ihnen erzeugten Geschwindigkeiten, wenn sie momentane, oder G und G′ die ihnen entsprechenden Beschleunigungen, wenn sie stetige Kräfte sind; so ist

Fig. 102.



$$P = m\ C, \text{ oder } = m\ G, \text{ und } Q = m\ C', \text{ oder } = m\ G'.$$

Schneidet man von den Richtungen der Kräfte Stücke ab, so daß

$$P : Q = A\ B : A\ C,$$

so ist auch $A\ B : A\ C = C : C'$, oder $A\ B : A\ C = G : G'$

d. h. die Seiten des Kräftenparallelogramms A B C D verhalten sich zu einander, wie die durch die bewegenden Kräfte in seinem Massentheilchen erzeugten Geschwindigkeiten. Heißt x die der Resultirenden R beider Kräfte entsprechende Geschwindigkeit, so ist $R = m\ x$, und da

$$P : R = A\,B : A\,D, \text{ so ist auch}$$
$$A\,B : A\,D = C : x, \text{ oder } A\,B : A\,D = G : x,$$

folglich gibt in dem angenommenen Falle die Diagonale des aus den Geschwindigkeiten gebildeten Parallelogramms die Größe der Geschwindigkeit, welche die Resultirende der zwei gleichartigen Kräfte dem Massentheilchen zu ertheilen vermag. — Man kann also die Geschwindigkeiten, die durch gleichartige auf ein Bewegliches unter einem Winkel einwirkende Kräfte erzeugt werden, eben so zusammensetzen, aber auch eben so zerlegen, wie man Kräfte zusammensetzt und zerlegt.

Würde das Bewegliche in Folge der Wirksamkeit einer oder mehrerer Kräfte in der Zeit t von A nach B, und durch andere Kräfte in der nämlichen Zeit von A nach C gebracht, so daß es in der Richtung A x den Weg A B und in der Richtung A y den Weg A C zurücklegt, mag übrigens die Bahn, auf der es nach B oder C käme, beliebig sein; so ist bei gleichzeitiger Wirksamkeit aller Kräfte der Erfolg derselbe, wie wenn während der Zeit, in welcher das Bewegliche nach B fortgeht, die ganze Bahn, auf der es dahin fortschreitet, parallel mit ihrer ursprünglichen Lage in der Richtung A y fortgeschoben würde, so daß ihr Anfangspunkt in dem nämlich Augenblicke, in welchem das Bewegliche bis B kommt, in C sich befindet. Zieht man von C eine parallele zu AB, und schneidet CD = AB ab, so gibt D den Ort des Beweglichen nach Verlauf der Zeit t an. Verbindet man D mit B, so erhält man ein Parallelogramm ABCD, in welchem der Endpunkt D der Diagonale A D den Ort angibt, welchen das Bewegliche in Folge zweier gleichzeitigen Bewegungen in der nämlichen Zeit erreicht, in welcher es in den Richtungen der beiden Seiten des Parallelogramms Wege zurücklegen würde, die diesen Seiten gleich sind. Die Diagonale dieses Parallelogramms wird nur in dem Falle den vom beweglichen Massentheilchen wirklich zurückgelegten Weg angeben; wenn die Bewegung eine geradlinige ist. Wirkt auf das Bewegliche z. B. in einer Richtung, eine momentane, in einer andern eine continuirliche Kraft; so ist die Bahn des Beweglichen nicht mehr eine gerade, sondern eine krumme Linie.

§. 93. Fortschreitende oder progressive Bewegung. Bewegen sich sämmtliche Massentheilchen m, m′, m″ . . . eines festen Körpers in jedem Zeitpunkte mit der nämlichen Geschwindigkeit in parallelen Richtungen, so ist die Bewegung eine im Raume fortschreitende oder progressive. Ist c die gemeinschaftliche Geschwindigkeit, die sie in einem bestimmten Zeitpunkte besitzen, so geht in diesem Zeitpunkte die Bewegung so vor sich, als wenn die Körpertheilchen von den parallelen Kräften mc, m′ c′, m″ c″. . . fortgetrieben würden; die Angriffspunkte m, m′, m″. . . dieser Kräfte stehen in fester unveränderlicher Verbindung, daher lassen sich diese parallelen Kräfte durch eine einzige Resultirende R ersetzen, die ihrer Summe gleich und deren Richtung zu denen der Componenten parallel ist; die Lage des Angriffspunktes der Kraft R hängt bekanntlich ab von dem Verhältnisse der parallelen Componenten, und den gegenseitigen Abständen ihrer Angriffspunkte; nun ist m c : m′ c : m″ c : . . . = m : m′ : m″ . . . = m g : m′ g : m″ g, d. h. die Componenten verhalten sich zu einander gerade so wie die Massentheilchen oder wie die Gewichte derselben; folglich hängt die Lage ihres Mittelpunktes, den man den Mittelpunkt der Masse zu nennen pflegt, von der Anordnung und Dichte

der Massentheilchen also genau von denselben Größen ab, wie die Lage des Schwerpunktes; demnach wird der Mittelpunkt der Masse auf dieselbe Art bestimmt, wie der Schwerpunkt des Körpers. Heißt M die Masse des ganzen Körpers, so ist

$$R = m c + m' c + m'' c + \ldots \text{ mithin}$$

$$R = (m + m' + m'' + \ldots) c = M c$$

woraus folgt, daß eine auf den Mittelpunkt der Masse eines Körpers einwirkende Kraft M c dieselbe fortschreitende Bewegung erzeugen müßte, wie die ist, die wir angenommen haben, wenn nur ihre Richtung mit der Richtung dieser Bewegung zusammenfällt.

Wirkt eine Kraft R auf einen festen Körper dergestalt, daß ihre Richtung durch den Mittelpunkt der Masse, der in der Regel mit dem Schwerpunkte zusammenfällt, durchgeht; so kann man sich diese Kraft in so viele mit ihr parallele Componenten zerlegt denken, als Massentheilchen vorhanden sind, jede wirkend mit einer der Größe des Massentheilchens proportionalen Stärke, so daß sämmtliche Massentheilchen mit der nämlichen Geschwindigkeit in parallelen Richtungen sich bewegen, keines vorauseilt und keines zurückbleibt; folglich erzeugt diese Kraft R in dem vorausgesetzten Falle eine im Raume fortschreitende Bewegung. Ist die durch den Mittelpunkt der Masse eines Körpers gehende Kraft R eine continuirliche, deren Größe oder Richtung jedoch sich beständig ändert, so läßt sich die Größe und Richtung während eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ immer als unveränderlich annehmen, und die Bewegung als eine in der Richtung der Kraft fortschreitende betrachten. Diesem nach haben wir bei allen fortschreitenden Bewegungen eines festen Körpers nur die Bewegung des Mittelpunktes der Masse zu beachten.

Befindet sich ein Körper in einer fortschreitenden Bewegung, nehmen wir an, gegen eine Ebene A, die auf den parallelen Richtungen der Massentheilchen senkrecht steht; sind $x, x', x'' \ldots$ die Abstände der Massentheilchen $m, m', m'' \ldots$, und x_1 der Abstand des Mittelpunktes der Masse von dieser Ebene, ist ferner M die Masse des ganzen Körpers, so ist, wie bei der Bestimmung des Mittelpunktes paralleler Kräfte gezeigt wurde,

$$M x_1 = m x + m' x' + m'' x'' + \ldots$$

Nach Verlauf eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ sei ξ_1 der Abstand des Mittelpunktes der Masse von der Ebene A, und die Abstände der einzelnen Massentheilchen von A seien $\xi, \xi', \xi'' \ldots$ somit

$$M \xi_1 = m \xi + m' \xi' + m'' \xi'' + \ldots$$

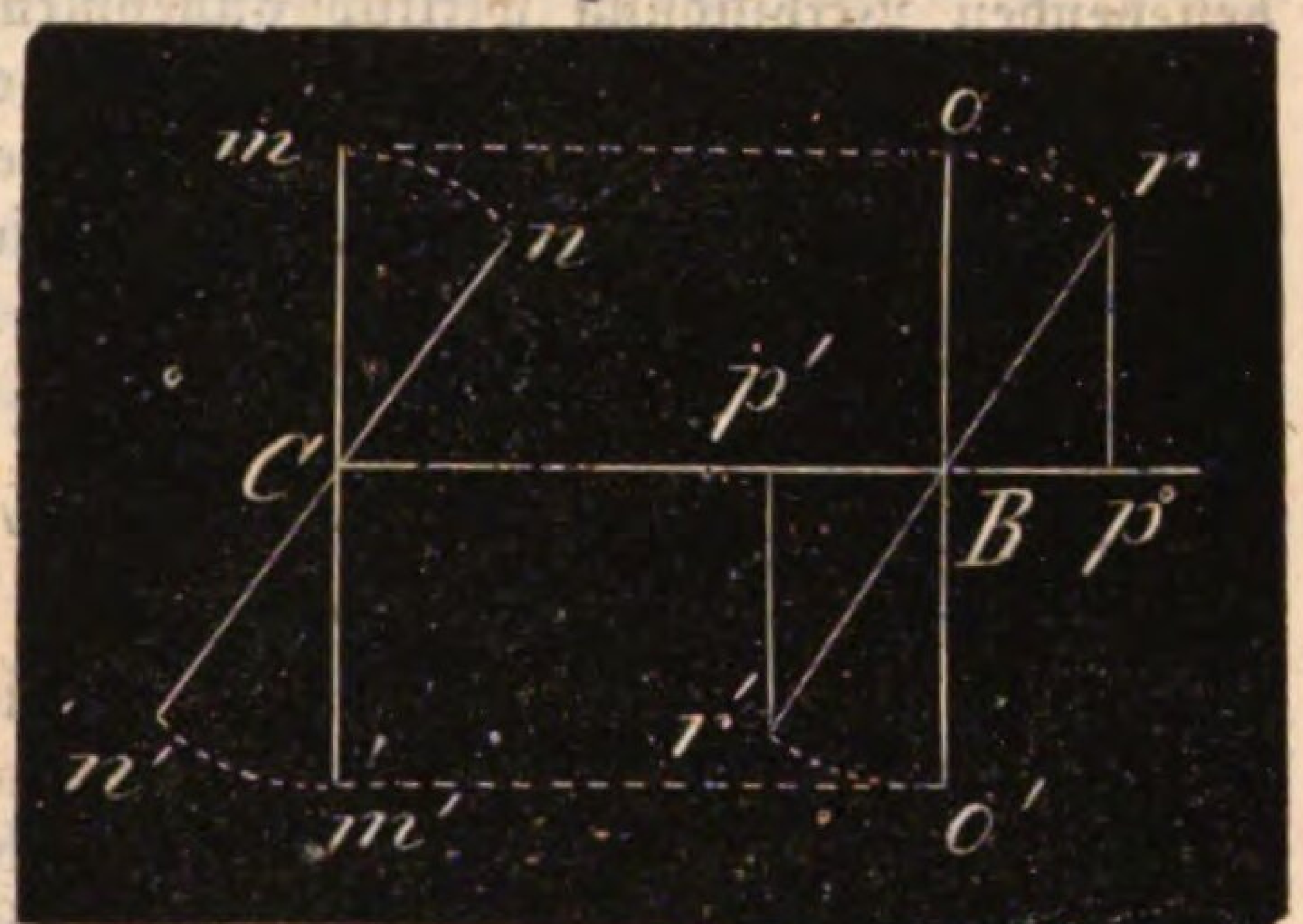
Ziehen wir die untere Gleichung von der obern ab, und dividiren alle Theile mit τ, so hat man

$$M \left(\frac{x_1 - \xi_1}{\tau}\right) = m \left(\frac{x - \xi}{\tau}\right) + m' \left(\frac{x' - \xi'}{\tau}\right) + m'' \left(\frac{x'' - \xi''}{\tau}\right) + \ldots \quad (1)$$

Da die Bewegung während eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ als gleichförmig betrachtet werden kann, so sind die Größen, mit denen $M, m, m', m'' \ldots$ multiplicirt erscheinen, die Geschwindigkeiten mit welchen sich die einzelnen Theilchen bewegen; folglich drückt die Gleichung

(1) aus, daß die Größe der Bewegung, welche der Mittelpunkt der Masse eines Körpers in irgend einem Augenblicke in der Richtung der Bewegung besitzt, wenn in ihm die ganze Masse vereinigt gedacht wird, gleich ist der Summe der nach derselben Richtung gemessenen Größen der Bewegung der einzelnen Massentheilchen des bewegten Körpers; demnach bleibt die fortschreitende Bewegung des Mittelpunktes der Masse umgeändert, sobald nur solche Aenderungen in der Bewegung der Massentheilchen Statt finden, bei welchen die Summe der Bewegungsgrößen dieser Theilchen sich nicht ändert. Dieß ist nun der Fall, wenn die fortschreitende Masse sich um ihren Mittelpunkt dreht; denn nehmen wir z. B. an, C Fig. 103. sei dieser Mittelpunkt, m ein Massentheilchen und in der Verlängerung von m C in gleichem Abstande von C ein zweites gleich großes Massentheilchen m'; befindet sich der Körper in einer fortschreitenden Bewegung, wobei in einem kleinen Zeittheilchen C nach B gelangt, so müßten alle Theilchen, falls keine andere Bewegung vorhanden wäre, in parallelen Richtungen mit dem Punkte C gleich große Wege zurücklegen, so daß m nach o, m' nach o' käme, und m o = m' o' = CB wäre; drehen sich aber gleichzeitig die Massentheilchen m und m' um C so, daß wenn C in Ruhe bliebe, m den Bogen m n, und m' den gleich großen Bogen m' n' beschreiben würde; so ist in dem Augenblicke, wo C in B ankommt, das erstere Theilchen in r, das zweite in r', und es sind die Bögen o r und o' r' den Bögen m n und m' n' gleich. Somit hat m in der Richtung, in welcher der Punkt C fortschreitet den Weg C p und m' nur den Weg C p' in dem Zeittheilchen τ zurückgelegt, folglich sind die nach dieser Richtung gemessenen Bewegungsgrößen dieser Theilchen

Fig. 103.



$$m \frac{Cp}{\tau} = \frac{m}{\tau}(CB + Bp), \text{ und } m' \frac{Cp'}{\tau} = \frac{m'}{\tau}(CB - Bp)$$

und ihre Summe ist, da $m = m'$

$$\text{gleich } m. \frac{CB}{\tau} + m' \frac{CB}{b} = m. \frac{mo}{\tau} + m'. \frac{m'o'}{\tau}$$

d. h. genau so groß, wie wenn die drehende Bewegung nicht vorhanden wäre, indem die einen Theilchen an Bewegungsgröße nach der angenommenen Richtung eben so viel gewinnen als die andern verlieren. Eine Drehung um den Mittelpunkt der Masse ändert die Geschwindigkeit nicht, mit welcher derselbe in irgend einer Richtung fortschreitet; diese Geschwindigkeit ist diejenige, mit welcher alle Theilchen des festen Körpers in der nämlichen Richtung sich bewegen würden, wenn die Rotationsbewegung nicht vorhanden wäre.

§. 94. Prinzip von d'Alembert. Wenn ein System von Massentheilchen durch Kräfte, die unmittelbar auf sie einwirken, und die wir die

anregenden Kräfte nennen wollen, in Bewegung versetzt wird, so werden diese Theilchen wegen der zwischen ihnen bestehenden Verbindung, entweder in einer anderen Richtung oder mit einer anderen Geschwindigkeit sich bewegen, oder es ist Richtung und Geschwindigkeit anders beschaffen, als wenn die Theilchen ganz frei, und nicht von einander abhängig wären; wir sehen dieß z. B. an einem zusammengesetzten Pendel, wo die Bewegung derjenigen Theilchen, die der Axe näher liegen, durch die Bewegung der weiter entfernten verlangsamt, und die der letzteren durch die Bewegung der ersteren beschleunigt wird. Es seien $v, v', v'' \ldots$ die Geschwindigkeiten, mit welchen die Theilchen $m, m', m'' \ldots$ sich bewegen würden, wenn sie frei wären, und $u, u', u'' \ldots$ diejenigen, welche sie bei der unter ihnen bestehenden Verbindung wirklich annehmen; da jede der anregenden Kräfte $m v, m' v', m'' v'' \ldots$ sich in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon die eine beliebig ist, so sei die eine Componente von $m v$ sowohl der Größe als der Richtung nach gleich $m u$, und sie wird im Stande sein, die wirklich vorhandene Bewegung des Theilchens m zu erzeugen; die andere Componente läßt sich dann leicht bestimmen; es sei U die Geschwindigkeit, die sie dem Massentheilchen zu geben vermag. Auf gleiche Weise zerlegt man die anderen Kräfte $m' v', m'' v'' \ldots$ in $m' u', m'' u'' \ldots$ und in $m' U', m'' U'' \ldots$ Die ersteren Componenten erscheinen allein als wirksam, und wir wollen sie die *äquivalenten* nennen, da sie für sich allein dieselbe Wirkung erzeugen, wie die anregenden. Die Componenten $m U, m' U', m'' U'' \ldots$ tragen zu der wirklichen Bewegung der Theilchen nichts bei; sie rühren von den gewonnenen und verlorenen Geschwindigkeiten her, und müssen sich gegenseitig aufheben, oder wie man sagt, sich das Gleichgewicht halten; man hat daher nur die letzteren Kräfte zu bestimmen und die Bedingung des Gleichgewichts für dieselben aufzustellen, um die Gesetze der durch die anregenden Kräfte erzeugten Bewegung des Systems kennen zu lernen. Nach diesem Prinzipe, welches nach seinem Erfinder das d'Alembert'sche heißt, wird es häufig möglich, Probleme der Dynamik auf jene der Statik zurückzuführen. Dieses Prinzip läßt sich auch in einer andern Form ausdrücken. Da $m v$ die Resultante von $m u$ und $m U$ ist, so muß $-m v$ den Kräften $m u$ und $m U$ das Gleichgewicht halten; und nun ist jede der drei auf m einwirkenden Kräfte der Resultirenden der beiden andern gleich und gerade entgegengesetzt, daher ist

$-m U$ die Resultante von $-m v$ und $m u$,

folglich $+m U$ die Resultante von $m v$ und $-m u$.

Auf gleiche Art wird ersichtlich gemacht, daß

$m' U'$ die Resultante von $m' v'$ und $-m' u'$,

$m'' U''$ die Resultante von $m'' v''$ und $-m'' u''$

ist. Setzen wir diese Componenten an die Stelle der Kräfte $m U, m' U', m'' U'' \ldots$, so kann man das d'Alembert'sche Princip auch auf folgende Art ausdrücken: *Die anregenden Kräfte müssen den äquivalenten, aber diese in entgegengesetzten Richtungen genommen, das Gleichgewicht halten.*

Es seien an den Endpunkten eines feinen um eine fixe Rolle gehenden Fadens die ungleichen Massen m und m' aufgehängt, so erfolgt in Folge der Schwere eine Bewegung, wobei die größere Masse m vertikal abwärts sinkt, und dabei die andere in die Höhe zieht; bezeichnen wir mit u und u' die Geschwindigkeiten, welche m und m'

bei der unter ihnen bestehenden Verbindung in einer Secunde wirklich erhalten, und mit g diejenige, die jede in der nämlichen Zeit erlangen würde, wenn sie frei wäre; so sind m (g — u) und m' (g — u') die verlorenen Kräfte; da sich diese das Gleichgewicht halten müssen, und u = — u', so ist

$$m\,(g - u) = m'\,(g + u),$$

$$(m - m')\,g = (m + m')\,u, \text{ und } u = \frac{(m - m')\,g}{m + m},$$

d. h. der in einer Secunde durch die Schwere erzeugte Zuwachs an Geschwindigkeit ist desto kleiner je geringer der Unterschied und je größer die Summe der beiden Massen ist. Auf diese Art ist es möglich den freien Fall dergestalt zu verlangsamen, daß man die den einzelnen Zeitsecunden entsprechenden Geschwindigkeiten, so wie die zurückgelegten Wege genau beobachten und auch richtige Resultate erzielen kann, da bei dieser geringen Geschwindigkeit der Luftwiderstand nur einen schwachen Einfluß äußert. Darauf beruht die Atwood'sche Fallmaschine zur Nachweisung der Gesetze des freien Falles.

Wäre m = m' so halten sich die Massen das Gleichgewicht; versetzt man der einen Masse einen Stoß, der ihr, falls sie frei wäre, die Geschwindigkeit c gäbe, und geht nun wegen der bestehenden Verbindung die Bewegung beider mit der Geschwindigkeit u vor sich, so ist

$$m\,(c - u) = m'\,u, \text{ und}$$

$$m\,c = (m' + m)\,u, \text{ mithin}$$

$$u = \frac{m\,c}{m' + m}.$$

Wird ein freier Körper durch irgend eine Kraft in Bewegung versetzt, und sind v, v', v'' . . . die Geschwindigkeiten, mit welchen die Theilchen die Bewegung in der Richtung der Kraft angetreten hätten, wenn sie frei wären, und u, u', u'' . . . jene mit welchen die festverbundenen Massentheilchen des ganzen Körpers sich wirklich bewegen, so muß nach dem Prinzipe von d'Alembert zwischen den anregenden und den äquivalenten Kräften, letztere in entgegengesetzten Richtungen genommen, das Gleichgewicht herrschen; somit muß die Resultante der ersteren der Resultante der letzteren Kräfte gleich und gerade entgegengesetzt sein. Die Resultante der äquivalenten Kräfte geht durch den Mittelpunkt der Masse, weil die Bewegung eines freien festen Körpers stets in der Art vor sich geht, wie wenn die Resultante der Kräfte den Mittelpunkt der Masse allein zur Bewegung angetrieben hätte; folglich muß auch die Resultante der anregenden Kräfte durch den genannten Punkt des Körpers gehen, und die Wirkung der einwirkenden Kraft stets von der Art sein, als ob sie mit ihrer Richtung parallel unmittelbar auf den Mittelpunkt der Masse eingewirkt hätte. Demnach bringt ein excentrischer Stoß, d. i. ein solcher, dessen Richtung nicht durch den Mittelpunkt der Masse des gestossenen Körpers geht, stets eine Bewegung hervor, wie wenn die stossende Kraft auf diesen Punkt gewirkt hätte; weshalb sich der Mittelpunkt der Masse, somit auch der ganze Körper in der Richtung des Stoßes fortschreitend bewegen wird; aber mit dieser fortschreitenden Bewegung ist auch eine drehende Bewegung um den Mittelpunkt vereinbar, die, weil von der Wirkung einer Kraft ohne Vorhandensein eines Hindernisses nichts verloren gehen kann, jedesmal eintreten wird, wenn die Wirkung der Kraft nicht von der Art ist, daß bei festgehaltenem Mittelpunkte der Körper in Ruhe bleiben müßte; letzteres tritt sicher nicht ein, wenn eine einzige Kraft, auf einen Körper einwirkt, und ihre Richtung nicht durch

den Mittelpunkt der Masse geht, denn sie bringt offenbar eine Drehung um eine Axe hervor, die durch diesen Mittelpunkt geht, und auf der durch diesen Punkt und durch die Richtung der Kraft gelegten Ebene senkrecht steht. Daher erzeugt ein excentrischer Stoß bei einem Körper nicht bloß eine fortschreitende Bewegung, sondern auch eine Drehung desselben um eine Axe.

Befindet sich der Schwerpunkt einer Flintenkugel nicht im Mittelpunkte derselben, und sie wird durch die Kraft des Schießpulvers geworfen, so geräth sie in eine drehende Bewegung.

Wird z. B. eine Kugel, ein Rad oder ein Cylinder auf einer Ebene in eine fortschreitende Bewegung versetzt, so bewirkt die Reibung, daß die mit der Ebene in Berührung befindlichen Theilchen des Beweglichen zurückgehalten werden, und dadurch immer andere voran stehende Theilchen mit der Ebene in Berührung kommen, wodurch eine drehende Bewegung entsteht, bei welcher die Bewegung der obersten Theile mit der fortschreitenden übereinstimmt, die der sich reibenden aber in der entgegengesetzten Richtung geschieht. Die Reibung erscheint hier als eine bewegende Kraft, deren Stärke geeignet sein muß, den Körper um eine Axe zu bewegen, die durch den Mittelpunkt der Masse geht und auf der durch diesen Punkt und die Richtung der Kraft gelegten Ebene senkrecht steht; ist die Reibung nicht so groß, so wird sich der Körper über der Ebene gleitend bewegen.

Bei den Lokomotivmaschinen werden durch die Dampfkraft zwei, auf einer gemeinschaftlichen Achse festgekeilte Räder, die man Treibräder nennt, nur in eine drehende Bewegung versetzt; allein indem dabei die Reibung zwischen den Treibrädern und den Eisenbahnschienen die Bewegung der mit den Schienen in Berührung befindlichen Radtheile verzögert, müssen in Folge der Drehung höher liegende Theile des Rades mit anderen Theilen der Schienen in Berührung kommen, wodurch eine fortrückende Bewegung der Radachse und damit des ganzen Lokomotivs sammt dem Train bewirkt wird. Die fortschreitende Bewegung erscheint hier als Wirkung der drehenden Bewegung der Treibräder und der Reibung; letztere nimmt mit dem Drucke der Treibräder gegen die Schienen zu, und muß so stark sein, als die zur Fortschaffung des Trains nöthige Zugkraft erheischt. Wäre diese Reibung kleiner als diese Kraft, so würden die Räder um ihre Achsen sich drehen, aber die Maschine mit der angehängten Ladung nicht vorwärts bewegen. Sind die Schienen rein und trocken, so ist der Reibungscoeffizient $\frac{1}{7}$ bis $\frac{1}{6}$; sind sie feucht oder schmierig nur $\frac{1}{12}$ oder $\frac{1}{16}$; hieraus folgt, daß im letzteren Falle die Zugkraft des Lokomotivs kleiner ist.

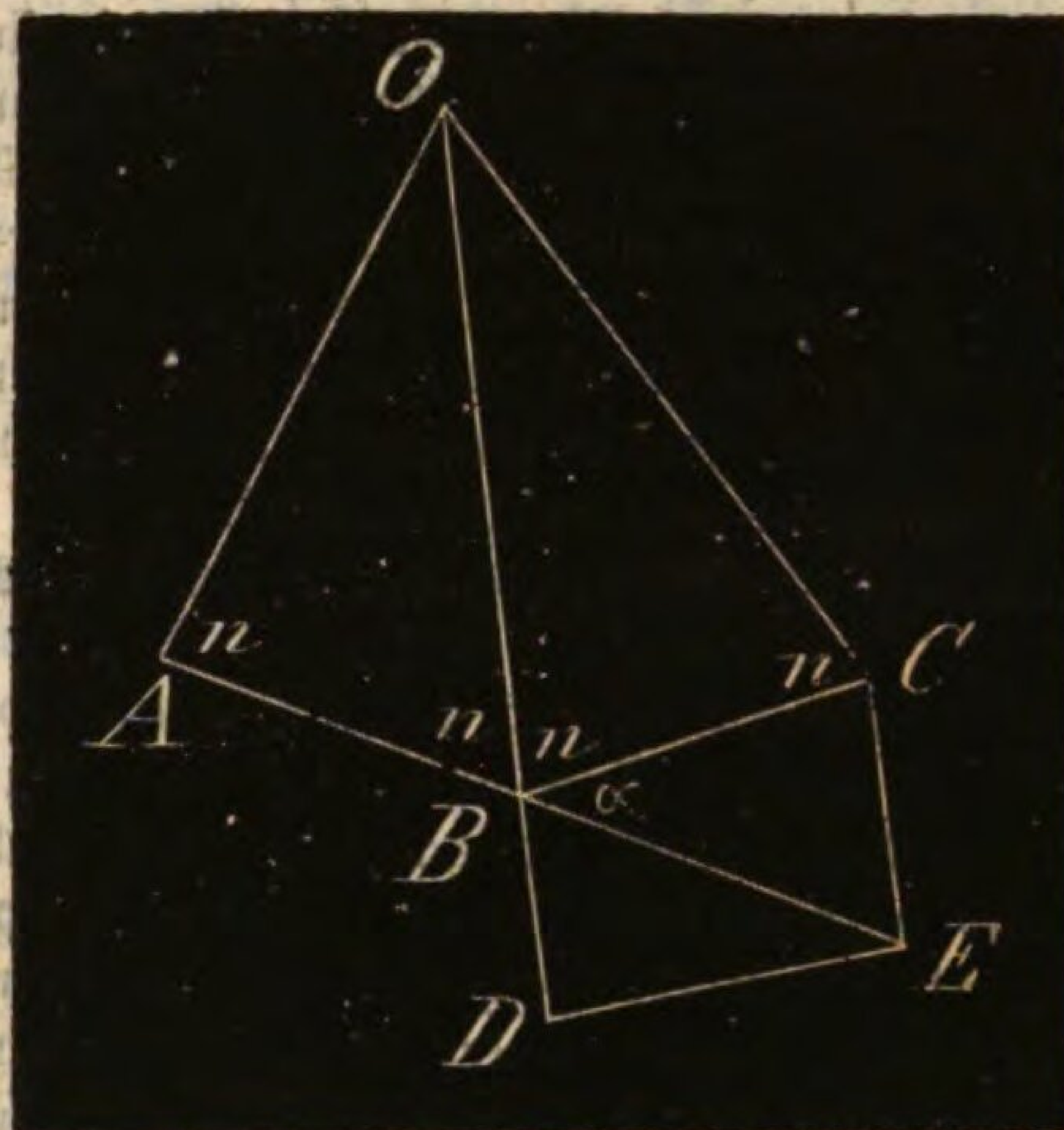
§. 95. **Bewegung eines Massentheilchens in einer ebenen krummen Linie in Folge der Einwirkung einer momentanen Kraft.** Eine krumme Linie entsteht, wenn sich ein materieller Punkt so bewegt, daß er nach Verlauf eines jeden unendlich kleinen Zeittheilchens seine Richtung unendlich wenig ändert; man kann die in solchen Zeittheilchen zurückgelegten unendlich kleinen Wege, wie a b, b c, c d . . . Fig. 104. welche nun als Bögen der krummen Linie erscheinen, als gerade mit den Tangenten dieser Bögen zusammenfallende Linien betrachten, wovon je zwei benachbarte unendlich kleine Winkel einschließen. Um die Beschaffenheit der Bewegung eines Massentheilchens m, das auf irgend eine Weise genöthigt ist auf einer gegebenen krummen Linie zu bleiben, aber längs derselben

Fig. 104.



sich ohne alles Hinderniß bewegen kann, kennen zu lernen, wollen wir zuerst den Fall betrachten, wo das Massentheilchen durch eine momentane Kraft mit der Geschwindigkeit v in der Richtung AB Fig. 105. in Bewegung gesetzt, hierauf aber sich selbst überlassen wird; in B sei ein Hinderniß, welches das Bewegliche nöthigt, die Richtung BC zu nehmen. Offenbar wird das in B anlangende Theilchen m zufolge seines Beharrungsvermögens mit der Kraft m v die Bewegung in der Verlängerung von AB d. i. in der Richtung BE fortzusetzen streben; man zerlege m v in zwei Componenten, wovon die erstere auf der BC senkrecht, und die andere mit ihr parallel ist. Setzt man den Winkel CBE $= \alpha$, so ist erstere in der Richtung BD wirkende $= m\,v \sin. \alpha$, und die andere in der Richtung B C thätige $= m\,v \cos. \alpha$; die erstere Kraft übt gegen das Hinderniß B einen normalen Druck aus und wird durch dessen Widerstand aufgehoben; somit bleibt nur die Kraft, die das Massentheilchen in der neuen Richtung BC treibt; heißt v′ die Geschwindigkeit, mit der dieß geschieht, so ist $v' = v \cos. \alpha$.

Fig. 105.



Der Verlust an Geschwindigkeit, welchen das Massentheilchen bei der Wendung in B erleidet, ist demnach gleich

$$v - v' = v - v \cos. \alpha = v\,(1 - \cos. \alpha) = v \sin. \text{vers}. \alpha.$$

Bezeichnet man mit b die Sehne des Bogens α, und beachtet die Eigenschaft des Kreises, vom Halbmesser 1, vermöge welcher

$$\sin. \text{vers}. \alpha = \frac{b^2}{2},$$

so ist der Verlust an Geschwindigkeit

$$v - v' = \frac{v\,b^2}{2};$$

da $b < \alpha$, so ist auch $\frac{v\,b^2}{2} < \frac{v\,\alpha^2}{2}$, somit

der Verlust $v - v' < \frac{v\,\alpha^2}{2}$.

Ist nun der Winkel α unendlich klein, so ist der Verlust an Geschwindigkeit bei der Wendung in B kleiner als eine unendliche kleine Größe der zweiten Ordnung; eine solche Größe ist aber so beschaffen, daß sie auch noch dann, wenn sie unendlich viele Male zu sich selbst addirt wird, noch eine unendlich kleine Summe gibt, denn ist

$$\alpha = \frac{1}{\infty}, \text{ mithin } \alpha' = \frac{1}{\infty'} \text{ so ist offenbar}$$

$$\frac{v}{2\,\alpha'} \cdot \infty = \frac{v}{2\,\infty} \text{ d. h.,}$$

wenn der Verlust an Geschwindigkeit sich auch unendlich viele Male wiederhohlen sollte, so bleibt er noch immer bezüglich der Geschwindigkeit v unendlich klein, mithin so viel als Null.

Ist nun das Massentheilchen genöthigt längs einer krummen Linie sich zu bewegen, so muß es wohl ununterbrochen seine Richtung ändern; allein da die dabei vorkommenden Ablenkungen unendlich klein sind, so erscheint die Verminderung der Geschwindigkeit auch nach unendlich vielen Wendungen noch immer unmerklich, und die durch einen momentanen Stoß entstandene Bewegung bleibt somit stets gleichförmig.

Die zweite aus der Trägheit hervorgehende Componente ist $m v \sin. \alpha = m v \alpha$, weil α unendlich klein ist; sie übt an jeder Stelle der krummen Bahn einen normal gegen die Bahn gerichteten Druck oder Zug aus und wird Fliehkraft (Centrifugalkraft) genannt; diese Kraft wirkt ununterbrochen, und ist somit eine continuirliche, jedoch eine veränderliche, da α bei einer und derselben krummen Linie veränderlich sein kann. Bezeichnen wir diese Fliehkraft mit f, so ist, wie jede continuirliche Kraft, sie mag constant oder veränderlich sein,

$$f = m \frac{\gamma}{\tau}$$

wo γ die in dem Zeittheilchen τ in Folge der Thätigkeit der Kraft erhaltene Geschwindigkeit bedeutet; diese Geschwindigkeit ist in dem vorliegenden Falle $= v\,\alpha$, mithin ist

$$f = m \frac{v\,\alpha}{\tau}.$$

Stellen wir uns unter AB und BC zwei unendlich kleine, in zwei aufeinanderfolgenden Zeittheilchen τ vom Beweglichen durchlaufene, mithin einander gleiche Bogenstücke der krummen Bahn vor, so geben sie auch die Richtungen zweier auf einander folgenden Tangenten an, die den unendlich kleinen Winkel α einschließen. Man ziehe durch die unendlich nahe an einander liegenden Punkte A, B, C einen Kreis, dessen Mittelpunkt O und dessen Halbmesser $= r$ ist; dieser Kreis kommt im Punkte B der krummen Bahn näher als jeder andere, sie in B berührende Kreis, weshalb er zur Bestimmung der Krümmung der Bahn im Punkte B dient, und Krümmungskreis genannt wird. Die Kreisbögen A B und B C können als zusammenfallend mit den Bögen der krummen Bahn betrachtet werden. Ist B E der Weg, welchen der in B sich selbst überlassene Körper in folgenden Zeittheilchen τ vermöge seiner Trägheit beschrieben hätte, so ist $BE = AB = BC$; man verbinde E mit C, und berücksichtige, daß die Dreiecke AOB und BOC congruent und gleichschenkelig, somit die Winkel an den Grundlinien AB und BC einander gleich sind; nun ist

$\alpha = 180 - ABC = 180 - 2\,n$, und $BOC = 180 - 2\,n$, folglich $BOC = \alpha$.

Da nun $BC = v\,\tau$, aber auch $BC = r. BOC = r\,\alpha$;

$$\text{so ist } \alpha = \frac{v\,\tau}{r}, \text{ mithin}$$

$$f = \frac{m\,v^2}{r}$$

d. h. die Fliehkraft ist der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit direkt und dem Krümmungshalbmesser umgekehrt proportionirt. Geht die Bewegung in einem Kreise vor sich, so ist r der Halbmesser desselben, da bei einem Kreise die Krümmung an allen Stellen gleich groß ist. Heißt t die Zeit, in welcher das Bewegliche im Kreise einen Umlauf macht, so ist

$$2\,\pi\,r = v\,t, \text{ mithin } f = \frac{4\,\pi^2\,m\,r}{t^2}.$$

Das Hinderniß, welches das Bewegliche in der krummen Bahn zu bleiben nöthiget, muß offenbar mit einer Gegenkraft wirken, welche die Fliehkraft in jedem Momente aufzuheben vermag. Dieses Hinderniß kann entweder der Widerstand eines festen Körpers z. B. einer Rinne, oder einer Schnur sein, die das Bewegliche an einem Ende festhält, während das andere Ende in einem fixen Punkte befestigt ist; oder es ist die von einem Punkte aus wirkende Anziehungskraft (Centripetalkraft.)

Bei der Bewegung des Beweglichen m′ in einem andern Kreise vom Halbmesser r′ bei der Umlaufszeit t′ hat man:

$$f' = \frac{4\,\pi^2\,m'\,r'}{t'^2}$$

$$\text{mithin } f : f' = \frac{m\,r}{t^2} : \frac{m'\,r'}{t'^2}.$$

Sind die Umlaufszeiten gleich, so ist

$$f : f' = m\,r : m'\,r';$$

sollen die Fliehkräfte gleich sein, so muß auch

$$m\,r = m'\,r', \text{ mithin } m : m' = r' : r$$

d. h. die Massen müssen sich zu einander verhalten wie umgekehrt die Halbmesser der Kreise, in denen sie sich bewegen. Ist $m = m'$, und $t = t'$ so ist

$$f : f' = r : r'$$

d. h. die Fliehkräfte zweier in Kreisen sich bewegenden Massen von gleicher Größe und Umlaufszeit verhalten sich wie die Halbmesser dieser Kreise. Diese Gesetze pflegt man auch praktisch an einer sogenannten Centrifrugalmaschine zu versinnlichen.

Bei der Runkelrübenzuckerfabrikation macht man gegenwärtig eine wichtige Anwendung von den Fliehkräften, indem man die krystallisirte, aber von der Mutterlauge stark verunreinigte Zuckermasse in cylindrische Gefäße bringt, deren Wände feine Löcher haben, durch die wohl die Theilchen der Mutterlauge aber nicht die Zuckerkrystalle durchgehen können. Werden die Cylinder schnellgedreht, so werden die den Krystallen anhängenden Theilchen der Mutterlauge in Folge der sich entwickelnden Fliehkräfte weggetrieben, und die Krystalle bleiben an den Wänden rein und weiß zurück.

Fig. 106.



Eine Bleikugel, die in eine durch die Fig. 106. dargestellte Blechrinne, wo der Halbmesser des Ringes beiläufig nur $\frac{1}{10}$ von der ganzen Fallhöhe beträgt, in der gehörigen Höhe gelegt wird, durchläuft die ganze Bahn, indem sie bei der Bewegung im Kreise durch die Fliehkraft an die Bahn so stark angedrückt wird, daß sie nicht

herabfallen kann. Darauf beruhen die englischen Centrifugalrutschbahnen. — Daß die Fliehkraft beim schnellen Drehen größer werden kann, wie die Schwere läßt sich auch auf die Art zeigen, daß man ein an drei Schnüren angebundenes und mit Wasser gefülltes Glas im Kreise herumschwenkt. Hängt man einen Körper vermittelst einer Schnur an die Axe einer horizontalen Scheibe, die in eine sehr schnelle drehende Bewegung versetzt wird, so erhält er auch eine schnelle Umdrehung und nimmt in Folge der Fliehkräfte, die sich dabei entwickeln, stets diejenige Lage an, in welcher er sich um seine kleinste Axe dreht; so z. B. nimmt eine Scheibe, an deren Rand eine Schnur festgemacht wird, eine horizontale Lage an; selbst ein Cylinder stellt sich bei großer Geschwindigkeit horizontal.

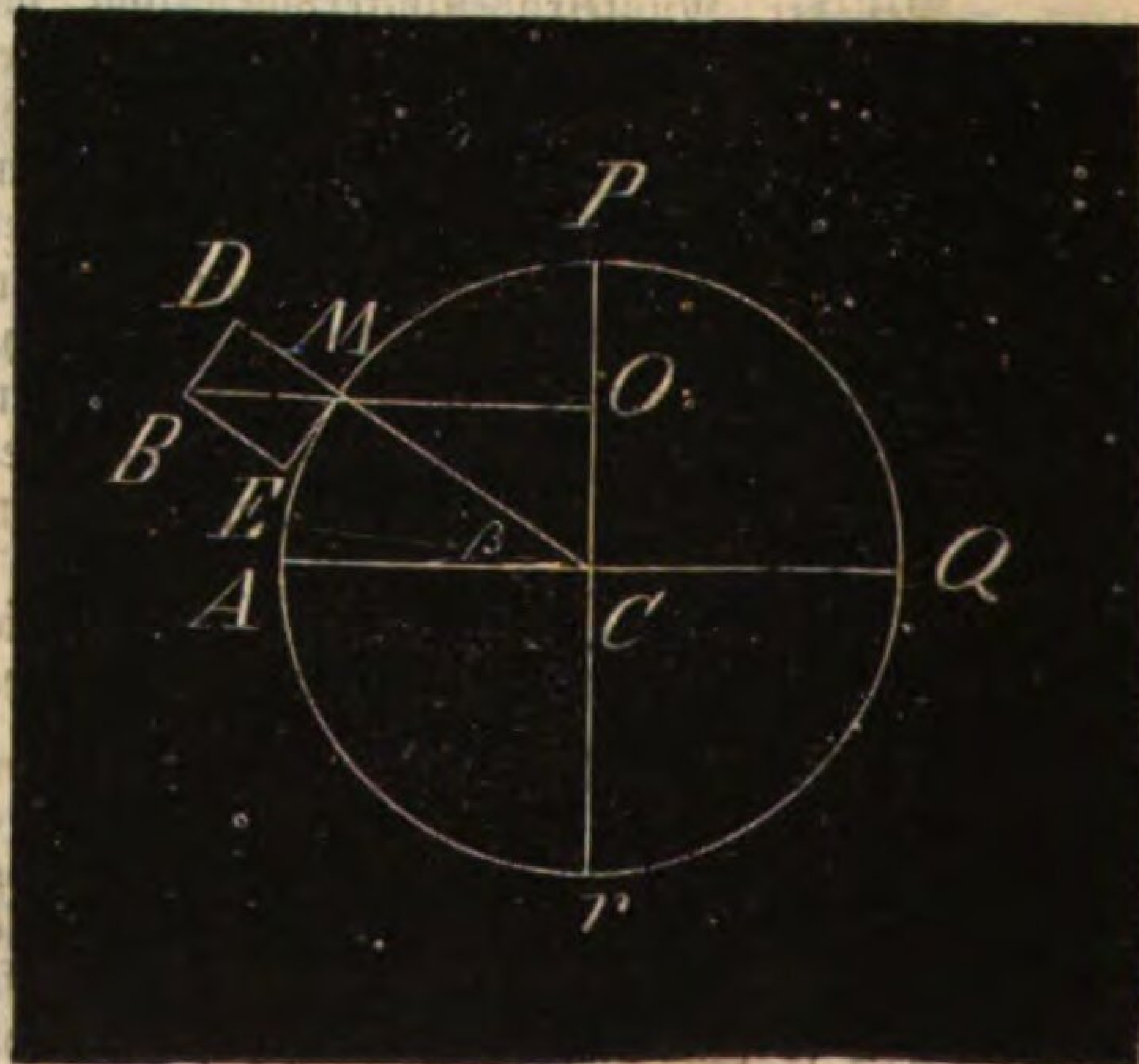
Vermöge der Fliehkraft strebt jedes Theilchen in der Ebene seiner Umdrehung, die bekanntlich auf der Drehungsaxe senkrecht steht, zu verbleiben; ist die Axe eine freie, so beharrt sie deshalb in der Lage, welche sie im Anfange der Drehung erhalten hat. Eine solche stabile Lage hat auch die Erdaxe, wie es sich am besten mit Bohnenbergers Schwungmaschinchen Fig. 107. nachweisen läßt. Dieses besteht aus einer Kugel, welche durch drei Axen, die in eben so viel Ringen angebracht sind, so befestigt ist, daß sie nach allen Seiten sich bewegen kann, so als wenn sie im Raume frei wäre; an der Axe, um welche die Kugel drehbar ist, befindet sich eine kleine Rolle, um die man einen festen Faden so herumwickelt, daß die letzte Windung sich von selbst löst; hierauf hält man den innersten Ring in einer schiefen Lage mit einer Hand, während man mit der andern den Faden anfangs langsam, dann rasch abzieht. Die Kugel wird dadurch in eine schnelle Drehung versetzt und man beobachtet, daß während der Dauer der Drehung die Lage der Axe bei jeder Veränderung in der Stellung der Maschine zu ihrer ursprünglichen Lage parallel bleibt. Diese Stabilität in der Lage der Erdaxe ist die Ursache ihrer fixen Richtung nach dem Polarsterne, so wie auch der Wechsel der Jahreszeiten. — Bringt man an dem einen Pole ein Gewichtchen an, so findet man, daß während der Drehung die Axe sich langsam in einer der Umdrehung entgegengesetzter Richtung bewegt, und zwar desto langsamer, je schneller die Umdrehung vor sich geht.

Fig. 107.



§. 96. **Einfluß der Achsendrehung der Erde auf deren Gestalt und auf die Schwerkraft.** Denken wir uns die Erde aus concentrischen Kugelschichten bestehend, deren jede gleichförmig dicht ist, so hat die Schwerkraft falls die Erdkugel in Ruhe ist, an allen Orten die Richtung des Halbmessers und die nämliche Stärke = G; allein die Erdkugel dreht sich gleichförmig um die Axe Pp Fig. 108., wobei an allen rotirenden Orten eine Fliehkraft sich entwickelt, die der Schwerkraft mehr oder weniger entgegenwirkt, und sie daher vermindert, so daß diese nur an den Polen, die an der Umdrehung keinen Theil nehmen, mit ihrer ganzen Stärke G wirksam ist. Um den durch die Fliehkraft erzeugten Einfluß auf die Intensität der Schwerkraft für jeden

Fig. 108.



Ort an der Erdoberfläche unter der Voraussetzung, daß die Erde ihre Kugelgestalt behalte, zu finden, sei AQ der Durchmesser des Aequators und F die hier durch die Rotation an jeder Stelle sich entwickelnde Fliehkraft einer Masseneinheit; da am Aequator die Fliehkraft der Schwerkraft gerade entgegengesetzt ist, so wird der noch actuelle Theil der letzteren $g = G - F$ sein. An dem Orte M, dessen geographische Breite $AM = \beta$ ist, und der bei der Axendrehung einen Kreis beschreibt, dessen Halbmesser $MO = MC \cos. \beta = r \cos. \beta$ ist, wirkt die Fliehkraft f in der Verlängerung von MO; drücken wir sie durch MB aus, und zerlegen sie in die Componente MD, welche, da sie der ursprünglichen Schwerkraft entgegen wirkt die Größe der Verminderung derselben angibt, und in eine andere ME, die tangentiel zur Kugel wirkt, und auf die Schwere keinen Einfluß nehmen kann. Nun ist der Winkel $DMB = MCA = \beta$, mithin $MD = f \cos. \beta$; bezeichnen wir mit g' die in M noch wirksam bleibende Schwerkraft, so ist

$$g' = G - f \cos. \beta;$$

da

$$F : f = AC : MO = 1 : \cos. \beta,$$

so hat man

$$f = F \cos \beta, \text{ und } g' = G - F \cos.^2 \beta;$$

hieraus ergibt sich der Unterschied zwischen der Intensität der actuellen Schwerkraft am Aequator und in der geografischen Breite β bei gleichem Abstande vom Erdmittelpunkte

$$g' - g = F (1 - \cos.^2 \beta) = F \sin.^2 \beta. \quad (1)$$

d. h. die Schwerkraft nimmt vom Erdäquator gegen die Pole hin gerade so zu, wie das Quadrat des Sinus der geographischen Breite wächst, was auch mit der Erfahrung übereinstimmt.

Ist l die Länge eines Secundenpendels am Aequator, so ist bekanntlich (§. 106 in der Experimentalphysik)

$$g = \pi^2 l, \text{ aber}$$

$$F = \frac{4 \pi^2 r}{t^2}$$

wenn t die Zeit ist, während welcher die Erde um ihre Axe eine Umdrehung macht; mithin

$$\frac{g}{F} = \frac{l t^2}{4r}.$$

Da nun $r = 6366200$ Meter, $l = 991$ Milimeter, $t = 86164$ Secunden mittlerer Sonnenzeit, so ist

$$\frac{g}{F} = 289 = 17^2 \quad (2).$$

Heißt v die Umdrehungsgeschwindigkeit am Aequator, so ist $F = \frac{v^2}{r}$; wäre aber daselbst die Umdrehungsgeschwindigkeit 17 mal größer, so würde die Fliehkraft $F' = \frac{(17\,v)^2}{r} = 17^2\,F$ folglich $g = F'$ d. h. die Fliehkraft würde der Schwerkraft gleich sein.

Die Pendelbeobachtungen lehren, daß $\frac{g}{F} = 200$ (3) ist; diese Ab-

weichung von dem Ergebnisse der Rechnung kommt daher, daß die Gestalt der Erde nicht vollkommen kugelförmig, sondern an den Polen abgeplattet ist. Diese Abplattung bildete sich in Folge der bei der Arendrehung entstehenden Fliehkräfte, indem diesen die leicht beweglichen Theilchen flüssiger weicher und biegsamer Körper leicht Folge leisten, die Erde aber einst im flüssigen Zustande sich befand, und noch immer großentheils an den Polen und am Aequator mit Wasser bedeckt ist. Die Fliehkraft schließt an jedem Orte außerhalb des Aequators, wie z. B. in M mit der Schwerkraft einen Winkel ein, und es ergibt sich aus der gleichzeitigen Wirksamkeit beider gegen ein Massentheilchen eine Resultirende, die als die actuelle Schwere zu betrachten ist, deren Richtung aber von jener der ursprünglichen Schwere des Erdhalbmessers ein wenig abweicht; da im Gleichgewichtszustande die Richtungen der Kräfte, die auf die Oberfläche einer Flüssigkeit wirken, auf dieser Oberfläche senkrecht stehen müssen, so mußte die Erde eine solche Aenderung in der Gestalt annehmen, bei welcher die actuellen von der Richtung der Halbmesser abweichenden Schwerkräfte auf der Oberfläche senkrecht zu stehen kommen; dieß tritt nun bei der sphäroidischen (durch Umdrehung einer Ellipse um ihre kleine Are entstehenden) Gestalt, welche die Erde besitzt, auch wirklich ein.

Aus der Gleichung (3) folgt $F = \frac{g}{200}$ oder genauer $F = 0.0052\ g$, mithin ergibt sich aus (1)

$$g' = g\ (1 + 0.0052\ \sin.^2 \beta),$$

wo $g = 30.1086$ Pariser Fuß die Accelleration am Aequator angibt.

Da der Druck oder Zug eines schweren Körpers mit der Entfernung vom Aequator zunimmt, während die Elastizität unverändert bleibt, so wird der Zeiger einer Federwage oder eines Kraftmessers durch denselben Körper in größeren Breiten weiter an der Scala geführt, wie dieß an dem nämlichen Orte nur durch Vermehrung der drückenden oder ziehenden Masse geschieht; daher erscheint dann das Gewicht größer als es wirklich ist. — Die gewöhnlichen Wagen geben in jeder Breite das Gewicht richtig an, weil die Zunahme des Gewichtes im gleichem Maße sowohl bei dem abzuwägenden Körper, als bei dem Gegengewichte Statt findet.

§. 97. Drehende oder rotirende Bewegung. Bewegt sich ein Körper in der Weise, daß ein mit ihm unveränderlich verbundener Punkt beständig in Ruhe bleibt, so sagt man: er drehe sich um einen Punkt; dabei bleibt jedes Körpertheilchen stets in demselben Abstande von dem ruhenden Punkte, und bewegt sich somit an der Oberfläche einer Kugel, deren Centrum dieser fire Punkt ist. — Bleibt während der Bewegung eines Körpers eine mit ihm unveränderlich verbundene gerade Linie fortwährend in Ruhe, so sagt man er drehe sich um diese Gerade, welche dann Drehungsaxe oder schlechtweg Are heißt. Bei der Drehung um eine Are beschreibt jeder Punkt des Körpers einen auf der Are senkrecht stehenden Kreis, dessen Mittelpunkt in dieser Are liegt und dessen Halbmesser dem Abstande des bewegten Punktes von der Are gleich ist; die Bögen die in der nämlichen Zeit von den einzelnen Körpertheilchen beschrieben werden, entsprechen gleichen Centriwinkeln, und sind somit ähnliche Bögen, die gleich viel Grade, Minuten und Secunden zählen. Ist φ der Centriwinkel, der den in der Zeit t zurückgelegten Bögen entspricht, und ist s der Bogen, den ein in der Entfernung r abstehendes Körpertheilchen m in dieser Zeit zurücklegt; so ist

$$s = r\ \varphi.$$

Geht die Drehung in der Weise vor sich, daß φ und somit auch s in demselben Verhältnisse wächst, wie die Zeit, so heißt sie eine **gleichförmige**, und dann ist $\frac{s}{t}$ die Geschwindigkeit v, mit welcher das Theilchen rotirt. Der Ausdruck $\frac{\varphi}{t}$ heißt die **Winkelgeschwindigkeit**, die eben so wie φ für alle Theilchen denselben Werth hat, und bei der gleichförmigen Rotation unverändert bleibt. Setzt man $\frac{\varphi}{t} = w$ so erhält man aus

$$\frac{s}{t} = r\,\frac{\varphi}{t}$$

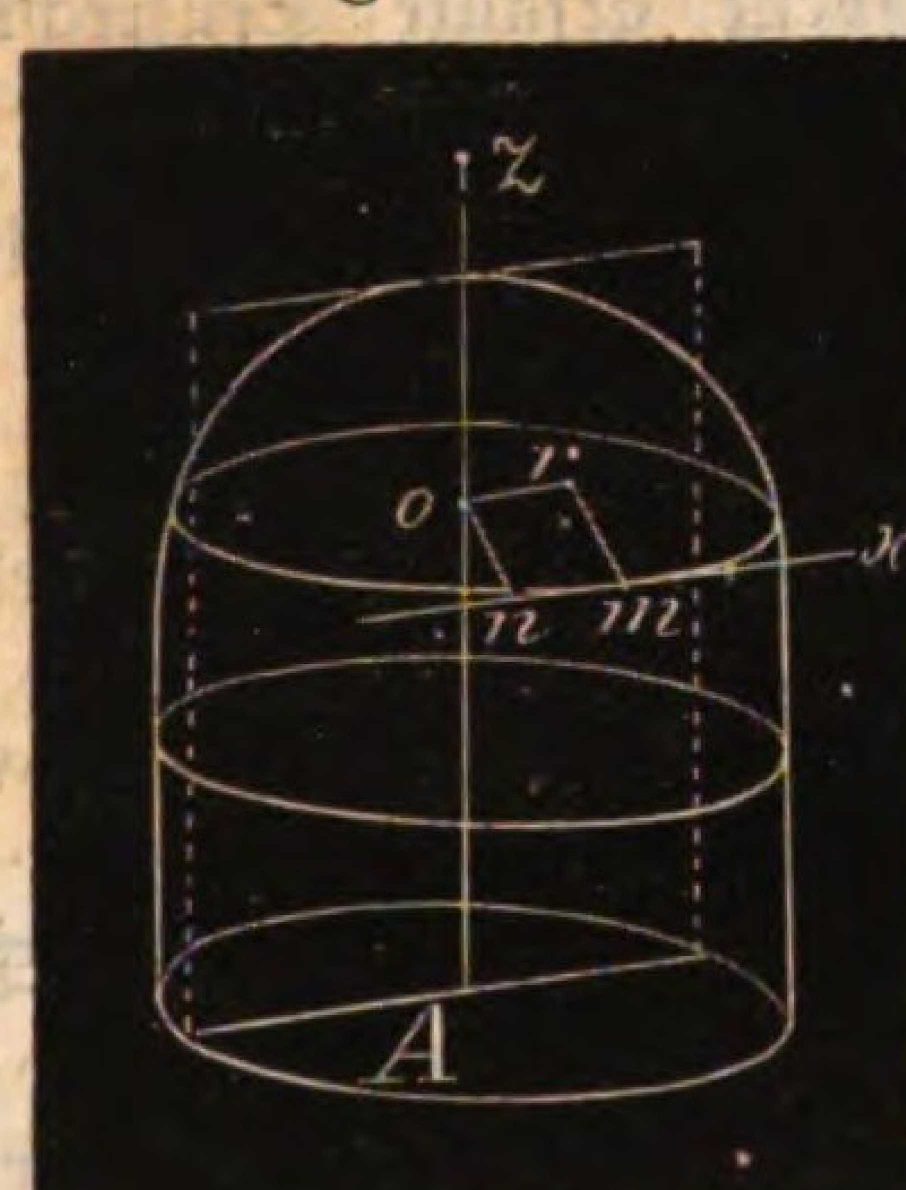
die Gleichung $v = r\,w$, und für $r = 1$, $v = w$; die Winkelgeschwindigkeit ist also diejenige, mit der sich ein von der Axe in dem Abstande 1 befindlicher Punkt bewegt.

Das Gesetz der Drehung um eine Axe ist bekannt, sobald man einen Ausdruck für die Winkelgeschwindigkeit ermittelt hat, indem dann sowohl die absolute Geschwindigkeit als der Weg für jedes Theilchen nach den Formeln

$$v = r\,w, \text{ und } s = r\,w\,t$$

berechnet werden kann.

Fig. 109.



Es sei R z, Fig. 109., eine vertikale Axe, um welche ein Körper gleichförmig rotirt, r, r′, r″... seien die Halbmesser der Kreise, welche die Körpertheilchen m, m′, m″.... dabei beschreiben; so sind $r\,w$, $r'\,w'$, $r''\,w''$... die absoluten Geschwindigkeiten dieser Theilchen, und $m\,r\,w$, $m'r'\,w'$, $m''r''\,w''$... sind die Kräfte, welche die Theilchen in Kreisen, mithin an jeder Stelle derselben in den Richtungen der Tangenten bewegen; folglich sind die Halbmesser r, r′, r″.. die von den Drehungsmittelpunkten auf die Richtung der Kräfte gefällten Senkrechten und

$m\,r^2\,w$, $m'\,r'^2\,w$, $m''\,r''^2\,w$ . . .

die Drehungsmomente dieser Kräfte.

Ist die Richtung der Kraft, welche auf das Theilchen m einwirkt, und der es folgen müßte, wenn es frei wäre, schief gegen die Axe, so kann man sie in zwei andere zerlegen, von denen eine zur Axe parallel, und die andere in der Ebene des von m beschriebenen Kreises wirkt; die erstere hat auf die Rotation keinen Einfluß, daher ist nur die zweite, deren Richtung m x ist, zu berücksichtigen. Ertheilt die letztere Kraft dem Theilchen m die Geschwindigkeit v, so ist m v die Größe dieser Kraft, und wenn $o\,n = f$ die von der Axe auf die Richtung m x gefällte Senkrechte ist, so ist $m\,v\,f$ das Drehungsmoment dieser Kraft.

Auf dieselbe Weise ergeben sich die Drehungsmomente $m'\,v'\,f'$, $m''\,v''\,f''$ . . . für die Kräfte, welche den als frei gedachten Theilchen m′, m″... die Bewegung mittheilen.

Nach dem Prinzip von d'Alembert muß die Summe der zweiten Kräfte, in der Richtung genommen, in welcher sie die Theilchen zur Be-

wegung anregen, der Summe der ersten Kräfte, diese jedoch in entgegengesetzter Richtung genommen, das Gleichgewicht halten. Da sämmtliche Kräfte in Ebenen liegen, welche auf der Axe senkrecht stehen, und sie diese Ebenen zu drehen streben, so ist die Wirkung dieselbe, als wenn alle diese Ebenen in eine einzige Ebene zusammenfallen möchten; das Gleichgewicht wird daher dann eintreten, wenn die Summe der Momente der Kräfte, welche den Körper nach einer Richtung zu drehen streben, gleich ist der Summe der Momente derjenigen Kräfte, welche die Drehung in entgegengesetzter Richtung zu bewirken suchen, mithin ist

$$m r^2 w + m' r'^2 w + m'' r''^2 w + \ldots = m v f + m' v' f' + m'' v'' f'' + \ldots$$

und

$$w = \frac{m v f + m' v' f' + m'' v'' f'' + \ldots}{m r^2 + m' r'^2 + m'' r''^2 + \ldots}$$

Betrachten wir nur den Fall, wo der Körper einen Stoß erhält, durch den seine Theilchen, wenn sie frei wären, mit gleichen Geschwindigkeiten und in parallelen Richtungen sich bewegen würden, in welchem Falle $v = v' = v'' \ldots$ ist; denken wir uns durch die Axe eine Ebene gelegt parallel mit den Richtungen dieser Geschwindigkeiten, und fällen von $m, m', m'' \ldots$ Senkrechte auf diese Ebene, wie z. B. $m r$, so ist offenbar $m r = o n = f$; so sind auch die von andern Massentheilchen gefällten Senkrechten den Größen $f', f'' \ldots$ gleich. Heißt F die vom Schwerpunkte des Körpers auf die genannte Ebene gefällte Senkrechte und M die Masse des Körpers, so hat man vermöge der Eigenschaft des Schwerpunktes

$$M v F = m v f + m' v f' + m'' v f'' + \ldots$$

mithin ist in dem Falle, wo ein Körper in Folge eines einzigen Stoßes in eine drehende Bewegung um eine Axe versetzt, dann aber sich selbst überlassen wird, und die Drehung in Folge seiner Trägheit fortsetzt,

$$w = \frac{v. M F}{m r^2 + m' r'^2 + m'' r''^2 + \ldots}$$

Der Zähler drückt das Drehungsmoment der Kraft aus, welche die Bewegung erzeugte; die, im Nenner vorkommende Summe der Producte der Massentheilchen eines Körpers in das Quadrat ihrer Abstände von einer geraden Linie heißt das Trägheitsmoment des Körpers bezüglich dieser Linie; daher gibt der letzte Ausdruck an, daß die Winkelgeschwindigkeit gleich ist dem Drehungsmomente der anregenden Kraft dividirt durch das Trägheitmoment des um eine Axe rotirenden Körpers.

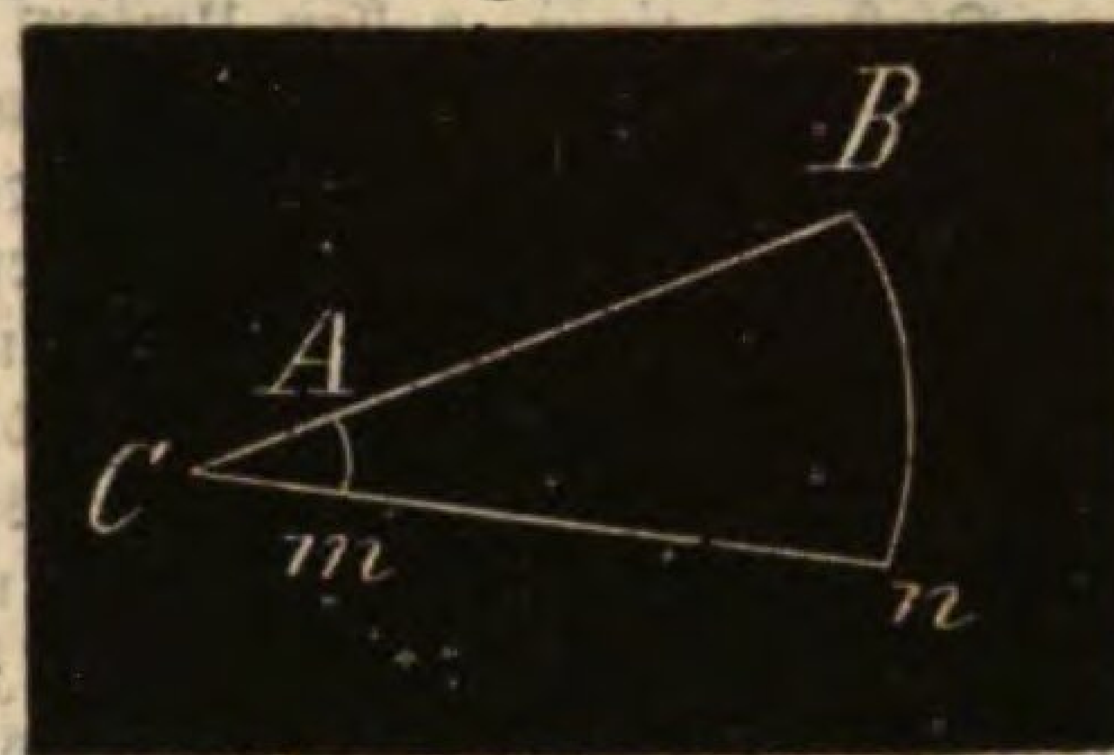
Wird die Geschwindigkeit v nur einem Theile L des Körpers mitgetheilt, und ist F' die Entfernung des Schwerpunktes dieses Theils von der Axe, so ist

$$w = \frac{L v F'}{m r^2 + m' r'^2 + \ldots}.$$

Wenn die drehende Bewegung ungleichförmig ist, so kann man sie doch während eines unendlich kleinen Zeittheilchens τ als gleichförmig annehmen, so daß wenn v die Geschwindigkeit ist, die ein Massentheilchen in der Zeit t erlangt, der im folgenden Zeittheilchen τ beschriebene Bogen $\sigma = v\,\tau$, also $v = \frac{\sigma}{\tau}$ ist.

Zum besseren Verständnisse des Trägheitsmomentes wollen wir uns einen Stab vorstellen, der auf einem Tische liegend um eine vertikale Axe C Fig. 110. beweglich, und an dem in der Entfernung AC = 1 eine träge Masse m angebracht ist, die durch einen auf sie unmittelbar einwirkenden und senkrecht auf BC gerichteten Stoß in eine drehende Bewegung gesetzt wird, wobei sie in einer Secunde den Bogen Am = w beschreibt; somit ist m w die Größe der Bewegung dieser Masse.

Fig. 110.



Um in der Entfernung BC = r von der Axe die Masse m in eine Drehung von derselben Winkelgeschwindigkeit zu versetzen, müßte die Stoßkraft unmittelbar auf die Masse mit einer Stärke wirken, bei der in einer Secunde der Bogen Bn = rw zurückgelegt wird, demnach müßte diese Kraft P = mrw sein; bliebe jedoch die Kraft am Punkte A wirksam und sollte der Masse in B die Winkelgeschwindigkeit w ertheilen, d. i. mit der Stärke m r w auf m wirken, so müßte sie zufolge der Theorie des Hebels sovielmal größer genommen werden, wie vielmal der Hebelarm AC kleiner als BC ist, mithin rmal und daher $P = m r^2 w$ sein. Das Drehungsmoment der rotirenden Masse in B, mithin auch das Bestreben vermöge der Trägheit in dieser Drehung zu beharren und gegen Hindernisse zu wirken, ist demnach $= m r^2 w$, also dem Ausdrucke $m r^2$ proportionirt, weshalb $m r^2$ das Trägheitsmoment genannt wird. Wollte man die Masse in Ruhe versetzen, so müßte man immer mit dem Drehungsmomente $m r^2 w$ entgegen wirken. Bei Maschinen, wo entweder das Drehungsmoment der Kraft, oder die Größe des Widerstandes veränderlich ist, und dennoch die Bewegung gleichförmig vor sich gehen soll, bringt man ein Schwungrad an, d. i. ein Rad von einem großen Trägheitsmomente, das einmal in Bewegung gesetzt, fähig ist, zufolge der Trägheit seine Drehung lange fortzusetzen, selbst dann noch, wenn die bewegende Kraft zu wirken aufhört; daher ist es vorzüglich geeignet, in den kurzen Zeiträumen, wo die Kraft schwächer oder der Widerstand stärker wird, seine Bewegung bei unveränderter Geschwindigkeit zu erhalten, und auch die mit ihm verbundenen Räder in gleichförmiger Bewegung umherzutreiben. — Die höhere Analysis lehrt, daß das Trägheitsmoment eines Cylinders von der Masse M und dem Halbmesser r bezüglich dessen geometrischen Axe gleich ist $\frac{M r^2}{2}$; mithin wird ein Cylinder durch ein gegebenes Drehungsmoment dergestalt in Rotation versetzt, als ob seine halbe Masse bloß in einem Punkte an seiner Oberfläche oder längs dieser Oberfläche gleichförmig vertheilt wäre. Dasselbe gilt von einer Scheibe und von einem Rade. Das Schwungrad muß daher ein Rad sein, das eine große Masse besitzt und diese ziemlich weit von der Axe entfernt ist. — Das Trägheitsmoment eines Cylinders rücksichtlich einer durch seinen Schwerpunkt gehenden aber auf der geometrischen Axe senkrecht stehenden Drehungsaxe ist gleich $\frac{M}{12}(3 r^2 + l^2)$, wo M die Masse und l die Länge des Cylinders ist.

Dreht sich eine Kugel gleichförmig um eine durch ihren Schwerpunkt gehende Axe und ist ihre Masse M, der Halbmesser r, so ist ihr Trägheitsmoment $= \frac{2}{5} M r^2$;

Heißt Q das Drehungsmoment der Stoßkraft, welche die Drehung der Kugel erzeugte, so ist

$$w = \frac{Q}{\frac{2 M r^2}{5}}$$

Die Erdkugel dreht sich um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Axe, und zwar gleichförmig; diese gleichförmige Rotation hat die scheinbare gleichförmige Umdrehung der Himmelskugel um die Weltaxe zur Folge, bei welcher in Osten beständig neue Gestirne über den Horizont emporsteigen, während andere im Westen verschwinden, indem sie sich unter den Horizont senken. Die Zeit, in welcher die Erde sich einmal

um ihre Axe dreht und die wir Tag nennen, ist genau gleich der Zeit, in welcher ein Fixstern einen vollen Umlauf macht; diese Zeit kennt man aus neuen astronomischen Beobachtungen recht genau und findet sie vollkommen übereinstimmend mit jener, die sich aus alten zu Hipparchs Zeiten (200 Jahre vor Christi Geburt) angestellten Beobachtungen ergibt; hieraus folgt, daß die Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde gegenwärtig genau die nämliche ist, wie vor 2000 Jahren, und daß daher, wie aus obiger Formel ersichtlich ist, der Erdhalbmesser in diesem langen Zeitraume keine Veränderung erlitten hat, woraus sich weiter schließen läßt, daß sich die Temperatur der Erdkugel seit Hipparchs Zeiten nicht merklich geändert hat; denn hätte sie sich auch nur um 1° geändert, so wäre in Folge der dadurch erzeugten, wenn auch sehr geringen Aenderung des Erdhalbmessers eine Veränderung der Umdrehungsgeschwindigkeit entstanden, die zwar an sich sehr gering wäre, aber in einem Jahre sich 365mal wiederhohlen und daher schon mehr Einfluß auf die Tagesdauer haben würde, als die vorhandenen Beobachtungen anzunehmen erlauben.

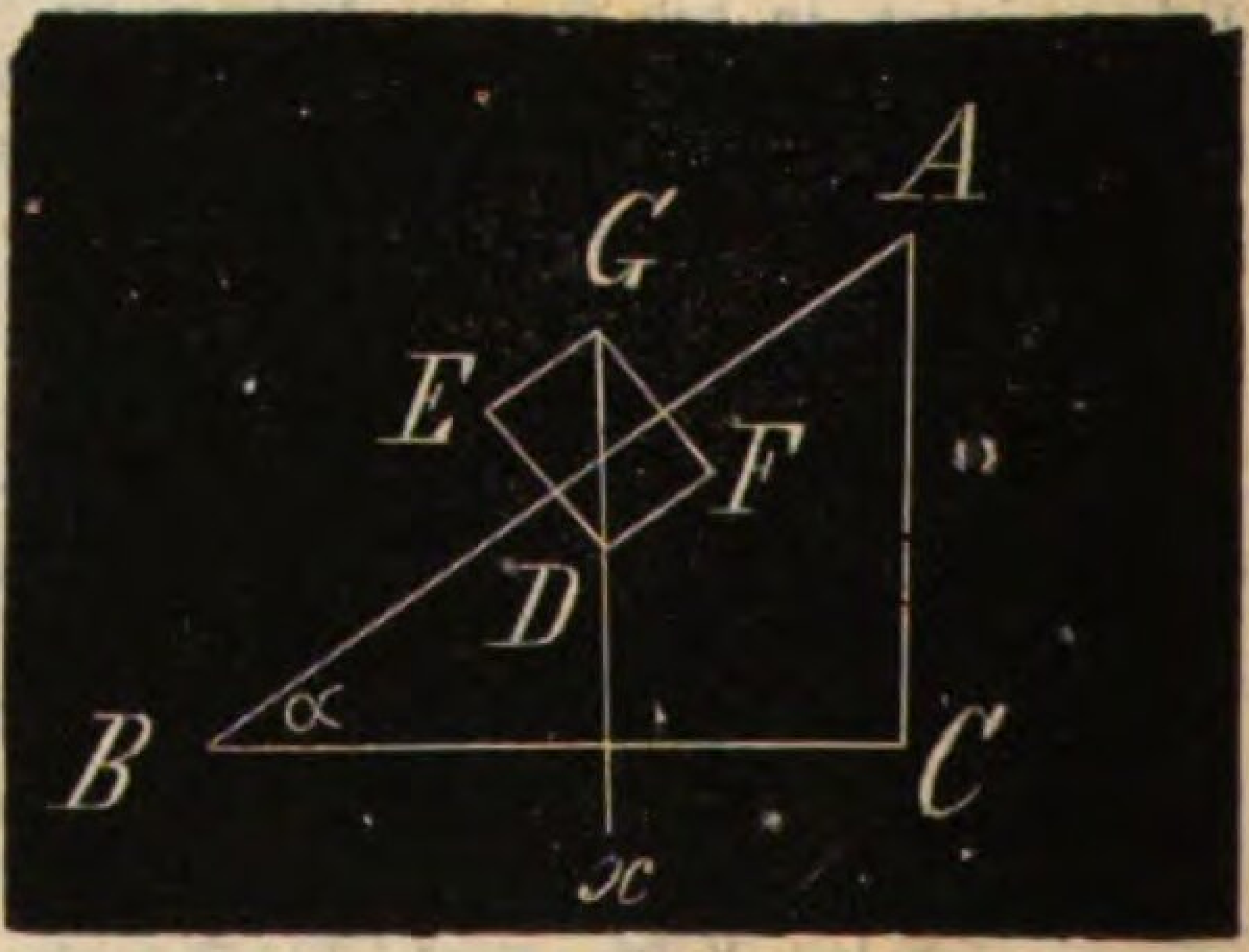
Ist a die Länge, b die Breite und M die Masse eines rechtwinkeligen gleichförmig dichten Parallelopipeds, so ist das Trägheitsmoment bezüglich einer durch seinen Schwerpunkt gehenden Axe $= \frac{M}{12}(a^2 + b^2)$.

Kennt man das Trägheitsmoment eines Körpers von der Masse M bezüglich einer durch den Schwerpunkt desselben gehenden Axe, das wir mit K bezeichnen wollen, so läßt sich dasselbe in Beziehung auf eine andere zu der ersteren parallele bestimmen, wenn die Entfernung a der zweiten von der ersten bekannt ist. Nennt man das zweite Trägheitsmoment K', so ist

$$K' = K + Ma^2 = M\left(\frac{K}{M} + a^2.\right)$$

§. 98. Bewegung der Körper auf einer schiefen Ebene.

Fig. 111.



Ist G Fig. 111. der Schwerpunkt, m die Masse und die Vertikale GD = m g das Gewicht eines Körpers, ABC der vertikale durch G gehende Durchschnitt einer schiefen Ebene, und man zerlegt GD in eine auf AB senkrechte, und in eine zu AB parallele Componente; so wird ersichtlich, daß die Kraft GF nur einen Druck gegen die schiefe Ebene ausübt, aber durch den Widerstand derselben aufgehoben, dagegen die Componente G E den Körper längst der schiefen Ebene herab bewegen wird; man nennt die erste Componente die drückende Kraft, die zweite die relative Schwere. In dem rechtw. Dreiecke GED ist der Winkel EDG = α d. i. dem Neigungswinkel der schiefen Ebene, da die Schenkel gegenseitig auf einander senkrecht stehen; mithin ist

$$EG = m\,g\,\sin.\,\alpha,\ \text{und}\ GF = m\,g\,\cos.\,\alpha.$$

Heißt f die durch die relative Schwere erzeugte Beschleunigung, so ist EF = m f, mithin f = g sin. α das Maß der beschleunigenden Kraft, die offenbar als eine constante erscheint, indem während der Bewegung des Körpers auf der schiefen Ebene der Neigungswinkel α sich nicht ändert, und die Aenderungen im Werthe von g bei Annäherung des Körpers an den Erdmittelpunkt unmerklich sind; deshalb ist die Bewegung eine gleichförmig beschleunigte, und erfolgt genau nach denselben Gesetzen, nach welchen der freie Fall oder die Bewegung schwerer Körper in vertikaler

Richtung vor sich geht, nur mit dem Unterschiede, daß der Werth der Accelleration auf der schiefen Ebene $= g \sin. \alpha$, im freien Falle aber größer nämlich $= g$ ist.

2. Setzt man die Länge $AB = l$, die Höhe $AC = h$, und berücksichtigt daß $\sin. \alpha = \frac{h}{l}$, so ist

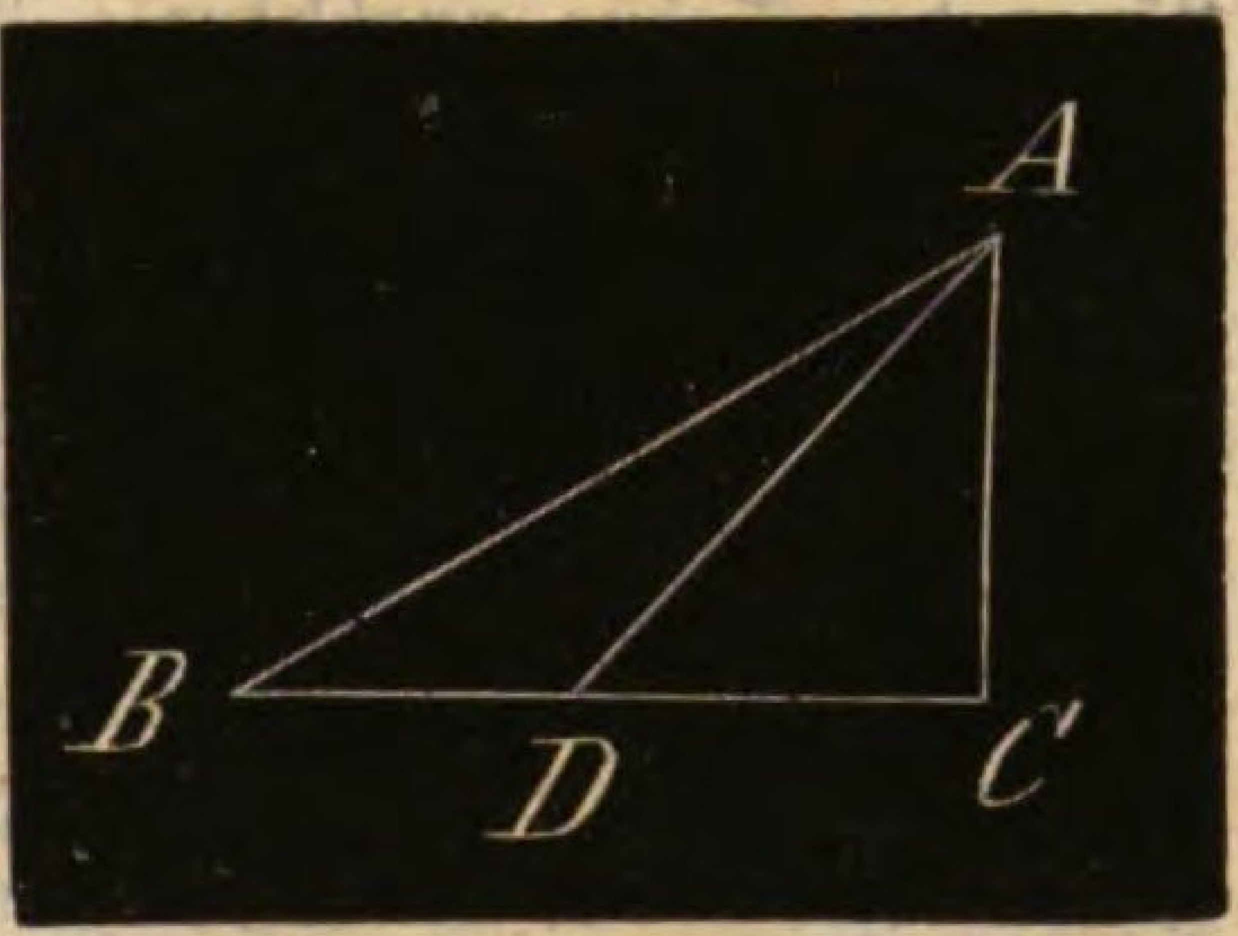
$$g \sin. \alpha = g \frac{h}{l}.$$

Bezeichnen wir die Accelleration auf der schiefen Ebene mit g', die Dauer der Bewegung mit t', den zurückgelegten Weg mit s', und die der Zeit t' entsprechende Endgeschwindigkeit mit v', so hat man für die Bewegung auf der schiefen Ebene die Formeln:

$$v' = g' t', \; s' = \frac{g' t'}{2}, \; t' = \sqrt{\frac{2 s'}{g'}} \text{ und } v' = \sqrt{2 g' s'}.$$

Frägt man, mit welcher Geschwindigkeit ein Körper, der am höchsten Punkte A Fig. 12. der schiefen Ebene sich zu bewegen beginnt, am Fuße B der schiefen Ebene ankomme; so hat man in der 4. Formel $s' = l$ zu setzen, und man erhält, wenn auch für g' der obige Werth $g \frac{h}{l}$ substituirt wird,

Fig. 112



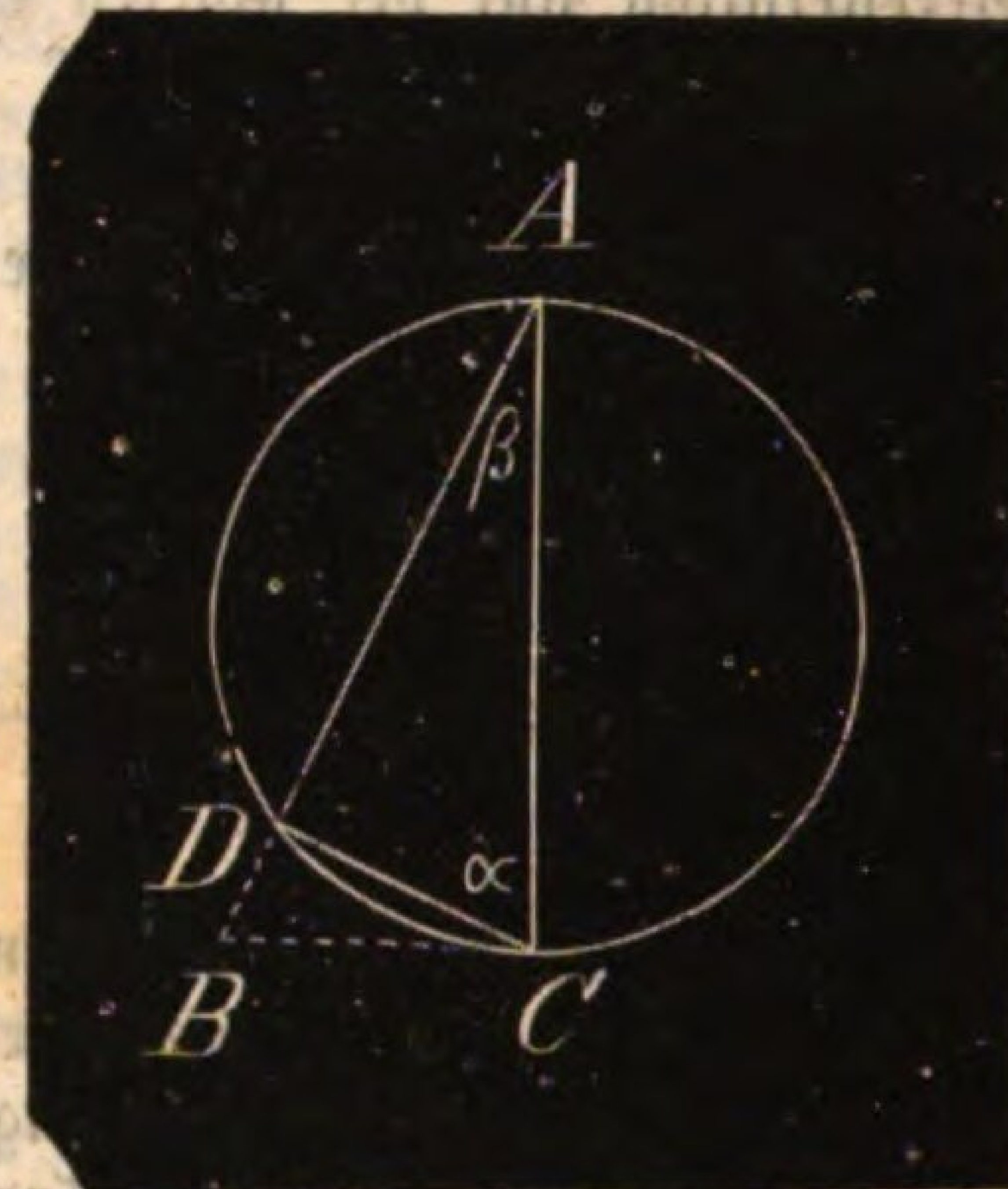
$$c' = \sqrt{2 g' l} = \sqrt{2 g h}$$

d. h. die Geschwindigkeit am Fuße der schiefen Ebene ist genau die nämliche wie im freien Falle, wenn die Fallhöhe der Höhe der schiefen Ebene gleich ist, der Neigungswinkel und mithin auch die Länge der schiefen Ebene mag groß oder klein sein. Läßt man z. B. drei Kugeln in A fallen, so daß die eine längs der vertikalen AC, die zweite längst der schiefen Ebene AD und die dritte längs der AB sich bewegt; so kommen alle drei mit der nämlichen Geschwindigkeit auf der horizontalen Fläche BC an, allein die Zeit, die sie brauchen ist verschieden; denn setzen wir in der Formel für t' den zurückgelegten Weg $s' = l$, und für g' seinen Werth, so erhalten wir

$$t' = \sqrt{\frac{2 l^2}{g h}} = l \sqrt{\frac{2}{g h}}$$

woraus zu ersehen ist, daß die Dauer der Bewegung bei der nämlichen Höhe der Länge der schiefen Ebene gerade proportionirt ist.

Fig. 113.



3. Fällen wir von C Fig. 113. auf die schiefe Ebene die Senkrechte CD und beschreiben um das rechtw. Dreieck ADC einen Kreis, als dessen Durchmesser die Vertikale AC erscheint, der Winkel ACD $= \alpha$ und AD $=$ AC sin. α ist. Sucht man die Zeit t′, welche ein Körper braucht, der auf der schiefen Ebene AB den Weg AD und die Zeit t, welche im freien Falle nöthig ist, um den Weg AC zurückzulegen, so ergibt sich

$$t' = \sqrt{\frac{2\,AD}{g'}} \text{ und } t = \sqrt{\frac{2\,AC}{g}}$$

setzt man nun für AD und g′ ihre Werthe so ist

$$t' = \sqrt{\frac{2\,AC \sin.\alpha}{g \sin.\alpha}} = \sqrt{\frac{2\,AC}{g}} = t$$

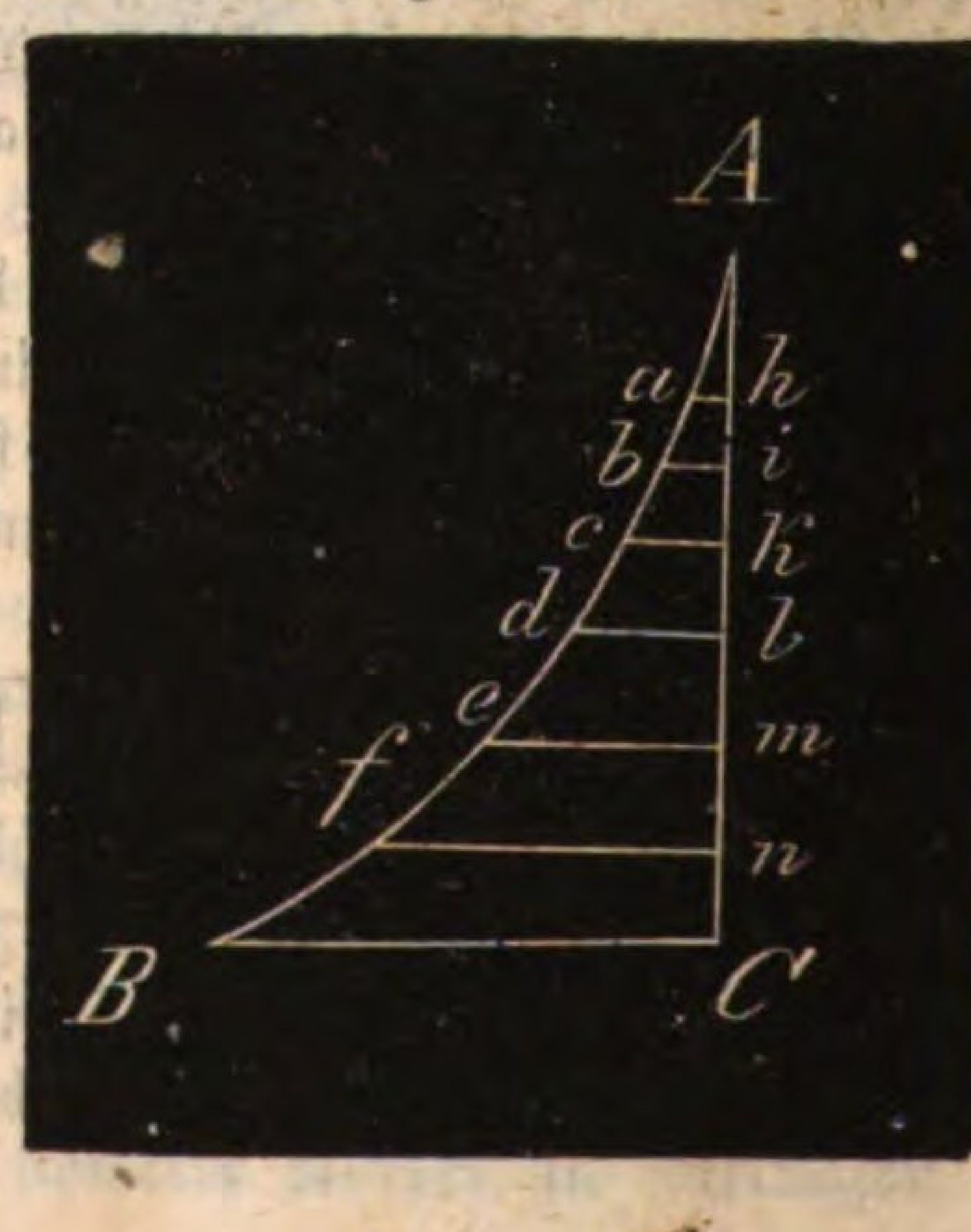
d. h. die Bewegung eines Körpers auf der schiefen Ebene zeigt uns die merkwürdige Eigenschaft des Kreises (und der Kugel,) daß nämlich ein bewegter Körper eben so viel Zeit braucht, längs einer Sehne AD herabzugleiten, als den vertikalen Durchmesser AC zu durchlaufen. Solche Wege nennt man isochrone Wege; da der gefundene Ausdruck für t′ von der Länge der Sehne unabhängig ist, so bleibt er für alle von A gezogenen Sehnen desselben Kreises gleich, folglich sind alle vom obersten Endpunkte A des vertikalen Durchmessers gezogene Sehnen mit AC isochron. Allein auch jede vom untersten Punkte C gezogene Sehne wie z. B. DC wird in derselben Zeit von einem schweren Körper durchlaufen wie AC; denn DC bildet mit der Vertikalen AC den Winkel α folglich mit einer horizontalen den complementären Winkel $=$ DAC $= \beta$; somit ist DC ein Stück einer schiefen Ebene mit dem Neigungswinkel β, auf der die Bewegung mit der Beschleunigung $g' = g \sin.\beta$ vor sich geht; heißt t″ die Zeit zum Durchlaufen der Sehne DC, so ist

$$t'' = \sqrt{\frac{2\,DC}{g \sin.\beta}}, \text{ und da}$$

DC $=$ AC sin. β, so ist

$$t'' = \sqrt{\frac{2\,AC}{g}} = t' = t.$$

Fig. 114.



4. Bewegt sich ein Massentheilchen vermög seiner Schwere in der krummen Bahn AB Fig. 114. so theilt man in dem vertikalen Durchschnitte ABC in welchem BC horizontal und AC vertikal gezogen ist, den Bogen AB in solche kleine Theile A a, a b, b c, ... daß man sie als gerade Linien betrachten kann, deren jede eine andere Richtung hat, welche jedoch von der Richtung der benachbarten Theile

nur unendlich wenig abweicht; man kann diese Bogenstücke offenbar als Durchschnitte von schiefen Ebenen ansehen, deren Höhen sich ergeben, wenn man von den Theilungspunkten parallele zu B C zieht. Läßt man in A ein Massentheilchen fallen, so kommt es in a mit der Geschwindigkeit

$$v = \sqrt{2 g . A h}$$

an, und da es bei der Wendung in a von der Geschwindigkeit, mit der es daselbst ankommt, nichts verliert, so wächst die Geschwindigkeit während des Falles auf der zweiten schiefen Ebene a b genau so, wie wenn es in der Richtung der ersten schiefen Ebene A a, oder in der vertikalen h i die Bewegung fortgesetzt hätte. Heißt v′ der während des Falls durch a b gewonnene Zuwachs an Geschwindigkeit, so ist $v' = \sqrt{2 g (A h + h i)} - v$, mithin besitzt es in b die Geschwindigkeit:

$$x + v' = \sqrt{2 g (A h + h i)} = \sqrt{2 g . A i.}$$

Ist v″ die Geschwindigkeit, die das Massentheilchen während der Bewegung auf der schiefen Ebene b c von der Höhe i k gewinnt, und berücksichtigt man, daß auch bei der Wendung in b von der Geschwindigkeit v + v′ nichts verloren geht, so findet man für die Geschwindigkeit in c

$$v + v' + v'' = \sqrt{2 g (A h + h i + i k)} = \sqrt{2 g . A k} \text{ u. s. f.}$$

Nennt man V die Geschwindigkeit, mit der das Massentheilchen in B ankommt, so ist

$$V = v + v' + v'' + v''' + \ldots v^n = \sqrt{2 g (A h + h i + i k \ldots + n C)}$$

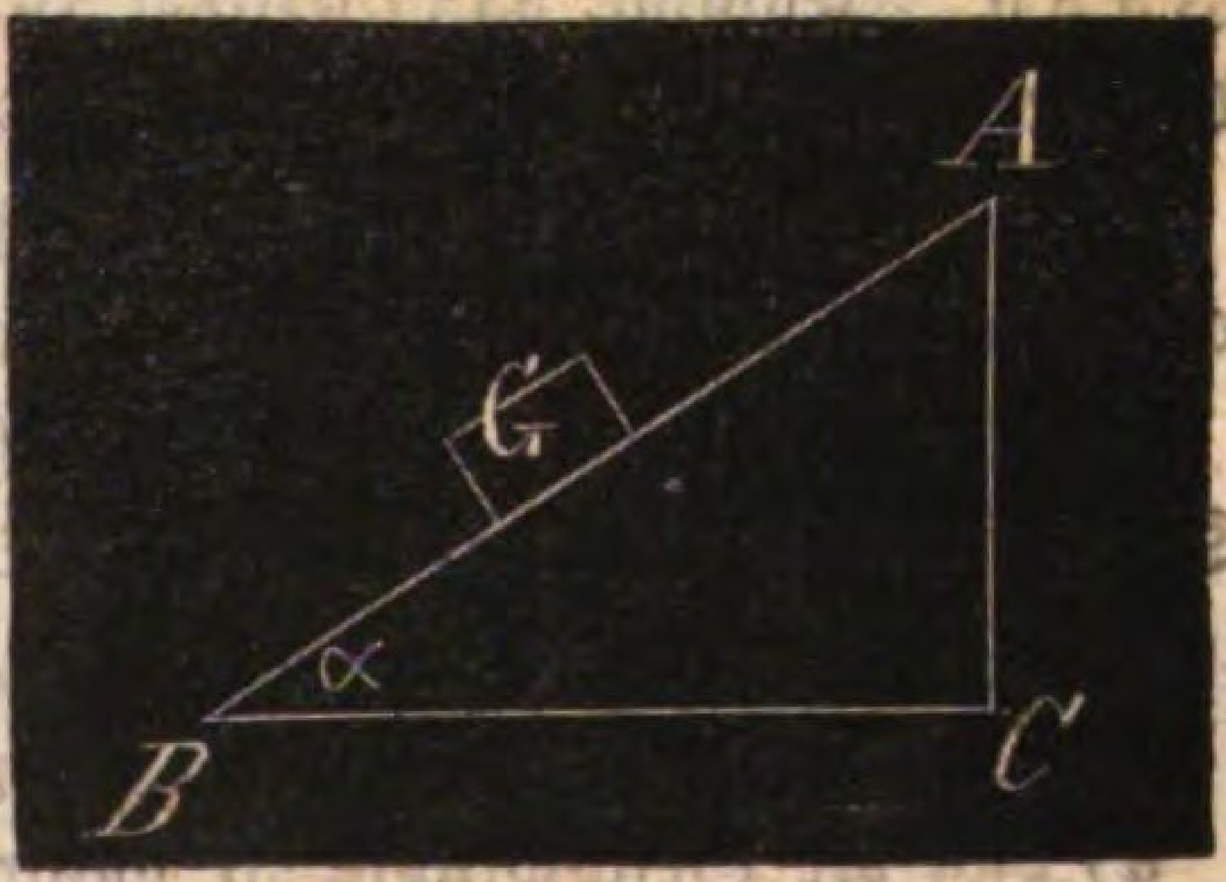
somit

$$V = \sqrt{2 g A C}$$

d. h. die Geschwindigkeit ist dieselbe, als wenn das Massentheilchen im freien Falle die Höhe des Bogens AB zurückgelegt hätte.

Man bedient sich der schiefen Ebene öfters zur Ermittelung des Reibungscoeffizienten, indem man eine der reibenden Flächen zur unteren Fläche eines Körpers vom Gewichte Q, Fig. 115., macht, und diesen auf die zweite reibende Fläche A B stellt, welche zu einer schiefen Ebene, die um eine auf dem vertikalen Durchschnitte ABC senkrecht stehende Axe beweglich ist, eingerichtet wird; man vergrößert allmälig den Winkel ABC, bis er einen Werth $= \alpha$ erlangt, bei welchem die Größe der Reibung R der relativen Schwere gleich wird, wo dann ein sehr geringer Anstoß gegen den Körper ein gleichförmiges Herabgleiten desselben bewirkt. Man hat für diesen Fall

Fig. 115.



$$R = Q \sin. \alpha;$$

da aber die Reibung stets dem Normaldrucke proportionirt, dieser aber in dem gegebenen Falle gleich $Q \cos. \alpha$ ist, so hat man auch

$$R = f Q \cos. \alpha \text{ mithin } f = \text{tang. } \alpha$$

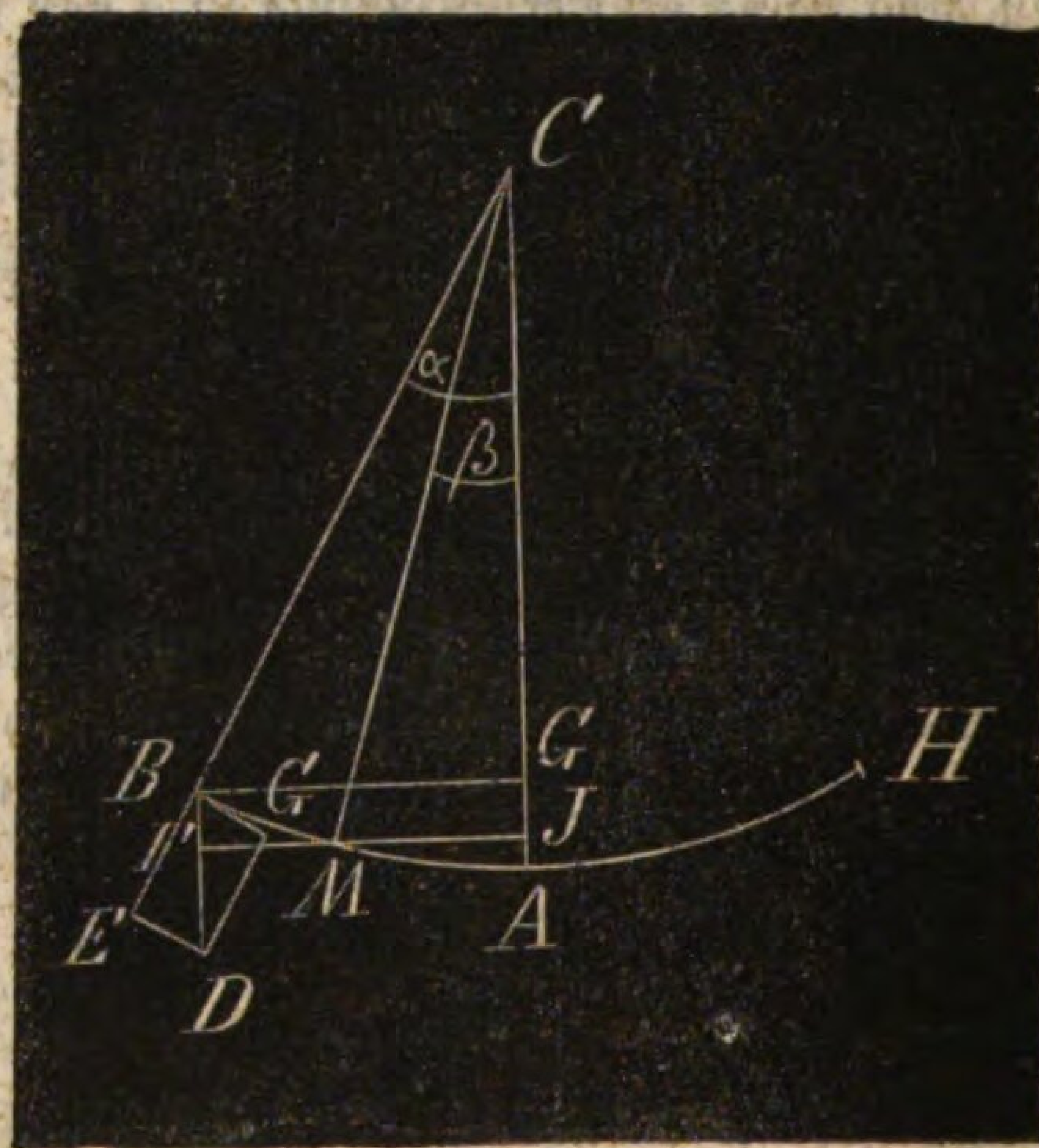
d. h. die Tangente des Neigungswinkels α gibt die Größe der Verhältnißzahl f, die man den Reibungscoeffizienten nennt. — Gewöhnlich bestimmt man den Werth von f auf die Art, daß man eine ebene Fläche eines Körpers A horizontal und darauf den zweiten auch mit einer ebenen Fläche versehenen Körper B legt: den Körper B belastet man noch mit einem Gewichte, so daß er im Ganzen den normalen Druck = Q auf die untere Fläche äußert; befestigt an ihm eine Schnur, die man horizontal über eine fixe Rolle führt, am Ende mit einer Wagschale versieht und legt in diese Wagschale so lange bekannte Gewichte bis die Bewegung eben beginnt oder ein

geringer Anstoß eine gleichförmige Bewegung veranlaßt; so ist das ziehende Gewicht der Größe der Reibung R gleich, also

$$R = f\,Q \text{ und } f = \frac{R}{Q}.$$

§. 99. **Einfaches Pendel.** Größe und Beschaffenheit der beschleunigenden Kraft. Ist AC = BC = l, Fig. 116., die Länge, m die Masse des einfachen Pendels, ACB = α der Winkel, den die schiefe Stellung des Pendels mit der vertikalen Lage AC einschließt, so wird in der Lage BC das schwere Massentheilchen durch die Kraft m g = B D vertikal abwärts gezogen; zerlegt man diese Kraft in die Componenten BE, die in der Verlängerung von CB wirkt, und in BG, die darauf senkrecht steht, so ist klar, daß die erstere nur den Faden CB spannt, aber durch den Widerstand desselben und der Axe aufgehoben wird, und daß nur

Fig. 116.



$$B\,G = m\,g\,\sin.\,\alpha$$

eine Bewegung des Pendels erzeugt, und g sin. α die Größe der beschleunigenden Kraft ausdrückt. Da α mit der Annäherung an die vertikale Lage CA beständig bis Null abnimmt, so wird auch die Beschleunigung immer kleiner, daher die Bewegung ungleichförmig beschleunigt und das Maximum der Geschwindigkeit dann vorhanden sein, wenn das Pendel die vertikale Lage erreicht hat.

2. Geschwindigkeit des Pendels für jeden Punkt der Bahn. Kommt das Pendel in M an, so hat es die Geschwindigkeit v, die der Fallhöhe BF entspricht, mithin

$$v = \sqrt{2\,g\,.\,B\,F}$$

oder, wenn man von B und M auf CA Senkrechte fällt,

$$v = \sqrt{2\,g\,.\,G\,J} = \sqrt{2\,g\,(C\,J - C\,G)}.$$

Setzt man den Winkel MCA = β, so ist

$$v = \sqrt{2\,g\,l\,(\cos.\,\beta - \cos.\,\alpha)}.$$

Aus diesem Ausdrucke ist zu ersehen:

a) daß die Geschwindigkeit während der Bewegung von B nach A ungleichförmig wächst, indem dabei β abnimmt, mithin cos. β wächst, aber im geringeren Verhältnisse als der Winkel zunimmt.

b) In der vertikalen Lage AC, wo $\beta = 0$ ist, wird v ein Maximum, und es ist

$$v = \sqrt{2\,g\,(1 - \cos.\,\alpha)};$$

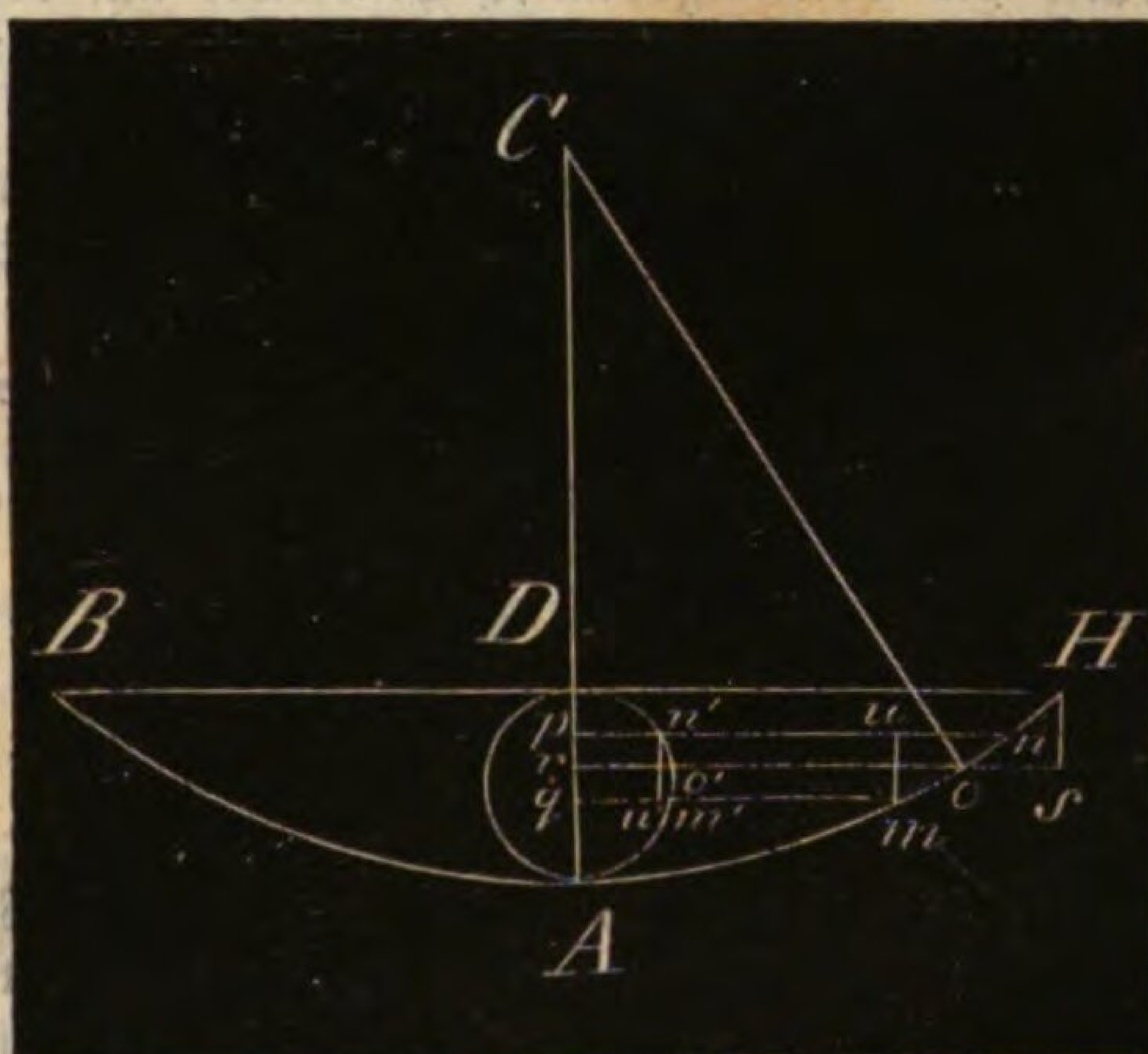
die Bewegung des Pendels wird nun in Folge der Trägheit auf der entgegengesetzten Seite von AC, wo β negativ ist, fortgesetzt.

c) Da cos. $(-\beta) = \cos.\ \beta$, so bleibt der Ausdruck für die Geschwindigkeit im Bogen AH unverändert, und macht ersichtlich, daß während der Bewegung von A nach H, mithin bei zunehmenden Werthe von β die Geschwindigkeit immer stärker abnimmt, die Bewegung daher eine verzögerte und zwar eine ungleichförmig verzögerte wird, indem die Größe der Verzögerung beständig wächst; ferner, daß die Geschwindigkeit für gleiche positive und negative Werthe von β, also in gleichen Abständen von der vertikalen Lage die nämliche ist.

d) Wird der Winkel $-\beta = \alpha$, mithin der Bogen AH = AB, d. h. hat sich das Pendel eben so hoch erhoben, wie hoch es auf der andern Seite gefallen ist, so ist offenbar $v = o$; mithin muß das Pendel umkehren, und sich wieder der vertikalen Lage nähern.

3. Dauer einer Schwingung. Die Dauer einer Schwingung läßt sich für den Fall, wo der Schwingungsbogen sehr klein angenommen wird, auf folgende Art leicht ermitteln. Betrachten wir die Bewegung in dem unendlich kleinen Bogen $m\ n = \sigma$, Fig. 117., den wir als eine gerade Linie ansehen können; diese Bewegung kann als eine gleichförmige betrachtet werden, die mit der Geschwindigkeit v vor sich geht, mit welcher das Pendel in der Mitte o des Bogenstückes m n ankommt, und die offenbar der Fallhöhe H s entspricht. Zieht man n p, o r, m q senkrecht auf A C, beschreibt um A D einen Kreis, und bezeichnet mit τ die Dauer der Bewegung im Bogen σ, so ist

Fig. 117.



$$v = \sqrt{2\,g.\ H\,s} = \sqrt{2\,g.\ D\,r},$$

$$\sigma = v\ \tau \text{ und } \tau = \frac{\sigma}{\sqrt{2\,g.\ D\,r}}.$$

Fällt man von m auf n p die Senkrechte m u, und berücksichtigt, daß m n auf C o senkrecht steht, also das Dreieck m n u dem Dreiecke C o r ähnlich ist, so erhält man

$$\sigma : m\,u = l : o\,r, \text{ folglich } \sigma = \frac{m\,u}{o\,r}\ l.$$

Heißt σ' der Bogen $m'\,n'$, und $\frac{b}{2}$ der Halbmesser des diesem Bogen zugehörigen Kreises; so ist aus gleichem Grunde

$$\sigma' = \frac{n'\,u'}{o'\,r} \cdot \frac{b}{2}$$

da aber $n'\,u' = m\,u$, so ist

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{2\,l}{b} \cdot \frac{o'\,r}{o\,r}.$$

Nun folgt aus der Eigenschaft des Kreises, daß

$o'\,r = \sqrt{A\,r.\,D\,r}$, $o\,r = \sqrt{A\,r\,(2\,l - A\,r)}$, oder weil bei der angenommenen geringen Schwingungsweite A r rücksichtlich 2 l vernachläßigt werden kann, auch

$$o\,r = \sqrt{A\,r.\,2\,l}, \text{ mithin}$$

$$\frac{\sigma}{\sigma'} = \frac{1}{b}\sqrt{2\,l.\,D\,r}, \text{ und } \tau = \frac{\sigma'}{b}\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Theilt man den Kreisbogen AH in lauter solche kleine Längen wie mn, benennt mit τ', τ'', τ'''.... die Zeittheilchen, die das Bewegliche braucht, um den ersten, zweiten, dritten u. s. f. dieser Bögen zu beschreiben, zieht dann durch die Theilungspunkte Senkrechte auf AD, so wird offenbar auch die halbe Peripherie des kleinen Kreises in eben so viele Theilchen σ', σ'', σ'''.. getheilt wie AH; die Dauer der Bewegung des Pendels von H nach A, die gleich ist der halben Schwingungsdauer, ist gleich der Summe $n' + n'' + \tau''' + \ldots.$ Heißt t die Schwingungsdauer, so ist

$$\frac{t}{2} = \tau' + \tau'' + \tau''' + \ldots = \frac{1}{b}(\sigma' + \sigma'' + \sigma''' + \ldots)\sqrt{\frac{l}{g}};$$

aber die Summe dieser kleinen Bögen ist gleich der halben Peripherie des kleinen Kreises, also gleich $\frac{\pi\,b}{2}$,

mithin $$t = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

4. Ist T die Zeit, in welcher ein Pendel, dessen Länge l und die Schwerkraft g ist, n Schwingungen und ein zweites von der Länge l', bei der Schwerkraft g', n' Schwingungen vollbringt, so sind

$$\frac{T}{n} \text{ und } \frac{T}{n'}$$

die Zeiten für eine Schwingung, mithin

$$\frac{T}{n} = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ und } \frac{T}{n'} = \pi\sqrt{\frac{l'}{g'}}, \text{ und}$$

$$n^2 : n'^2 = \frac{l'}{g'} : \frac{l}{g}.$$

Befinden sich beide Pendel an demselben Orte, so ist $g = g'$ und

$$n^2 : n'^2 = l' : l, \text{ folglich } l' = \frac{n^2}{n'^2}\,l.$$

Kennt man die Anzahl der Schwingungen, die ein einfaches Pendel von der Länge l in einer gegebenen Zeit macht, so kann man leicht die Anzahl derjenigen berechnen, die in einer Secunde gemacht werden, und hierauf nach der letzten Gleichung die Länge eines einfachen Pendels finden, welches in einer Secunde eine Schwingung macht, bei dem also $n' = 1$ ist; man erhält

$$l' = n^2\,l.$$

§. 100. **Zusammengesetztes Pendel.** Heißt K das Trägheitsmoment eines zusammengesetzten Pendels bezüglich der Drehungsaxe, M die Masse desselben, und a der Abstand des Schwerpunktes von der Drehungsaxe, so hat man höheren Rechnungen zufolge für die reducirte Länge l des zusammengesetzten Pendels den Ausdruck:

$$l = \frac{K}{M\,a} \text{ (1), daher } K = M\,a\,l \text{ (2) und } t = \sqrt{\frac{K}{Mag}}.$$

Eine gerade Linie die in dem Abstande = l von der Drehungsaxe horizontal gezogen wird, hat nun die Eigenschaft, daß alle in ihr vorhandenen materiellen Theilchen am zusammengesetzten Pendel genau dieselbe Schwingungsdauer besitzen, wie wenn sie frei in demselben Abstande von der Axe schwingen würden. Man nennt diese Punkte **Schwingungspunkte** und die gerade Linie die **Schwingungsaxe**; der Schwingungspunkt, der bei ruhiger Lage des Pendels in der durch den Schwerpunkt gezogenen Vertikalen sich befindet, heißt der **Schwingungsmittelpunkt** oder **Mittelpunkt des Schwunges** (centrum oscillationis).

Heißt K' das Trägheitsmoment bezüglich einer durch den Schwerpunkt eines Körpers gehenden Axe, und setzt man $\frac{K'}{M} = k^2$, so ist

$$K = M\,(k^2 + a^2),$$

und die reducirte Länge

$$l = \frac{k^2}{a} + a, \text{ mithin } l - a = \frac{k^2}{a}.$$

Da K' für einen und denselben Körper eine unveränderliche Größe ist, so ist es auch k^2, und die letzte Gleichung macht ersichtlich, daß **der Schwingungsmittelpunkt stets unter dem Schwerpunkte** sich befindet, aber der Unterschied in dem Abstande beider Punkte von der Drehungsaxe desto kleiner wird, je weiter der Schwerpunkt des zusammengesetzten Pendels von dieser Axe entfernt liegt.

Hängt ein Plattinkügelchen von 2 Linien im Durchmesser an einem sehr feinen Faden, dessen Masse gegen die des Platins vernachläßigt werden kann, und beträgt die Entfernung des Mittelpunktes des Kügelchens von der Aufhängaxe 400 Linien, so ist das Trägheitsmoment des Kügelchens

$$K' = \frac{2}{5}\,M.\,1^2 = \frac{2}{5}\,M$$

und $$k^2 = \frac{2}{5} = 0.4, \text{ mithin}$$

$$l = \frac{0.4}{400} + 400 = 400 + 0.001;$$

somit liegt der Schwingungsmittelpunkt nur um $\frac{1}{1000}$ einer Linie tiefer als der Schwerpunkt, weshalb man wohl die Entfernung des Schwerpunktes von der Axe als die Länge eines einfachen Pendels von gleicher Schwingungsdauer, also das Pendelchen selbst als ein einfaches betrachten kann. Bei einem noch längern Pendel dieser Art kann man den Schwerpunkt der Kugel ohne merklichen Fehler als den Schwingungsmittelpunkt betrachten.

Ein cylindrischer dünner Metallstab, dessen Dicke rücksichtlich der Länge L vernachläßigt werden kann, schwingt, so wie ein einfaches Pendel von der Länge $\frac{2}{3}$ L.

Das Trägheitsmoment K ist gleich der Summe der Trägheitsmomente und M a der Summe der statischen Momente aller materiellen Theilchen bezüglich einer durch die Drehungsaxe gehenden horizontalen Ebene. Besteht ein Pendel aus mehreren Körpern die mittelst einer festen durch ihre Schwerpunkte gehenden schwerlosen Linie unveränderlich miteinander und mit der Drehungsaxe verbunden sind, und sind m', m'', m''' . . die Massen dieser Körper, a', a'', a''' . . die Entfernungen ihrer Schwerpunkte, und l', l'', l''' . . die Entfernungen ihrer Schwingungsmittelpunkte von der Drehungsaxe, so sind nach (2) $m' a' l'$, $m'' a'' l''$, $m''' a''' l'''$ . . die Trägheitsmomente dieser Körper bezüglich dieser Axe, und die reducirte Länge l des in dieser Art zusammengesetzten Pendels, bei dem die Masse der festen Linie, welche die Massen verbindet, vernachläßigt werden kann, ist

$$l = \frac{m' a' l' + m'' a'' l'' + . .}{m' a' + m'' a''.}$$

Kann man $a = l'$, $a'' = l''$ . . . . setzen, so ist

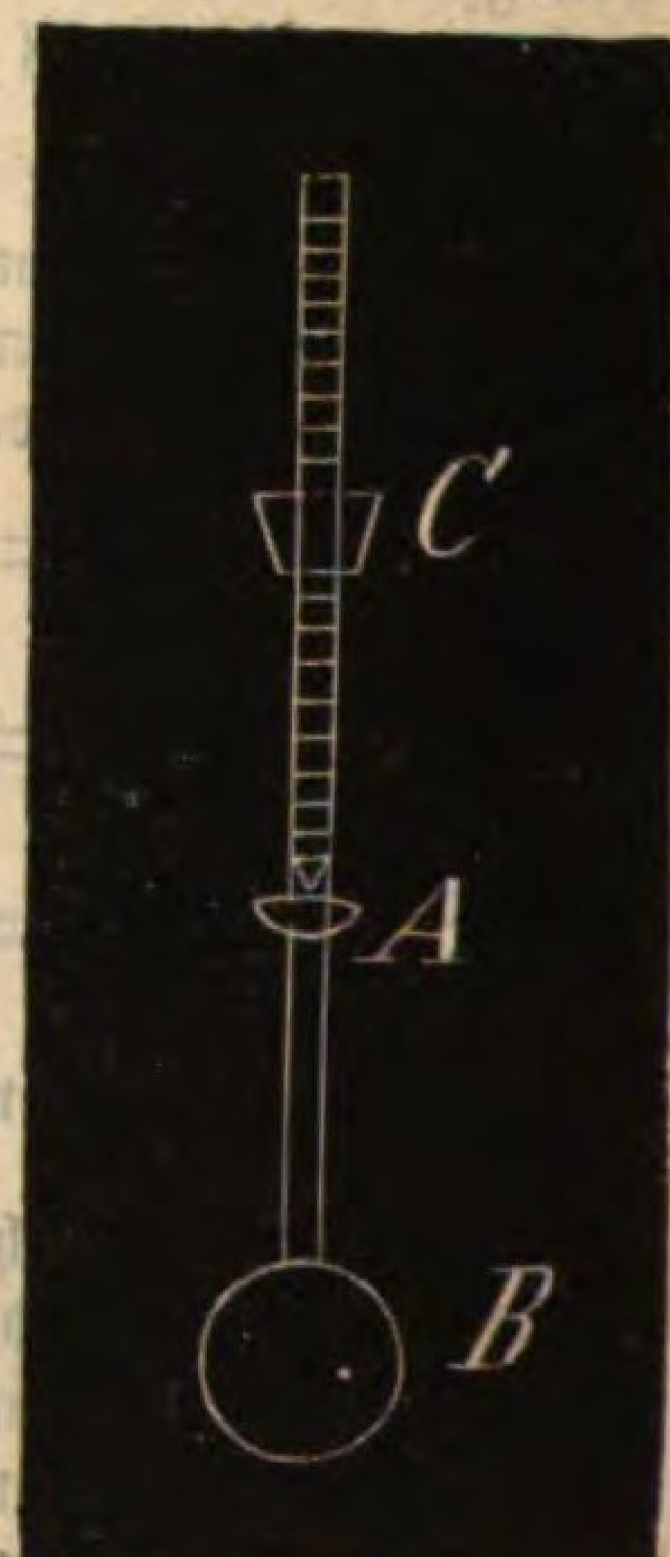
$$l = \frac{m' a'^2 + m'' a''^2 + . . .}{m' a' + m'' a'' + . .}$$

Wäre eine Masse z. B. m'' über der Drehungsaxe, so ist ihr Abstand von der Drehungsaxe negativ, und es ist nun

$$l = \frac{m' a'^2 + m'' a''^2}{m' a' - m'' a''} \quad (3);$$

der Werth von l wird nun größer mithin die Schwingung des Pendels langsamer, wie es leicht ersichtlich ist, da das Drehungsmoment der über der Axe befindlichen Masse entgegengesetzt ist zu dem der unter der Axe vorkommenden Masse, und daher die Bewegung der letzteren verlangsamt.

Fig. 118.



Menzel's Metronom (Taktmesser) Fig. 118 besteht aus einem leichten Holzstäbchen, das in A mit einer Drehungsaxe und am untern Ende in B mit einer massiven Metallkugel von der Masse m' versehen ist; oberhalb der Axe ist ein verschiebbares Laufgewicht, dessen Masse m'' kleiner ist, als m'; da die Masse des Stäbchens sehr unbedeutend ist, so kann man wenigstens annäherungsweise die reducirte Länge dieses Pendels aus der letzten Gleichung (3) bestimmen. Weil m', a', m'' unveränderliche Größen sind, und nur a'' veränderlich ist, so muß offenbar in dem Falle, wo das Laufgewicht m'' von der Axe entfernt wird, der Werth von l wachsen, und somit die Schwingungsdauer vergrößert werden, hingegen bei Annäherung des Laufgewichtes an die Axe das Gegentheil Statt finden. Auf dem Stäbchen ist oberhalb A eine Theilung, welche die in einer Minute vollbrachte Anzahl der Schwingungen angibt, die in den verschiedenen Lagen des Laufgewichtes Statt finden.

Es sei bei einem Pendel AC, Fig. 119., die Drehungs- und BD die Schwingungsaxe, G sei der Schwerpunkt, $a = AG$ sein Abstand von AC und $l = AB$ die reducirte Länge des Pendels; so ist

$$l = \frac{k^2}{a} + a = \frac{k^2 + a^2}{a}$$

Kehrt man das Pendel um, macht die Schwingungsaxe BD zur Drehungsaxe und sucht wieder die reducirte Länge l′, so hat man, wenn der Abstand des Schwerpunktes von der neuen Drehungsaxe, nämlich $BG = a'$ gesetzt wird,

$$l' = \frac{k^2}{a'} + a' = \frac{k^2 + a'^2}{a'}$$

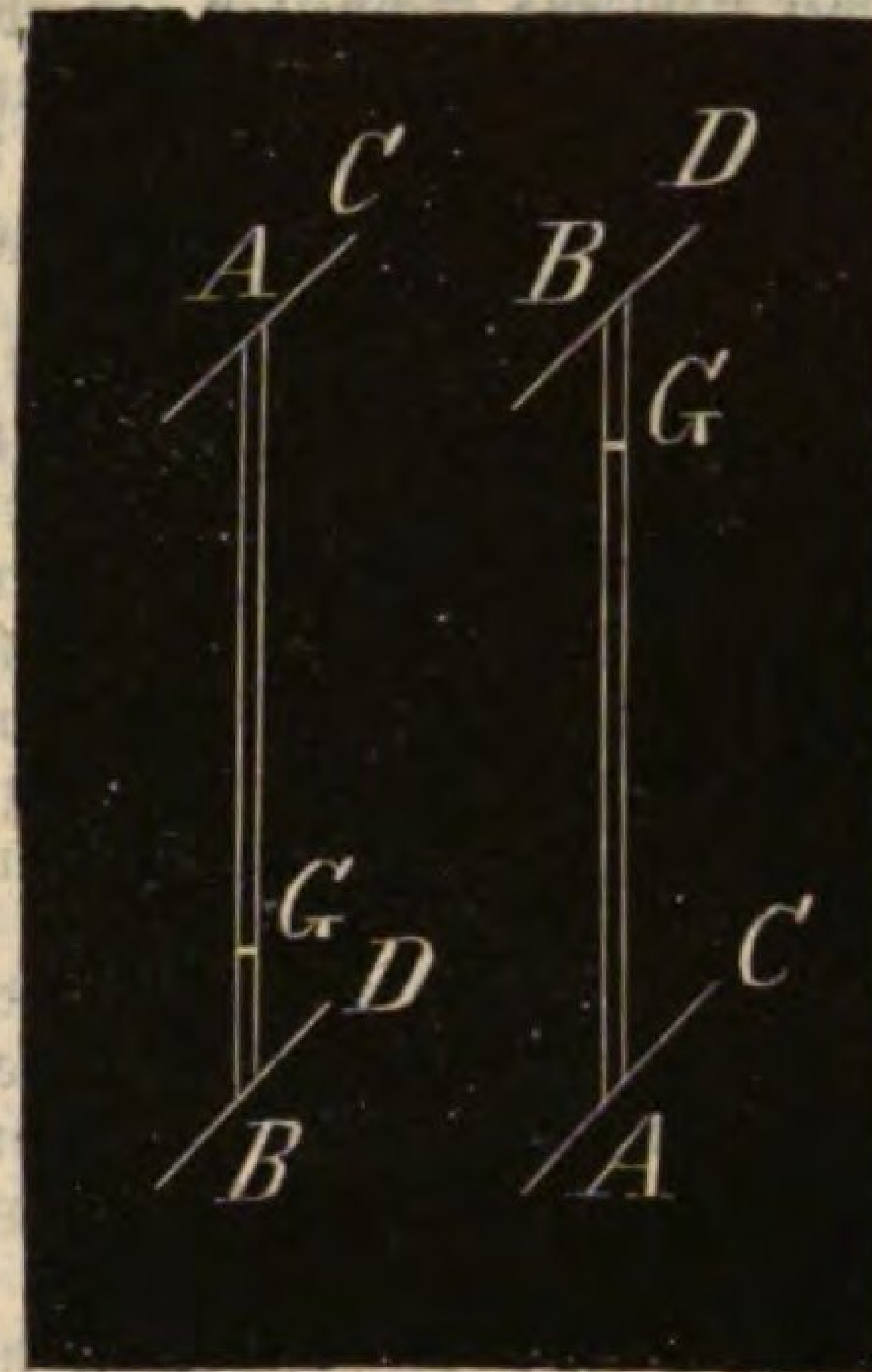
Da $a + a' = l$, somit $a' = l - a$ ist, so

$$l' = \frac{k^2 + (l - a)^2}{l - a} =$$

$$\frac{k^2 + a^2 + l^2 - 2al}{l - a} = l$$

d. h. die vorige Drehungsaxe AC ist jetzt die Schwingungsaxe; man sagt daher auch: die reducirte Länge des Pendels, folglich auch die Schwingungsdauer bleibt ungeändert, wenn man die Schwingungsaxe zur Aufhänge- oder Drehungsaxe macht.

Fig. 119.



3. B. Wenn man an einem gleichmäßig dichten Holzstabe Fig. 120. zwei Linsen m und m′ auf Hälsen von Holz ruhend und jede 4 Pfund schwer, so anbringt, daß sie sich verschieben und mittelst Druckschrauben feststellen lassen, ferner den Holzstab in A mit einer Schneide versieht, die als Drehungsaxe dient, so hat man ein Pendel bei dem der Holzstab nur ein geringes Gewicht hat. Betragen die Entfernungen der Schwerpunkte der Massen m und m′ von A 400 und 600 Linien, so hat man

$$l = \frac{(400)^2\, m + (600)^2\, m'}{400\, m + 600\, m'} \text{ und}$$

da die Massen gleich sind,

$$l = \frac{(400)^2 + 600^2}{400 + 600} = 520 \text{ Linien.}$$

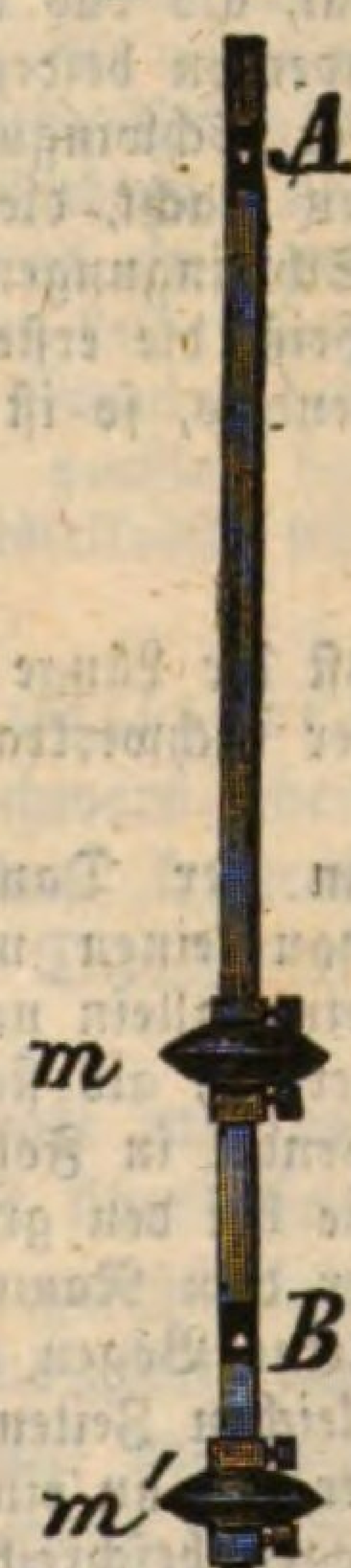
Demnach ist die Schwingungsaxe zwischen m und m′ 520 Linien von A entfernt. Es sei AB = 520 Linien, und man bringe in B eine Schneide an, die man nach der Umkehrung des Pendels zur Aufhängaxe macht, so ist, wenn l′ dann die reducirte Länge des Pendels bedeutet

$$m\,B = A\,B - A\,m = 120, \text{ und}$$
$$m'B = A\,m' - A\,B = 80,$$

$$\text{folglich } l' = \frac{(120)^2 + (80)^2}{120 - 80} = 520 \text{ L.}$$

also ist die vorige Drehungsaxe A wirklich die Schwingungsaxe. Da jedoch der Holzstab nicht als gewichtlos betrachtet werden kann, so wird der Schwingungsmittelpunkt nur sehr nahe bei B liegen aber immer so, daß wenn B zur Axe genommen wird, die Aenderung in der Schwingungsdauer unmerklich wird; die Uebereinstimmung in der Schwingungsdauer wird desto genauer, je geringer die Masse des Holzstabes und je geringer die Höhe der Linsen ist.

Fig. 120.



Auf dem eben bewiesenen Satze beruht das Reversionspendel, das zuerst von Bohnenberger in Vorschlag gebracht, aber von Kater in England der jedoch den Vorschlag nicht kannte, zuerst zur Ermittelung der genauen Länge eines Sekundenpendels in Anwendung gebracht wurde. Gegen die Enden eines möglichst

gleichförmig gearbeiteten Metallstabes von der Form der Fig. 121. in A und B sind zwei stählerne Schneiden angebracht, die als Aufhängeaxen zu dienen haben, und die in der Art befestiget sind, daß beide bei ruhiger Lage des Pendels horizontal und in der nämlichen vertikalen Ebene sich befinden; ihr Abstand von einander wird mit der größten Schärfe bestimmt und bleibt unverändert. Außerdem ist noch ein Gewicht m an dem Metallstabe so festgemacht, daß es seine Lage nicht ändern kann, und nebst ihm ein zweites m', das längs dem Stabe verschoben und in jeder Lage durch eine Druckschraube befestigt werden kann. Das ganze Pendel hat ein Gewicht von etwa 42 Pfund. Nachdem man das Pendel an der Schneide A hat schwingen lassen, kehrt man es um, hängt es an der Schneide B auf, und sucht mittelst Verschiebung des Laufgewichtes m' diejenige Stellung zu finden, in welcher es befestigt werden muß, damit die Schwingungen des Pendels in beiden Lagen gleiche Dauer haben; hat man dies ermittelt, so ist die Entfernung AB die reducirte Länge des Pendels, oder die Länge des einfachen, welches mit ihm isochronisch schwingt. Es sei l diese Länge. — Nun vergleicht man den Gang des Reversionspendels mit dem Gange des Pendels einer Secundenuhr, indem man sie so hinter einander aufhängt, daß sie einander in der vertikalen Lage decken, jedoch entfernt genug von einander sich befinden, damit nicht etwa die Schläge der Uhr auf das Reversionspendel störend einwirken können; man läßt beide zugleich die Schwingung nach derselben Richtung beginnen; schwingen sie isochron, so werden sie sich bei jeder Schwingung in der vertikalen Lage decken; ist die Schwingungsdauer ungleich, so decken sie sich in der vertikalen Lage nur dann, wenn das eine Pendel um eine Schwingung mehr gemacht hat, als das andere. Man beobachtet zwei auf einander folgende Coincidenzen beider Pendel in ihrer vertikalen Lage, und zählt die Anzahl der Schwingungen, die das Reversionspendel zwischen zwei Coincidenzen macht, die Secundenuhr gibt die Zeit und damit die Anzahl der Schwingungen die das Secundenpendel der Uhr in dieser Zeit macht. Heißt die erstere Anzahl n, die letztere N und L die Länge des Secundenpendels, so ist nach dem früher Gesagten

Fig. 121.



$$N^2 : n^2 = l : L, \text{ mithin } L = \frac{n^2 l}{N^2}.$$

Ist die Länge des Secundenpendels für einen Ort bekannt, so findet man die Stärke der Schwerkraft für diesen Ort nach der Formel

$$g = \pi^2 L. = 9.869\ L.$$

In der Dauer der einzelnen Schwingungen eines gewöhnlichen Pendels beobachtet man keinen merklichen Unterschied, mögen die durchlaufenen Bögen verschieden groß sein; allein nach längerer Zeit stellt sich doch eine andere Anzahl der Schwingungen heraus, als sie wäre, wenn die Schwingungsdauer bei den kleineren Bögen, die das Pendel in Folge der Bewegungshindernisse nach und nach beschreibt, dieselbe wäre, wie die bei den größeren im Anfange der Bewegung durchlaufenen Bögen. Nur die unter dem Namen Cycloide bekannte krumme Linie hat die Eigenschaft, daß große und kleine Bögen derselben von Körpern, die sich kraft der Schwere in ihnen bewegen in gleichen Zeiten zurückgelegt werden und daß der Endpunkt eines biegsamen Streifens, der sich an einen Cycloidalbogen anlegt, oder von ihm sich abwickelt, einen Cycloidalbogen beschreibt.

Huyghens wandte zuerst das Pendel als Regulator bei den Uhren an, wodurch erst eine genaue Zeitmessung möglich wurde; er construirte die Pendel auch in der Art, daß ein oben angebrachter vollkommen biegsamer aber undehnbarer Streifen zwischen zwei Bögen einer Cycloide hin und her ging, wodurch erzielt wurde, daß auch die Schwingungsbögen des Pendels Cycloidalbögen, daher die Schwingungen genau isochron waren. In der neueren Zeit erfand man Hemmungen, welche bewirken, daß das Pendel, welches damit versehen ist, sehr kleine Kreisbögen beschreibt, wodurch die Cycloidalbögen entbehrlich wurden.

Huyghens glaubte noch, daß ein Pendel an allen Orten gleich schnell schwingen müsse, was Newton bestritt. Der Astronom Richer fand (1672) zuerst, daß ein Pendel, das in Paris Secunden schlug, in Cayenne um $\frac{5}{4}$ Par. Linien verkürzt werden mußte, um für diesen Ort ein Secundenpendel zu sein. Ein Pariser Secundenpendel macht zu St. Thomas in der Nähe des Aequators in 24 Stunden 120 Schwingungen weniger, und auf Spitzbergen 90 Schwingungen mehr, als in Paris. Die Länge l des Secundenpendels in Pariser Linien unter der Breite φ und im leeren Raume wird durch folgende aus vielen sorgfältigen Beobachtungen abgeleitete Formel genügend gegeben:

$$l = 439.207 + 2.3862 \sin.^2 \varphi,$$

Bouguer fand die Abnahme der Schwere mit der Entfernung vom Mittelpunkte vollkommen bestätigt; denn er fand in Peru die Länge des Secundenpendels an der Meeresfläche $= 439._{21}$ Par. Linien in einer Höhe von 2434 Toisen nur $= 438._{69}$ Par. Linien groß. In der neueren Zeit hat Bessel durch sehr genaue Versuche nachgewiesen, daß die Beschaffenheit des Stoffes aus dem das Pendel besteht, auf die Schwingungsdauer ohne Einfluß ist, und daß daher die Schwere von der materiellen Beschaffenheit der angezogenen Körper unabhängig ist.

Bouguer fand an den Abhängen des Chimborasso, und Maskelyne am Fuße der Schehallien in Schottland, daß das Bleiloth durch die Anziehung der Gebirgsmassen von seiner vertikalen Lage abgelenkt werde. Maskelyne suchte aus der Größe dieser Ablenkung das Verhältniß der Masse der ganzen Erde abzuleiten und hieraus die mittlere Dichte der Erde zu finden; er fand sie 4.56mal größer als die Dichte des Wassers.

Nach den Untersuchungen der Gebrüder Weber finden die Gesetze der Pendelbewegung beim Gange des Menschen eine eigenthümliche Anwendung. Wenn nämlich ein Bein nicht ruht, so schwingt es wie ein Pendel; tritt man z. B. mit dem linken Fuße aus, so bringt man auch den Leib, und mit ihm auch beide Schenkelköpfe vorwärts, dadurch kommt das rechte Bein aus der vertikalen Richtung, und muß wie ein Pendel herabfallen und nach vorwärts sich bewegen, sobald es ein wenig gehoben wird, so daß beim Auftreten mit dem rechten Fuße abermals der Leib sammt den Schenkelköpfen vorwärts und das linke Bein rückwärts zu liegen kommt; hebt man letzteres ein wenig, so schwingt es nach vorwärts, wie vorhin das rechte Bein. Durch diese Pendelbewegung der Beine werden die Muskelkräfte sehr unterstützt.

§. 101. Bewegung geworfener Körper im luftleeren Raume. Der Körper, den man wirft, und hierauf seiner Schwere überläßt, heißt das Projektil; beschreibt dessen Schwerpunkt eine krumme Linie, so heißt diese die Wurflinie oder Trajektorie. Die Wurfkraft kann in verschiedenen Richtungen wirken.

1. Wird ein Körper durch eine momentan einwirkende Kraft mit der Geschwindigkeit c vertical aufwärts geworfen und dann sich selbst überlassen, so wird seine Größe der Bewegung durch die gerade entgegengesetzt wirkende Schwerkraft continuirlich vermindert, daher die Geschwindigkeit, mit der er sich erhebt, immer kleiner und endlich Null werden, worauf der Körper zu steigen aufhört und den Fall nach abwärts beginnt. Heißt v die Geschwindigkeit, die er nach Verlauf der Zeit t besitzt, und s der Weg, den er während dieser Zeit durchlauft, so ist

$$v = c - gt \ (1) \text{ und } s = ct - \frac{gt^2}{2} \ (2).$$

Die Dauer des Steigens ergibt sich aus der Gleichung

$$v = o, \text{ mithin } c = gt, \text{ und } t = \frac{c}{g}.$$

Wird die Dauer des Steigens in der Gleichung (2) gesetzt, so erhält man für die Höhe h, zu der sich der Körper erhebt, den Ausdruck

$$h = \frac{c^2}{2g}.$$

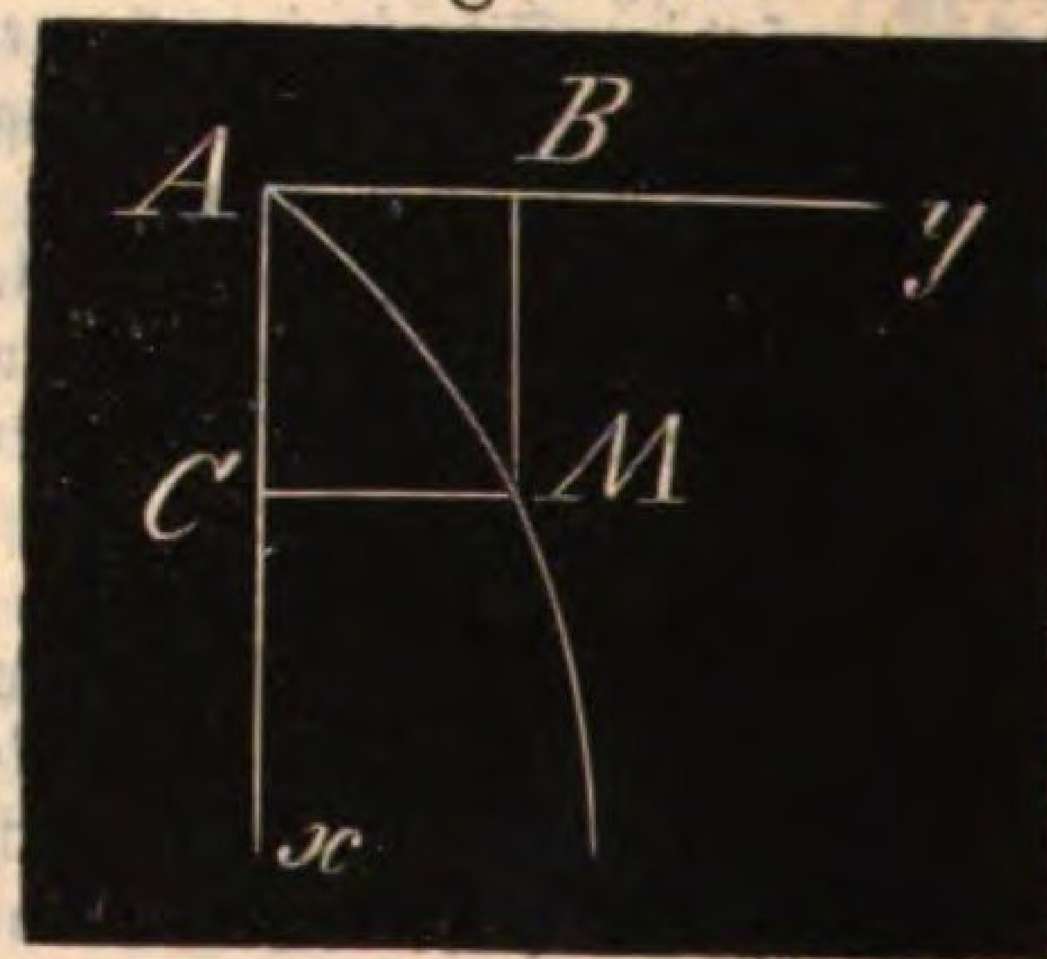
Heißt c′ die Endgeschwindigkeit, die er beim Herabfallen von der Höhe h erlangt, so ist

$$c' = \sqrt{2gh}, \text{ mithin } h = \frac{c'^2}{2g}, \text{ und } c = c',$$

d. h. er kommt an dem Orte des Wurfes mit der nämlichen Geschwindigkeit an, mit der er zu steigen begann.

2. Wird ein Körper horizontal in der Richtung A y Fig. 122 geworfen, und ertheilt ihm die Wurfkraft die Geschwindigkeit c während ihn die Schwerkraft beständig vertical abwärts zieht; so wird der Körper von zwei Kräften bewegt, deren Richtungen einen rechten Winkel einschließen, die daher gegenseitig sich weder verstärken noch schwächen, so daß das Bewegliche in der Richtung der Wurfkraft während der Zeit t den Weg = c t, und in der Richtung der Schwere den Weg $\frac{g\,t^2}{2}$ zurücklegt, wie wenn jede Kraft für sich allein das Bewegliche getrieben hätte; dabei bleibt das Bewegliche beständig in der nämlichen Ebene, nämlich in der Ebene x A y. Schneiden wir von A x ein Stück AC $= \frac{g\,t^2}{2}$, und von A y das Stück AB = c t, construiren das Parallelogramm ABCM, so gibt der Endpunkt M den Ort des Beweglichen nach Verlauf der Zeit t an. Nehmen wir A zum Anfangspunkte der rechtwinkeligen Coordinaten des Punktes M, setzen AC = x und AB = MC = y; so erhält man

Fig. 122.



$$x = \frac{g\,t^2}{2},\ y = c\ t, \text{ mithin } y^2 = c^2\ t^2,$$

und eliminirt man t, um eine Gleichung zwischen x und y für jeden Zeitpunkt zu erhalten; so ergibt sich

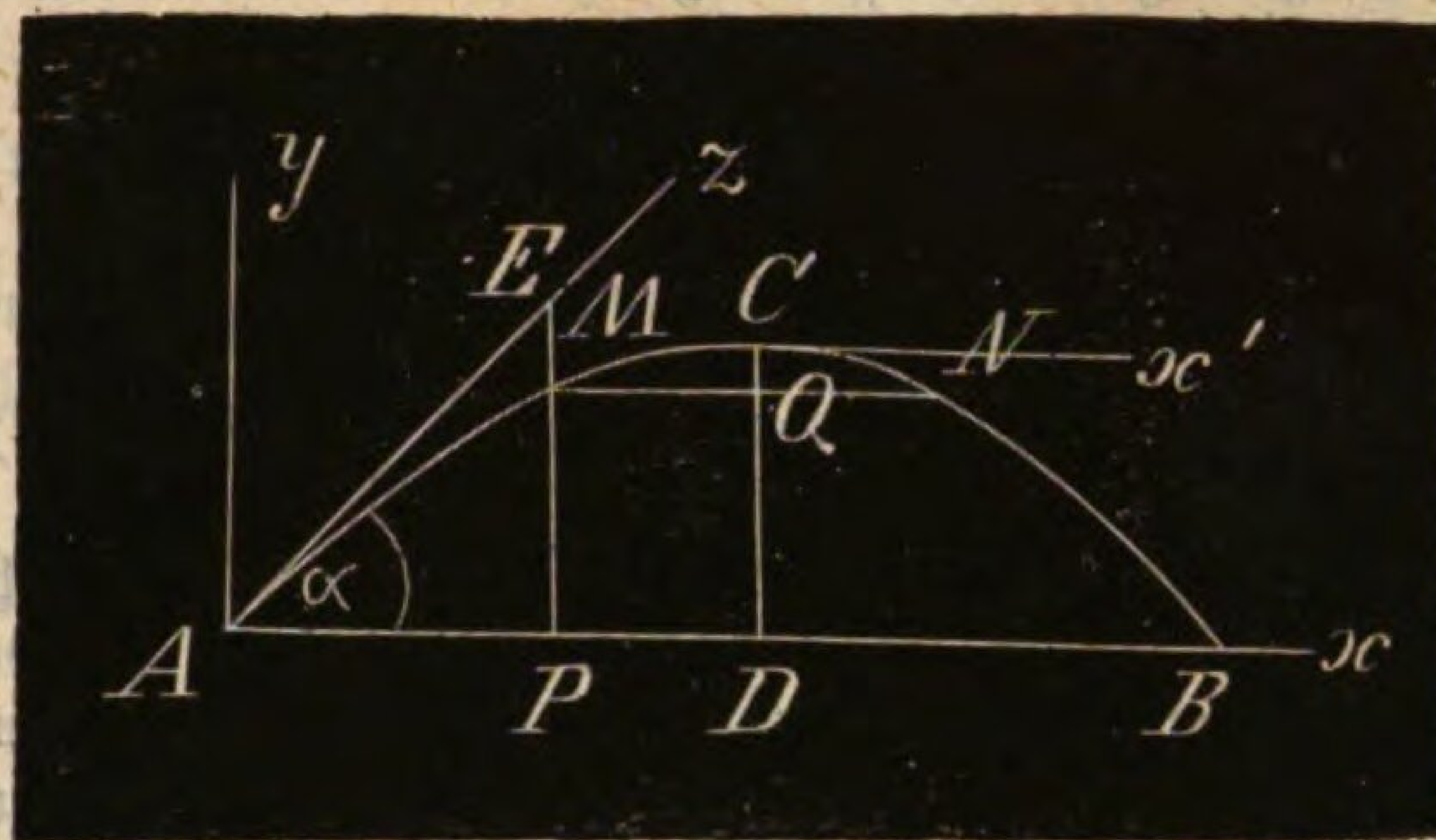
$$y^2 = \frac{2\,c^2}{y} \cdot x \ (3);$$

dieß ist die Gleichung einer Parabel, deren Scheitelpunkt A ist, und die den Ausdruck $\frac{2\,c^2}{g}$ zum Parameter hat; sie nähert sich desto mehr einer geraden Linie, je größer die Wurfgeschwindigkeit ist.

3. a) Um die Bewegungsgesetze für den Fall zu finden, wo das Bewegliche m in der schiefen Richtung A z mit der Geschwindigkeit c geworfen

wird, bezeichnen wir mit α Fig. 123. den Winkel zAx, den die Richtung des Wurfes mit dem Horizonte Ax einschließt, und den man den Elevationswinkel des Wurfes nennt; ziehen die verticale Ordinatenare Ay, zerlegen die Wurfkraft in eine

Fig. 123.



horizontale Componente $m c \cos \alpha$ und in eine verticale $m c \sin \alpha$, und beachten, daß die horizontale Componente durch die Schwerkraft ungeändert bleibt, die verticale dagegen beständig vermindert wird; so erhält man für die Geschwindigkeit, die das Bewegliche nach Verlauf der Zeit t in verticaler Richtung besitzt, mit der es sich in die Höhe erhebt, die Gleichung: $v = c \sin \alpha - g t$ (4).

Das Bewegliche schreitet daher vermöge der horizontalen Componente in der Richtung Ax beständig fort, entfernt sich aber auch vermöge der verticalen Componente gleichzeitig vom Horizonte Ax, jedoch mit abnehmenmender Geschwindigkeit, so daß ein Zeitpunkt eintritt, wo diese Geschwindigkeit Null wird, und das Projectil sich wieder vermöge der Schwere dem Horizonte zu nähern beginnt. Der Wendepunkt C ist offenbar der höchste Punkt der Bahn, die das Bewegliche durchläuft und seine Entfernung CD vom Horizonte heißt die Wurfhöhe; die Zeit vom Anfange der Bewegung bis zum Wendepunkte ergibt sich aus der Gleichung (4), wenn darin $v = o$ gesetzt wird; heißt man diese Zeit t', so ist

$$t' = \frac{c}{g} \sin \alpha \ (5).$$

Im Punkte C wirkt auf das Projectil die horizontale Componente dergestalt, daß es in der Richtung Cx′ fortfliegen müßte, wenn die Schwerkraft zu wirken aufhörte; da aber letztere das Bewegliche beständig vertikal nach abwärts zieht, so sind von C an die nämlichen Kräfte wirksam, wie beim horizontalen Wurfe, daher ist die Bahn, die das Bewegliche nun beschreibt, sicher eine Parabel, die in C ihren Scheitel hat. Heißt v' die Geschwindigkeit, die das Bewegliche in der Zeit T nach der Wendung in C durch die Schwere erlangt, so ist $v' = gT$.

Suchen wir die Geschwindigkeit v, die es in der Zeit $t' - T$ besaß, so erhält man aus (4)

$$v = c \sin \alpha - g(t' - T) = gT;$$

mithin ist $v = v'$ d. h. die vertikalen Geschwindigkeiten des Projektils in den gleichweit von t' abstehenden Zeitpunkten sind einander gleich; somit ist auch die Geschwindigkeit, mit welcher das Projektil in vertikaler Richtung am Horizonte ankommt gleich der vertikalen Componente der Wurfkraft.

b) Es sei M ein Punkt der Bahn, zu dem das Bewegliche in der Zeit t

gelangt, und dessen Lage durch die Coordinaten MP = y und AP = x bestimmt wird; so ist

$$y = c\,t \sin\alpha - \frac{g\,t^2}{2} \text{ und } x = c\,t \cos.\alpha.$$

Hieraus ist ersichtlich, daß y = o ist, wenn t = o und auch wenn $c \sin\alpha = \frac{g\,t}{2}$ und $t = \frac{2\,c}{g} \sin.\alpha$ (6) ist; demnach kommt das Bewegliche nach Verlauf der durch die Gleichung (6) ausgedrückten Zeit wieder am Horizonte z. B. in B an; diese Zeit, welche wir die Dauer der Bewegung nennen wollen, ist offenbar noch einmal so groß als t', mithin braucht das Bewegliche genau so viel Zeit um vom Wendepunkte den Parabelbogen CB zu beschreiben, wieviel Zeit es beim Steigen bis zum Punkte C gebraucht hat. Die gerade Linie AB zwischen dem Orte A, wo das Projektil sich zu bewegen begann und dem, wo es die Horizontale Ax trifft, heißt man die Wurfweite; man findet ihre Größe, wenn man in dem Werthe für x anstatt t die ganze Dauer der Bewegung aus (6) substituirt; es ist dann

$$AB = \frac{2c^2}{g} \sin.\alpha \cos.\alpha = \frac{c^2}{g} \sin.(2\alpha) \;(7).$$

Da für 2α = 90°, mithin α = 45° der Sinus am größten ist, so wird ersichtlich, daß die Wurfsweite bei der Elevation von 45° den größten Werth erreicht, vorausgesetzt, daß keine Hindernisse entgegen wirken.

Ist α = 45° — β, oder α = 45° + β, so ist

im ersten Falle $AB = \frac{2c^2}{g} \cos.\,2\beta$, und

„ zweiten Falle $AB = \frac{2c^2}{g} \cos.\,2\beta$,

mithin ist die Wurfsweite bei Elevationen, die sich zu 90° ergänzen, die nämliche.

Ist die Wurfweite w gegeben, so findet man aus (7) die ihr entsprechende Elevation; es ist

$$w = \frac{c}{g^2} \sin.\,2\alpha, \text{ mithin}$$

$$\sin.\,2\alpha = \frac{g\,w}{c^2}.$$

Ist $c^2 < g\,w$, so ist der Wurf unmöglich.

c) Setzt man in der Gleichung für y anstatt t die halbe Dauer der Bewegung, so übergeht y in CD, und es wird

$$CD = \frac{c^2}{g} \sin.^2\alpha - \frac{g}{2} \cdot \frac{c^2}{g^2} \sin.^2\alpha = \frac{c^2 \sin.^2\alpha}{2g} \;(8),$$

woraus zu ersehen ist, das die Höhe des Wurfes mit der Größe des Elevationswinkels zunimmt, und für α = 90° am größten wird.

Substituirt man in der Gleichung für x die halbe Bewegungsdauer, so ist dann

$$x = \frac{c^2}{g} \sin. \alpha \cos. \alpha.$$

mithin halb so groß, als die Wurfweite, so daß

$$AD = \frac{AB}{2} \text{ ist.}$$

Setzt man in der Gleichung für y anstatt t, einmal t′ — T, und das andere Mal t′ + T, nennt die sich ergebenden Werthe y′ und y″, so ergibt sich

$$y' = c\,(t' - T) \sin. \alpha - \frac{g}{2} (t' - T)^2$$

$$y'' = c\,(t' + T) \sin. \alpha - \frac{g}{2} (t' + T)^2;$$

berücksichtigt man nach Entwicklung der Ausdrücke, daß $c\,T \sin. \alpha = g\,t'\,T$, so findet man $y = y'$ d. h. die Ordinaten der Wurflinie, die den von t′ gleich weit entfernten Zeitpunkten entsprechen sind einander gleich; mithin muß der Bogen AMC genau gleich sein dem Bogen CNB, und die ganze Bahn ist eine Parabel, deren Axe die Wurfshöhe CD ist.

Um die Gleichung der Bahn zu finden, sucht man t aus der Gleichung für x, und eliminirt es aus der Gleichung für y; man erhält

$$y = x \text{ tang } \alpha - \frac{g}{2\,c^2 \cos.^2 \alpha} \,.\, x^2;$$

für $x = AD$ übergeht y in CD, und es ist

$$CD = AD. \text{tang}\,\alpha - \frac{g}{2\,c^2 \cos.^2 \alpha}\; AD^2 \quad (9)$$

Nimmt man CD zur Abscissenaxe, und setzt $CQ = x'$, $MQ = y'$, so ist $y = CD - x'$, und $x = AD - y'$; mithin

$$CD - x' = (AD - y') \text{ tang } \alpha - \frac{g}{2\,c^2 \cos.^2 \alpha} (AD^2 - 2\,AD.\,y' + y'^2);$$

mit Berücksichtigung der Gleichung (9) und nach Hinwegschaffung des Nenners $2\,c^2 \cos.^2 \alpha$ erhält man

$$-\,2\,c^2 \cos.^2 \alpha.\; x' = -\,2\,c^2 \sin.\alpha \cos.\alpha.\, y' + 2\,AD.\; g\,y' - g\,y'^2;$$

da $AD = \frac{c^2}{g} \sin. \alpha \cos. \alpha$, so bleibt

$$g\,y'^2 = 2\,c^2 \cos.^2 \alpha.\; x', \text{ und}$$

$$y'^2 = \frac{2\,c^2}{g} \cos.^2 \alpha.\; x' \quad (10)$$

dieß ist offenbar die Gleichung einer Parabel, deren Scheitelpunkt der Anfangspunkt C der Coordinaten x′, y′ und deren Parameter $\frac{2\,c^2}{g} \cos.^2 \alpha$ ist.

Soll durch das Projectil beim Niederfallen eine bedeutende Zerstörung bewirkt werden, so muß die Größe der Bewegung, mit der es auffällt, möglichst groß sein; diese ist aber $= m\,c \sin. \alpha$, folglich muß die Masse und die Wurfsgeschwindigkeit des Projetils und auch der Elevationswinkel möglichst groß sein.

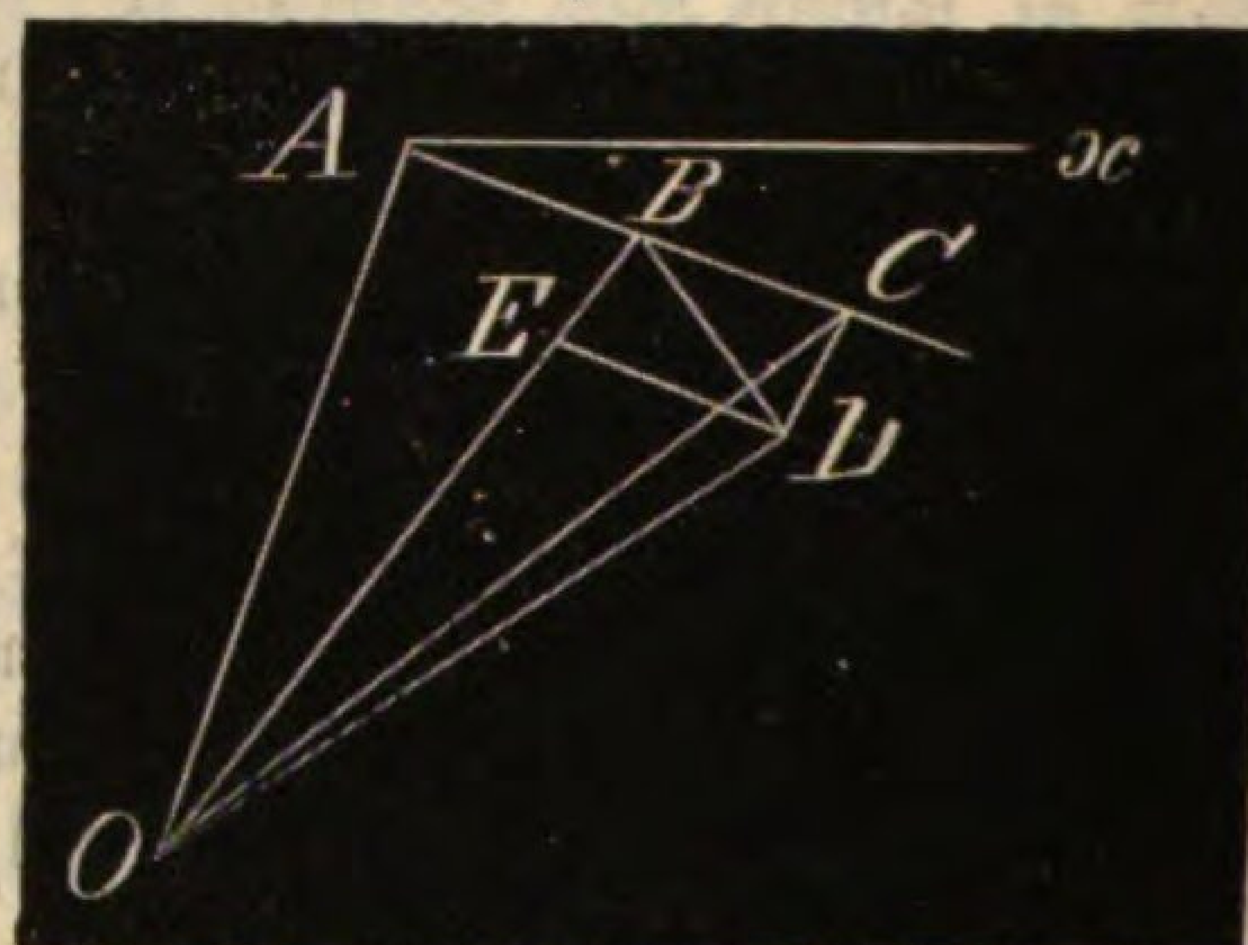
Aus dem Gesaglen ist ersichtlich, daß die Wurflinie nicht mehr eine Parabel sein könnte, wenn die Wurfgeschwindigkeit so groß wäre, daß die Richtungen der Schwerkraft an den verschiedenen Stellen der Bahn nicht mehr sämmtlich als parallel betrachtet werden könnten.

Der Luftwiderstand bringt bedeutende Veränderungen der theoretischen Resultate hervor, indem er bewirkt, daß die horizontale Componente beständig vermindert.

und daher die Bewegung in horizontaler Richtung nicht gleichförmig sondern verzögert wird; eben so wird die Bewegung in vertikaler Richtung durch den Luftwiderstand verändert, weshalb die Trajectorie, welche das Projectil wirklich beschreibt von der Parabel bedeutend abweicht; der aufsteigende Ast ist nämlich weit länger als der absteigende; letzterer convergirt gegen eine vertikale Assymptote, weil die horizontale Geschwindigkeit immer kleiner und daher die vertikale immer mehr vorherrschend wird.

Centralbewegung.

Fig. 124.



§. 102. 1. Es sei O Fig. 124. der Sitz der Centripetalkraft, AB ein kleiner in einem sehr kleinen Zeittheilchen τ beschriebener Bogen, der sich desto mehr einer geraden Linie nähert, je kleiner τ gedacht wird; kommt das Bewegliche in B an, so strebt es vermöge seiner Trägheit die Bewegung in der Verlängerung von AB fortzusetzen, und im folgenden Zeittheilchen τ den Weg BC = AB zurückzulegen; es wird aber durch die continuirliche Centripetalkraft nach O gezogen, und daher von der Richtung BC abgelenkt. Ist BE der Weg, den das Bewegliche vermöge des Zuges nach O in der Zeit τ zurücklegen würde, so ist die Diagonale BD des Parallelograms BECD der Weg, welchen das Bewegliche in dem zweiten Zeittheilchen wirklich durchläuft, und man kann leicht beweisen, daß die Fläche ABO gleich ist der Fläche BOD, denn diese Flächen können sammt der Fläche BOC als Dreiecke betrachtet werden; nun ist:

$$AOB = BOC, \text{ weil } AB = BC,$$

und die von O auf AC gefällte Senkrechte die gemeinschaftliche Höhe ist. Ferner ist BOC = BOD weil sie dieselbe Grundlinie BO haben und ihre Scheitel in der Geraden CD liegen, die zu BO parallel ist; folglich ist auch

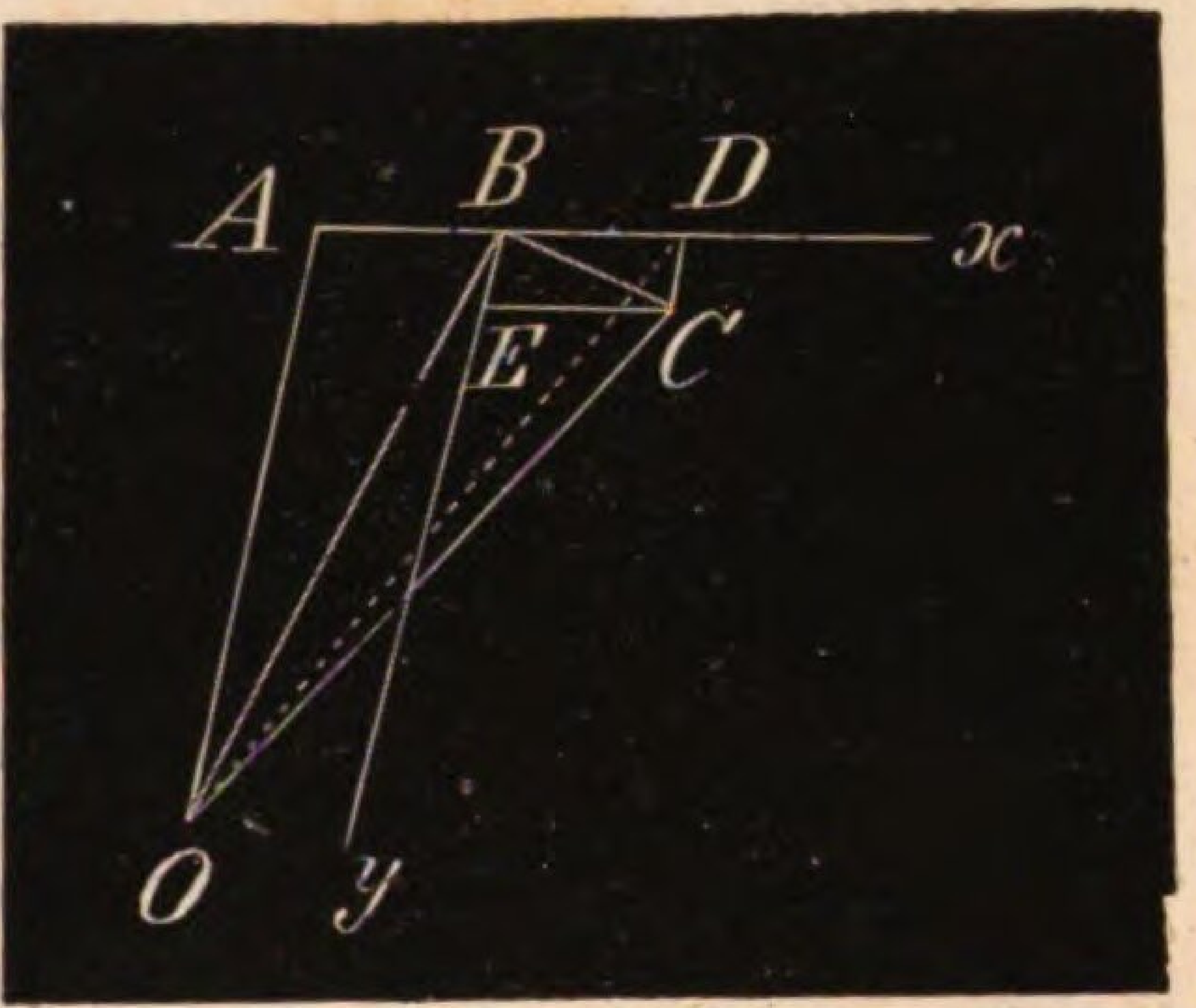
$$AOB = BOD$$

d. h. die in gleichen aufeinander folgenden Zeittheilchen vom Radiusvector durchstrichenen Dreiecke sind einander gleich.

2. Ist F ein Sector, der vom Radiusvector in der Zeit t durchstrichen wird; so denkt man sich t in n gleiche Theile getheilt, und n so groß genommen, daß $\frac{t}{n} = \tau$ d. i. gleich einem unendlich kleinen Zeittheilchen wird; da nun die in den aufeinander folgenden Zeittheilchen, deren jedes gleich τ ist, vom Radiusvector durchstrichenen Flächen einander gleich sind; so ist, wenn wir mit f eine solche Fläche bezeichnen, F = n f. Die Größe f hat für jedes Zeittheilchen τ den nämlichen Werth, somit sind auch alle Sectoren, die in gleichviel solchen Zeittheilchen τ d. i. in der nämlichen Zeit vom Radiusvector durchstrichen werden, an Flächeninhalt einander gleich. Aber auch umgekehrt, gibt es bei einer Bewegung in einer krum-

men Linie auf der concaven Seite derselben einen Punkt O Fig. 125. von der Beschaffenheit, daß die von ihm zu dem Beweglichem gezogenen Radienvectoren in beliebig gleichen Zeiten gleiche Flächenräume zurücklegen; so ist die Bewegung einer Centralbewegung, d. h. die Kraft, welche die Richtung des beweglichen Massentheilchens ununterbrochen ändert, zieht dasselbe beständig zu diesem Punkte O hin. Denn sind AB und BC zwei in den aufeinander folgenden gleichen Zeittheilchen τ beschriebene unendlich kleine Bögen der krummen Bahn des Beweglichen, so hat dieses im Punkte B eine Ablenkung von der geradlinigen Richtung A x, in der es zu beharren strebt, durch eine Kraft P, die z. B. nach der Richtung B y wirkt, erfahren, indem es im zweiten Zeittheilchen τ den Weg BC zurücklegt; da der Weg BC in Folge des Zusammenwirkens der Kraft P und des aus der Trägheit hervorgehenden Bestrebens, die Richtung B x zu behalten, hervorgeht; so brauchen wir nur von C die CD parallel zu C y und CE parallel zu BD zu ziehen, und die Seite BD des so entstandenen Parallelogramms wird den Weg angeben, welchen das Bewegliche, wenn es der Trägheit allein folgen könnte, in der Zeit τ zurücklegen würde, und der gleich ist AB.

Fig. 125.



Nach der Voraussetzung sind die Flächenräume AOB und BOC, einander gleich, aber auch die Dreiecke AOB und BOD sind einander gleich, mithin auch

$$BOC = BOD,$$

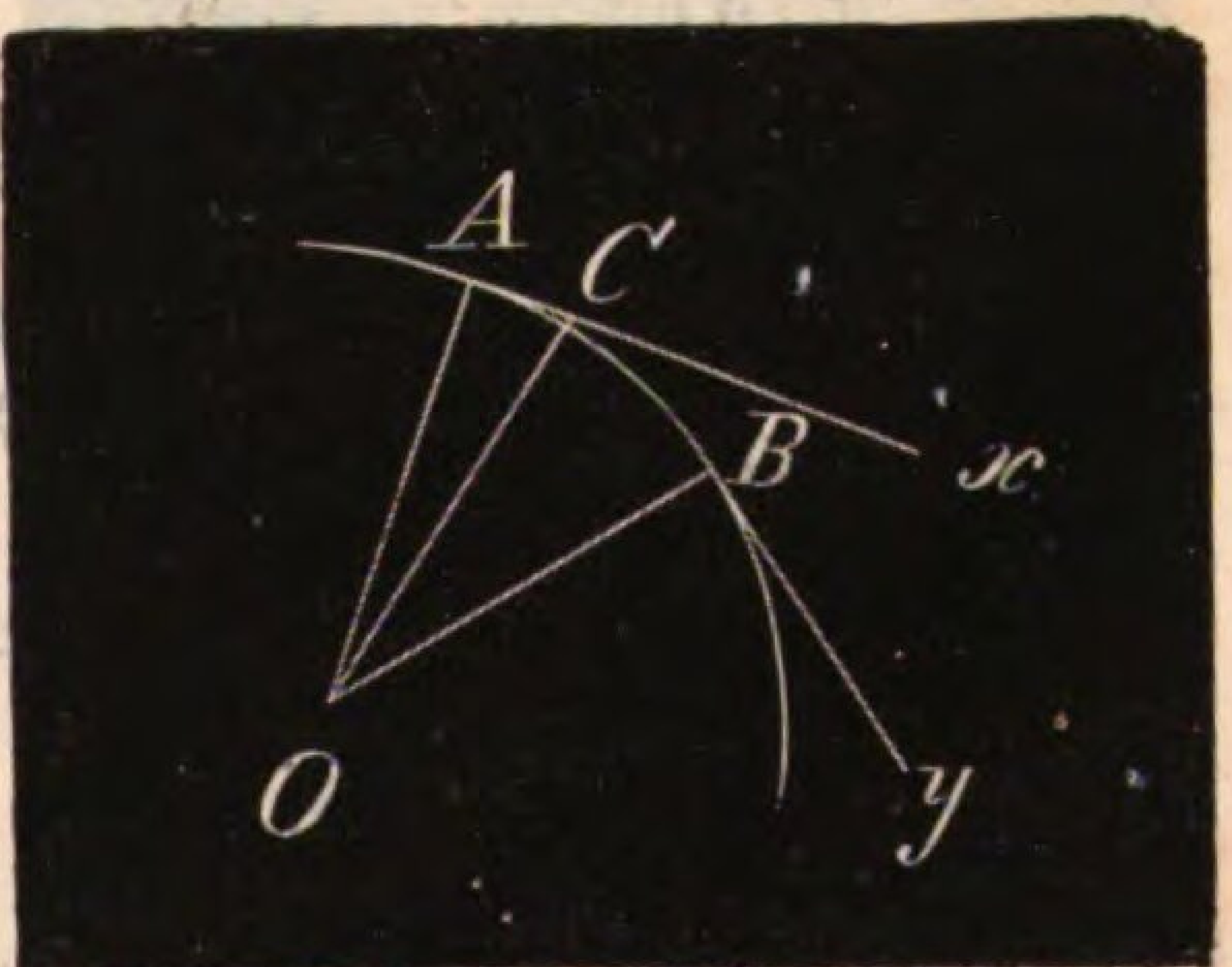
was bei diesen Dreiecken, welche die gemeinschaftliche Basis BO haben, nur dann möglich ist, wenn ihre Scheitelpunkte C und D in einer Geraden DC liegen, die zu der Basis BO parallel ist. Da nun DC auch parallel sein muß zu der Richtung der ablenkenden Kraft P, so muß diese mit der Geraden BO zusammenfallen, also der Zug der Kraft gegen den Punkt O gerichtet sein.

4. Um die Geschwindigkeit zu ermitteln, die das Bewegliche in irgend einem Punkte seiner Bahn hat, bezeichnen wir mit k denn in einer Zeiteinheit vom Radiusvector durchstrichenen Flächenraum, der eine unveränderliche Größe ist; und es sei AC Fig. 126. ein Bogen, der in dem unendlich kleinen Zeittheilchen τ mit der Geschwindigkeit v, mit welcher das Bewegliche in A ankommt, zurückgelegt wird, und daher $= v\,\tau$ ist, so hat man:

$$AOC = k\,\tau, \text{ aber auch}$$

$$AOC = v\,\tau . \frac{p}{2}$$

Fig. 126.



wenn p die Senkrechte bedeutet, die von O auf die mit dem Bogen AC zusammenfallende Tangente des Punktes A gefällt wird; somit ist auch

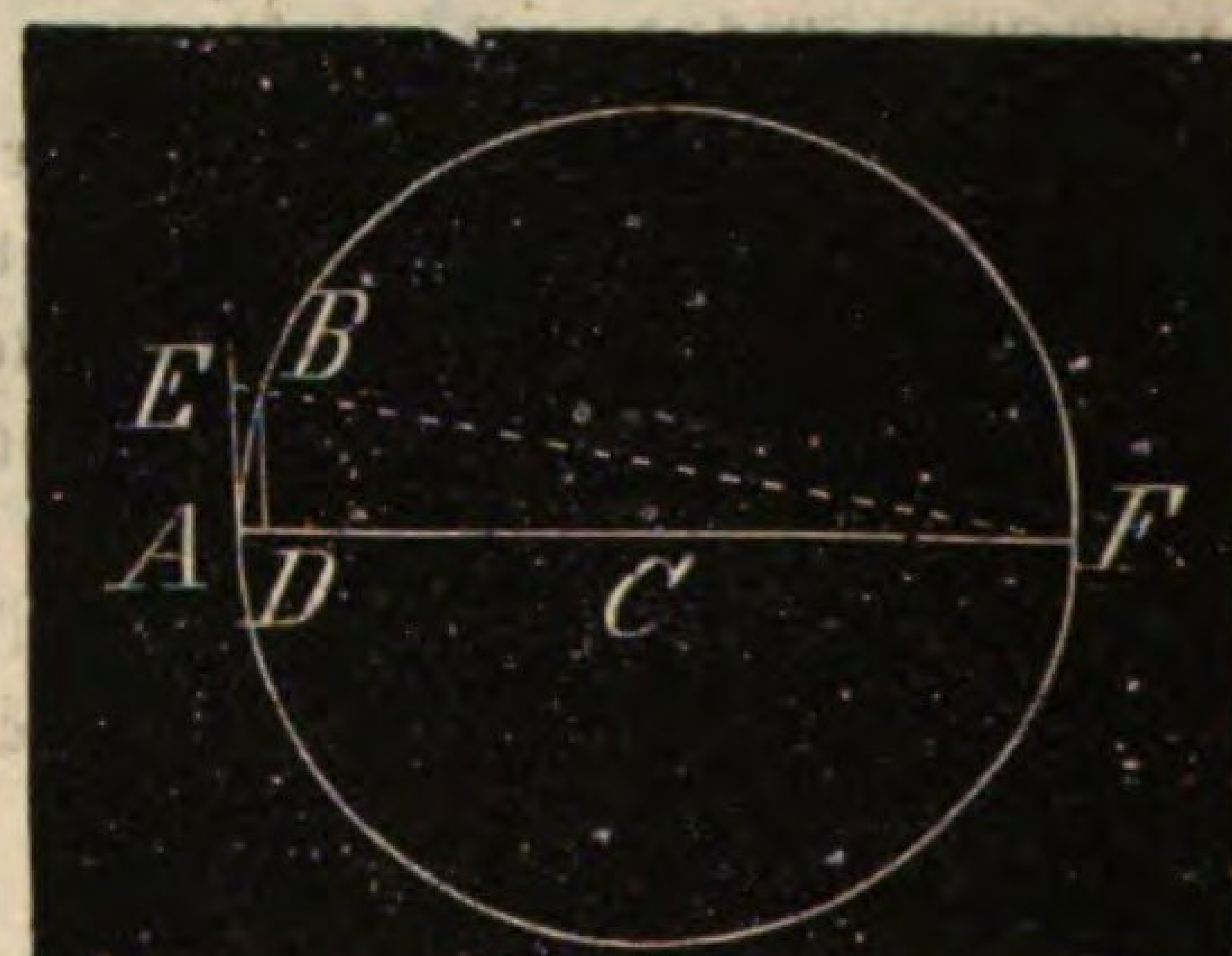
$$v\,\tau . \frac{p}{2} = k\,\tau, \text{ und } v = \frac{2\,k}{p} \quad (1)$$

d. h. die Geschwindigkeit des Beweglichen an irgend einem Punkte der krummen Bahn, ist der auf die Tangente dieses Punktes vom Mittelpunkte der Bewegung gefällten Senkrechten umgekehrt proportional.

Beschreibt das Bewegliche einen Kreis, so ist die Geschwindigkeit an allen Stellen der Bahn die nämliche; ist die Bahn eine Ellipse, und ein Brennpunkt derselben der Sitz der Centripetalkraft, so hat das Bewegliche in dem einen Endpunkte der großen Axe, welche diesem Brennpunkte am nächsten liegt, die größte, in dem andern Endpunkte die kleinste Geschwindigkeit.

5. Um die Größe der Centripetalkraft für den Fall zu finden, wo das bewegte Massentheilchen einen Kreis vom Halbmesser r beschreibt, und der Mittelpunkt C Fig. 127. der Sitz dieser Kraft ist, wollen wir annehmen, daß es in A mit der Geschwindigkeit v ankommt, und in dem unendlich kleinen Zeittheilchen τ den kleinen Bogen AB $= v\,\tau$ zurücklegt; errichten wir in A eine Tangente, fällen von B auf die Richtung der Centripetalkraft in A namentlich auf AC die Senkrechte BD, und ziehen BE parallel zu AD, so ist AE der Weg, welchen das Bewegliche vermöge der Tangentialkraft, und AD derjenige, welchen es vermöge der beschleunigenden Centripetalkraft in dem Zeittheilchen τ zurückgelegt haben würde. Heißt R das Maß dieser beschleunigenden Kraft oder die Beschleunigung, die sie zu erzeugen vermag, so ist AD $= \frac{R\,\tau^2}{2}$, und da die Sehne AB mit dem zugehörigen Bogen zusammenfällt, so hat man auch

Fig. 127.



$$AD : AB = AB : AF, \text{ somit}$$

$$AD = \frac{\widehat{AB}^2}{AF} \text{ oder } \frac{R\,\tau^2}{2} = \frac{v^2\,\tau^2}{2\,r}, \text{ folglich}$$

$$R = \frac{v^2}{r} \quad (2).$$

Nennt man t die Zeit, in welcher das Bewegliche im Kreise einen vollen Umlauf macht, und berücksichtigt, daß die Bewegung eine gleichförmige ist, so erhält man

$$2\,\pi\,r = v\,t, \text{ mithin } v = \frac{2\,\pi\,r}{t} \text{ und}$$

$$R = \frac{4\,\pi^2\,r}{t^2} \quad (3)$$

woraus folgt, daß die Centripetalkraft im geraden Verhältnisse mit dem

Halbmesser und im umgekehrten des Quadrates der Umlaufszeit wächst. Zugleich wird ersichtlich, daß die Centripetalkraft der Fliehkraft vollkommen gleich ist.

Durch höhere Rechnungen findet man für die Größe der Centripetalkraft, wenn die Bahn des beweglichen Punktes einer Ellipse, Parabel oder Hyperbel, und ein Brennpunkt der Sitz dieser Kraft ist, den Ausdruck

$$R = \frac{4k^2}{p.} \cdot \frac{1}{r^2}$$

wo k den obigen Werth hat, p den halben Parameter und r den Radiusvector bedeutet. Da für dieselbe krumme Linie k und p einen unveränderlichen Werth haben, so folgt, daß die Centripetalkraft an verschiedenen Stellen der nämlichen Kegelschnittslinie dem Quadrate des zugehörigen Radiusvectors umgekehrt proportionirt ist.

Bei der Ellipse ist $p = a (1 - e^2)$ und $b^2 = a^2 (1 - e^2)$ wo a die halbe große, b die halbe kleine Axe und e das Verhältniß der Excentricität zu a bedeutet. Ist t die Umlaufszeit für die Ellipse, so ist ihr Flächenraum $\pi\, a\, b = k\, t$, mithin auch $\pi\, a^2 \sqrt{1 - e^2} = k\, t$, und

$$R = \frac{4\pi^2\, a^3}{t^2} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

Da ein Kreis als eine Ellipse betrachtet werden kann, bei welcher die Brennpunkte zusammenfallen, und alle Radienvectoren $= a$ sind, so ist für eine kreisförmige Bahn

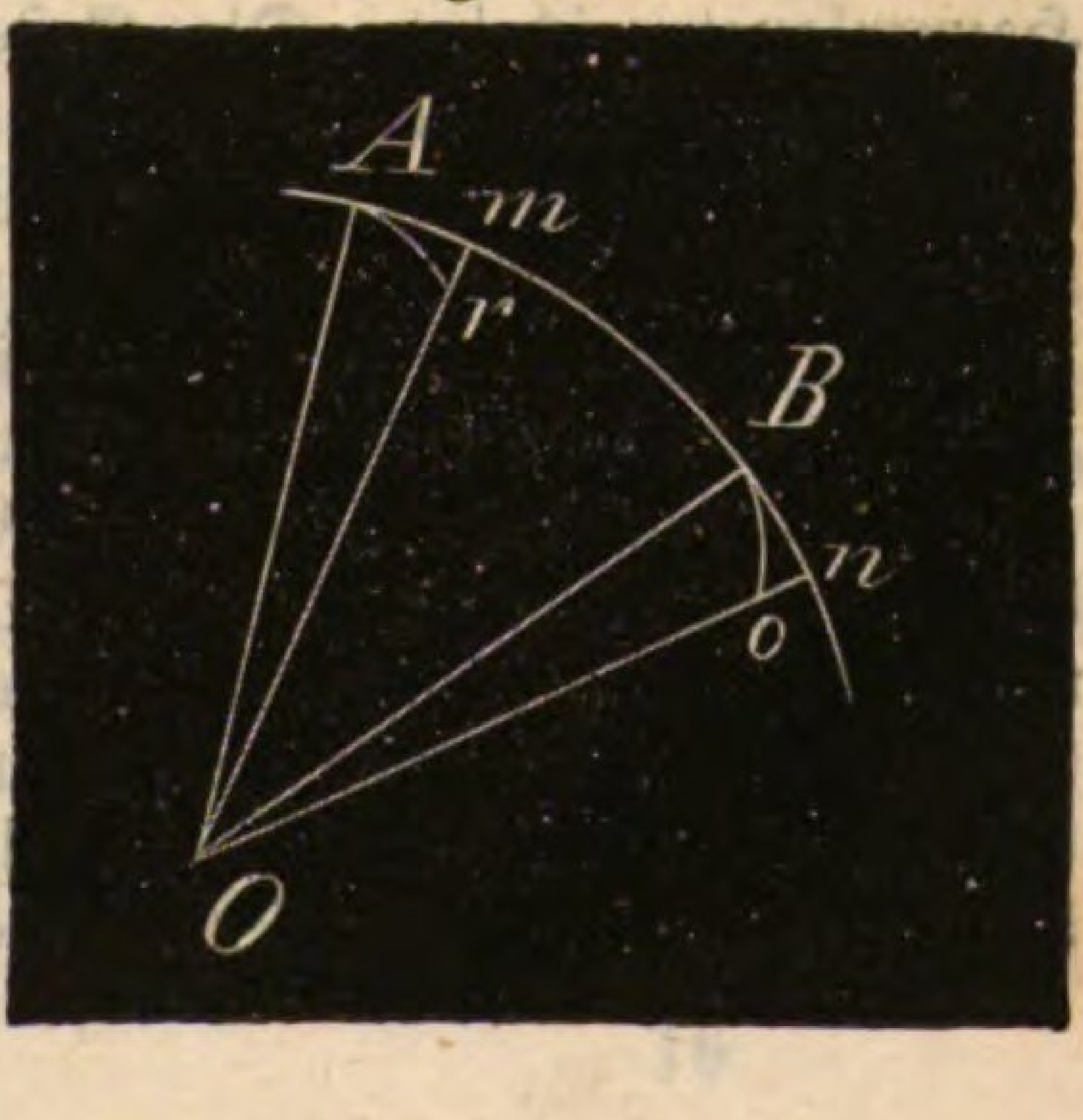
$$R = \frac{4\pi^2\, r}{t^2}$$

wie oben.

§. 103. Kepler'sche Gesetze.

1. Die jährliche Bewegung der Erde um die Sonne hat zur Folge daß die Sonne am Himmelsgewölbe mit der Geschwindigkeit der Erde sich zu bewegen scheint; wollen wir daher die Beschaffenheit der jährlichen Bewegung der Erde kennen lernen, so ist es nöthig die scheinbare jährliche Bewegung der Sonne zu beobachten. Die Beobachtungen lehren nun, daß diese Bewegung keine gleichförmige ist, ferner daß der scheinbare Durchmesser der Sonne Aenderungen erleidet, die mit der Aenderung der Geschwindigkeit im innigen Zusammenhange stehen, so zwar, daß dieser Durchmesser und die Geschwindigkeit zur nämlichen Zeit den größten und den kleinsten Werth erlangen. Sorgfältige Messungen lehren, daß die Geschwindigkeiten v und v′ an zwei wo immer gelegenen Orten der Bahn z. B. A und B, Fig. 128., sich zu einander verhalten, wie die Quadrate der an diesen Orten beobachteten scheinbaren Durchmesser der Sonne. Bezeichnet man letztere Durchmesser mit d und d′, so ist

Fig. 128.



$$v : v' = d^2 : d'^2.$$

Die Aenderungen im scheinbaren Durchmesser der Sonne sind ein Beweis, daß die Entfernung der Erde von der Sonne nicht immer dieselbe ist; der Punkt der Erdbahn, an dem sich die Erde bei ihrer kleinsten Entfernung von der Sonne befindet und mit der größten Geschwindig-

keit bewegt, nennt man das Perihelium oder Sonnennähe; den entgegengesetzt liegenden, den sie bei ihrer größten Entfernung von der Sonne einnimmt, und wo sie am langsamsten in ihrer Bahn fortschreitet, nennt man das Aphelium oder Sonnenferne. Da nun der scheinbare Durchmesser eines unter einem kleinen Gesichtswinkel sichtbaren Gegenstandes in dem Maße abnimmt, wie die Entfernung dieses Gegenstandes wächst, so ist, wenn man mit r und r′ die Entfernung der Erde in A und B von der Sonne in O bezeichnet:

$$d : d' = r' : r, \text{ mithin } v : v' = r'^2 : r^2$$
$$v\, r^2 = v'\, r'^2 \ldots$$

Die Geschwindigkeit wird durch den Winkel gemessen, unter welchem uns der in einer Secunde zurückgelegte Bogen erscheint; sind A m und B n die in A und B in einer Secunde von der Erde beschriebene Bögen, so ist $A\,O\,m = v$, und $B\,O\,n = v'$, und $A\,O = r$, $B\,O = r'$. Man kann diese Bögen als gerade Linien und daher die Sectoren A O m und B O n als Dreiecke betrachten. Setzt man $O\,m = r + \varrho$, und $O\,n = r + \varrho'$ wo ϱ und ϱ' nur unendlich kleine Größen sein können, so ist der Flächenraum

$$A\,O\,m = \frac{r}{2}(r + \varrho) \sin. v, \text{ und } B\,O\,n = \frac{r'}{2}(r' + \varrho') \sin. v'.$$

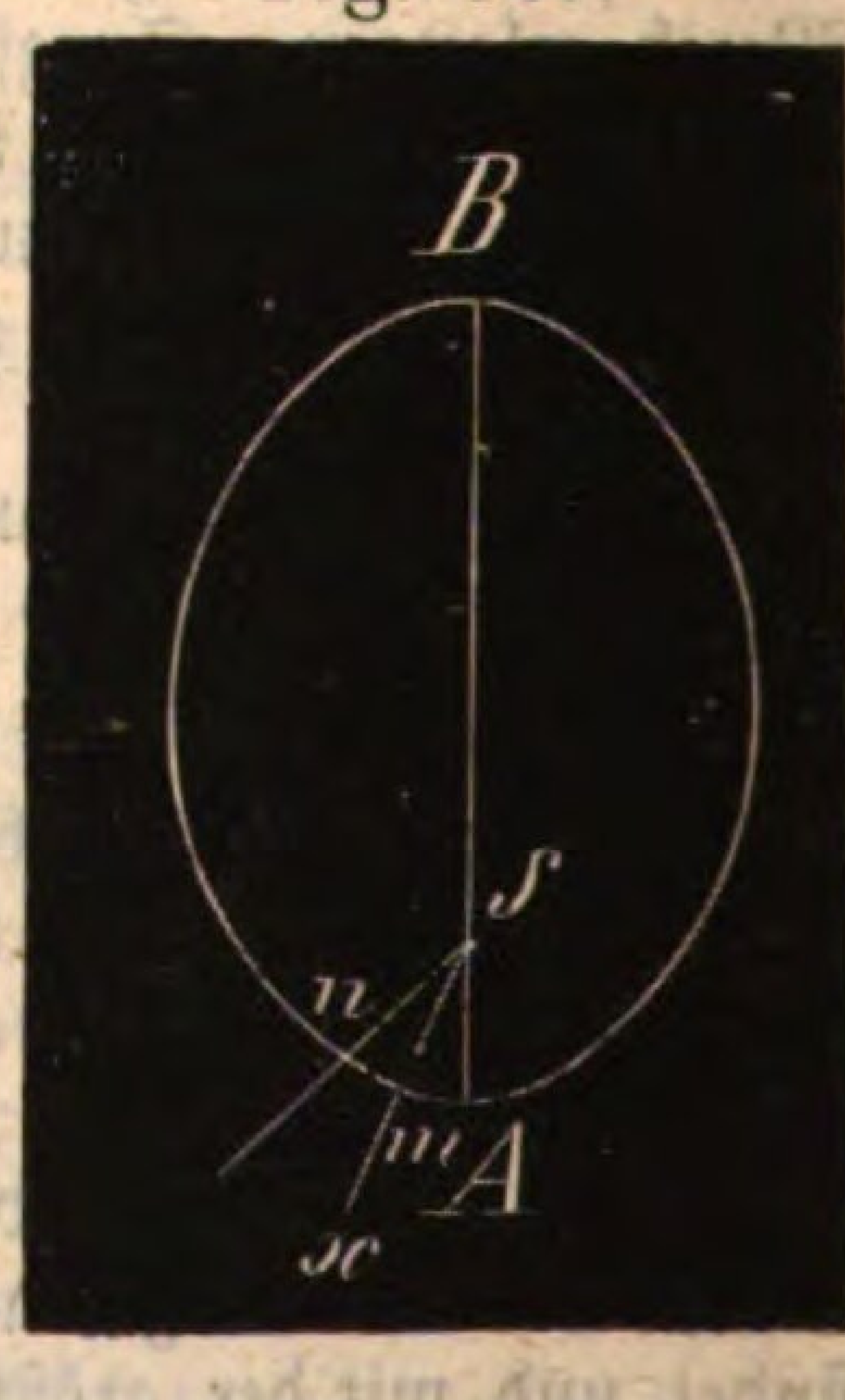
Da man $\sin. v = v$, und $\sin. v' = v'$ setzen, und ϱ so wie ϱ' rücksichtlich der bedeutenden Größen r und r′ vernachläßigen kann; so ist

$$A\,O\,m = \frac{r^2}{2}\, v, \text{ und } B\,O\,n = \frac{r'^2}{2}\, v',$$

folglich auch $A\,O\,m = B\,O\,n$ d. h. bei der Bewegung der Erde um die Sonne sind die Flächenräume, welche der vom Mittelpunkte der Sonne zum Mittelpunkte der Erde gezogene Radiusvector in gleichen Zeiten durchstreicht, einander gleich. Dieß ist das erste Kepler'sche Gesetz, welches nicht bloß die Erde, sondern alle Hauptplaneten bei ihren Bewegungen um die Sonne, und die Trabanten, bei ihren Bewegungen um die Hauptplaneten befolgen.

2 Das zweite vom Kepler entdeckte Gesetz sagt: daß die Bahnen der Planeten, Ellipsen sind, in deren einem Brennpunkte sich die Sonne befindet; ferner daß auch die Bahnen der Trabanten Ellipsen sind, in deren einem Brennpunkte der Hauptplanet erscheint. Die Gestalt der Erdbahn läßt sich auf folgende Weise ermitteln: Es sei S, Fig. 129., die Sonne, A das Perihelium; man messe den scheinbaren Durchmesser der Sonne zur Mittagszeit an dem Tage, wo die Erde in A ist, und auch am folgenden Tage, bestimme aus Beobachtungen den Bogen, den die Erde oder scheinbar die Sonne während eines Tages durchläuft, und ziehe S x so, daß der Winkel A S x eben so viele Grade Minuten und Secunden zählt, als der gefundene Bogen. Heißen d und d′ die an den zwei Tagen gemessenen Sonnendurchmesser,

Fig. 129.



und y die noch unbekannte Entfernung der Erde von der Sonne, so hat man

$$S\,A : y = d : d', \text{ und } y = \frac{d'}{d} \cdot S\,A,$$

Da es sich nur um die Gestalt der Bahn handelt, so braucht man die wahre Entfernung der Erde von der Sonne nicht zu beachten und kann S A = 1 setzen. Nun schneidet man von S x ein Stück ab, welches dem berechneten Werthe von y gleich ist, so hat man den Ort m für die Mittagszeit des folgenden Tages. Auf solche Art verfährt man Tag für Tag, oder von 5 Tagen zu 5 Tagen, so erhält man die täglichen Standorte der Erde und die krumme Linie, welche sie verbindet, gibt ein Bild der Erdbahn. Hat die Sonne von dem Zeitpunkte, wo die Erde in A war, in der Ecliptik den Bogen von 180° zurückgelegt, so hat sie auch die Hälfte ihrer Bahn durchlaufen, und befindet sich in der Sonnenferne und zwar in der Verlängerung von AS im Punkte B. Die Linie AB heißt die Afsidenlinie. Aus den in der zweiten Jahreshälfte gemachten Beobachtungen ergibt sich, daß die Gestalt der während dieser Zeit beschriebenen Bahn vollkommen gleich ist der in der ersten Hälfte durchlaufenen. Hat man die Zeichnung der Erdbahn genau entworfen, so überzeugt man sich leicht, daß sie die Gestalt einer Ellipse hat, deren große Axe die Afsidenlinie ist, und in deren einem Brennpunkte die Sonne strahlt. Halbirt man die große Axe in O, so erhält man das Centrum der Ellipse und die Excentricität S O; es ist

$$A\,O = \frac{A\,S + B\,S}{2}$$

d. h. gleich der halben Summe aus der größten und kleinsten Entfernung der Erde von der Sonne, und wird die **mittlere** Entfernung genannt.

3. Ein drittes die Bewegungen der Planeten betreffendes und von **Kepler** entdecktes Gesetz lautet: Die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten verhalten sich zu einander wie die dritten Potenzen ihrer mittleren Entfernungen von der Sonne. Dasselbe Gesetz beobachtet man bei Trabanten, falls deren mehrere um einen Hauptplaneten herumkreisen.

Die Beobachtungen lehren, daß die Kepler'schen Gesetze auch bei den Bewegungen der Kometen vorkommen, und daß auch bei jenen Doppelsternen, wo eine Bewegung des einen um den anderen, oder beider um einen gemeinschaftlichen Schwerpunkt wahrgenommen wird, die Bahnen als Ellipsen sich darstellen, in deren einem Brennpunkte der Hauptstern sich befindet, um den die andern sich bewegen.

§. 104. Ableitung des allgemeinen Gravitationsgesetzes.

1. Der Umstand, daß die Bahnen der Planeten und Cometen krumme Linien sind, beweiset das Vorhandensein einer continuirlichen Kraft, welche die Richtung der Bewegung, in welcher der Planet zu beharren strebt, ununterbrochen ändert, und zur Befolgung einer krummen Bahn nöthigt. Das erste Kepler'sche Gesetz belehrt uns aber erst, daß diese Kraft eine von der Sonne ausgehende und auf alle Planeten und Cometen sich erstreckende Anziehungskraft und die Bewegung eine Centralbewegung ist.

2. Das zweite Gesetz Keplers bestimmt die Beschaffenheit dieser Kraft näher, indem es das Gesetz zur Kenntniß bringt, welches diese Kraft bei ihrer Wirksamkeit befolgt, denn da es besagt, daß die Bahnen

Ellipsen sind, so muß die Stärke der Centripetalkraft dem Quadrate der Entfernung des Planeten vom Mittelpunkte der Sonne umgekehrt proportionirt sein.

3. Wir fanden früher für die Bewegung eines Massentheilchens in einer Ellipse $R = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2} \cdot \frac{1}{r^2}$; für die Bewegung in einer andern Ellipse, in welcher a' die halbe große Axe, t' die Umlaufszeit, und r' den veränderlichen Radiusvector bedeutet, ist

$$R' = \frac{4\pi^2 a'^3}{t'^2} \cdot \frac{1}{r'^2}.$$

Da nun dem dritten Kepler'schen Gesetze gemäß $\frac{a^3}{t^2} = \frac{a'^3}{t'^2}$, so ist, falls $r = r'$, auch $R = R'$ d. h. die Sonne würde auf alle Planeten, falls sie in der nämlichen Entfernung von ihr sich befänden, mit gleicher Anziehungskraft wirken; woraus also folgt, daß diese Kraft von der materiellen Beschaffenheit der Planeten unabhängig ist, und die Stärke derselben nur in Folge der Verschiedenheit, die in der Entfernung der Planeten von der Sonne besteht, bei jedem Planeten eine andere ist.

4. Da die Bewegungen der Trabanten an dieselben Gesetze gebunden sind, so ist auch der Hauptplanet der Sitz einer Anziehungskraft, deren Stärke so abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung des angezogenen Körpers zunimmt, übrigens aber von der Beschaffenheit des Stoffes, aus dem der Trabant besteht, unabhängig ist.

5. Newton, der aus den Keplerischen Gesetzen zuerst das Vorhandensein einer von der Sonne und den Hauptplaneten ausgehenden Attractionskraft und das Gesetz ihrer Wirksamkeit abzuleiten verstand, erkannte auch, daß diese Kraft jedem einzelnen Massentheilchen des anziehenden Körpers zukommt, überhaupt jeder Materie eigenthümlich ist, und daher die Kraft, mit der ein Körper auf ein in der Ferne befindliches Massentheilchen wirklich einwirkt, als die Resultirende der von den einzelnen materiellen Theilchen des Körpers ausgehenden Anziehungskräfte zu betrachten ist. Es ist bereits früher gezeugt worden, daß die Gesammtanziehung R, welche die kugelförmige Masse M gegen eine gleichgestaltete und in der Entfernung r befindliche Masse m äußert, durch die Formel

$$R = \frac{M\,m}{r^2}$$

ausgedrückt wird, wenn man die Anziehung, die eine in einem Punkte concentrirt gedachte Masseneinheit gegen eine gleich große in der Entfernung $= 1$ ausübt, als Einheit annimmt.

Aus dem Gravitationsgesetze ergeben sich folgende wichtige Folgerungen:

1. Die relative Bewegung, die in Folge der gegenseitigen Anziehung der Sonnenmasse M und der Planetenmasse m eintritt, ist wie bereits früher gezeigt wurde, so beschaffen, als ob die Sonne ruhen und m mit der Kraft $\left(\frac{M + m}{r^2}\right)$ angezogen würde. Sucht man nun durch Rechnung die Beschaffenheit der Bahn, die der Schwerpunkt des Planeten bei dieser Bewegung beschreibt, so findet man daß sie eine Kegelschnittslinie sein müsse. Heißt v die Geschwindigkeit, die der Planet in irgend einem Punkte seiner Bahn hat, r der Radiusvector, R die Centripetalkraft der Sonne, und setzt man $M + m = \mu$, so ergibt sich, daß die Bahn

eine Ellipse wird, wenn $v < \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, oder $R. > \frac{v^2}{2r}$

ein Kreis „ „ $v = \sqrt{\frac{\mu}{r}}$, „ $R. = \frac{v^2}{r}$

eine Parabel „ „ $v = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, „ $R. = \frac{v^2}{2r}$

eine Hyperbel „ „ $v > \sqrt{\frac{2\mu}{r}}$, „ $R. < \frac{v^2}{2r}$.

Nehmen wir an, der Planet sei ursprünglich in der Sonnennähe, wo r den kleinsten Werth hat, durch eine momentane und senkrecht gegen den Radiusvector gerichtete Kraft in Bewegung versetzt worden; so war die schwächste Einwirkung im Stande, eine elliptische Bahn zu erzeugen, aber nur bei einer Einwirkung von ganz bestimmter Stärke, konnte eine Parabel oder ein Kreis, und bei einer sehr bedeutenden eine Hyperbel entstehen; weshalb es unwahrscheinlich ist, daß irgend ein Weltkörper in unserem Sonnensysteme sich in einer Parabel oder einem Kreise bewegt, und am wahrscheinlichsten, daß sich alle in Elipsen bewegen, weil dazu verschiedenartige schwache Einwirkungen hinreichten, zur Bewegung in Hyperbeln aber eine bedeutende Stärke der momentanen Kraft erforderlich war; jedoch ist es immer möglich, daß unter den unzählig vielen Cometen auch solche vorkommen, die sich in Hyperbeln bewegen, auch ist man wirklich der Meinung, daß zwei in den Jahren 1771 und 1824 beobachtete Cometen hyperbolische Bahnen beschreiben.

2. Die Geschwindigkeit für jeden Punkt der Bahn des Planeten findet man aus der Formel

$$v = \sqrt{\frac{2\mu}{r} - \frac{\mu}{a}}.$$

Da der Radiusvector r in der Sonnennähe am kleinsten, und in der Sonnenferne am größten ist, so ist die Geschwindigkeit im ersten Falle am größten, im zweiten am kleinsten.

Geschieht die Bewegung in einer Elipse, deren halbe große Axe $= a$ ist, und für welche die Umlaufszeit des Himmelskörpers $= t$ ist, so gibt die Rechnung

$$\mu = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2}, \text{ oder } M + m = \frac{4\pi^2 a^3}{t^2}.$$

Einen ähnlichen Ausdruck erhält man für einen zweiten Planeten von der Masse m′, der in der Zeit t′ einen Umlauf in einer Ellipse macht, deren halbe große Axe $= a'$ ist; bildet man eine Proportion, so ist:

$$M + m : M + m' = \frac{a^3}{t^2} : \frac{a'^3}{t'^2}.$$

Da nun das dritte Keplerische Gesetz für alle Planeten gültig ist, also immer $\frac{a^3}{t^2} = \frac{a'^3}{t'^2}$, so folgt, daß die Massen m, m′ aller Planeten bezüglich der Masse der Sonne M als verschwinlend kleine Größen zu betrachten sind.

3. Setzt man in der Gleichung für v anstatt μ seinen Werth, so ergibt sich

$$v = \frac{2\pi a}{t}\sqrt{\frac{2a}{r} - 1}.$$

In der Sonnennähe ist $r = a(1 - e)$, in der Sonnenferne $r = a(1 + e)$, wo e das Verhältniß der Excentricität zur halben großen Axe ist; folglich ist die Geschwindigkeit eines Planeten

in der Sonnennähe $= \frac{2\pi a}{t}\sqrt{\frac{1+e}{1-e}}$, und

„ „ Sonnenferne $= \frac{2\pi a}{t}\sqrt{\frac{1-e}{1+e}}$, woraus

folgt, daß die Geschwindigkeit eines Himmelskörpers zur Zeit seiner Sonnennähe desto

größer erscheint, je größer die Excentricität der Ellipse ist, weßhalb Cometen, deren Bahnen sehr lang gestreckte Ellipsen sind, mit äußerst großer Geschwindigkeit in ihrem Perihelium sich bewegen, aber äußerst langsam in der Sonnenferne fortschreiten. So beschreibt der merkwürdige Comet vom Jahre 1680, von der Sonne aus betrachtet, in seiner Sonnennähe während einer Stunde einen Bogen von 118 Graden, dagegen in der Sonnenferne erst in 1840 Tagen einen Bogen von einer einzigen Raumsecunde.

4. Es ist $M + m = \frac{4 \pi^2 a^3}{T^2}$,

heißt m′ die Masse eines um den Planeten m in einer Ellipse von der halben großen Axe = a, sich dergestalt bewegenden Satelliten, daß er in der Zeit t, einen Umlauf macht, so ist auch

$$m + m' = \frac{4 \pi^2 a'^3}{t^2},$$

mithin $$\frac{M + m}{m + m'} = \frac{a^3 t^2}{a'^3 T^2};$$

da nun m bezüglich M und m′ bezüglich m vernachläßigt werden kann; so hat man

$$\frac{M}{m} = \frac{a^3 t^2}{a'^3 T^2};$$

mittelst dieser Gleichung läßt sich das Verhältniß der Sonnenmasse zur Masse eines Planeten finden, wenn dieser Planet einen Satelliten hat.

5. Das Verhältniß der Sonnenmasse zur Masse der Erde läßt sich auch auf die Weise finden. Die Anziehungskraft der Erdmasse wird durch die Acceleration g des frei fallenden Körpers gemessen; ist r der Erdhalbmesser, so ist

$$g = \frac{m}{r^2} \text{ oder } m = g\, r^2,$$

da bei dieser Bewegung die Masse des angezogenen Körpers rücksichtlich der Erdmasse vernachläßigt werden kann; somit ist

$$\frac{M + m}{m} = \frac{4 \pi^2 a^3}{g\, r^2 T^2} \text{ und}$$

$$\frac{M}{m} = \frac{4 \pi^2 a^3}{g\, r^2 T^2} - 1$$

Für die Erde ist T = 365.256383 Tagen, a = 23984 r, und nimmt man r = 858 geogr. Meilen, jede = 3912.4665 Wiener Klaftern, und g = 31 Fuß, so ergibt sich in runder Zahl

$$\frac{M}{m} > 350.000.$$

d. h. die Sonnenmasse ist mehr als 350.000mal größer als die Masse der Erde.

6. Durch die Anziehungen, welche ein jeder Planet von andern Planeten erleidet, werden Abweichungen von der elliptischen Bewegung hervorgebracht, die man Störungen oder Perturbationen nennt, und die sich aus dem Gravitationsgesetze berechnen lassen; eine genaue Kenntniß derselben ist zur richtigen Berechnung des Laufes eines Planeten oder Cometen nothwendig.

Vom Stoße der Körper.

§. 105. Gerader Stoß unelastischer Körper. 1. Wenn die unelastische Masse M mit der Geschwindigkeit C an eine andere auch unelastische an die Masse m anstößt, deren Schwerpunkt mit dem der ersten Masse in der nämlichen geraden Linie liegt, aber mit einer kleinen Geschwindigkeit c sich bewegt, so verwendet M einen Theil ihrer bewegenden Kraft, um die Bewegung von m so weit zu beschleunigen, daß sie aufhört, Widerstand zu leisten; es wird somit die Geschwindigkeit der vorderen Masse wachsen, der

hinteren abnehmen bis beide dieselbe Geschwindigkeit u erhalten haben; demnach wird die stoßende die Kraft M (C — u) verlieren, die vordere die Kraft m (u — c) gewinnen, und es ist dem d'Alembert'schen Prinzip gemäß

$$M(C-u)-m(u-c)=o, \text{ mithin } u=\frac{MC+mc}{M+m}$$

2. Beim Stoße unelastischer Körper entsteht jederzeit ein Verlust an bewegender Kraft, denn sind C und c die Geschwindigkeiten der Massen M und m vor dem Stoße, und u ihre gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße; so ist MC^2+mc^2 die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße, und $(M+m)u^2$ die lebendige Kraft nach dem Stoße. Nun verliert der stoßende Körper an lebendiger Kraft $M(C-u)^2$, der gestoßene gewinnt $m(u-c)^2$, und es ist

$$M(C-u)^2+m(u-c)^2=MC^2+mc^2+(M+m)u^2-2(MC+mc)u, \quad (1);$$

da nach dem Stoße unelastischer Körper

$$u=\frac{(MC+mc)}{M+m}$$

so erhält man, wenn hieraus der Werth von $MC+mc$ in der Gleichung (1) gesetzt wird;

$$M(C-u)^2+m(u-c)^2=MC^2+mc^2-(M+m)u^2$$

demnach ist der Unterschied zwischen der Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße und nach dem Stoße gleich der Summe aus der lebendigen Kraft die der stoßende verloren, und der, welche der gestoßene gewonnen hat.

Vorstehender Lehrsatz, welcher nach seinem Erfinder der Carnot'sche heißt, macht ersichtlich, daß der Verlust, welchen ein System harter in Bewegung befindlicher Körper an lebendiger Kraft erleidet, unbedeutend wird, wenn die Größen C — u und u — c sehr klein, daher ihr Quadrat eine sehr kleine Größe der zweiten Ordnung ist; dieß ist der Fall, wenn die Stöße schwach sind, und als eine Reihe von kleinen auf einander folgenden Anregungen wirken. An Maschinen müssen daher alle Stöße bei der Mittheilung und Fortpflanzung der Bewegung möglichst vermieden werden. Stöße treten immer ein, wenn eine Bewegung in die entgegengesetzte übergeht.

§. 106. Stoß elastischer Kugeln. Heißen V und v die Geschwindigkeiten, welche nach einem geraden Stoße die stoßende und die gestoßene Kugeln M und m besitzen, so ist bekanntlich

$$V=2u-C \text{ und } v=2u-c$$

Setzt man darin den Werth von u, so ist

$$V=\frac{2(MC+mc)}{M+m}-C=\frac{2mc+(M-m)C}{M+m}$$

und $$v=\frac{2(MC+mc)}{M+m}-C=\frac{2MC-(M-m)c}{M+m}$$

1. Für $M=m$, ist $V=c$, und $v=C$

d. h. die beiden Kugeln werden während des Stoßes ihre Geschwindigkeiten vertauschen, übrigens aber fortfahren, sich in derselben Richtung wie vor dem Stoße zu bewegen. War $c=o$, so wird $V=o$, und $v=C$ d. h. die stoßende Kugel bleibt in Ruhe, während die früher ruhende mit der Geschwindigkeit und in der Richtung der stoßenden sich bewegt.

Wird am Billard eine Kugel central gestoßen, so erhält sie nebst der fortschreitenden Bewegung durch die Reibung am Tuche auch eine drehende Bewegung, wobei die obersten Theile in der Richtung des Stoßes sich bewegen; wenn man aber den Stoß excentrisch durch den untern Theil der Kugel führt, so entsteht eine Drehung welche die erstere aufheben kann, so daß dann beim Anstoßen an eine ruhende die stoßende wirklich zu Ruhe kommt, und die gestoßene der Theorie gemäß sich bewegt.

2. Haben die Massen M und m vor dem Stoße entgegengesetzte Richtungen, so ist die Geschwindigkeit c negativ zu nehmen, und es ergibt sich wieder für gleiche Massen

$$V = -c \text{ und } v = C$$

d. h. jeder Körper bewegt sich nach dem Stoße mit der Geschwindigkeit und in der Richtung, welche der andere vor dem Stoße hatte.

3. Sind die Massen ungleich, aber c = o, so ist

$$V = \frac{(M - m)\, C}{M + m} \text{ und } v = \frac{2\, MC}{M + m} = \frac{2\, C}{1 + \frac{m}{M}}$$

Ist nun die ruhende Masse m bedeutend größer als die stoßende M, so daß man M rücksichtlich des m vernachläßigen kann, so wird V nahe = — C und v nahe = o d. h. der anstoßende Körper springt nach dem Stoße mit der nämlichen Geschwindigkeit, die er vor dem Stoße hatte, zurück, dagegen bleibt der gestoßene in Ruhe oder bewegt sich nur mit einer sehr geringen Geschwindigkeit. Eine unbewegliche Ebene ist wie eine unendlich große Masse zu betrachten; wird sie in senkrechter Richtung von einer elastischen Kugel mit der Geschwindigkeit C gestoßen, so springt die Kugel mit der nämlichen Geschwindigkeit in senkrechter Richtung zurück. Bei unvollkommener Elasticität wird die Geschwindigkeit nach dem Stoße nur einen gewissen Theil von C betragen. Stößt eine elastische Kugel in schiefer Richtung gegen eine unbewegliche Ebene, so wird die Geschwindigkeit in eine normale und eine zu der Ebene parallele Componente zerlegt, und indem die erstere in eine gerade entgegengesetzte Geschwindigkeit übergeht, prallt die Kugel dergestalt ab, daß der Einfallswinkel dem Reflexionswinkel gleich wird.

Wird eine Kugel gegen die Oberfläche des Wassers in sehr schiefer Richtung abgeschossen, so kann sie wegen der Elasticität des Wassers abprellen; daher ist es bei einer Wildentenjagd gefährlich auf der gegenüber befindlichen Seite des Teiches zu stehen.

Man pflegt unter die Massen, welche Stöße auszuhalten haben, elastische Körper zu legen, so z. B. unter die Amboſſe legt man ein massives Stück Holz, damit der Hammer immer zurückgeworfen werde. Fällt eine elastische Kugel von irgend einer Höhe h auf die Erde herab, so theilt sie der Erde keine bemerkbare Bewegung mit, sondern steigt mit der nämlichen Geschwindigkeit in die Höhe, mit der sie auffiel, und erhebt sich wieder bis zur Höhe h, worauf sie niederfällt, und abermals zurückspringt und dieß ohne Ende fort, wenn keine Hindernisse der Bewegung vorkämen, und die Kugel vollkommen elastisch wäre, was jedoch nicht im vollem Maße Statt findet.

4. Beim Stoße vollkommen elastischer Körper findet kein Verlust an lebendiger Kraft statt, indem die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoße gleich ist der Summe derselben vor dem Stoße; denn da

$$V = 2u - C \text{ und } v = 2u - c,$$

so ist

$$V^2 = 4u^2 - 4uC + C^2, \text{ und}$$
$$v^2 = 4u^2 - 4uc + c^2.$$

Multiplicirt man die erste Gleichung mit M die zweite mit m und addirt die beiden Produkte, so

$MV^2 + mv^2 = 4 (M + m) u^2 - 4 (MC + m c) u + MC^2 + mc^2$

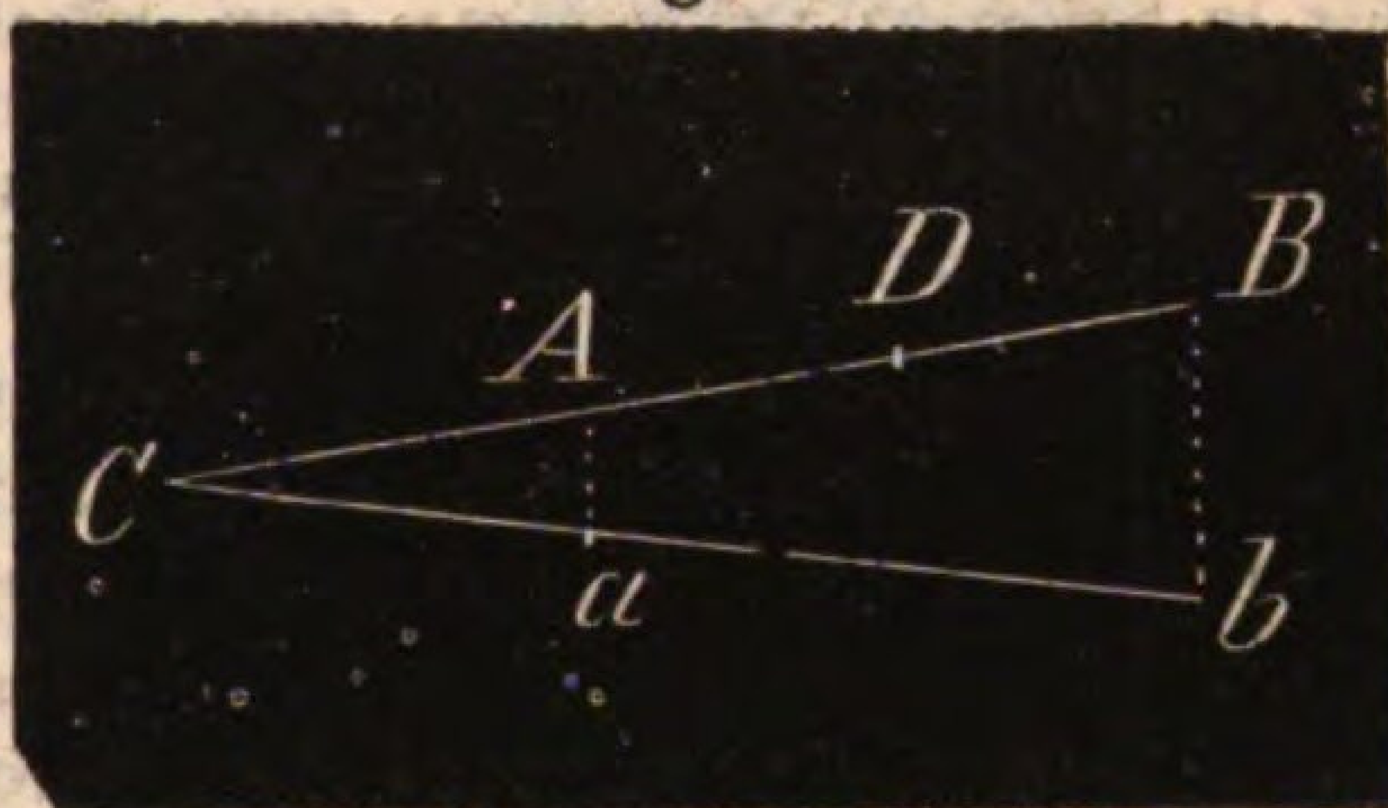
Setzt man darin für u den Werth, so bleibt

$$MV^2 + mv^2 = MC^2 + m c^2$$

was zu beweisen war. Es findet also beim Stoße elastischer Körper kein Verlust an Wirkung oder Arbeit Statt. Sind die an einanderstoßenden Körper unvollkommen elastisch, so tritt wohl ein Verlust ein, der jedoch desto geringer ist, je weniger diese Körper von vollkommen elastischen abweichen.

5. Es seien an den Punkten A und B Fig. 129. einer um C sich gleichförmig drehenden Geraden die Schwerpunkte der Massen M und m; es sei AC = R und AB = r, A a und B b seien die Bögen, die sie in gleichen Zeiten zurücklegen, und die daher den Geschwindigkeiten C und c der beiden Massen proportionirt sind. Bezeichnet man die bewegenden Kräfte mit P und p, so ist

Fig. 129.



$P : p = MC : m c$, da aber
$C : c = R : r$, so ist auch
$P : p = MR : m r$, und $P. m r = p. MR$.

Um nun den Punkt D in der CB zu finden, in welchem ein senkrecht zu der Geraden CB ausgeübten Stoß die feste Are C nicht erschüttert, hat man zu beachten, daß dieß der Fall sein wird, wenn der Stoß keine Drehung der BC um D erzeugt, mithin wenn die statischen Momente der Kräfte P und p bezüglich dieses Punktes einander gleich sind. Setzt man CD = x, so ist

$$P (x - R) = p (r - x) ; \text{somit}$$

$$\frac{x - R}{m r} = \frac{r - x}{MR}$$

und $$x = \frac{MR^2 + m r^2}{MX + m x}.$$

diesen Punkt D nennt man den **Mittelpunkt des Stoßes**; er ist darum bemerkenswerth, weil in diesem Punkte ein um eine feste Are sich drehender Körper den stärksten Stoß hervorbringt.

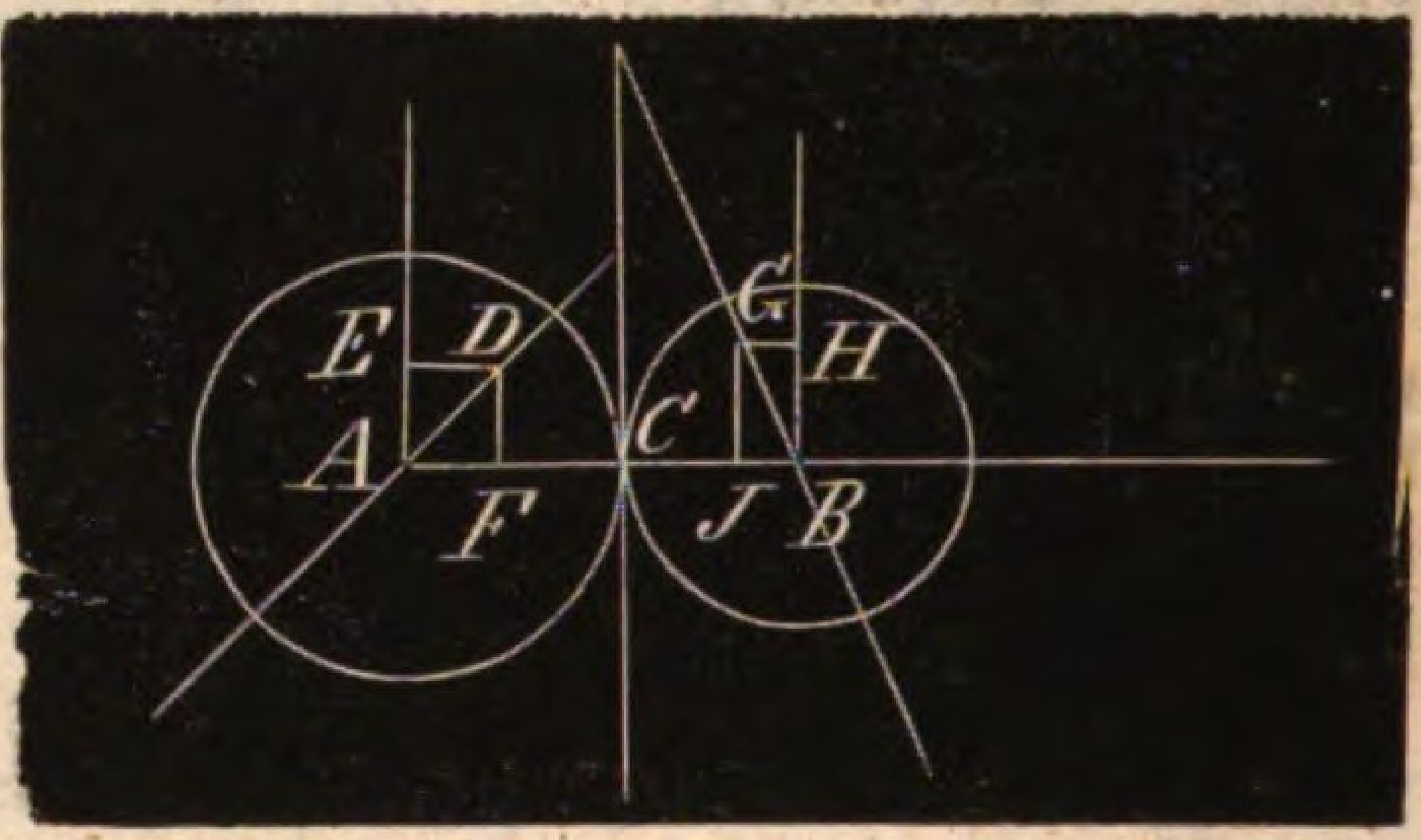
Dreht sich ein ganzes System von Massentheilchen m, m′, m″ . . . um die Are C, und sind r, r′, r″, . . . ihre Abstände von C; so findet man für den Abstand des Mittelpunktes des Stoßes immer

$$x = \frac{m r^2 + m' r^{2\prime} + m'' r^{2\prime\prime} + \ldots}{m r + m' r' + m'' r'' + \ldots}$$

woraus ersichtlich wird, daß der Mittelpunkt des Stoßes mit dem Schwingungsmittelpunkte zusammenfällt.

Führt man mit einem Hammer gegen einen Körper einen Schlag, so muß dieser durch den Mittelpunkt des Stoßes des Hammers gehen; denn wenn dieß nicht geschieht, so erleidet die Hand eine Prellung und wird bei längerer Dauer der Arbeit aus Ermüdung unfähig, den Hammer zu führen. Eine andere Ursache dieser Ermüdung insbesondere bei den Arbeiten der Kupferschmiede liegt in dem Umstande, daß der durch den eisernen Kopf des Hammers hervorgebrachte Stoß dem hölzernen Stiele Schwingungen ertheilt, die sich bis zu der Hand fortpflanzen; man pflegt deshalb dem Handgriffe des Stiels eine größere Dicke zu geben, als demjenigen Theile desselben, welcher in den Kopf des Hammers sich einfügt, weil dann die Schwingungen bei der Fortpflanzung auf mehr und mehr Theile übergehen und daher immer schwächer werden.

Fig. 130.



6. Findet bei zwei Kugeln ein schiefer centraler Stoß statt; und ist AD Fig. 130. die Geschwindigkeit der einen und GB die der zweiten; so zerlegt man jede in zwei Componenten, wovon die eine in der durch beide Mittelpunkte gehenden Richtung AB, die andere darauf senkrecht wirkt; AF und BJ bewirken einen geraden Stoß, dessen Wirkung mit der zweiten Componente zusammenzusetzen ist. Gesetzt, beide Kugeln hätten gleiche Massen, und die Kugel B wäre in Ruhe, so erhält letztere durch den Stoß die Geschwindigkeit AF und bewegt sich in der Richtung AB, während die zweite in der Richtung der zweiten Componente AE fortschreitet. — Wären beide Kugeln in Bewegung und AF = BJ, so bewegen sich die Kugeln nach dem Stoße in den parallelen Richtungen AE und BH neben einander.

Bekanntlich ist es sehr vortheilhaft den Kasten der Fuhrwerke oder die Ladungen auf Federn ruhen zu lassen, denn da die Räder unaufhörlich stärkere oder schwächere Stöße gegen die auf der Straße hervorragenden Steine erleiden, so geht ein Theil der horizontalen Kraft, womit das Fuhrwerk gezogen wird, verloren, aber durch die Wirkung der Federn wird dieß größtentheils ersetzt, und auf solche Art die vorrückende Bewegung des Fuhrwerks gefördert. Die Stöße, welche das Fuhrwerk von unten nach oben erfährt, bewirken wohl Erhebungen und Senkungen des Kastens, allein die Federn, die sich dabei biegen, bewirken, daß diese Bewegungen des Kastens nicht so plötzlich eintreten, und auch nicht so weit reichen, wie in einem nicht in Federn hängenden Fuhrwerke, weshalb die Reisenden nicht so leicht ermüden, und die Waaren vor plötzlichen Stößen mithin vor Beschädigung geschützt werden.

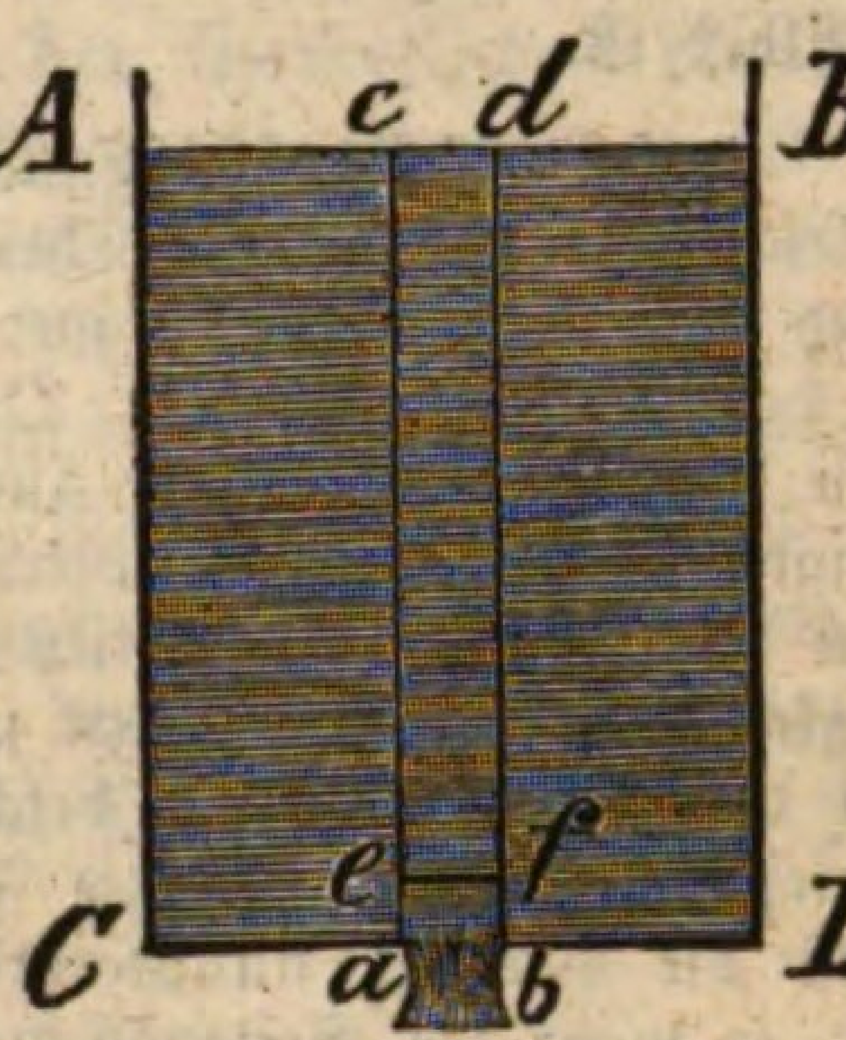
Grundlehren der Hydrodynamik.

Flüssigkeiten bewegen sich im allgemeinen nach den nämlichen Gesetzen, nach denen die Bewegungen der Körper überhaupt vor sich gehen; so wird z. B. ein Wassertropfen nach den für den freien Fall der Körper geltenden Gesetzen fallen; allein in Folge der leichten Verschiebbarkeit und Beweglichkeit der Theilchen entstehen auch im Inneren der Flüssigkeit Bewegungen, welche von der Bewegung der ganzen Masse abweichen, und die Ermittelung der Bewegungsgesetze sehr erschweren. Wir müssen uns hier nur auf einige

Grundlehren beschränken, die sich leicht durch Versuche nachweisen, oder durch einfache Betrachtungen ableiten lassen.

§. 107. Torricelli's Theorem. Wenn man am Boden eines mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllten Gefäßes eine Oeffnung macht, die im Vergleiche zum Querschnitte des Gefäßes sehr klein ist, so daß durch das Austreten der kleinen Masse a b e f, Fig. 131., die Lage der Oberfläche sich nicht merklich ändert, so ist, falls keine andere Kraft als die Schwere wirkt, die Ausflußgeschwindigkeit so groß wie die Geschwindigkeit, die ein Körper beim freien Falle von dem Niveau der Flüssigkeit bis an die Ausflußöffnung erlangt, und die bekanntlich durch die Formel $v = \sqrt{2gh}$ ausgedrückt wird, wenn h den Abstand a c der Oeffnung vom Niveau bezeichnet.

Fig. 131.



Denn die Geschwindigkeit, mit welcher die kleine Flüssigkeitssäule a b e f heraustritt, hängt bekanntlich von der Größe der beschleunigenden Kraft ab; wäre letztere Kraft nur die Schwere, so müßte sie die Oeffnung mit der Geschwindigkeit c verlassen, welche der Fallhöhe a e entspricht, und man hätte $c = \sqrt{2g.\,ae}$; allein die beschleunigende Kraft ist nicht die Schwere allein, sondern der aus dem Bestreben der Masse, der Schwere zu folgen, entstehende Druck der ganzen darauf lastenden Flüssigkeitssäule a b c d, weshalb die Beschleunigung nicht g sein kann, sondern eine größere g' ist, so daß die Geschwindigkeit v, mit welcher die Flüssigkeit aus der Oeffnung heraustritt, den durch die Formel

$$v = \sqrt{2g'.\,ae}$$

ausgedrückten Werth erhält. Offenbar wird g' so vielmal größer sein, als g, wie vielmal das Gewicht der Säule a b c d größer ist als das Gewicht von a b e f, somit

$$g : g' = ae : ac,$$

da die Gewichte dieser Flüssigkeitssäulen sich zu einander verhalten, wie die Höhen derselben. Bestimmt man nun g' und setzt den gefundenen Werth in der obigen Formel, so hat man

$$v = \sqrt{2gh} = 7.874 \sqrt{h}.$$

Der Abstand h der Ausflußöffnung von dem Niveau wird die Druckhöhe der Flüssigkeit genannt.

1. Wird durch zuströmendes Wasser die Druckhöhe stets bei demselben Werthe erhalten, so bleibt die Ausflußgeschwindigkeit unveränderlich; findet aber kein Nachfluß Statt, so nimmt die Druckhöhe und somit auch die Ausflußgeschwindigkeit beständig ab; und zwar nach demselben Gesetze, nach welchem die Geschwindigkeit v eines vertikal geworfenen Körpers abnimmt; daher ist die Bewegung des ausfließenden Wassers eine gleichförmig verzögerte.

2. Die Ausflußgeschwindigkeit hängt nicht von der Dichte der Flüssigkeit ab, so daß bei der nämlichen Druckhöhe Wasser mit derselben Geschwindigkeit ausströmt, wie Quecksilber; zwar ist der Druck, mit dem die Quecksilbersäule treibt, 13.6 Mal

größer als bei Wasser, aber eben so viel Mal ist auch die bewegte Quecksilbermasse größer als eine Wassermasse von gleichem Volumen, und braucht daher eine 13.6 Mal größere bewegende Kraft.

3. Der Luftdruck an der Ausflußöffnung wird durch den am Niveau wirkenden aufgehoben. Wirkt außer der Schwere irgend eine Druckkraft, auf die Oberfläche, welche für sich eine der Druckhöhe h' entsprechende Geschwindigkeit $v' = \sqrt{2g\,h'}$ zu erzeugen vermöchte, so ist die Ausflußgeschwindigkeit an der Oeffnung

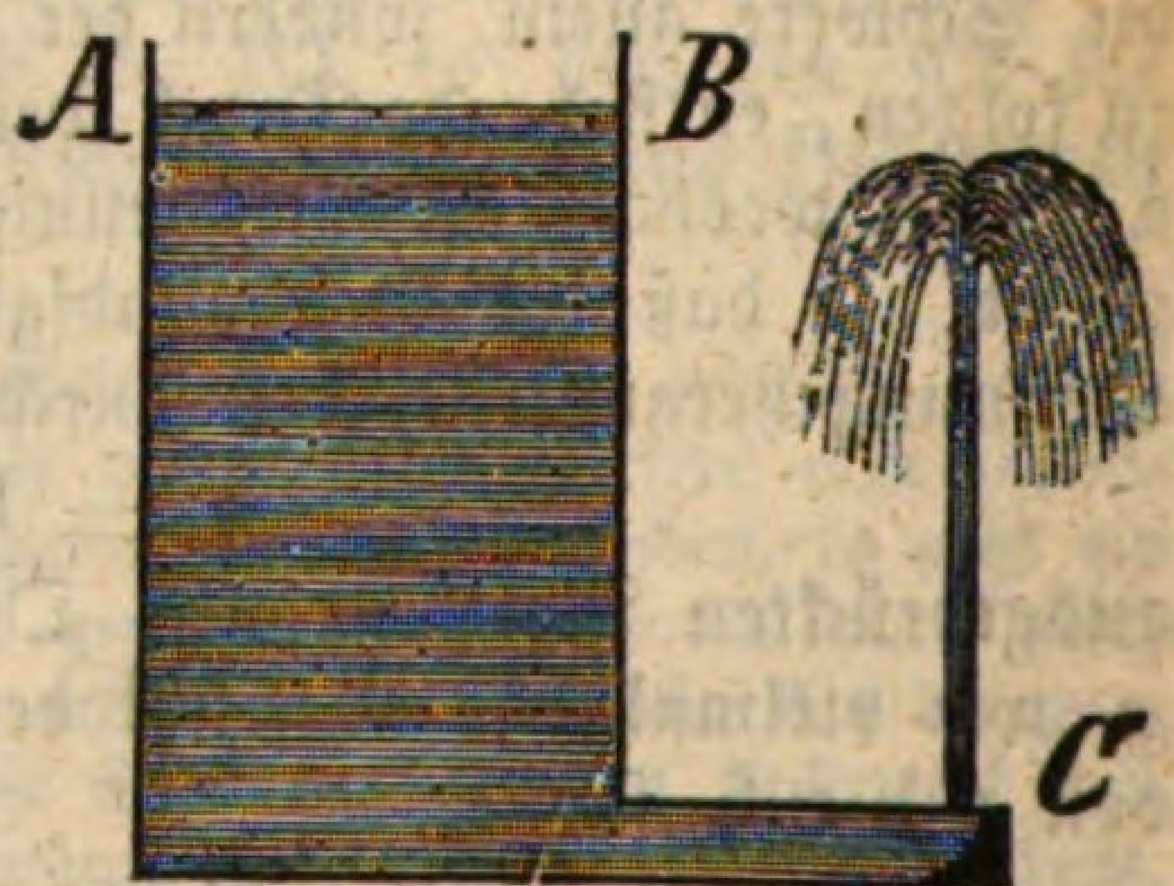
$$v = \sqrt{2g\,(h + h')}.$$

Tritt die Flüssigkeit aus der Oeffnung in einen luftleeren Raum, so ist h' eine Druckhöhe, bei der die Flüssigkeit dem äußeren Luftdrucke das Gleichgewicht halten könnte; mithin $h' = 32$ Fuß, wenn im Gefäße Wasser, und $h' = 28$ Zoll, wenn darin Quecksilber ist.

4. Ist die Ausflußöffnung nicht auf dem Boden, sondern an einer Seitenwand des Gefäßes, so fließen die Theilchen nicht mit gleicher Geschwindigkeit heraus, da ihr Abstand von der Oberfläche und somit die Druckhöhe verschieden ist; allein man kann, wenn der Durchmesser der Oeffnung im Verhältnisse zum Abstande derselben vom Niveau sehr klein ist, immer annehmen, daß alle Theilchen mit der mittleren d. i. mit derjenigen Geschwindigkeit, welche dem Abstande des Mittelpunktes der Oeffnung vom Niveau entspricht, herausfließen. — Auf die aus der Seitenöffnung austretenden Flüssigkeitstheilchen wirkt eben so die Schwere, wie auf einen geworfenen Körper, daher ist die Bahn, die jedes beschreibt, eine Parabel, und zwar bei gleicher Druckhöhe stets dieselbe Parabel; da die Flüssigkeitstheilchen ununterbrochen auf einander folgen, so muß die Parabel ununterbrochen erscheinen. Der Parameter der Parabel ist desto größer, je mehr die Seitenöffnung von der Oberfläche entfernt ist.

5. Die Richtigkeit des Ausflußgesetzes kann man nachweisen, indem man die Höhe bestimmt, zu welcher ein vertikal aufwärtssteigender Wasserstrahl, Fig. 132., sich erhebt; denn da ein Körper, welcher mit einer der Fallhöhe h entsprechender Geschwindigkeit vertikal aufwärts geworfen wird, sich zu der Höhe h erheben muß, so braucht man nur die Flüssigkeit aus einer nach oben gekehrten kleinen Oeffnung C austreten zu lassen und die Höhe des aufsteigenden Strahls zu messen; ist die Ausflußgeschwindigkeit wirklich dieselbe, als wenn die Flüssigkeit vom Niveau A B bis an die Oeffnung herabgefallen wäre, so muß sich die Flüssigkeit wieder bis zur Höhe des Niveau erheben. Die Erfahrung lehrt, daß, wenn man alle Bewegungshindernisse nämlich die Reibung und Adhäsion an der Ausflußöffnung, den Widerstand der Luft, den Druck der zurückfallenden Flüssigkeitstheilchen möglichst beseitigt, der aufsteigende Wasserstrahl nahe an das Niveau kommt, es aber niemals erreicht, also die Sprunghöhe der Fallhöhe niemals vollkommen gleich ist, weil es nicht möglich ist, die Bewegungshindernisse ganz zu entfernen. Die Sprunghöhe erscheint sogleich größer, wenn man die Oeffnung so stellt, daß der Strahl in einer etwas schiefen Richtung aufsteigt, weil dann die herabfallenden Theilchen die nachsteigenden im Aufsteigen nicht hindern können; der Erfahrung zufolge ist die Sprunghöhe unter übrigens gleichen Umständen bei einem conischen Ansatzrohre größer, und noch größer bei einer in einer dünnen Platte angebrachten Oeffnung, deren Größe sich nach der Druckhöhe richtet, und jedesmal erst durch Versuche ermittelt werden muß.

Fig. 132.



§. 108. Bestimmung der Flüssigkeitsmenge, die in einer gegebenen Zeit ausfließt.

1. Wenn alle Theilchen der Flüssigkeit mit der nämlichen Geschwindigkeit aus der Oeffnung austreten und die Druckhöhe unveränderlich bleibt, so fließt in einer Sekunde eine Flüssigkeitssäule heraus, welche die

Oeffnung = a zur Basis und die Geschwindigkeit v zur Höhe hat, deren Volumen $= a \sqrt{2 g h}$ ist, mithin ist das in der Zeit t ausgefloßene Volumen

$$M' = a t \sqrt{2 g h} \quad (1)$$

und das Gewicht $P = a s t \sqrt{2 g h}$,

Die Größen a, g, h müssen in derselben Maßeinheit angegeben sein. Die nach der Formel (1) berechnete Flüssigkeitsmenge heißt die theoretische oder hypothetische.

2. Die Versuche lehren, daß die Menge der Flüssigkeit, die aus einer kleinen Oeffnung am Boden ausfließt von der theoretischen bedeutend abweicht; die Ursache dieser Abweichung ergibt sich, wenn man z. B. dem Wasser feines Bernstein- oder Siegellackpulver beimengt, und die Bewegung desselben in einem cylindrischen Glase, an dessen dünnem metallenem Boden eine kleine Oeffnung sich befindet, beobachtet; man sieht Anfangs die Theilchen vertikal abwärts sich bewegen und die Oberfläche stets eine horizontale Ebene bilden; allein in der Nähe des Bodens strömen die Theilchen in krummen Bahnen der Oeffnung zu, diese mag am Boden oder an einer Seitenwand sich befinden. Kommt die Oberfläche in die Nähe des Bodens, so bildet sich über die Oeffnung eine trichterförmige Vertiefung.

Die von allen Seiten in schiefer Richtung in die Oeffnung kommenden Theilchen erzeugen eine Ablenkung in der Richtung der geradlinig herausfallenden und kommen selbst mit einer geringeren Geschwindigkeit in der Oeffnung an, als letztere Theilchen; außerdem haben die den Rand der Oeffnung berührenden Theilchen die Adhäsion zu überwinden; dieß alles hat eine Abweichung vieler Theilchen von der theoretischen Geschwindigkeit und eine Zusammenziehung (Contraction, Einschnürrung,) des Strahls zur Folge, wobei der Querschnitt desselben von der Oeffnung an bis zu einer gewissen Entfernung an Größe allmälig abnimmt. Die Entfernung der Stelle mn Fig. 133, von welcher an sich der Strahl (nach Savart) nur unmerklich zusammenzieht, ist etwas größer als der Durchmesser der Oeffnung; der Durchmesser mn beträgt 0.8 vom Durchmesser der Oeffnung.

Fig. 133.



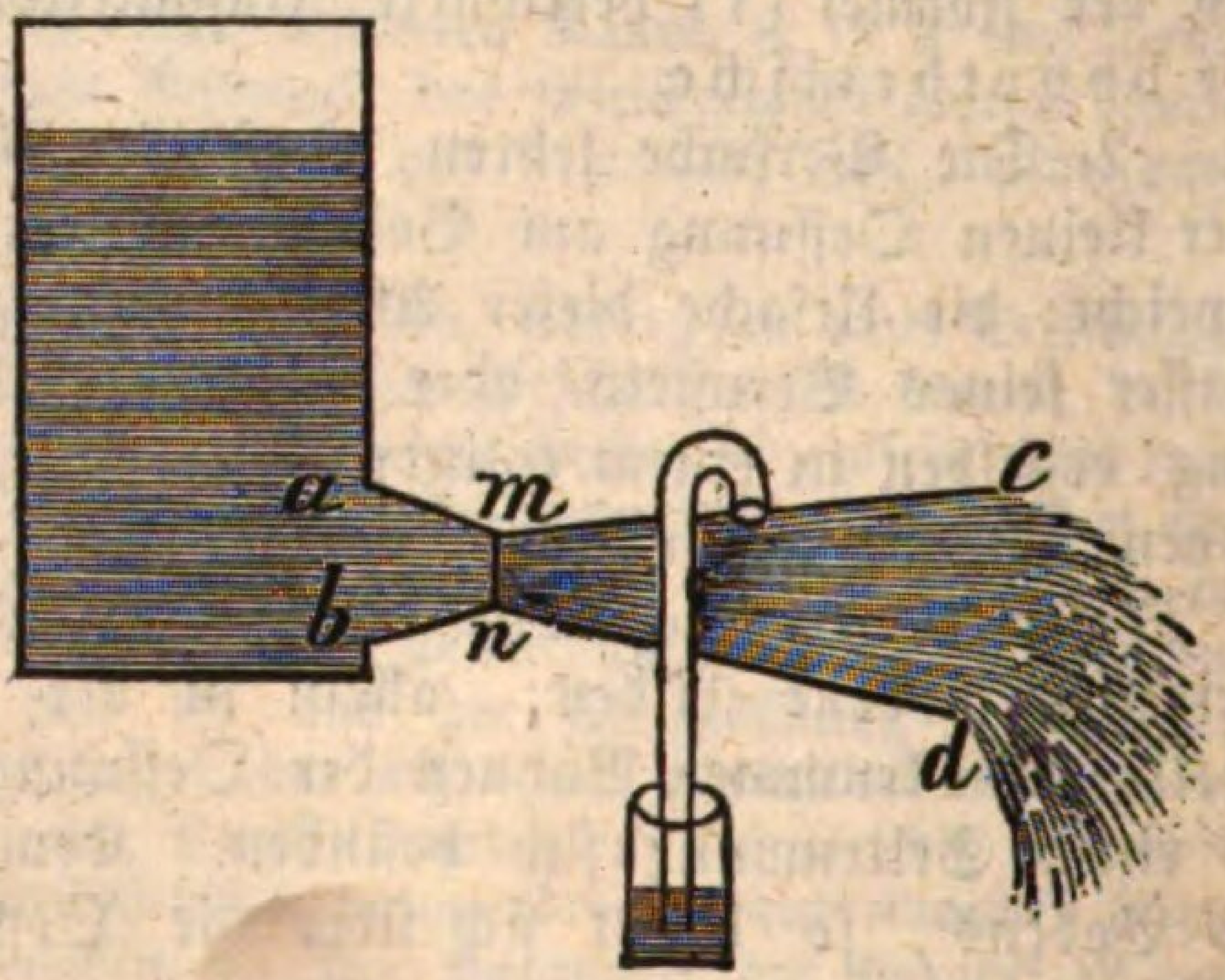
Um daher aus der theoretischen Flüssigkeitsmenge M' die wirkliche M zu finden, muß man erstere mit einer Größe $\mu < 1$ multipliciren, die man den Contractions- oder Reductionscoeffizienten nennt, und der durch Versuche ermittelt wird; man hat also

$$M = \mu a t \sqrt{2 g h}.$$

Der Werth von μ ist von der Druckhöhe beinahe unabhängig, wohl aber nimmt er etwas zu, wenn die Größe der Oeffnung kleiner wird, und ist für Wasser, daß aus einer in einer dünnen Wand angebrachten kreisrunden oder rechteckigen Oeffnung herausfließt = 0.62 bis 0.64. Ist aber der Boden dick oder wird ein cylindrisches Ansatzrohr von einer Länge, die dreimal größer ist als ein Durchmesser angewendet, und hat das Material zu dem ausströmenden Wasser eine Adhäsion, so füllt das Wasser auch an der Stelle, wo die Zusammen-

ziehung des Strahls Statt findet, die ganze Röhre vollständig aus, und es wird $\mu = 0.84$. Ein kurzes konisches, nach abwärts sich verjüngendes Ansatzrohr vermehrt noch mehr die Ausflußmenge; hat dieses Rohr dieselbe Gestalt wie der zusammengezogene Wasserstrahl, so ist die wirkliche Ausflußmenge der theoretischen gleich, vorausgesetzt, daß die Ausflußmündung als Ausflußöffnung in die Rechnung gebracht wird. Die Ausflußmenge wird noch mehr gesteigert, wenn man an das zuletzt beschriebene Rohr a b m n Fig. 134. ein zweites ansetzt, das sich nach außen erweitert; denn die Röhre m n c d füllt sich mit Wasser, dessen Geschwindigkeit in Folge des Stoßes der nachfolgenden Wassertheilchen beinahe der Geschwindigkeit des durch den Querschnitt m n ausfließenden Wassers gleich ist; aber bei gleicher Geschwindigkeit fließt durch einen größeren Querschnitt in einer Zeiteinheit mehr Wasser als durch m n; daher würden leere Räume entstehen, wenn nicht der auf die Oberfläche des Wassers einwirkende Luftdruck das Eintreten der Wassertheilchen in das Rohr beschleunigen und den Ausfluß aus demselben verzögern würde. Setzt man in eine Seitenöffnung des Ansatzrohres ein krumgebogenes Röhrchen an, dessen unteres Ende in ein Gefäß mit gefärbtem Wasser eingetaucht ist, so beobachtet man beim Ausfließen des Wassers aus dem Ansatzrohre ein Aufsteigen der gefärbten Flüssigkeit, womit das Bestreben des Wassers im Ansatzrohre einen luftleeren Raum zu bilden, bestätigt wird. Der Einfluß des Luftdruckes bestätiget auch die Erfahrung, daß beim Ausfließen des Wassers in einem luftleeren Raume die Ausflußmenge durch das angegebene Ansatzrohr nicht mehr vermehrt wird. Macht man von der Seite des Ansatzrohrs ein Loch, so wird durch dieses Luft eingesaugt, und der Strahl erscheint nicht mehr continuirlich.

Fig. 134.



3. Da $M = \mu a t \sqrt{2 g h}$, so ist die aus derselben Oeffnung und in der nämlichen Zeit t jedoch bei der Druckhöhe h' austretende Flüssigkeitsmenge $M' = \mu a t \sqrt{2 g h'}$, mithin ist

$$M : M' = \sqrt{h} : \sqrt{h'}$$

d. h. die Ausflußmengen und somit auch die Ausflußgeschwindigkeiten sind den Quadratwurzeln aus den Druckhöhen direkt proportional, was auch durch sorgfältig angestellte Versuche vollkommen bestätigt wird.

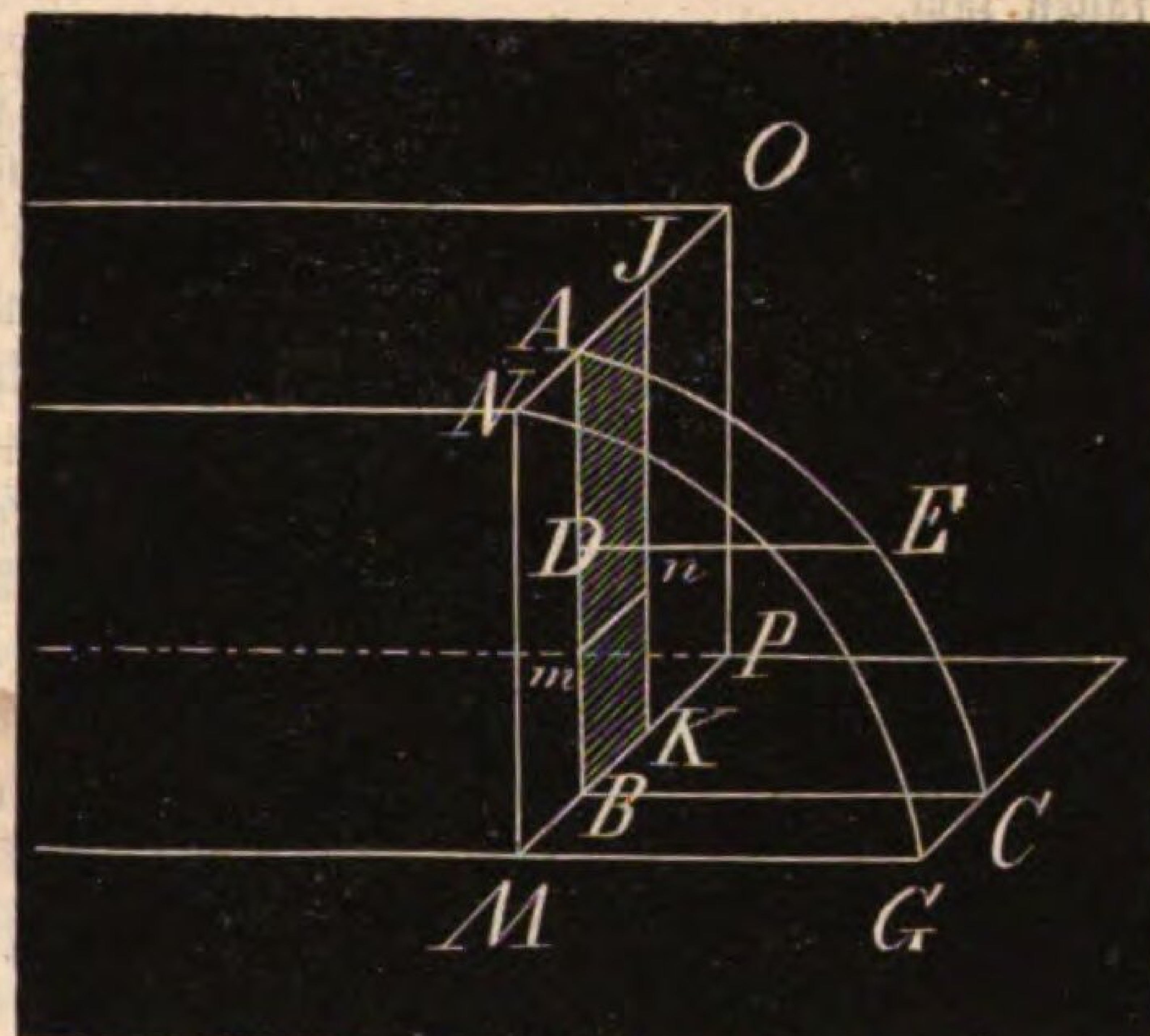
Savart machte bei seinen über die Vorgänge beim Ausflusse des Wassers angestellten Versuchen mehrere merkwürdige Entdeckungen, von denen hier nur einiges herausgehoben werden kann. Der oberste Theil des Wasserstrahls ist ruhig und durchsichtig, unter ihm ist das Wasser unruhig, unklar und veranlaßt eine Reihe von Anschwellungen (Bäuchen), und Zusammenziehungen, die in regelmäßigen Abständen auf einander folgen, und die aus einzelnen Wassertropfen bestehen, welche durch eine Art von Schwingung sich periodisch in die Breite ausdehnen und dann wieder zusammenziehen, so daß ihre Länge wieder vergrößert erscheint. Wird an einem in der Nähe stehenden Monochord oder an einer Stimmgabel ein Ton hervorgebracht, so theilen sich die Schwingungen des tönenden Körpers der Luft und dem Wasser mit, wodurch eine Abänderung in der Länge der Anschwellungen bewirkt wird.

4. Fließt das Wasser aus einer kleinen Seitenöffnung heraus, so

wird die Ausflußmenge genau so berechnet, wie für eine am Boden angebrachte Oeffnung. Ist aber der Durchmesser der Seitenöffnung zu groß oder ist die ganze Seitenwand offen, so läßt sich nicht mehr annehmen, daß alle Theilchen mit der mittleren Geschwindigkeit heraustreten, und die Ausflußmenge muß auf eine andere Art berechnet werden.

Es sei MNOP Fig. 135. eine vertikale Seitenwand an einem voll mit Wasser gefüllten Gefäße, und es sei der Zufluß von der Art, daß der Wasserstand im Gefäße stets derselbe bleibt; AB = h sei eine schmale rechteckige Spalte, durch die das Wasser herausfließt, und zwar an jeder Stelle derselben mit der dieser Stelle entsprechenden und von der Druckhöhe abhängigen Geschwindigkeit. Errichten wir in B, D, . . . Senkrechte und machen sie den Geschwindigkeiten gleich, mit welchen das Wasser an diesen Stellen heraustritt, und die nichts anderes sind, als die in einer Secunde heraustretenden Wasserfäden; die krumme Linie, welche die Endpunkte dieser Senkrechten verbindet, ist eine Parabel; denn setzen wir

Fig. 135.



$$AD = x, \ DE = y, \text{ so ist}$$
$$y = \sqrt{2g\,x} \text{ und } y^2 = 2g\,x;$$

dieß ist aber die Gleichung einer Parabel; demnach gibt die Parabelfläche AECB = f die Wasserschichte an, die in einer Secunde durch die sehr schmale Spalte AB ausfließt. Nun ist bekanntlich

$$f = \frac{2}{3} AB \times BC = \frac{2}{3} h \sqrt{2g\,h}.$$

Denkt man sich die ganze Seitenwand in lauter parallele Spalten, wie AB getheilt, so strömt aus jeder in einer Secunde eine parabolische Wasserschichte heraus, und alle zusammen bilden einen Wasserkörper, der die Parabelfläche MNG = ABC zur Grundfläche und die Breite MP = b der Seitenwand zur Höhe hat; daher ist das Volumen dieses Wasserkörpers $= \frac{2}{3} b\,h \cdot \sqrt{2g\,h}$.

Wäre in der Seitenwand nur die rechteckige Spalte ABJK von der Breite AB = β, so hätte die in einer Secunde ausgetretene Wassermasse das Volumen

$$= \frac{2}{3} \beta\, h \sqrt{2g\,h};$$

zieht man davon das Volumen der aus der Spalte A m n J in einer Secunde ausfließenden Wassermasse ab, nämlich $\frac{2}{3} \beta\,(h - a) \sqrt{2g\,(h - a)}$ wo a = A m

ist; so erhält man für das durch die rechteckige Oeffnung BK m n in jeder Secunde austretende Wasservolumen den Ausdruck:

$$\frac{2}{3} \beta \sqrt{2g} \left(h \sqrt{h} - (h - a) \sqrt{h - a}\right).$$

Aus diesen theoretischen Ausflußmengen ergeben sich die wirklichen, wenn man sie mit den Zahlen 0.697, 0.664, 0.642, 0.62 multiplicirt, je nachdem die Contraction an einer, zwei, drei oder vier Seiten Statt findet. Dieser Formel bedient man sich um die Wassermasse zu berechnen, die aus einem Bache herausfließt, wenn man das Wasser desselben schwellt, und durch ein Schutzbrett in eine vor ihm befindliche Vertiefung fallen läßt.

§. 109. **Bewegung des Wassers in Röhren.** Wird das Wasser aus einem Behälter durch Röhren geleitet, mögen diese horizontal oder schief geführt werden, so sollte es mit einer Geschwindigkeit ausfließen, welche der Druckhöhe h entspricht, die dem Höhenunterschiede des Wasserspiegels im Behälter und dem Mittelpunkte der Ausflußöffnung entspricht; allein die Wassertheilchen hängen sich vermöge der Adhäsion an die Röhrenwand an, und es muß ein Theil der Druckkraft verwendet werden, um sie bei der Bewegung wegzureißen; ein anderer Theil der Druckkraft wird verbraucht zur Ueberwindung des aus der Reibung hervorgehenden Hindernisses, das eben so wie die Adhäsion längs der ganzen inneren Röhrenwand wirksam ist. Beide Hindernisse bewirken, daß die Ausflußgeschwindigkeit eine kleinere, mithin eine solche ist, die einer kleineren Druckhöhe h′ entspricht; der Unterschied h — h′ zwischen der wirklichen und der in Folge der Hindernisse sich ergebenden Druckhöhe gibt die Größe der Druckhöhe, die durch den Einfluß der Röhrenwände verloren geht, und heißt **Widerstandshöhe.**

1. Der aus der Adhäsion hervorgehende Widerstand, dem wir mit Q bezeichnen wollen, ist offenbar der Oberfläche der inneren Röhrenwand direkt proportional, und wächst auch mit der Geschwindigkeit (v) im geraden Verhältnisse, indem bei 2, 3, 4 . . . . mal größerer Geschwindigkeit 2, 3, 4 . . mal mehr Wassertheilchen in jeder Secunde mit der Röhrenwand in Berührung kommen; ist also die Röhre prismatisch oder cylindrisch und p der Umfang eines Querschnittes, l die Länge, mithin p l die innere Oberfläche derselben, so ist dieser Widerstand der Größe p l v direkt proportionirt. Man kann jeden Druck oder Widerstand durch das Gewicht irgend einer Flüssigkeit vom spezifischen Gewichte s ausdrücken, und daher immer einen gewissen Coeffizienten A finden, der mit s p l v multiplicirt, das Gewicht eines Wasserkörpers gibt, welches dem Widerstande Q gleich ist, so daß $Q = A\, s\, p\, l\, v.$

2. Der von der Reibung oder vom Anstoße an die Erhabenheiten der Röhrenwand herrührende Widerstand Q′ nimmt ebenfalls im geraden Verhältnisse mit der Oberfläche p l der inneren Röhrenwand, aber nebstdem auch im quadratischen Verhältnisse mit der Geschwindigkeit v zu; denn wird die Geschwindigkeit 2, 3 . . mal größer, so nimmt die Zahl der Stöße 2, 3 . . mal in jeder Secunde zu und außerdem ist die Wirkung des Stoßes 2, 3 . . mal stärker. Wir können daher

$$Q' = B\, s\, p\, l\, v^2$$

setzen, wo B wieder ein unbestimmter Coeffizient ist.

3. Der Gesammtwiderstand ist demnach

$$Q + Q' = p\, l\, s\, (A\, v + B\, v^2);$$

dieser muß durch den Druck der Flüssigkeit an der Oeffnung des Behälters nicht nur überwältigt werden, sondern es muß auch die Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit v, die der Druckhöhe $\frac{v^2}{2g}$ entspricht, fortgeschoben werden. Heißt f die Fläche der Oeffnung, so ist h f s der Druck der Flüssigkeit an der Oeffnung, und $f\,s\,\frac{v^2}{2g}$ der Theil desselben der zur Bewegung der Flüssigkeit verwendet wird, mithin

$$h\,f\,s - f\,s\,\frac{v^2}{2g}$$

der Rest, der zur Ueberwältigung der Widerstände in Anspruch genommen wird; folglich ist

$$h\,f - f\,\frac{v^2}{2g} = p\,l\,(B\,v^2 + A\,v) \text{ und}$$

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{p\,l}{f}\,(B\,v^2 + A\,v);\ (1)$$

woraus ersichtlich wird, daß die ganze Druckhöhe h in zwei Theile zerfällt, wovon der erste die eigentliche Geschwindigkeitshöhe der durch die Röhrenleitung gehenden Flüssigkeit ist, der zweite Theil aber die Höhe ausdrückt, welche zur Ueberwältigung der Widerstände in der Röhrenleitung benöthigt wird. Ist die Röhre ein Cylinder vom Durchmesser d, mithin $p = \pi\,d$ und $f = \frac{\pi\,d^2}{4}$, so ist

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4\,l}{d}\,(B\,v^2 + A\,v);\ (2)$$

der Widerstand wächst somit mit der Länge der Röhre im geraden, mit der Querschnittsfläche derselben im umgekehrten und mit dem Quadrate der Geschwindigkeit im geraden Verhältnisse.

Man kann die Gleichung (2) auch in folgender Form geben:

$$h = \frac{v^2}{2g} + \frac{4A'\,l}{d}\,(v^2 + B'\,v).$$

Nach d'Aubiſson und Couplet ist $A' = 0.00010827$ und $B' = 0.174$. Ist die Geschwindigkeit v größer als 2 Fuß, so vernachläßigt man $B'\,v$, und setzt

$$4A' = 0.000454,$$

so daß man für die Widerstandshöhe erhält

$$h - \frac{v^2}{2g} = 4\,\frac{A'\,l\,v^2}{d}\ (3).$$

Die Versuche lehren, daß die Ausflußgeschwindigkeit durch Erhöhung der Temperatur der Flüssigkeit vermehrt, mithin der Widerstand vermindert wird; darum fließt durch eine Röhre warmes Wasser in größerer Menge heraus als kaltes; aus engen Röhren kann 3 bis 4mal mehr Wasser von 80° austreten, als Wasser von 0°. — Alcohol fließt bei — 85° R. wie Oel.. Aus Gerstners Versuchen ergibt sich auch, daß dieser Einfluß der Wärme nicht im geraden Verhältnisse mit der Temperatur wächst, sondern ein Maximum hat, das von der Geschwindigkeit und dem Röhrendurchmesser abhängig ist. Daraus wird erklärbar, warum gewissen Pflanzen nur ein bestimmter Wärmegrad am zuträglichsten ist, so daß sie sowohl bei einem höheren als bei einem niederen sich schlechter befinden. — Fällt in ein offenes Gerinne Schnee, so bewirkt die dadurch erzeugte Abkühlung eine auffallende Verminderung der Geschwindigkeit.

Die Formel (1) macht ersichtlich, daß der Widerstand desto kleiner wird, je

kleiner der Umfang p in Verhältnisse zur Größe des Querschnittes ist, mithin erscheint der Widerstand in cylindrischen Röhren kleiner als in prismatischen vom gleichen Querschnitte. Die Gefäße im thierischen Organismus haben durchaus kreisförmige Querschnitte; die Innenflächen sind so glatt als möglich, damit der Reibungswiderstand fast ganz wegfalle und höchstens der von der Adhäsion herrührende bleibe. Die Schlagadern sind bald kurz und weit wie z. B. bei den Nieren, bald lang und dünn wie z. B. bei den Hoden, je nachdem das Blut rascher oder langsamer durch zu gehen hat, um die in dem Organe nöthigen Wirkungen hervorzubringen.

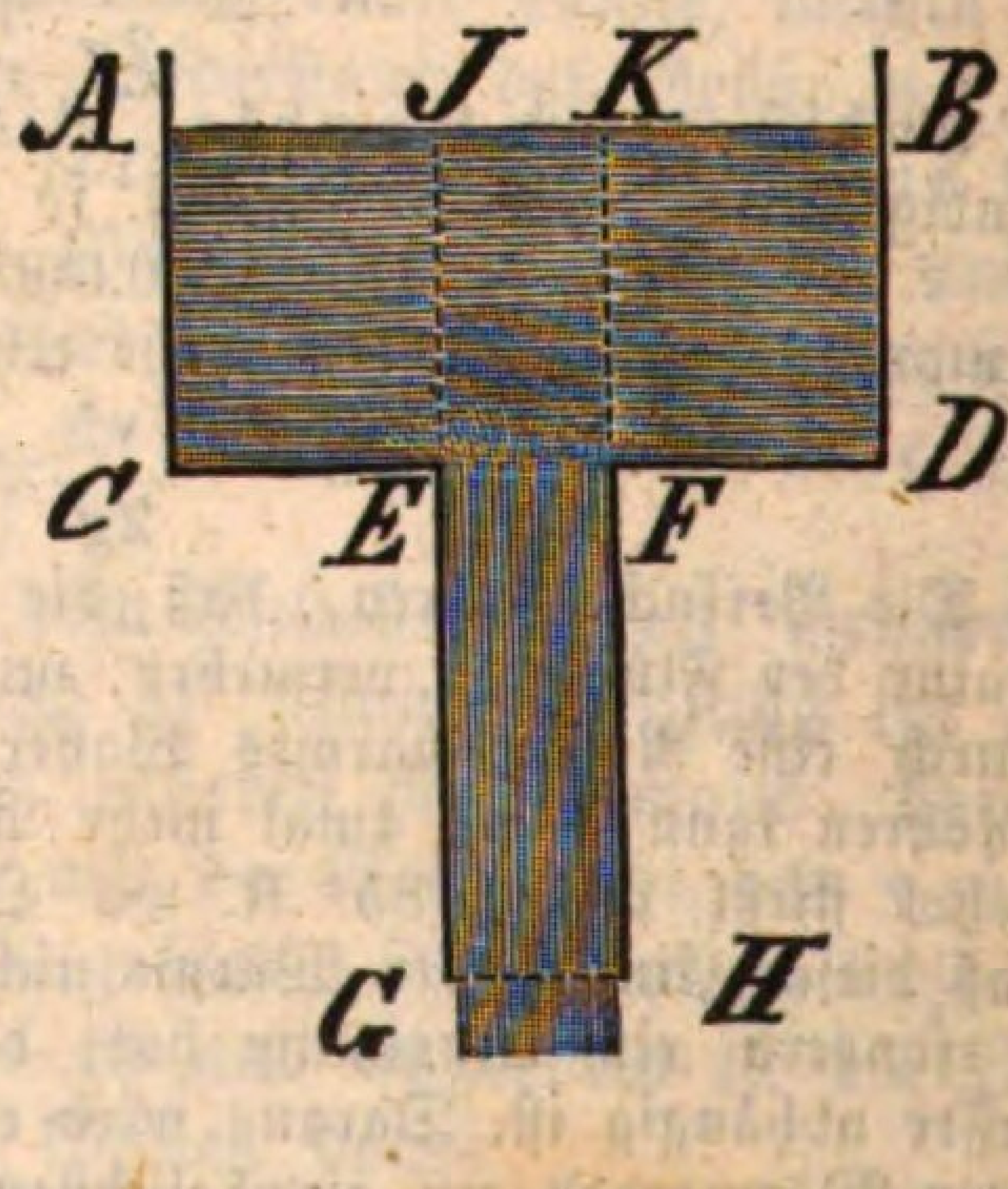
Biegt sich eine Röhrenleitung, so verändert sich die Geschwindigkeit nach Maßgabe der Größe der Krümmung; man hat daher bei Röhrenleitungen starke Biegungen der Röhren zu meiden, und sie, wo es nöthig ist, bogenförmig anzulegen mit möglichst großem Halbmesser der Krümmung. — Verengungen der Röhren an einzelnen Stellen müssen vermieden werden, weil sie die Geschwindigkeit in Folge der dadurch eintretenden Contraction vermindern. — Bei einer Röhrenleitung, die in die Höhe geht und dann wieder abfällt, sammelt sich leicht an den höchsten Stellen Luft an, welche den Durchfluß des Wassers hemmt; daher versieht man die höchsten Stellen mit kleinen vertikalen Luftröhren (Windstöcken), durch welche die Luft entweichen kann. An den tiefsten Stellen bringt man viereckige Kasten- oder Wechselhäuschen an, damit sich der Schlamm und andere dem Wasser fremdartige Theile darin absetzen können. Strömmt eine Flüssigkeit aus einem Behälter in die Luft, ohne daß auf ihre Oberfläche im Behälter der Luftdruck wirken kann; so hat die Flüssigkeit beim Ausströmen auch den Luftdruck zu überwinden. —

Wenn die Flüssigkeit die Röhrenwand nicht benetzt, so kann in engen Röhren bei geringem Drucke der Durchfluß der Flüssigkeit ganz aufhören; dieß tritt z. B. bei Quecksilber ein, das man in engen Glasröhren leitet.

§. 110. **Hydrodynamischer Seitendruck.** Der Druck den eine tropfbare Flüssigkeit im Gleichgewichtszustande gegen die Seitenwand äußert, heißt der *hydrostatische* zum Unterschiede von dem, den eine bewegte Flüssigkeit ausübt, und den man den *hydrodynamischen* nennt.

Es sei ABCD, Fig. 136., ein Behälter, aus dem Wasser unter einem constanten Drucke in eine Röhre fließt. Ist die Mündung GH geschlossen, so wird ein jeder Punkt der Seitenwand einen der ihm zugehörigen Höhe entsprechenden hydrostatischen Druck erleiden; käme aber das Wasser durch die offene Mündung GH mit der Geschwindigkeit V heraus, welche der Druckhöhe $GJ = H$, entspricht, so hätten die Wände EF und FH gar keinen Druck zu erleiden; ist dieß nicht der Fall sondern die Geschwindigkeit ist eine kleinere v, die der kleineren Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ entspricht, so erscheint ein Theil der Druckkraft für die Bewegung der Flüssigkeit verloren, wirkt aber drückend auf die Seitenwand, so als wenn die Flüssigkeit die Druckhöhe $H - h$ hätte. Fließt aber das Wasser in den Behälter ABCD schon mit einer der Druck-

Fig. 136.



höhe h′ entsprechenden Geschwindigkeit v′ ein, so wird der Druck auf die Seitenwand noch größer, bezeichnen wir ihn mit P, so ist

$$P = K\,(H - h + h') = K\left(H - \frac{1}{2g}(v^2 - v'^2)\right)$$

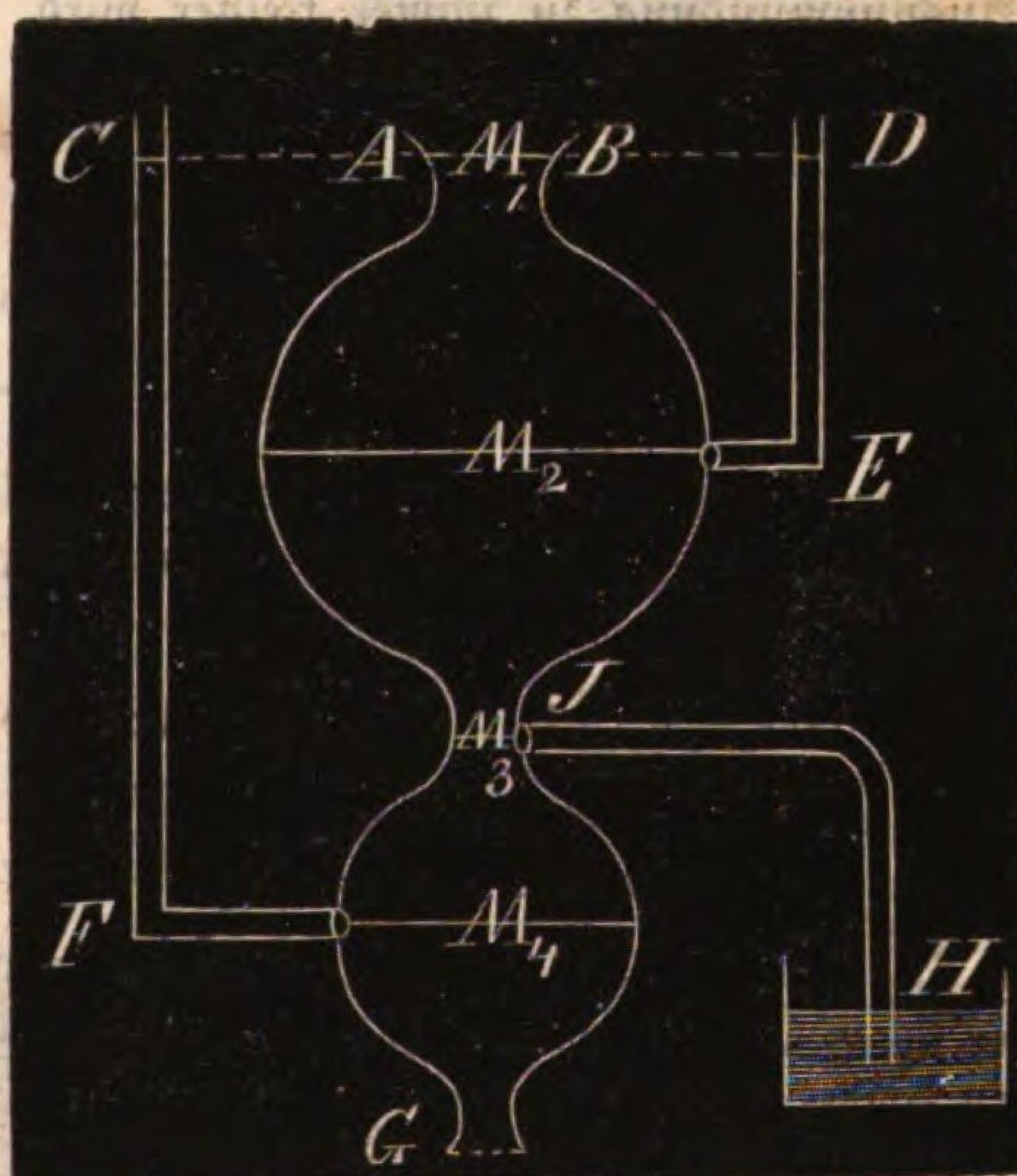
wo K die constante Verhältnißzahl ist.

Ist v′ > v, so ist $-\frac{1}{2g}(v^2 - v'^2)$ positiv, mithin der Druck auf jede Stelle der Wandung von EFGH größer, als bei der Druckhöhe H, also als der hydrostatische; wenn hingegen v > v′, und sogar

$$\frac{1}{2g}(v^2 - v'^2) > H$$

ist, so erscheint der Druck negativ, d. h. die Stelle der Röhrenwand hat dann keinen Druck von Innen nach Außen zu erleiden, sondern wird von der äußeren atmosphärischen Luft nach Innen gepreßt.

Fig. 137.



Den Fall des negativen Druckes hat zuerst Daniel Bernoulli entwickelt; er heißt das Bernoulli'sche Theorem. Man kann die verschiedenen Druckverhältnisse bei verschiedenen Theilen der Wandung an einem vielgestaltigen Behälter Fig. 137. recht anschaulich machen. Die Mündungen G und H seien verschlossen, und der Behälter mit Wasser gefüllt bis AB, so steigt dieses in den Seitenröhren bis C und D. Man setzt $M_1 M_2 = h$, $M_1 M_3 = h'$ $M_1 M_4 = h''$, und nimmt an, daß das Wasser aus der Mündung G unter constantem auf AB lastenden Drucke ausfließt, und in den Querschnitten M_1, M_2, M_3, M_4, die Geschwindigkeit v_1, v_2, v_3, v_4 habe; da durch jeden Querschnitt in jeder Secunde gleich viel Wasser durchfließt, so muß $v_1 > v_2$, und $v_1 < v_3$ sein. Heißt P der Druck auf die Wandung im Querschnitte M_2, so ist

$$P = K\left(h + \frac{1}{2g}(v_1^2 - v_2^2)\right)$$

d. h. der Druck erscheint größer als bei der Druckhöhe h, mithin wird das Wasser in der Röhre ED sich erheben.

Im Querschnitte M_3 ist die Geschwindigkeit bedeutend größer als in M_1, somit der Druck gegen die Wandung

$$P' = K\left(h' - \frac{1}{2\,g}(v_3^2 - v_1^2)\right)$$

Wird nun v_3 so sehr vergrößert, daß $\frac{1}{2\,g}(v_3^2 - v_1^2) > h'$, so erscheint P′ negativ, und es kann bei J kein Wasser ausfließen, sondern es wird bei H aufgesogen, wie man es deutlich wahrnimmt, wenn H in ein mit gefärbtem Wasser gefülltes Ge-

fäß taucht; ist in diesem Gefäße nur Luft, so saugt die Röhre HJ Luft ein, und das Wasser tritt bei G mit Luftblasen vermengt heraus.

In der Röhre FC kann das Wasser entweder einen unveränderten Stand annehmen, wenn nämlich $v_4 = v_1$, oder es kann der Wasserstand kleiner als h'', also auch der Druck P'' gegen die Wandung im Querschnitte M_4 kleiner sein als K h'', wenn nämlich $v_4 > v_1$.

2. In einer Röhrenleitung würde, falls das Wasser mit der Geschwindigkeit sich bewegte, die der Druckhöhe im Behälter entspricht, der obere Theil der Röhrenwand auch nicht den mindesten Druck erfahren, so daß die Röhre oben wie eine Rinne offen sein könnte; allein wir haben erfahren, daß die Druckkraft in zwei Theile zerfällt, wovon der eine die Flüssigkeit mit der Geschwindigkeit v bewegt, der andere zur Ueberwältigung der vorhandenen Bewegungshindernisse verwendet wird; dieser letztere der Widerstandshöhe proportionirte Theil der Druckkraft ist es, der drückend auf die Röhrenwand wirkt, aber mit dem Fortschreiten der Flüssigkeit in der Röhrenleitung immer mehr und mehr verbraucht und bei der Ausflußmündung Null wird, weshalb der Druck auf die Röhrenwand gegen die Ausflußmündung zu immer kleiner wird. War die Widerstandshöhe

$$h - \frac{v^2}{2g} = \frac{4A\ l\ v^2}{d},$$

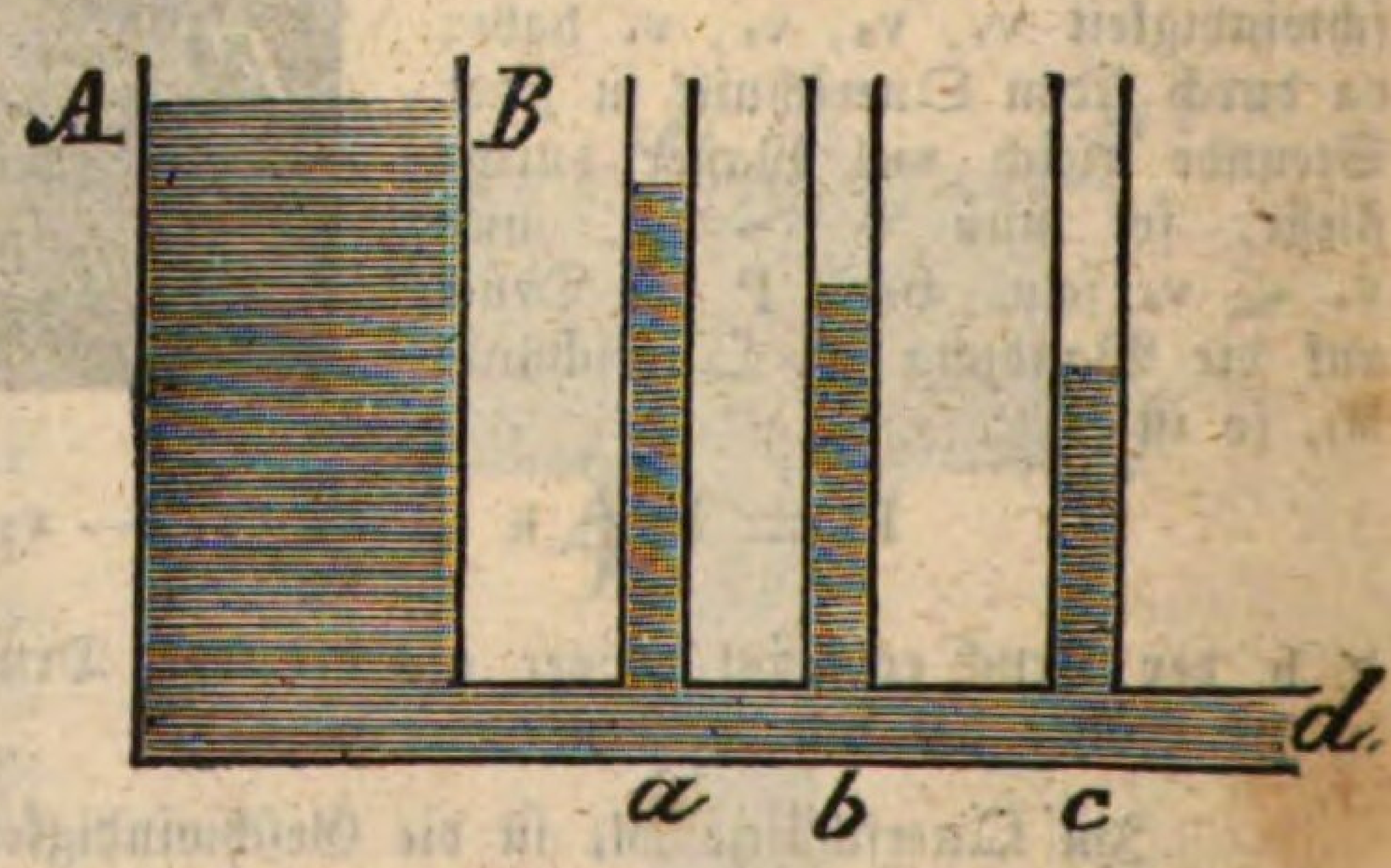
so ist sie an der Stelle die um l' von dem Orte, wo die Röhre in den Behälter einmündet, entfernt ist, nur noch

$$\frac{4A}{d}\,(l - l')\ v^2$$

und dieser Größe ist der Druck an dieser Stelle proportionirt, mithin desto kleiner, je größer l', aber desto größer, je kleiner der Durchmesser der Röhre wird.

Von dem Gesagten überzeugt man sich, wenn man an der Seite der Leitungsröhre a d, Fig. 138., vertikale Meßröhren (Piezometer) einsetzt; so lange die Mündung d geschlossen ist, steht das Wasser in allen eben so hoch, wie im Behälter; läßt man aber das Wasser ausfließen, so sinkt es in den Röhren, in b mehr als in a, und in c mehr als in b, zum Beweise, daß der Druck gegen die Ausflußmündung d zu beständig abnimmt. — Die Physiologie weiset nach, wie höchst weise die angeführten hydrodynamischen Verhältnisse im menschlichen Organismus benützt werden.

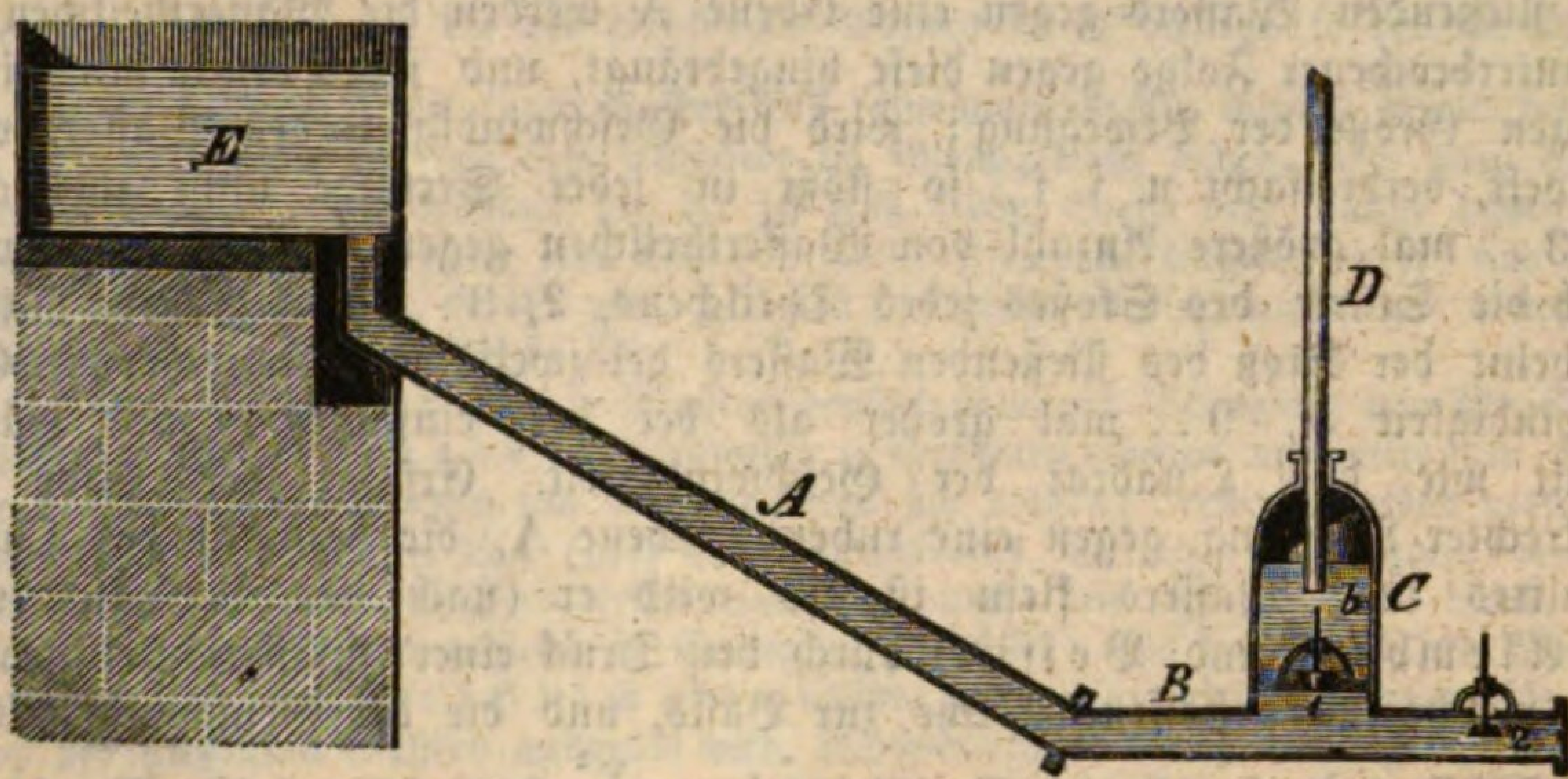
Fig. 138.



3. Wird die Wassersäule in der Leitungsröhre plötzlich durch irgend ein Hinderniß in ihrer Bewegung aufgehalten, so werden die hinteren Theile in Folge ihres Bestrebens, die Bewegung fortzusetzen, die vorderen weiter drängen, wodurch es kommt, daß das Hinderniß einen Druck zu erleiden hat, welcher den hydrostatischen übertrifft, und der von der Größe der Bewegung der Wassersäule abhängt.

Auf dem Uebergange des hydrodynamischen in den verstärkten hydrostatischen Druck beruht die Wirkung des von den Gebrüdern Mongolfier (im Jahre 1797) erfundenen Stoßhebers oder hydraulischen Widders, Fig. 139., dessen

Fig. 139.



wesentliche Theile sind: ein weiter Wasserbehälter E (oder auch eine Quelle von größerem Gefälle), aus dem das Wasser durch eine Leitungsröhre, die gegen das Ende horizontal liegt, zu einem Gefäße C geleitet wird, in welches eine Steigröhre D luftdicht eingesetzt ist, und beinahe bis an den Boden reicht, das Wasser kann in dieses Gefäß nur dann gelangen, wenn sich das Ventil 1 öffnet. Ein zweites in der Nähe von C befindliches Ventil 2 schließt eine am oberen Theile der Leitungsröhre angebrachte Oeffnung, sobald es von unten nach aufwärts gedrückt wird; sein Gewicht darf nicht zu groß sein. Das Gefäß C sammt den Ventilen heißt der Kopf des Widders. Das Wasser, welches mit einer gewissen von der Druckhöhe im Behälter abhängigen Geschwindigkeit in der Leitungsröhre fortfließt, stößt an die Ventile und hebt sie, wodurch durch 2 die Oeffnung geschlossen wird; nun dringt das Wasser in das Gefäß C ein, könnte aber hier wegen des Widerstandes, der daselbst vorhandenen und durch das Eindringen des Wassers comprimirten Luft nicht einmal die Höhe im Wasserbehälter erreichen, wenn nicht eine bewegende Kraft sich entwickeln möchte, die es höher zu treiben vermag, dieß geschieht auf folgende Art: Man drückt für einen Augenblick das Ventil 2 nieder, läßt es aber sogleich frei; so fängt das Wasser an, mit der ihm zukommenden Geschwindigkeit durch die Oeffnung bei 2 auszufließen; bald aber wird durch den Stoß das Ventil 2 gehoben, und an die Wand angedrückt, wodurch eine plötzliche Hemmung in der Bewegung des Wassers eintritt, die einen verstärkten Druck, einen Stoß gegen alle Hindernisse zur Folge hat, durch den das Ventil 1 geöffnet und Wasser in das Gefäß C hineingepreßt wird. Diese Bewegung wird noch dadurch unterstützt, daß die durch den stattgehabten Druck erweiterten elastischen Röhrenwände sich wieder zusammenziehen; bei dieser nur einen Augenblick lang dauernden Bewegung wird der Druck auf die Ventile geringer, weshalb sich wieder das Ventil 1 schließt, und das Ventil 2 durch eigenes Gewicht herabfällt; nun strömt von neuem das Wasser bei 2 heraus, und die eben angegebene Reihe von rasch aufeinander folgenden Wirkungen, die man einen Stoß des Widders nennt, findet von neuem Statt. Die Stöße folgen nach einem immer gleichen Tacte aufeinander; das Gefäß C füllt sich immer mehr mit Wasser, das durch den Druck der hier verdichteten Luft in die Steigröhre getrieben wird, und sich hier so hoch erheben kann, bis es einen Druck gegen das Ventil 1 äußert, bei dem dieses durch den Wasserstoß nicht mehr gehoben werden kann. Mongolfier hat mit seiner Maschine das Wasser 108 Fuß gehoben.

Die Construktion dieser Maschine nimmt viel Sorgfalt in Anspruch; die in die Leitungsröhre eindringende Wassermasse muß groß genug sein, um mit gehöriger Gewalt auf das Ventil 1 zu wirken; die Lage und das Gewicht des Ventils 2 müs-

sen angemessen gewählt sein. Durch die Oeffnung bei 2 geht eine beträchtliche Menge Wassers verloren, weshalb diese Maschine nur dort brauchbar ist, wo ein reicher Wasservorrath zu Gebote steht.

§. 111. **Stoß des fließenden Wassers.** Bei dem Stoße des fließenden Wassers gegen eine Ebene A werden die Wassertheilchen in ununterbrochener Folge gegen diese hingedrängt, und jedes drückt mit seiner ganzen Größe der Bewegung; wird die Geschwindigkeit des Wassers verdoppelt, verdreifacht u. s. f., so stößt in jeder Secunde nicht nur eine 2, 3.. mal größere Anzahl von Wassertheilchen gegen A, sondern es wird auch die Stärke des Stoßes jedes Theilchens, 2, 3... mal größer, mithin erscheint der Stoß des fließenden Wassers bei zweifacher, dreifacher... Geschwindigkeit 4, 9.. mal größer als bei der einfachen, und wächst somit wie das Quadrat der Geschwindigkeit. Erfolgt der Stoß in senkrechter Richtung gegen eine ruhende Ebene A, die bezüglich des Querschnittes des Wassers klein ist, so wird er (nach den Versuchen von D'Alembert und Bossut) durch den Druck einer Wassersäule gemessen, welche die gestossene Fläche zur Basis, und die der Geschwindigkeit v des Wassers entsprechende Druckhöhe $h = \frac{v^2}{2g}$ zur Höhe hat. Bezeichnet man mit Q die Stärke des Stoßes, und mit s das Gewicht einer Volumseinheit Wassers, so ist

$$Q = \frac{A}{2g} s v^2.$$

Der schiefe Stoß muß in zwei Componenten zerlegt werden, in eine, die auf die Stoßfläche normal wirkt, und in eine mit der Stoßfläche parallele, die keine Bewegung erzeugen kann. Die Brückenpfeiler haben eine solche Form, daß sie vom fließenden Wasser nur in schiefer Richtung getroffen werden, wodurch die Gewalt des Stoßes vermindert wird.

Weicht die Stoßfläche dem Stoße mit der Geschwindigkeit c aus, so ist die Stärke des normalen Stoßes

$$Q = \frac{As}{2g} (v^2 - c^2)$$

Hieraus wird die Gewalt des fließenden Wassers, insbesondere bei Bergströmen, wenn sie plötzlich anschwellen, recht begreiflich; dieß sah man recht auffallend im Jahre 1818 im Banienthale in Unterwallis, wo der Lauf der Dranse durch hinein von den Gletschern herabgestürzte und hochaufgethürmte Eismassen gehemmt ward, so daß sich oberhalb ein See von einer Viertelmeile Länge bildete; durch die höhere Temperatur des Sommers lockerten sich endlich die Eismassen, es entstanden Lücken, die dem Wasser einen Abfluß gestatteten und bald bis zu 90 Fuß Breite ausgedehnt wurden. Nun sah man, wie durch die Gewalt des Wassers große Felsstücke fortgewälzt, Brücken und feste Mauern zertrümmert und ganze Wälder fortgerissen wurden. Das Wasser floß mit einer Geschwindigkeit von 31 Fuß in einer Secunde, die der Fallhöhe von $15\frac{1}{2}$ Fuß entspricht; hatte daher ein Körper eine Fläche von 10 Quadratfuß dem Wasser zugekehrt, so erhielt er einen Stoß von $15\frac{1}{2} . 10 . 56\frac{1}{2}$ = 8757 Pfunden, was die ungeheuere Wirkung der schnell fließenden Wassermassen ersichtlich macht. Man war lange der Ansicht, daß die sogenannten Findlinge oder erratischen Blöcke, welche die norddeutsche Ebene, ferner den Westen der Niederlande, das östliche England, den Norden von Dänemark bedecken, mehrere tausend Zentner Gewicht haben, und von der Gebirgsart, auf der sie aufliegen, sehr verschieden sind, wohl aber mit dem Gestein der Hochgebirge Scandinaviens, mit dem daselbst vorkommenden Granit und Syenit übereinstimmen, durch die Stoßgewalt des Wassers an die

Orte gebracht worden sind, wo wir sie jetzt finden; allein diese Blöcke haben scharfe Kanten und Ecken, während die Gesteine, die das Wasser fortwälzt, abgerundet erscheinen. Daher ist es viel wahrscheinlicher, daß die erratischen Blöcke durch große Eisblöcke, mit denen in der Urzeit die Scandinavischen Gebirge bedeckt gewesen sein mögen, in ferne Gegenden transportirt worden sind; denn da das spezifische Gewicht des Eises von 0° R. $\frac{10}{11}$, von der des tropfbaren Wassers bei 0° beträgt, so hat ein Kubikfuß Eis 51.3 Pfund, somit kann ein Kubikfuß schwimmendes Eis mit 5.2 Pfund belastet sein und wird dabei erst mit dem Auftriebe im Gleichgewicht stehen, aber ganz eingetaucht erscheinen. Ein Eisblock, der bei 10 Fuß Höhe, Breite und Länge 1000 Kubikfuß groß ist, vermag schon eine Last von 5200 Pfund zu tragen; daher sind Eismassen von beträchtlicher Größe wohl geeignet, so große Gebirgsmassen zu transportiren, wie die erratischen Blöcke sind.

Den Stoß des fließenden Wassers benützt man zur Bewegung von Maschinen mittelst der Wasserräder, die entweder in vertikalen Ebenen um horizontale Axen oder in horizontalen Ebenen um vertikale Axen sich drehen; erstere heißen vertikale, letztere horizontale Wasserräder (oder auch Kreiselräder, Turbinen). Letztere werden durch Rückwirkung des Wassers, erstere entweder durch den Stoß, oder durch den Druck, oder durch beides zugleich in Bewegung erhalten. Bei den vertikalen Wasserrädern, die man unterschlächtige nennt, stehen die Schaufeln, gegen die der Stoß des fließenden Wassers ausgeübt wird, rechtwinkelig auf dem Umfange des Rades; die untersten sind in das Wasser eingetaucht. Würde das Rad durch den Stoß eine Geschwindigkeit erhalten, welche derjenigen gleich, ist mit welcher das Wasser fortfließen möchte, wenn das Rad nicht da wäre, so darf das Rad der Bewegung keinen Widerstand entgegensetzen, also gar nicht belastet sein, und kann somit auch keine Arbeit vollbringen; aber eben so wenig in dem Falle, wenn die Belastung so groß ist, daß es der Stoß nicht in Bewegung zu setzen vermag. Soll durch das Rad eine Arbeit vollbracht werden, so muß es sich mit einer Geschwindigkeit bewegen, die geringer ist, als die des fließenden Wassers; am vortheilhaftesten ist die Wirkung, wenn die Geschwindigkeit der Radschaufeln (im Stoßmittelpunkte gemessen) halb so groß ist als die des anstoßenden Wassers. — Man wendet solche Räder dort an, wo eine bedeutende Wassermenge mit einer geringen Fallhöhe zu Gebote steht. Um eine größere Leistung zu erzielen, hat Poncelet ein unterschlächtiges Rad mit krummen Schaufeln konstruirt, an denen das Wasser emporsteigt, bis es fast seine ganze Geschwindigkeit an das Rad abgegeben hat.

Oberschlächtige Wasserräder wendet man bei höheren Gefällen von geringer Wassermasse an; die Zellen auf der einen Seite füllen sich mit dem fließenden Wasser an, wodurch ein Uebergewicht auf dieser Seite entsteht, welches das Rad in Bewegung setzt. Die Zellen müssen so konstruirt sein, daß sie das in einem Gerinne zugeführte Wasser leicht aufnehmen, und es erst so tief als möglich ausschütten. — Man hat auch mittelschlächtige Räder, die eine Mittelgattung zwischen den beiden andern bilden.

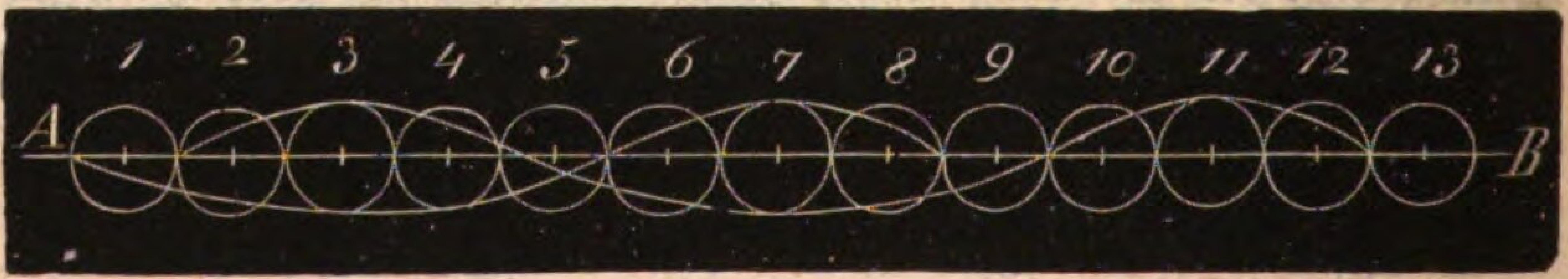
§. 112. Wasserwellen. Läßt man einen Stein ins Wasser fallen oder wird auf irgend eine andere Art z. B. durch einen Windstoß das Gleichgewicht des Wassers gestört, so entstehen kreisförmige Wellen, die sich von der Stelle, wo der Stein die Störung des Gleichgewichts bewirkte, und die der gemeinschaftliche Mittelpunkt der Wellen ist, nach allen Seiten mit gleichförmiger Geschwindigkeit verbreiten, und in Erhöhungen und Vertiefungen der Wasserfläche bestehen. Die Erhöhung heißt ein Wellenberg, die Vertiefung ein Wellenthal. Man sieht jeden Wellenberg nach Außen hin immer weiter fortschreiten und das Wellenthal ihm nachfolgen, wobei beständig neue Wassertheilchen in Bewegung kommen und an der Bildung der Welle theilnehmen. Daß die einzelnen Wassertheilchen an der fortschreitenden Bewegung der Welle keinen Antheil haben und nur eine geringe Ortsänderung erfahren, wird ersichtlich, wenn man

ein Stückchen Holz, das auf dem Wasser schwimmt, beobachtet; man sieht es sich erheben und wieder sinken, je nachdem ein Wellenberg oder ein Wellenthal unter ihm sich fortzieht.

Offenbar ist es die Schwere der einzelnen Wassertheilchen, welche die durch den Steinfall gestörte horizontale Ebene wieder herzustellen strebt und eine oscillirende Bewegung erzeugt, die sich von Theilchen zu Theilchen in horizontaler Richtung fortpflanzt. Die Beschaffenheit dieser Oscillationen haben die Gebrüder E. und W. Weber durch genaue Untersuchungen ausgemittelt, zu denen sie sich einer ziemlich langen, aber schmalen, mit Wasser gefüllten Rinne bedienten, in welcher die Wellen erregt wurden; da die Rinne schmal war, so liefen die Wellen in ihr bloß der Länge nach fort, und man hatte auf das, was nach der Querrichtung Statt fand, nicht Rücksicht zu nehmen; die Seitenwände der Rinne bestanden aus Glas, im Wasser befanden sich feine feste Theilchen, die dasselbe spezifische Gewicht hatten wie das Wasser, und deren Bewegung mittelst eines Mikroskops beobachtet wurde, wenn eine Welle durch das Wasser zog. Stellt man die Untersuchungen an, so findet man, daß, so oft eine Welle vorbeigeht, die Theilchen an der Oberfläche in vertikalen Ebenen beinahe kreisförmige Bahnen beschreiben; die tiefer liegenden beschreiben Ellipsen, deren vertikaler Durchmesser desto kleiner erscheint, je entfernter von der Oberfläche die Theilchen sich befinden; in größeren Tiefen sieht man die Theilchen nur geradlinig in horizontaler Richtung hin und her sich bewegen. In dem Falle, wo die aufeinanderfolgenden untereinander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler von ungleicher Größe sind, sieht man die einzelnen Wassertheilchen krumme Linien beschreiben, die nicht in sich geschlossen sind. — Je weiter ein Theilchen von dem Orte der Wellenerregung entfernt ist, desto später beginnt es, seine Schwingungsbahn zu beschreiben. — Aus der kreisförmigen Bewegung der Wassertheilchen an der Oberfläche, und aus dem Umstande, daß die in einer horizontalen Linie liegenden Theilchen nicht gleichzeitig, sondern successiv, eines nach dem andern in diese Bewegung versetzt werden, erklärt sich die Gestalt und das Fortschreiten der Welle.

Nehmen wir an, eine ganz regelmäßige Wellenbewegung schreite von der Linken zur Rechten; es sei t die Zeit, in welcher ein Theilchen einmal einen Kreis beschreibt, also die Schwingungsdauer, und es pflanze sich die Bewegung während der Zeit t vom Theilchen 1 Fig. 140., bis zu dem in

Fig. 140.



einer von 1 gezogenen horizontalen Linie liegenden Theilchen 9; die dazwischen liegenden Theilchen, 2, 3, 4 ... werden in solchen Abständen von einander angenommen, daß jedes folgende um $\frac{t}{8}$ später in Bewegung kommt, als

das vorhergehende, mithin erst dann, wenn dieses $\frac{1}{8}$ seiner kreisförmigen Bahn zurückgelegt hat. Betrachten wir die Lage der Theilchen in dem Augenblicke, wo 1 bereits seine Kreisbahn einmal zurückgelegt hat, und somit wieder an der ebenen Oberfläche AB sich befindet; so hat 2 nur $\frac{7}{8}$, 3 nur $\frac{6}{8}$ u. s. f. zurückgelegt, und das Theilchen 9 wird eben zur Bewegung angeregt; hieraus wird ersichtlich, daß die Theilchen zwischen 1 und 5 unter dem Niveau sich befinden, und ein Wellenthal bilden, während die zwischen 5 und 9 vorkommenden über dem Niveau zu einem Wellenberg sich gestalten; das Theilchen 3 bildet den tiefsten Punkt des Wellenthals und das Theilchen 7 den höchsten des Wellenbergs.

Nach Verlauf von $\frac{t}{2}$ wird schon das Theilchen 13 zur Bewegung angeregt, der Wellenberg wird nun von den zwischen 9 und 13, das Wellenthal von den zwischen 5 und 9 befindlichen Theilchen gebildet, und die zwischen 1 und 5 vorkommenden werden einen Wellenberg darstellen. — Auf solche Art schreiten die Wellenberge und Wellenthäler von dem Orte der Wellenerregung nach allen Richtungen gleichmäßig fort, und da jedes Theilchen den Kreislauf mehrere Male macht, so müssen hinter der ursprünglich erregten Welle mehrere neue Wellen sich bilden.

Der Weg von 1 bis 9, den die Wellenbewegung während einer Schwingungsdauer zurücklegt, und der daher von Theilchen begrenzt erscheint, die in ganz gleichem Schwingungszustande (Schwingungsphase) sich befinden, heißt eine W e l l e n l ä n g e. Die Theilchen die eine Welle begrenzen, befinden sich gleichzeitig am Niveau, erreichen gleichzeitig den höchsten und gleichzeitig den tiefsten Stand; es kann daher die Wellenlänge durch die Entfernung der höchsten Punkte zweier auf einander folgenden Wellenberge gemessen werden, wie z. B. durch die Entfernung des Theilchens 11 von 3. — Theilchen die nur um eine halbe Wellenlänge von einander entfernt sind, wie z. B. 1 und 5, 3 und 7, 4 und 8 befinden sich stets in entgegengesetzten Schwingungszuständen.

Die Höhe des Wellenbergs ist, so wie die Tiefe des Wellenthals dem Halbmesser, mithin die Höhe der Welle selbst dem Durchmesser der Kreisbahn gleich, die jedes Theilchen beschreibt.

Wenn sich zwei von verschiedenen Orten kommende Wellen begegnen, so durchkreuzen sie sich, es entsteht dort, wo die höchsten Stellen zusammenfallen, ein Wellenberg von beinahe doppelter Höhe, und dort, wo ihre tiefsten Stellen zusammen kommen, ein Wellenthal, das beinahe die doppelte Tiefe hat. Trifft ein Wellenberg mit einem Wellenthale zusammen, so entsteht eine ebene Fläche. Vereinigen sich zwei Wellenberge zu einem einzigen, so sieht man die Theilchen in der vom höchsten Punkte gezogenen Vertikalen sich aufwärts in vertikaler Richtung erheben, während die seitwärts stehenden sich in schiefen Richtungen beinahe in geraden Linien auf und abbewegen.

Die von verschiedenen Orten ausgehenden Wellen können sich in den mannigfaltigsten Richtungen durchkreuzen, ohne daß eine die andere in der Fortsetzung ihres Weges stört; die Wellenbewegung bleibt dieselbe,

mag sie im fließenden oder im ruhigen Wasser erzeugt werden. — Stößt die Welle an eine feste Wand, so erfährt sie eine Zurückwerfung.

Die umständlicheren Untersuchungen über die Beziehungen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit, der großen Dauer der Oscillationen und der Gestalt der Wellen, über die Bewegung der Theilchen im Innern, über die Abnahme der Höhen der Wellenberge und Wellenthäler mit der Entfernung von dem Entstehungsorte der Welle, über die Zurückwerfung der Wellen sind wohl sehr lehrreich, müssen aber einem besonderem Studium vorbehalten bleiben. Hier wollen wir nur noch die Thatsache anführen, daß in einer Tiefe, die 350mal so groß war, als die Höhe einer Welle, noch eine merkliche Bewegung des Wassers beobachtet wurde; die Trübung des Meerwassers nach Stürmen, selbst bei einer tiefen Lage des Bodens gibt Zeugniß, daß sich die Wellenbewegung in sehr große Tiefen erstreckt.

Grundlehren der Aërodynamik.

§. 113. **Gesetze des Ausströmens der ausdehnsamen Flüssigkeiten aus Behältern.**

1. In einer ausdehnsamen Masse kann eine Bewegung durch jede Ursache bewirkt werden, die geeignet ist, eine Aenderung in der Gleichheit des Druckes, den die Theilchen an einer Stelle auf ihre Umgebung äußern, und des Gegendruckes, den sie selbst erleiden, hervorzubringen; dieß kann geschehen:

a) durch Aenderung der Temperatur an einer Stelle der Luftmasse, in Folge deren die Expansivkraft daselbst erhöhet oder erniedrigt und so entweder ein Abfließen eines Theils der Luftmasse in die Nachbarschaft oder ein Zuströmen neuer Luft aus der Umgebung veranlaßt wird;

b) durch Bewegung eines Körpers, der die Luft vor sich stößt und hinter sich einen leeren Raum zurückläßt, den die Luft aus der Nachbarschaft kraft ihrer Ausdehnsamkeit einnimmt, wie es sich bei der Bewegung des Kolbens einer Luftpumpe oder eines Cylindergebläses zeigt. Auch ein gewöhnlicher Fächer und ein Centrifugalgebläse machen ersichtlich, wie die Luft durch bewegte Körper in Bewegung versetzt werden kann;

c) durch Verdünnen der Luftmasse an irgend einer Stelle mittelst des Saugens oder durch Verdichtung derselben vermittelst eines Druckes wie z. B. bei einem gemeinen Blasebalg.

d) Fließen einer Luftmasse Dünste zu, so wird die Ausdehnsamkeit der Luft um die des Dunstes gesteigert; werden hingegen die in einer Luftmasse befindlichen Dünste plötzlich tropfbar, so tritt eine Verminderung in der Ausdehnsamkeit der ganzen Masse ein.

2. Aus einem Behälter kann die darin eingeschlossene Luft durch eine Oeffnung nur dann ausströmen, wenn sie eine größere Ausdehnsamkeit besitzt, als die äußere Luft, die gegen die innere Luft an der Oeffnung einen Gegendruck äußert. Ist e der Ueberschuß an Expansivkraft der eingeschlossenen Luft, so erfolgt die Ausströmung genau so, als wenn die innere Luft an jeder Flächeneinheit der Oeffnung durch den Druck e in einen leeren Raum getrieben würde; bezeichnet h die Höhe einer Luftsäule von durchaus gleichförmiger Dichte, die durch ihr Gewicht im Stande wäre, diesen Druck e zu äußern, so ist die Ausströmungsgeschwindigkeit

$$v = \sqrt{2g\,h}.$$

Bedeutet s das spezifische Gewicht und d die Dichte dieser Luftsäule, S das spezifische Gewicht und D die Dichte einer Quecksilber- oder einer Wassersäule, die bei der Höhe H im Stande wäre, auf eine Flächeneinheit den Druck e auszuüben, so ist

$$e = h\,s = H\,S, \text{ und } h = H\,\frac{S}{s}$$

mithin
$$v = \sqrt{2gH\,\frac{S}{s}} = \sqrt{2gH\,\frac{D}{d}}. \quad (1)$$

Strömt z. B. atmosphärische Luft bei 0° und bei einer Expansivkraft, die einer Wassersäule von 32 Fuß das Gleichgewicht hält, in einen leeren Raum; so ist H = 32 Fuß, die Dichte des Wassers D = 770 d, mithin

$$v = \sqrt{2g.\ 32.770} = 1236 \text{ Fuß}.$$

Stände die Luft im Behälter nur unter dem Drucke einer halben Atmosphäre, so wäre HD nur halb so groß, als vorhin, aber auch die Dichte d der Luft im Behälter würde nur die Hälfte von der vorigen betragen, mithin bliebe die Ausflußgeschwindigkeit unverändert.

3. Bedeutet H die Höhe einer Wassersäule, die dem Ueberschuße an Expansivkraft der Luft im Behälter, und B die Höhe derjenigen, die dem äußern Luftdrucke das Gleichgewicht hält, so ist (B + H) S die Expansivkraft der eingeschlossenen und BS die der äußern Luft. Ist d′ die Dichte der Luft beim Luftdrucke BS und d jene der verdichteten Luft im Behälter, und die Temperatur beider Luftmassen die nämliche, so ist dem Mariotte'schen Gesetze gemäß

$$d' : d = B : B + H.$$

Bestimmt man nun den Werth von d und substituirt in der Gleichung (1), so erhält man für die Ausströmungsgeschwindigkeit der verdichteten Luft aus einem Behälter in die äußere Atmosphäre die Gleichung

$$v = \sqrt{\frac{2\,g\,H\,D.\,B}{(B + H)\,d'}}$$

Nun ist D = 770 d′, mithin

$$v = \sqrt{\frac{770.2\,g\,B\,H}{B + H}} \quad (2)$$

Bei einem andern durch die Wasserhöhe B′ gemessenen Luftdrucke ist

$$v' = \sqrt{\frac{770.2\,g\,B\,H}{B' + H}}.$$

4. Heißt δ die Dichte eines, und δ′ die Dichte eines andern Gases, wenn beide mit dem nämlichen Drucke auf die an der Oeffnung befindliche Schichte wirken, also H D bei beiden den nämlichen Werth hat, und sind v und v′ die Geschwindigkeiten, mit welchen diese Gase in einen luftleeren Raum einströmen, so erhält man

$$v : v' = \sqrt{\frac{1}{\delta}} : \sqrt{\frac{1}{\delta'}}$$

d. h. die Ausströmungsgeschwindigkeiten verschiedener Gase bei gleichem Drucke verhalten sich umgekehrt wie die Quadratwurzeln aus den Dichtigkeiten derselben.

Sind zwei unter demselben Drucke befindliche Gase durch eine poröse Wand geschieden, so ist nach Daltons Gesetze der Raum, den ein Gas einnimmt, bezüglich des andern vom zweiten ungleichartigen Gase erfüllten als ein leerer Raum zu betrachten, weshalb sich jedes in dem Raume des andern im umgekehrten Verhältnisse der Quadratwurzeln ihrer Dichtigkeit ausbreitet; daher ist das von Graham entdeckte Gesetz der Diffusion der Gase nur eine Folge des allgemeinen Gesetzes, nach welchem die Gase in einem leeren Raum einströmen. Ist die Ausströmungsgeschwindigkeit der Luft = 1, so ist die des Sauerstoffes = 0.95, die des Wasserstoffes = 3.61.

5. Die Ausflußmenge eines Gases, die in einer Secunde aus einer Oeffnung a mit der Geschwindigkeit v ausströmt, ist offenbar = av; steht das Gas unter einem unveränderlichem Drucke, so ist für die Zeit t die theoretische Ausflußmenge

$$M = a\,t \sqrt{2\,g \frac{H\,D}{d}}$$

Die wirkliche Ausflußmenge erscheint kleiner, weil beim Ausströmen der Gase auch eine Zusammenziehung des Strahls Statt findet; um sie zu erhalten, muß man die theoretische mit dem Contractionscoeffizienten μ multipliciren. Buff fand durch Versuche für Oeffnungen in dünnen Platten:

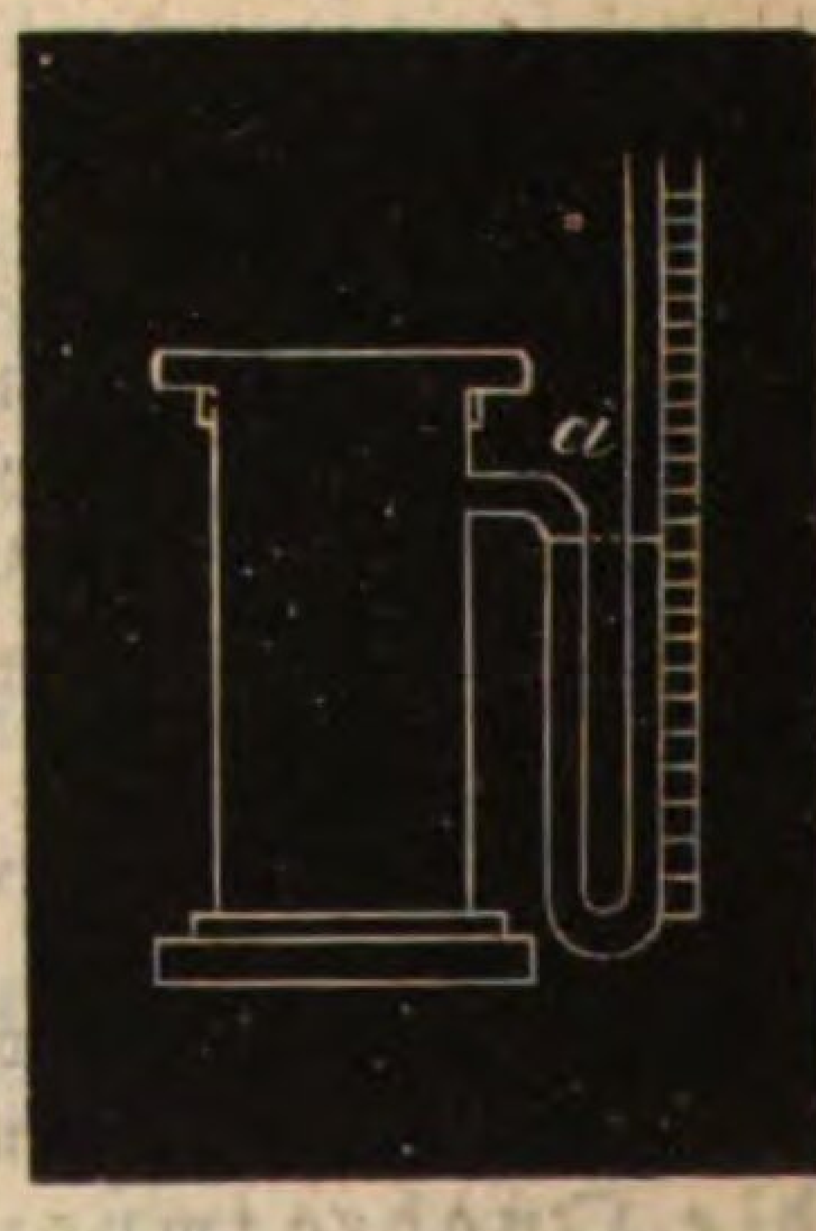
$$\mu = 0.626\,(1 - 0.789 \sqrt{h})$$

wo h die Druckhöhe bezeichnet. Indem der Werth von μ von der Druckhöhe abhängt, so ist er nicht so unveränderlich wie bei tropfbaren Körpern.

Nach Daubuisson ist für eine Oeffnung in einer dünnen Wand $\mu = 0.65$, für eine kurze cylindrische Ansatzröhre $\mu = 0.93$, und eine kurze conische Röhre $\mu = 0.95$.

Beim Knallgasgebläse muß das Volumen des in jeder Secunde ausströmenden Wasserstoffgases doppelt so groß sein, als das des in der nämlichen Zeit austretenden und mit ihm sich mengenden Sauerstoffgases; da nun die Ausflußgeschwindigkeit des ersteren 4mal größer ist, als die des letzteren, so muß die Oeffnung für das Sauerstoffgas 2mal so groß sein, als die für das Wasserstoffgas.

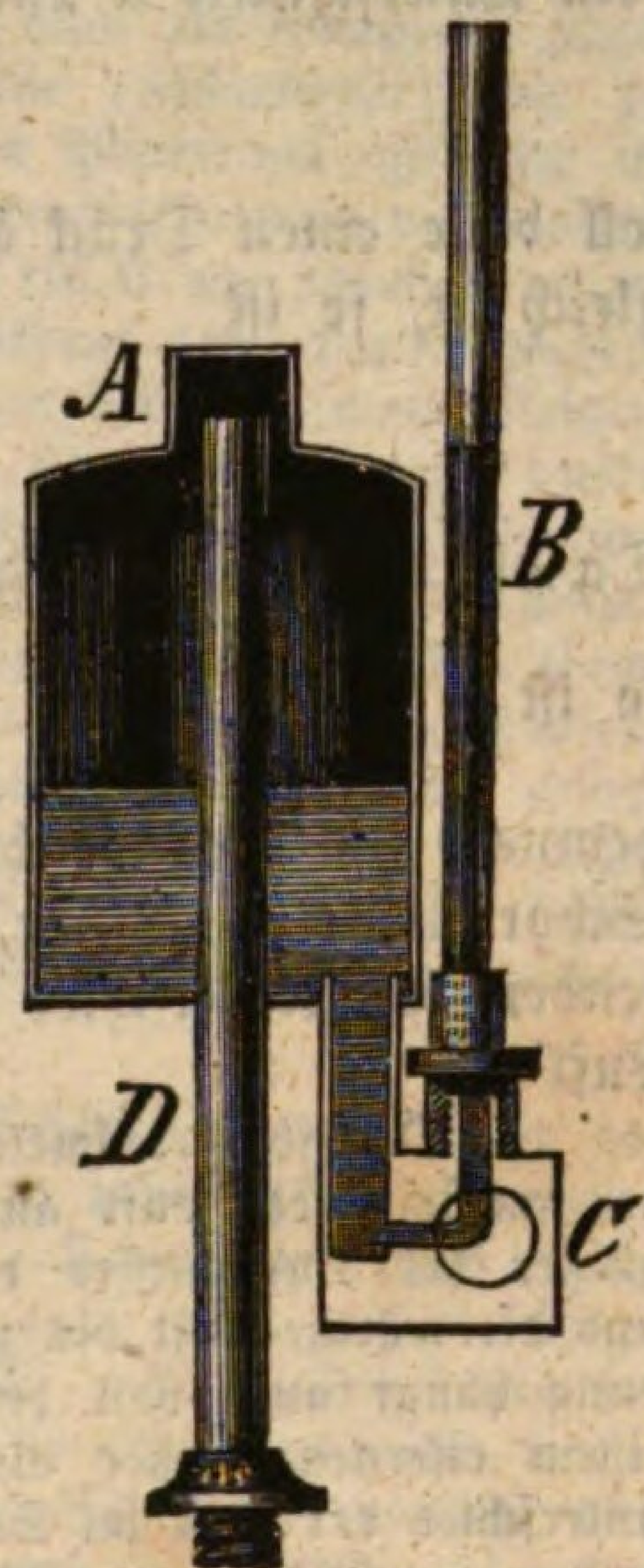
Fig. 141.



Die Expansivkraft der in einem Behälter eingeschlossenen Luft wird mittelst eines Manometers bestimmt, das verschiedenartig construirt wird. Fig. 141. zeigt ein Manometer, das aus einer zweischenkeligen an beiden Enden offenen graduirten Röhre besteht, deren kürzerer Schenkel horizontal gebogen und mit dem Luftbehälter verbunden ist; die Röhre ist bis nahe an die Biegung a mit Wasser oder mit Quecksilber gefüllt, so daß dieses bei Gleichheit der Expansivkraft der eingeschlossenen und der äußeren Luft in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Ist die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft stärker, so wird die tropfbare Flüssigkeit im längeren Schenkel höher stehen; der Höheunterschied mit dem spez. Gewichte der Flüssigkeit multiplicirt gibt den Werth von e an.

Ein anderes Manometer Fig. 142. besteht aus einem mit etwas Wasser gefüllten und allseits verschlossenen Blechkasten, durch dessen Boden eine Röhre hoch hinaufgeht, die unten mit einem Schraubengewinde versehen ist, um sie an den Luftbehälter anschrauben zu können. Ist der Blechkasten A am Behälter angeschraubt, so hat die Luft in A genau die Ausdehnsamkeit, wie die Luft im Behälter, und diese Ausdehnsamkeit ist gleich der Summe aus dem äußeren Luftdrucke und dem Drucke der in der Glasröhre B über dem Nullpunkte stehenden Wassersäule. Das Wasser wird durch eine Oeffnung im Deckel des Blechkastens eingegossen, so daß es vor dem Anschrauben der Röhre D an den Behälter in der Glasröhre am Nullpunkt steht, worauf man die Oeffnung luftdicht verschließt. Erhebt sich das Wasser in B, so sinkt es wohl in A, allein wegen des bedeutend größeren Durchmessers von A wird das Sinken unmerklich sein. Ein Hahn C dient dazu, um die Verbindung des Glasrohrs mit dem Blechkasten nach Belieben zu unterbrechen.

Fig. 142.



6. Die Bewegung der Gase in Röhren erleidet dieselben Hindernisse wie tropfbare Flüssigkeiten; der Widerstand kann bei der Schnelligkeit mit der die Luft sich bewegt für cylindrische Röhren dem Ausdrucke $\frac{A\, l\, v^2}{d}$ proportionirt angenommen werden, wo A der durch Versuche zu bestimmende Coeffizient, l die Länge und d der Durchmesser der Röhre ist.

Durch eine Röhre von 9000 Fuß tritt die durch einen kräftigen Blasebalg getriebene Luft mit so geringer Geschwindigkeit heraus, daß sie kaum im Stande ist, ein Licht auszublasen.

§. 114. **Bewegung der Luft in einem Schornsteine.** Nehmen wir einen cylindrischen Schornstein an, und bezeichnen mit P den Luftdruck auf den oberen Querschnitt desselben, mit p das Gewicht der Luftsäule im Schornsteine bei der Temperatur t, welche die äußere Atmosphäre besitzt, und mit p′ das Gewicht derselben Luftsäule, wenn sie die höhere Temperatur t′ hat; so ist der Druck auf den untersten Querschnitt des Schornsteines nach abwärts $= P + p'$ und durch die äußere Atmosphäre nach aufwärts $= P + p$, mithin ist $p - p'$ die Kraft, welche die warme Luft im Schornsteine in die Höhe treibt.

Ist h die Höhe des Schornsteins, a die Fläche eines Querschnitts s das spezifische Gewicht der Luft bei 0° R. und s′ jenes bei t°; so ist

$$p = a\, h\, s', \text{ und}$$

$$s : s' = 1 + \alpha\, t : 1, \text{ also } s' = \frac{s}{1 + \alpha\, t}$$

mithin $$p = \frac{a\, h\, s}{1 + \alpha\, t}, \text{ und } p' = \frac{a\, h\, s}{1 + \alpha\, t'};$$

daher $$p - p' = \frac{a\, h\, s\, \alpha\, (t' - t)}{(1 + \alpha\, t)\,(1 + \alpha\, t')}.$$

Ist q das Gewicht einer überall gleich dichten Luftsäule bei der Höhe h′ dem Querschnitte a und der Temperatur t′, so ist

$$q = \frac{a\ h'\ s}{1 + \alpha\ t'};$$

soll diese einen Druck äußern, welcher dem der bewegenden Kraft p — p′ gleich ist, so ist

$$h' = \frac{h\ \alpha\ (t' - t)}{1 + \alpha\ t}.$$

Da die Ausströmungsgeschwindigkeit $v = \sqrt{2g\ h'}$

so ist $$v = \sqrt{2g\ \frac{h\ \alpha\ (t' - t)}{1 + \alpha\ t}};$$

demnach ist die Geschwindigkeit, mit welcher die warme Luft aus dem Schornsteine ausströmt, desto größer je höher der Schornstein und je bedeutender der Unterschied in der Temperatur der inneren und der äußeren Luft ist.

Die so berechnete oder theoretische Geschwindigkeit wird durch die Reibung der aufsteigenden Luft an den Wänden des Schornsteins desto mehr vermindert, je größer der Durchmesser des Schornsteins und je länger der Weg ist, den der Rauch und die warme Luft bis zur Ausflußmündung zu machen hat. Der Einfluß der Reibung hängt auch von der materiellen Beschaffenheit des Schornsteins ab, und ist bei einem eisernen größer als bei einem aus Ziegeln aufgebauten. — Der Temperaturunterschied der Luft im Schornsteine und außerhalb desselben wird desto größer bleiben, je weniger Wärme das Material des Schornsteins der aufsteigenden Luftmasse entzieht, mithin je schlechterer Wärmeleiter es ist, und je kleiner bei demselben Kubikinhalte der Umfang ist, daher weniger in einem runden als in einem viereckigen Schornsteine. — Darum ist der Zug der Luft und des Rauches im Schornsteine bei kaltem Wetter besser als bei warmem; zieht ein Schornstein insbesondere bei milder Witterung schlecht so daß er den Rauch nicht in gehörigem Maße wegführen kann, so braucht man nur den Rauchfang durch angesetzte Röhren zu verlängern, und dem Uebel ist abgeholfen.

§. 115. **Stoß der bewegten Luft.** Die Stärke des Stoßes, den eine bewegte Luftmasse gegen einen ruhenden Körper äußert, wird auf die nämliche Art berechnet, wie die Stärke des Stoßes beim fließenden Wasser; sie wächst nämlich mit der Größe der Stoßfläche, mit der Dichte der Luft und mit dem Quadrate der Geschwindigkeit; jedoch bewirkt der Umstand, daß die Luft an der Stoßfläche, beim Anstoßen verdichtet wird, hierauf sich wieder ausdehnt, und in beiden Fällen auf den gestoßenen Körper wirkt, die Abänderung in der Stärke des Stoßes, daß diese bei einer Geschwindigkeit über 200 Fuß in der Secunde in einem größeren als dem quadratischen Verhältnisse wächst.

Der Widerstand, den ein bewegter Körper in einer ruhenden Flüssigkeit, mag diese tropfbar oder ausdehnsam sein, erleidet, ist der Größe des Stoßes gleich, den die bewegte Flüssigkeit gegen den ruhenden Körper ausübt, indem die gegenseitige Einwirkung beider Körper dieselbe ist, mag der Körper ruhen, und die Flüssigkeit sich gegen ihn bewegen, oder die Flüssigkeit ruhen, und der Körper sich bewegen.

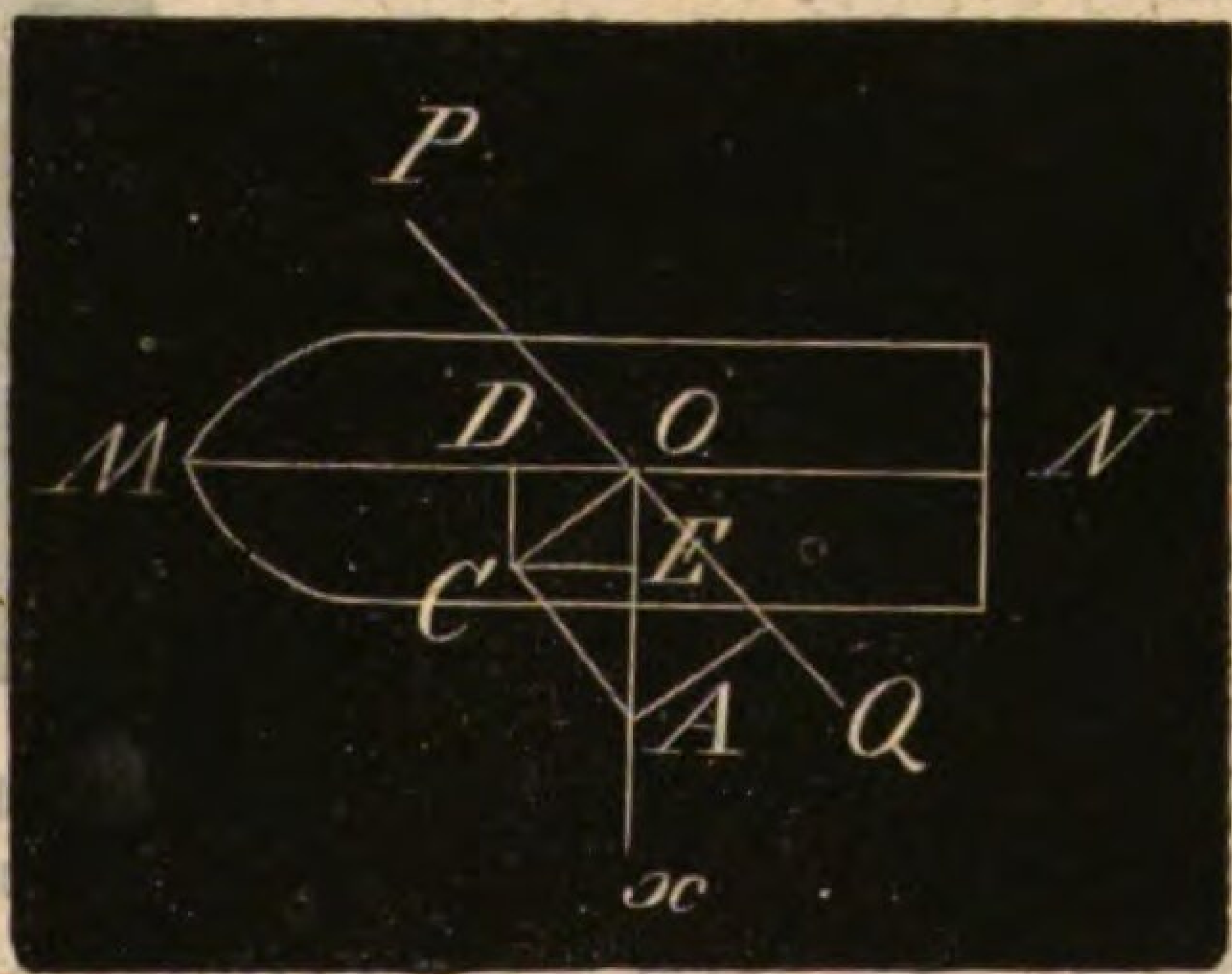
Berücksichtigt man, daß die Geschwindigkeit der bewegten Luft bei einem Sturme 120 Fuß beträgt, daher einer Fallhöhe von 225 Fuß entspricht, ferner daß das Gewicht eines Kubikfußes atmosphärischer Luft bei 0° R. und 760 Millimeter Luftdruck 564 Grane oder 2.35 Loth beträgt, und folglich der Stoß gegen ein Quadratfuß Fläche mit der Gewalt von 16.5 Pfund Statt findet; so wird uns die Gewalt des Sturmes

recht begreiflich. Denn der Druck gegen eine Kreisfläche von 20 Fuß Durchmesser mithin von mehr als 314 Quadratfuß Inhalt beträgt schon über 50 Centner.

Der Stoß bewegter Luft oder des Windes benützt man als bewegende Kraft bei den Windflügeln der Windmühlen. In eine starke Welle (Flügelwelle), die 10 bis 15 Grade gegen den Horizont geneigt, und gegen den Windstrom gerichtet ist, werden lange Arme (Ruthen) kreuzweise durchgesteckt, in der Entfernung von einigen Fuß von der Axe der Welle lange Sprossen senkrecht, auf die Arme jedoch so angebracht, daß sie mit der auf der Welle senkrecht stehenden Ebene (der Drehungsebene der Ruthen), Anfangs den Winkel von 30° aber weiter von der Axe immer kleinere Winkel bilden, so daß die äußerste Sprosse nur noch um 6° bis 12° geneigt bleibt. Die Sprossen werden mit Segeltuch oder mit dünnen Bretchen bedeckt. Die Neigung der Sprossen ist an den zwei gegenüberstehenden Armen entgegengesetzt. — Den Windstoß, der auf die Flügelfläche in schiefer Richtung wirkt, muß man sich in zwei Componenten, in eine normale und in eine zu der Fläche parallel wirkende zerlegt denken; letztere kann keinen Druck daher auch keine Bewegung erzeugen, und nur die erstere setzt die Windflügel in Bewegung. Die Windmühlen, bei welchen sich nur das Dach mit der Flügelwelle drehen und nach dem jedesmaligen Winde stellen läßt, heißen holländische; diejenigen, bei welchen sich das ganze Haus um eine vertikale Säule drehen läßt, heißen deutsche oder Bockmühlen.

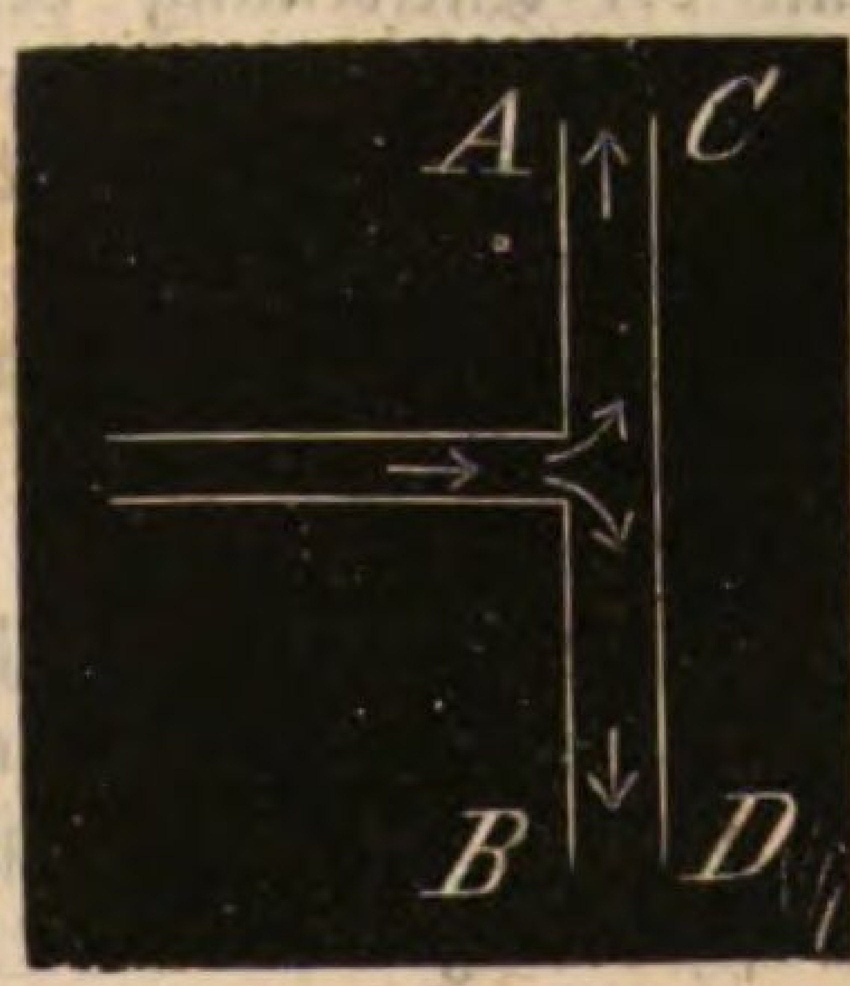
Der Wind wird auch als bewegende Kraft für Schiffe benützt. Weht der Wind in der nämlichen Richtung, in welcher das Schiff zu gehen strebt, so werden die am Mastbaume hängenden Segel so gestellt, daß die Segelfläche vom Winde senkrecht getroffen wird; hat das Schiff mehrere Masten, also auch mehrere Segel hintereinander, so wählt man eine solche Stellung der Segel, daß ein Segel das andere nicht decke, sondern die möglich größte Segelfläche dem Winde dargeboten werde. — Man kann aber auch den Seitenwind zur Bewegung des Schiffes verwenden, dieß wird ersichtlich, wenn wir uns unter PQ, Fig. 143., ein gegen die Richtung des Seitenwindes O x schiefgestelltes Segel und unter MN die Axe des Schiffes vorstellen; die Kraft des Windes OA zerlegen wir in zwei Componenten OB, die parallel zu dem Segel ist und verloren geht, und in OC die senkrecht auf PQ wirkt, und sich wieder in die zwei Seitenkräfte OD und OE zerlegt; die OD treibt das Schiff vorwärts, die OE drängt es seitwärts und sucht eine Seitenbewegung (einen Abfall) hervorzubringen, aber in dieser Richtung setzt das Wasser einen sehr starken, dagegen in der Richtung OM den geringsten Widerstand entgegen. Die Aufgabe der Seeleute ist es nun, die Segel so zu stellen, daß OD möglichst groß, OE dagegen möglichst klein werde.

Fig. 143.



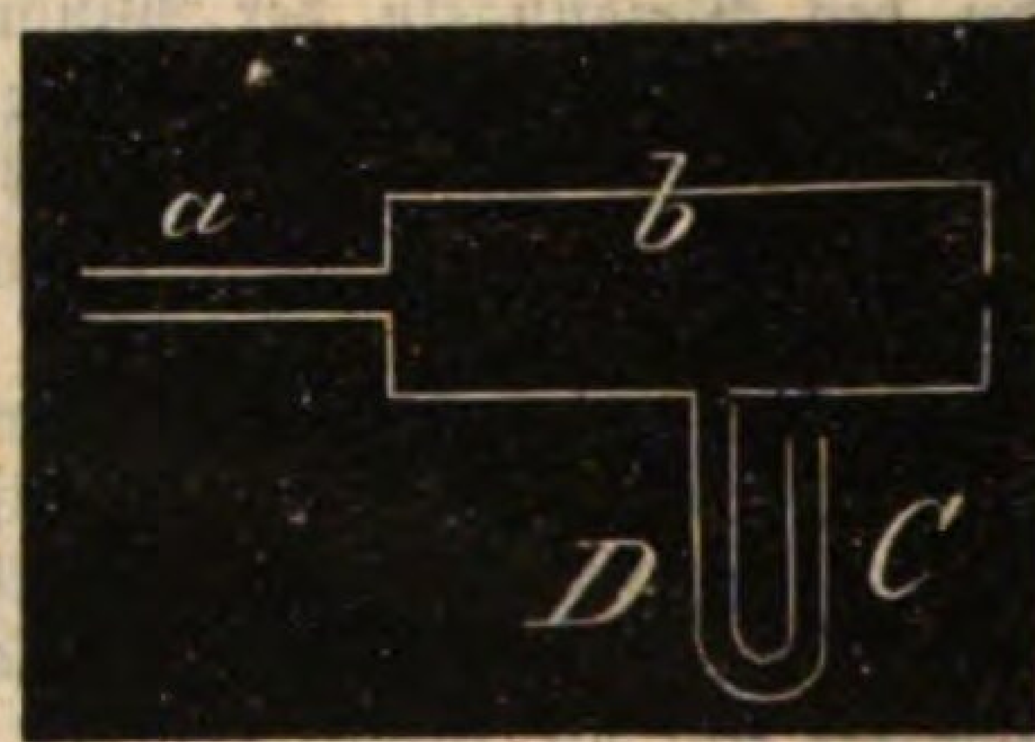
Das aus einer Röhre ausströmende Gas übt gegen eine gegenüberstehende feste bewegliche Ebene einen Stoß aus, durch den diese in der Richtung des Stoßes in Bewegung gesetzt wird; wenn aber die Röhre an einer breiten Platte befestigt ist, und der Luftstrom gegen eine Scheibe CD Fig. 144. von Papier oder dünnen Metall, die 7 bis 8mal größer ist als der Querschnitt der Röhre, mit Schnelligkeit geht, so kann die Scheibe CD in einiger Entfernung sogar angezogen werden, während der Luftstrom zwischen AB und CD entweicht. Die Ursache dieser Erscheinung, die man das aërodynamische Paradoxon nennt, ist darin zu suchen, daß die aus der engen Oeffnung der Röhre schnell austretende Luft zwischen der Wand AB und der Scheibe CD schnell

Fig. 144.



entweicht und im Zustande der Bewegung einen geringeren Druck auf die Seitenwände äußert, als die ruhende äußere Luft, weshalb diese die Scheibe CD gegen AB treibt. — Bläst man aus einer engen Röhre a in eine weitere b Fig. 145. so erzeugt man in b eine Luftverdünnung, bei der durch den Druck der äußeren Luft die in der heberförmigen Röhre befindliche Flüssigkeit gegen b getrieben wird, so daß sie im Schenkel D höher steht als in C.

Fig. 145.

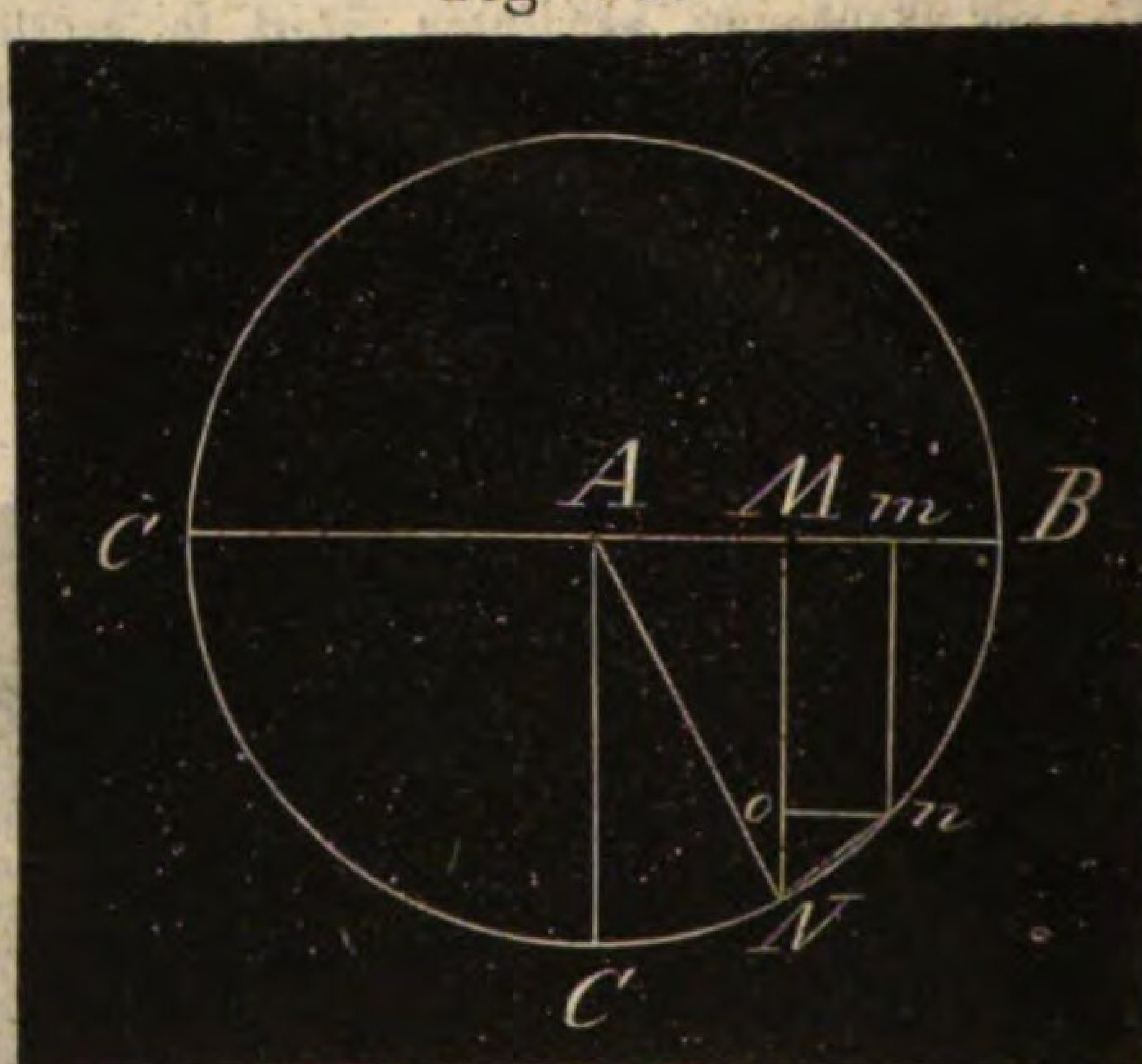


Ausströmende Gase üben eine Rückwirkung aus, wie tropfbare Flüssigkeiten und bringen dadurch Bewegungen hervor, wie z. B. das Aufsteigen der Raketen, das Zurückgehen der Kanonen nach dem Abfeuern, u. s. w.

Schwingende Bewegung bei sehr geringer Schwingungsweite.

§. 116. 1. Ist ein frei bewegliches Massentheilchen durch irgend eine Kraft z. B. durch die Elasticität des Körpers, dem es angehört, an einen Ort A Fig. 146. in der Art gebunden, daß es nach geschehener Verschiebung von diesem Orte mit einer der Größe dieser Verschiebung proportionalen Kraft zu seiner ursprünglichen Lage A hingetrieben wird; und man bringt es z. B. von A nach B, überläßt es hierauf sich selbst, so entsteht eine schwingende Bewegung, indem sich das Massentheilchen seiner Gleichgewichtslage A in der Art nähert, daß seine Geschwindigkeit beständig wächst, aber der Zuwachs an Geschwindigkeit beständig abnimmt, weil die beschleunigende Kraft desto schwächer wirkt, je geringer der Abstand des Massentheilchens von A wird; in A angekommen hat es die größte Geschwindigkeit erreicht, mit der es nun vermöge seiner Trägheit die Bewegung in der Verlängerung von BA fortsetzt; diese Bewegung ist eine ungleichförmig verzögerte, indem die Größe der Verzögerung mit der Entfernung des Theilchens von der Gleichgewichtslage zunimmt; wird die Geschwindigkeit z. B. in C Null, so muß es umkehren und mit ungleichförmig beschleunigter Bewegung nach A zurückgehen, wobei seine Geschwindigkeit genau so wächst, wie sie bei dem Gange von A nach C abgenommen hat, so daß es in A mit der nämlichen Geschwindigkeit ankommt, mit welcher es von hier ausgegangen ist, und die es während der Bewegung von B nach A erlangt hat. Das Theilchen bewegt sich nun in Folge seiner Trägheit von A nach B ungleichförmig verzögert, und weil seine Geschwindigkeit genau so abnimmt, wie sie bei der Bewegung von B nach A gewachsen ist, so wird, falls keine Hindernisse vorkommen, seine Geschwindigkeit wieder Null werden, wenn es den Ort B erreicht hat,

Fig. 146.



worauf die nämliche Reihe von Bewegungszuständen, die bei der Bewegung von B nach C und von C nach B Statt gefunden hat, sich wiederholt, und dieß fort und fort, wenn keine Gegenkräfte die Bewegung hindern. Ein Hin- und Hergang z. B. von B nach C und zurück durch A nach B heißt eine Schwingung, Oscillation; die größte Entfernung von der Ruhelage, also AB oder AC heißt Schwingungsweite oder Amplitude, und die größte Geschwindigkeit, die es während einer Schwingung in A besitzt, heißt Schwingungsintensität; die Zeit, während welcher eine Schwingung vollbracht wird, nennt man die Schwingungsdauer. Der Bewegungszustand d. i. die Richtung, die Größe der Geschwindigkeit und der Abstand des Beweglichen von der Ruhelage an (Elongation) irgend einer Stelle der Bahn heißt die dieser Stelle entsprechende Phase der Schwingung; und die Zeit, die bis zum Eintreten einer gewissen Phase verfließt, heißt Phasenzeit. Die Zeit, vom Eintreten irgend einer Phase bis zum Erscheinen derselben Phase, ist offenbar der Schwingungsdauer gleich, indem das Bewegliche während dieser Zeit alle möglichen Phasen einer Schwingung durchläuft.

2. Nehme man an, das Massentheilchen m sei in A mit einer Geschwindigkeit in Bewegung gesetzt worden, bei welcher es bis B zu gehen vermag; es sei t die Zeit, in welcher es den Weg $AM = s$ zurücklegt und v die Geschwindigkeit, die es in M besitzt; $M\,m = \sigma$ sei der Weg, den es während des unendlich kleinen Zeittheilchens τ zurücklegt und $v - \gamma$ die Geschwindigkeit, mit der es in M ankommt; somit ist γ die Aenderung in der Geschwindigkeit, während des Zeittheilchens τ. Man kann immerhin den Weg $\sigma = v\,\tau$ setzen, wenn man τ als eine ins Unendliche abnehmende Größe betrachtet. Die bewegende Kraft wird allgemein durch den Ausdruck $m\,\frac{\gamma}{\tau}$ ausgedrückt; die in dem angenommenen Falle wirksam ist, aber $= m\,k\,s$, wo k die unveränderliche, von der besonderen Beschaffenheit der Kraft abhängige Verhältnißzahl bedeutet; mithin ist

$$\frac{m\,\gamma}{\tau} = m\,k\,s \text{ oder } \frac{\gamma}{\tau} = k\,s.$$

Multiplicirt man letztere Gleichung mit σ und berücksichtigt daß, $\frac{\sigma}{\tau} = v$, so hat man

$$\frac{v\,\gamma}{k} = s\,\sigma, \text{ (1), und } \sigma : \frac{\gamma}{\sqrt{k}} = \frac{v}{\sqrt{k}} : s. \text{ (2)}$$

Errichtet man in M und m die Geraden MN, m n senkrecht auf AB, und nimmt $MN = \frac{v}{\sqrt{k}}$, und $m\,n = \frac{v - \gamma}{\sqrt{k}}$, zieht von n die Linie n o parallel zu M m; so ist $N\,o = \frac{\gamma}{\sqrt{k}}$. Verbindet man n mit N, und substituirt in der Proportion (2) für die einzelnen Glieder die gehörigen Werthe, mit der Berücksichtigung, daß $M\,m = n\,o$, so hat man

$$n\,o : N\,o = M\,N : A\,M;$$

da die von den proportionalen Seiten der Dreiecke AMN und N n o eingeschlossenen Winkel einander gleich sind, so sind die Dreiecke ähnlich, mit-

hin der Winkel MAN = dem Winkel n N o und ANM = N n o. Da nun in dem rechtwinkligen Dreiecke AMN die Winkel an der Hypotenuse MAN + ANM = 90, so ist auch n N o + ANM = 90; also steht die unendlich kleine Gerade N n auf der AN senkrecht.

Errichtet man in jedem Punkte der Bahn AB eine Senkrechte, macht sie dem Quotienten gleich, den man erhält, wenn man die in diesem Punkte vorhandene Geschwindigkeit des Beweglichen mit $\sqrt{k}$ dividirt, verbindet hierauf alle Endpunkte der Senkrechten mit einander, so erhält man eine krumme Linie, welche die Eigenschaft besitzt, daß jedes unendlich kleine Stück derselben wie z. B. N n, dessen Verlängerung offenbar als eine Tangente dieser krummen Linie betrachtet werden kann, auf der von A zum Anfangspunkte dieses Stückchens gezogenen Geraden, wie AN senkrecht steht; woraus folgt, daß diese krumme Linie ein Kreis ist, dessen Mittelpunkt A, und dessen Halbmesser gleich der Schwingungsweite AB = a ist.

Daß die krumme Linie, welche die Endpunkte der genannten Senkrechten verbindet, ein Kreis ist, geht auch aus dem Umstande hervor, daß die Abstände dieser Endpunkte von A einander gleich sind; denn bezeichnen wir den Abstand des Punktes N von A, d. i. AN mit x, und n A mit x', so ist

$$x^2 = AM^2 + MN^2 = s^2 + \frac{v^2}{K}, \text{ und}$$

$$x'^2 = Am^2 + mn^2 = (s + \sigma)^2 + \frac{(v - \gamma)^2}{K};$$

erhebt man die Größen rechts des Gleichheitszeichens zum Quadrat und vernachläßigt die zweiten Potenzen der unendlich kleinen Größen σ und γ, so ist

$$x'^2 = s^2 + 2\, s\, \sigma + \frac{v^2}{K} - \frac{2\, v\, \gamma}{K}$$

Aus der Gleichung (1) folgt, daß $2\, s\, \sigma = \frac{2\, v\, \gamma}{K}$, mithin bleibt

$$x'^2 = s^2 + \frac{v^2}{K} = x^2;$$

somit sind die Punkte N und n von A wirklich gleich weit entfernt.

3. Verzeichnet man mit dem Halbmesser a um A einen Kreis, so geben die auf AB errichteten, aber unterhalb AB fallenden Senkrechten, die mit der Zahl $\sqrt{k}$ dividirten Geschwindigkeitsstuffen an, welche das Bewegliche während der Bewegung von B nach C annimmt; die über AB stehenden hingegen diejenigen, welche es bei der entgegengesetzten Bewegung von C nach B erhält, und die, wie es sich aus den Eigenschaften des Kreises ergibt, in gleichen Abständen vom Mittelpunkte einander gleich, aber der Richtung nach entgegengesetzt sind.

Zur genauen Kenntniß der Gesetze dieser schwingenden Bewegung müssen Ausdrücke ermittelt werden, mittelst welcher es möglich ist, für jede Phasenzeit t die Geschwindigkeit v, die das Bewegliche besitzt, und den Abstand s desselben von der Gleichgewichtslage, so wie die Richtung der Bewegung anzugeben. Zu diesem Behufe folgern wir aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AMN und N n o, daß

$$N\, n : \sigma = a : \frac{v}{\sqrt{k}}, \text{ mithin } N\, n = \frac{a\, \sigma}{v} \sqrt{k};$$

da $\frac{\sigma}{v} = \tau$, so ist $N\, n = a\, \tau \sqrt{k}$.

Errichtet man in A die Senkrechte $AC = a = \frac{c}{\sqrt{k}}$, wenn c die größte in A herrschende Geschwindigkeit des Beweglichen (die Schwingungsintensität) bedeutet, und theilt den Bogen CN in unendlich viele Theilchen $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots$ und in eben so viele Zeittheilchen $\tau, \tau', \tau'' \ldots$ die Phasenzeit t; so erhält man

$$\alpha = a\,\tau\sqrt{k},\ \alpha' = a\,\tau'\sqrt{k},\ \alpha'' = a\,\tau''\sqrt{k} \ldots\ldots$$

wo $\tau, \tau', \tau'' \ldots$ die den Bogen $\alpha, \alpha', \alpha'' \ldots$ zugehörigen Zeittheilchen sind; und der Bogen

$$CN = (\tau + \tau' + \tau'' + \ldots)\, a\sqrt{k} = a\, t\sqrt{k}.$$

Setzt man den Winkel $CAN = \varphi$, so ist der Bogen $CN = a\,\varphi$, die Seite $AM = a \sin. \varphi$, und $MN = a \cos. \varphi$, mithin

$$a\,\varphi = a\, t\sqrt{k}, \text{ und } \varphi = t\sqrt{k}, \text{ folglich}$$

$$s = a \sin. (t\sqrt{k})\ (3) \text{ und } v = a\sqrt{k} \cos. (t\sqrt{k}) = c. \cos. (t\sqrt{k})(4)$$

Heißt T die Schwingungsdauer, so ist $\frac{T}{4}$ die Zeit, in welcher das Bewegliche einen der Schwingungsweite AB gleichen Weg zurücklegt, mithin ist der vierte Theil der Kreis-Peripherie

$$ANB = \frac{\pi}{2} = \frac{T}{4}\sqrt{k}, \text{ mithin } T = \frac{2\pi}{\sqrt{k}}\ (5).$$

Diese eben angeführte elementare Entwickelung der Gesetze der schwingenden Bewegung haben wir dem Herrn Regierungsrath von Ettingshausen zu danken.

Setzt man in den Formeln (3) und (4) aus (5) den Werth von $\sqrt{k}$ so ist

$$s = a \sin. \frac{2\pi t}{T} \text{ und } v = a\sqrt{k} \cos. \frac{2\pi t}{T}\ (6).$$

Zählt man die Phasenzeit von dem Augenblicke, wo sich das Bewegliche in B befand und seine Geschwindigkeit Null war, und führt in den Formeln den Winkel $MAN = \psi$ ein, so ergibt sich der Bogen

$$BN = a\,\psi = a\, t\sqrt{k}, \text{ somit } \psi = t\sqrt{k}, \text{ und}$$

$$s = a \cos. t\sqrt{k} = a \cos. \frac{2\pi t}{T} \text{ und}$$

$$v = a\sqrt{k} \sin. t\sqrt{k} = a\sqrt{k} \sin \frac{2\pi t}{T}.$$

Ist die Phasenzeit $\frac{T}{2} + t$, so ist:

$$s = a \cos. \left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = -a \cos. \frac{2\pi t}{T} \text{ und}$$

$$v = a\sqrt{k} \sin. \left(\pi + \frac{2\pi t}{T}\right) = a\sqrt{k} \sin. \frac{2\pi t}{T},$$

mithin erscheint das Bewegliche in Phasen, die um eine halbe Schwingungsdauer von einander abstehen, gleichweit von der Ruhelage entfernt, aber auf entgegengesetzten Seiten derselben, auch sind die Geschwindigkeiten gleich, aber einander entgegengesetzt.

§. 117. Stehende und fortschreitende Schwingung.

1. Wenn alle Theilchen eines Körpers oder auch nur eines Theils desselben zu gleicher Zeit in Bewegung versetzt werden, und die Schwingungen in der Art vollbringen, daß alle gleichzeitig in ihre Gleichgewichts-

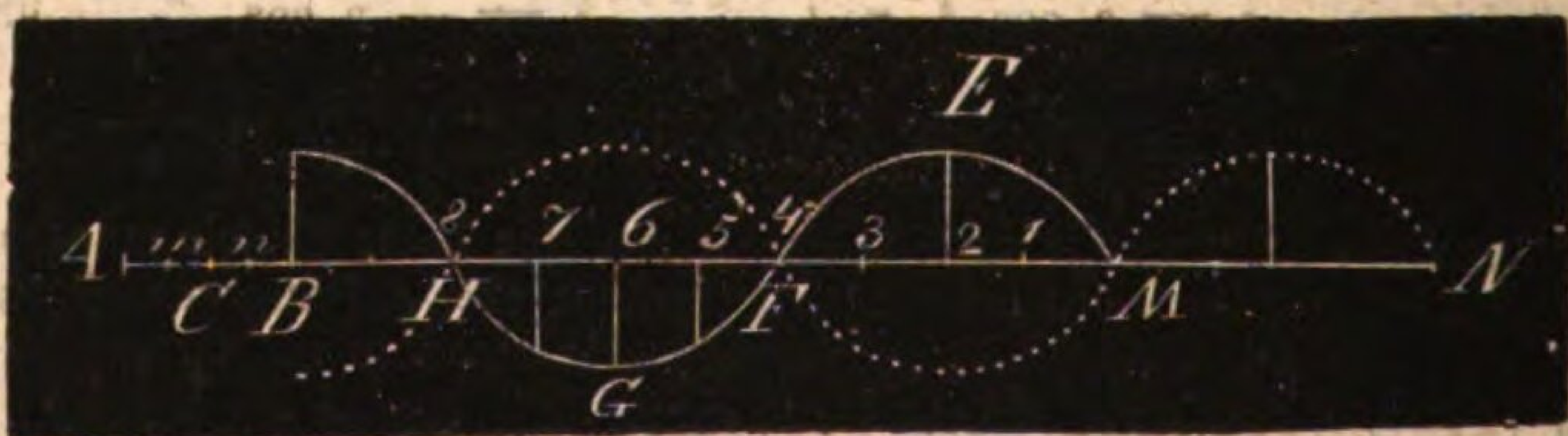
lagen eintreten und auch gleichzeitig die Grenzen ihrer Schwingungsamplitüden erreichen, so wie dieß an einer gespannten Seite und an einem elastischen Stabe Statt findet; so heißt diese Schwingungsweise **eine stehende Schwingung**; sie kann transversal oder longitudinal sein, je nachdem die Theilchen senkrecht auf die Längenrichtung des Körpers oder parallel mit ihr oscilliren. Erstere nennt man auch Längen-, die andern Querschwingungen.

Steht ein in stehender Schwingung befindlicher Körper K mit einem Stoffe L in Berührung, dessen Theilchen sich aus ihrer Gleichgewichtslage leicht verschieben lassen, aber mit einer der Verschiebung proportionalen Kraft in ihre Ruhelage zurückzukehren streben; so erzeugen die Stöße, mit welchen K auf L wirkt, auch in L eine schwingende Bewegung, die sich mit einer gewissen Geschwindigkeit von Schichte zu Schichte fortpflanzt, so daß die Theilchen desto später die Oscillation beginnen, je weiter sie von dem schwingenden Körper entfernt sind, und daher in einem und demselben Augenblicke in verschiedenen Schwingungsphasen, somit auch in verschiedenen Abständen von ihrer Ruhelage, so wie in verschiedenen Geschwindigkeitsstuffen sich befinden, was entweder eine Veränderung in der äußeren Gestalt oder in der Dichtigkeit der verschiedenen Schichten der Masse L zur Folge hat. Diese von Theilchen zu Theilchen sich fortpflanzende oscillirende Bewegung heißt eine fortschreitende Schwingung, die dabei während der Dauer einer Schwingung entstehende Aenderung in der Gestalt oder in der Dichtigkeit der Masse heißt eine **Welle**; man hat daher bei der fortschreitenden Schwingung, die auch Wellenbewegung heißt, nicht bloß die Schwingungen der einzelnen Theilchen, sondern auch das Fortschreiten, und die Beschaffenheit der Wellen zu beachten. Die Erscheinungen des **Schalls** und des **Lichtes** sind Wirkungen solcher Wellenbewegungen.

Bei der fortschreitenden Schwingung oscilliren die Theilchen entweder in der Fortpflanzungsrichtung der Welle, mithin **longitudinal**, oder in einer darauf senkrechten Richtung, mithin **transversal**; im ersten Falle wird in der Masse, in der sich die Bewegung fortpflanzt, während jeder Schwingung eine Reihe von stetig auf einander folgenden Verdichtungen und Verdünnungen, im zweiten werden Veränderungen in der Gestalt hervorgebracht.

2. Nehmen wir an, der Körper K übe auf das ihn ringsum umgebende Mittel L von durchaus gleichförmiger Dichte, während jeder Schwingung von A nach B und von B nach A, Fig. 147., Impulse aus, wo-

Fig. 147.



durch die Theilchen von L in Längenschwingungen versetzt werden, wie dieß bei jedem schallenden Körpern bezüglich des Mittels mit dem er in Berührung steht, wirklich der Fall ist; um die Beschaffenheit der dabei sich bilden-

den Wellen recht anschaulich zu machen, müssen wir berücksichtigen, daß jede Schwingungsphase des Körpers K dem Mittel L mitgetheilt wird, und in diesem sich von Schichte zu Schichte fortpflanzt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit aller Schwingungsphasen dieselbe und weit größer ist, als die Geschwindigkeit, mit welcher K oscillirt. Betrachten wir die Theilchen des Mittels L, die im Gleichgewichtszustande die Grade AN bilden, und nach einander in eine schwingende Bewegung versetzt werden; nehmen wir an, daß der Körper K seine Oscillation im Punkte A beginnt, und diese sich im Mittel L in der Zeit t von A bis zum Theilchen M, und in der Zeit t — T bis zum Theilchen H fortgepflanzt hat, wo T die Dauer einer Schwingung des Körpers A bezeichnet; so sind die zwischen 8 und M liegenden Theilchen diejenigen, die während der Dauer einer Schwingung nach einander zur Oscillation gekommen sind. Theilen wir T, und eben so den zwischen H und M befindlichen Theil der Geraden AM in 8, und AB in 4 gleiche Theile; hat sich nun die erste Phase der Schwingung bis zum Punkte M fortgepflanzt, so ist die in m nach der Zeit $\frac{T}{8}$ entstandene im Punkte 1, die nach Verlauf von $\frac{2T}{8}, \frac{3T}{8}, \frac{4T}{8} \ldots\ldots \frac{8T}{8}$ in C, n, B, ... und A gebildeten erscheinen an den mit 2, 3, 4 . . . 8 bezeichneten Orten. Drücken wir die den einzelnen Phasen entsprechenden Geschwindigkeitsstuffen durch gerade auf AM senkrecht stehende Linien aus, und zwar die während der Bewegung von A bis B erzeugten durch Senkrechte, die über AM, und jene während der rückgängigen Bewegung hervorgebrachten durch Senkrechte, die unter AM fallen. Werden die Endpunkte dieser Senkrechten verbunden, so erhält man eine krumme Linie, welche alle in einer Welle vorkommenden Geschwindigkeitsstuffen der Theilchen darstellt, und welche Geschwindigkeitskurve heißt.

Durch den Anstoß des schwingenden Körpers gegen das ihn umgebende Mittel wird in diesem während der Bewegung von A nach B auch eine den verschiedenen Geschwindigkeitsstuffen proportionale Reihe von Verdichtungen und während der rückgängigen Bewegung von B nach A eine den dabei vorkommenden Geschwindigkeitsstuffen entsprechende Reihe von Verdünnungen hervorgebracht, so daß durch das Verhältniß der Senkrechten auch das Verhältniß der an ihren Stellen vorkommenden Verdichtungen und Verdünnungen angegeben wird. Die Theilchen in dem verdichteten Wellentheile bewegen sich in der nämlichen Richtung, in welcher die Welle fortschreitet; in dem verdünnten Wellentheil ist ihre Bewegung rückgängig. In der Gleichgewichtslage C hat der schwingende Körper jedesmal die größte Geschwindigkeit, und bewirkt in dem Mittel L die größte Verdichtung bei seiner Bewegung in der Fortpflanzungsrichtung der Welle, und die größte Verdünnung bei der rückgängigen Bewegung; daher ist in 2, d. i. in der Mitte des Vordertheils die größte Verdichtung und in 6, d. i. in der Mitte des Hintertheils die größte Verdünnung; sowohl der Vordertheil als der Hintertheil der Welle sind von Schichten begrenzt, deren Dichte unverändert ist.

3. Heißt c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Wellenbewegung in

der Richtung AM, und berücksichtigt man, daß die Bewegung in einem Mittel von gleichmäßiger Dichte gleichförmig ist, so hat man

$$AM = c\,t,\ BF = c\left(t - \frac{T}{2}\right),\ AH = c\,(t - T)$$

mithin

$$FM = AM - BF - AB = \frac{c\,T}{2} - AB,\ \text{und}$$

$$HF = BF + AB - AH = \frac{c\,T}{2} + AB,\ \text{daher}$$

$$FM + HF = HM = c\,T$$

d. h. die Länge der Welle ist der Weg, welchen die schwingende Bewegung während einer ganzen Schwingung zurücklegt. Der Vordertheil FM der Welle ist um die doppelte Schwingungsweite kürzer, der Hintertheil hingegen um eben so viel länger, als die halbe Wellenlänge.

Das Theilchen H, das dem schwingenden Körper um eine Wellenlänge näher liegt, als das Theilchen M, und um die Zeit T früher zu oscilliren beginnt, als M, hat in dem Augenblicke bereits eine Schwingung vollendet, in welchem M angeregt wird, in die erste Schwingungsphase zu treten; es ist daher die Schwingungsdauer eines jeden Theilchens der Welle genau gleich der Schwingungsdauer des Körpers A. Die einer bestimmten Phasenzeit entsprechende Geschwindigkeit und Elongation der schwingenden Theilchen einer Welle wird durch die nämlichen Gleichungen wie im §. 115. bestimmt.

Nach Verlauf der Zeit $t + \frac{T}{2}$ rückt die Welle um eine halbe Wellenlänge, also bis N vor, der Hintertheil erscheint jetzt in dem Raume, welchen früher der Vordertheil eingenommen hat, und hinter der ersten Welle erscheint ein Theil einer zweiten, bei einer zweiten Schwingung des Körpers A gebildeten Welle.

4. Hat der Stoff, durch den die schwingende Bewegung fortschreitet, eine cylindrische oder prismatische Gestalt, so sind alle Querschritte einander gleich, weshalb jede Bewegungsphase von einem Querschnitte auf den andern ungeändert übergeht, folglich auch die Amplitüde und die Schwingungsintensität der schwingenden Theilchen immer die nämliche bleibt.

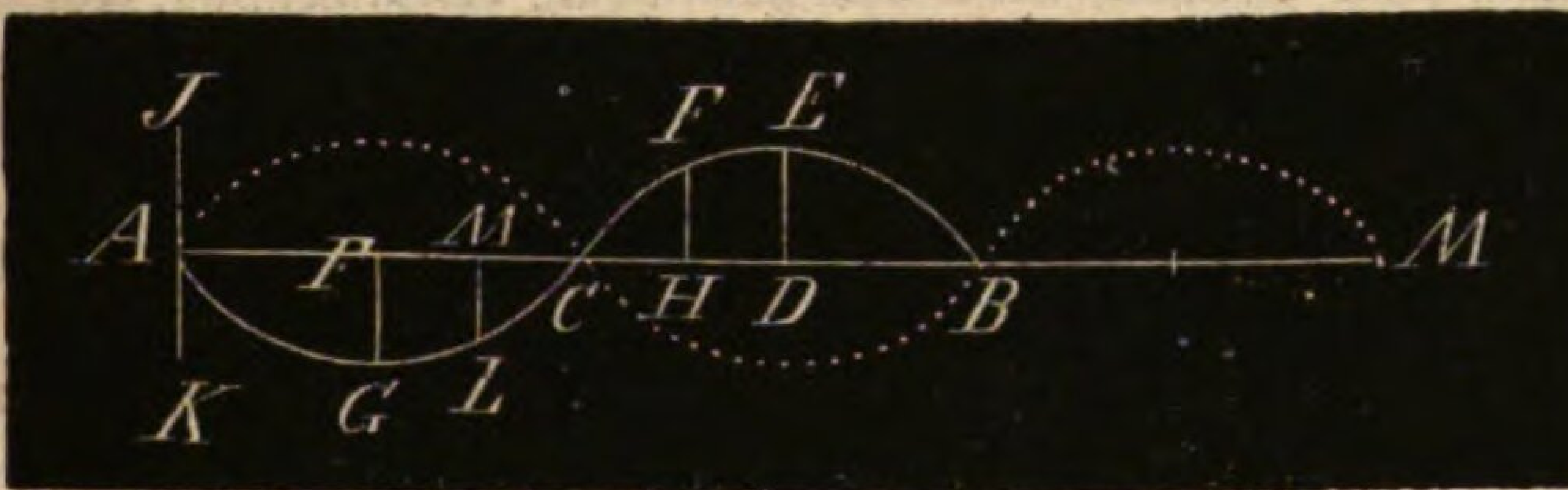
Ist ein schwingender Körper K ringsum von einem zur gleichmäßigen Fortpflanzung der Wellenbewegung fähigen Stoffe z. B. von einem gleichmäßig elastischen Stoffe umgeben, so bilden sich kugelförmige Wellen, deren Oberfläche bei weiterer Fortpflanzung immer größer wird; da nun dabei die bewegende Kraft einer Kugelschichte in eine andere größere übergeht, so wird die Amplitüde der Schwingung, daher auch die Schwingungintensität mit der Entfernung von dem Orte der Wellenerregung abnehmen. Ist die Elasticität des Mittels nicht nach allen Richtungen gleich, so wird die Oberfläche der Welle nicht mehr kugelförmig sondern anders gestaltet erscheinen. Jede Fläche, welche diejenigen Theilchen der Welle, die in dem nämlichen Augenblicke in übereinstimmenden Schwingungsphasen sich befinden, mit einander verbindet, heißt eine Wellenfläche.

Jede in dem Mittel L erzeugte Welle schreitet unabhängig von dem

Erreger der Wellenbewegung weiter fort; berücksichtigt man, daß jede Schichte des Mittels zufolge der Gesetze des Stoßes bei elastischen Körpern die erhaltene Schwingungsphase auf die benachbarte Schichte überträgt, und hierauf zur Ruhe kommen müßte, wenn ihr nicht sogleich die eine nachfolgende neue Schwingungsphase mitgetheilt würde, so wird ersichtlich, daß die Bildung neuer Wellen nur so lange dauern kann, als der Körper K schwingt, und daß nicht mehr und nicht weniger Wellen entstehen können, als der Körper K Schwingungen gemacht hat. Schwingt ein Körper einige Zeit fort, so bildet sich im Fortpflanzungsmittel ein Wellenzug (ein Wellensystem) d. i. eine Reihe von unmittelbar an einander sich anschließenden Wellen von einerlei Länge.

5. Wird die fortschreitende Schwingung durch ein Mittel von durchaus gleichmäßiger Beschaffenheit auf die Art fortgepflanzt, daß die in einer geraden Linie A M liegenden Theilchen nach einander in transversale Schwingungen d. i. in solche, die gegen die Gerade AM senkrecht gerichtet sind, kommen, so ist die Beschaffenheit der Welle eine andere, als im früheren Falle. Gesetzt, jedes Theilchen schwinge in der Weise, daß es sich über AM z. B. um die Größe AJ erhebt, hierauf wieder der Ruhelage nähert, dann auf der andern Seite von AM entfernt, bis es den Abstand AK = AJ erreicht hat, worauf es abermals nach A zurückkehrt und so eine Schwingung vollbringt. Gesetzt diese Schwingungsweise habe sich während einer Schwingungsdauer T Fig. 148. von A bis B fortgepflanzt, so hat in dem Augenblicke,

Fig. 148.



wo B die Schwingung beginnen soll, das Theilchen A eine ganze Schwingung vollbracht, das Theilchen F, das um $\frac{T}{4}$ später als A in Bewegung kam, nur 3 Hauptphasen beendet, und befindet sich somit (in G) im größten Abstand von seiner Ruhelage; das Theilchen C, dessen Abstand von A gleich 2 AF ist, und das somit um $\frac{T}{2}$ später zur Bewegung angeregt wurde, als A, hat die halbe Schwingung vollendet, und die Ruhelage erreicht, um auf der andern Seite von AM die Bewegung fortzusetzen. Das Theilchen D, dessen Abstand von A gleich 3 AF ist, trat die Bewegung um $\frac{3T}{4}$ später an, als A, und befindet sich nun im größten Abstande von seiner Ruhelage oberhalb AM im Punkte E. Die Elongationen der zwischen A, F, C, D, B befindlichen Theilchen für den Moment, wo B zur Bewegung angeregt wird, sind nach den früher angegebenen Formeln leicht zu finden. Die krumme Linie, welche diese während einer Schwingung aus ihrer Ruhelage verschobenen Theilchen bilden, und

von welcher die eine Hälfte über, die andere unter AM sich befindet, gibt die Beschaffenheit der Welle und die Gerade AB die Länge der Welle an. Man kann CEB den Wellenberg und AGC das Wellenthal nennen.

Wird A zu einer zweiten Schwingung genöthigt, so bildet sich, während die zuerst entstandene Welle fortschreitet, eine zweite Welle, so daß, wenn die erstere Welle bis M um eine halbe Wellenlänge weiter gerückt ist, hinter dem Wellenthal ein neuer Wellenberg entstanden ist.

6. Professor Petzval hat vor Kurzem*) streng mathematisch dargethan, daß bei jeder schwingenden Bewegung die Schwingungsdauer eine constante, weder von der Dichte des Mittels, noch von den in demselben sonst vorhandenen Strömungen abhängige Größe ist; es ist wohl möglich, daß sich in Folge der veränderlichen Dichte und der veränderlichen Strömungsintensität und Richtung in der undulatorischen Bewegung die Schwingungsamplitude, die Wellenlänge und Fortpflanzungsgeschwindigkeit verändert, aber die Schwingungsdauer (und damit zusammenhängend, Ton und Farbe) bleibt unerschütterlich stets eine und dieselbe. Diese durch den höhern Calcül aufgefundene Wahrheit nennt Professor Petzval das Prinzip der Erhaltung der Schwingungsdauer.

7. Die Wirkung, die eine kugelförmig fortschreitende Welle an einer Fläche, die von ihr senkrecht getroffen wird, also die Stärke des Eindruckes, den die Schallwelle im Gehörorgan, oder die Lichtwelle im Auge durch den Stoß erzeugt, ist dem Quadrate der Schwingungsintensität direkt proportionirt; denn offenbar wird bei zweifacher, dreifacher, ... Geschwindigkeit die Fläche von zweimal, dreimal, ... mehr Theilchen in der nämlichen Zeit getroffen, und der Stoß eines jeden ist zweimal, dreimal, ... stärker, mithin die Gesammtwirkung viermal, neunmal, ... größer, als bei einfacher Geschwindigkeit. Sind C und c die Schwingungsintensitäten der schwingenden Theilchen in zwei verschiedenen Fällen, J und i die Wirkungen der Schwingungen der Wellentheilchen (Schall- oder Lichtstärke), so ist

$$J : i = C^2 : c^2.$$

8. Um die Wirkungen einer kugelförmigen Welle in verschiedenen Entfernungen r und R von ihrem Entstehungsorte zu ermitteln, seien c und C die Schwingungsintensitäten der Wellentheilchen, wenn die Halbmesser der Wellenflächen r und R, und m, M die Massen derselben sind; da die Fortpflanzung der Welle im gleichmäßig dichten Mittel immer in der Art vor sich geht, daß die Summe der lebendigen Kräfte vor dem Stoße gleich ist der Summe derselben nach dem Stoße, und die Geschwindigkeit der stoßenden Wellenschichte nach dem Stoße gleich Null wird, die der gestoßenen vor dem Stoße gleich Null war; so wird stets die lebendige Kraft einer Kugelfläche auf die andere übertragen; mithin ist stets

$$MC^2 = m\,c^2, \text{ und } M : m = c^2 : C^2.$$

Allein die Massen der Kugelflächen verhalten sich zu einander, wie die Quadrate ihrer Halbmesser, also ist

$$M : m = R^2 : r^2, \text{ folglich } c^2 : C^2 = R^2 : r^2,$$

und $$J : i = r^2 : R^2$$

---

*) Sitzungsberichte der kais. Academie der Wissenschaften in Wien. Band VIII, Seite 134.

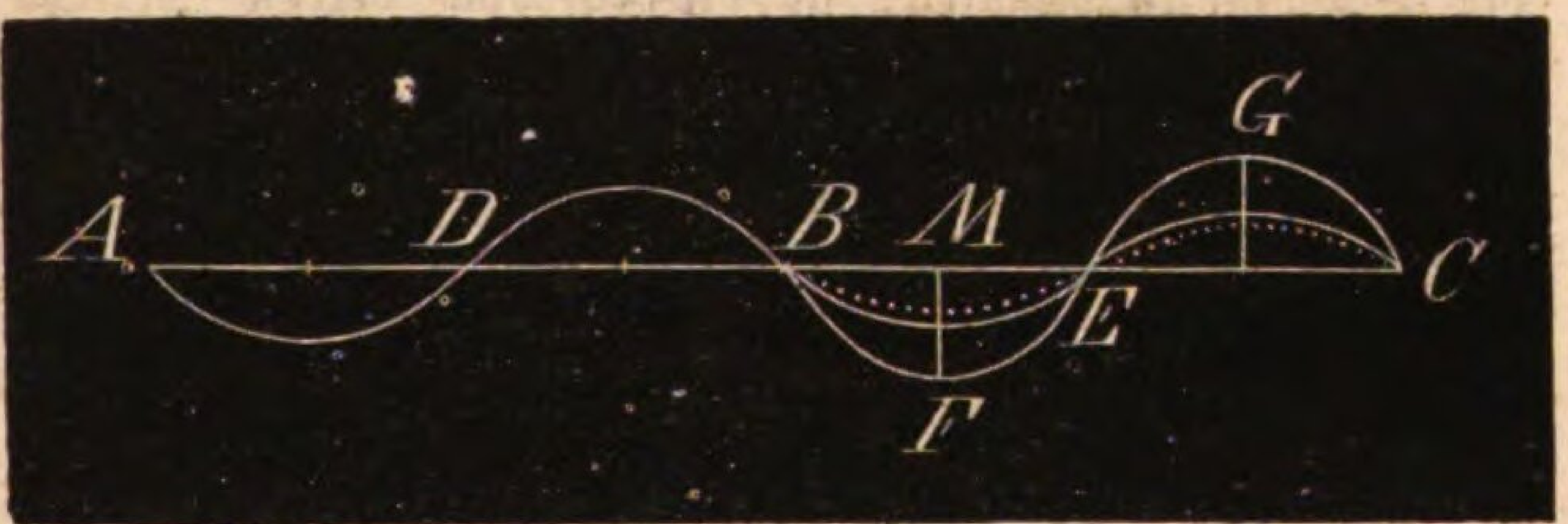
d. h. die Größe der Wirkung, welche eine fortschreitende Welle an einer Fläche, die sie in senkrechter Richtung trifft, erzeugt; nimmt in dem nämlichen Verhältnisse ab, in welchem das Quadrat der Entfernung dieser Fläche vom Mittelpunkte der Welle größer wird.

Die Schwingungsintensität c ist $= a\sqrt{k} = \frac{2\pi a}{T}$; mithin ist sie, da die Schwingungsdauer eine unveränderliche Größe ist, der Amplitude direkt proportional; daher nimmt auch letztere mit der Entfernung der Welle von ihrem Mittelpunkte ab; und die Größe der Wirkung einer Schwingung hängt von dem Quadrate der Amplitude ab.

§. 118. Interferenz der Wellen. Wenn zwei Wellen an einer Stelle des Fortpflanzungsmittels zusammentreffen, so nimmt jedes Massentheilchen dieser Stelle die Bewegung an, welche aus der Zusammensetzung derjenigen Bewegungen hervorgeht, die jede Welle dem Theilchen zu ertheilen vermöchte. Dieses Aufeinanderwirken zweier Wellenbewegungen heißt im Allgemeinen Interferenz. Man kann auch umgekehrt die schwingende Bewegung eines Theilchens als eine aus zwei Wellenbewegungen zusammengesetzte betrachten, und in solche zerlegen.

1. Nehmen wir zwei in der nämlichen Richtung fortgehende, aber von zwei verschiedenen, um eine ganze Wellenlänge von einander entfernten Punkten A und B, Fig. 149., ausgehende Wellenzüge von gleicher Länge an; construiren wir die Geschwindigkeitskurve des einen und des andern Wellenzugs; so wird ersichtlich, daß von B angefangen an jeder Stelle Schwingungsphasen von ganz gleicher Beschaffenheit zusammentreffen, und daher die Geschwindigkeit v, welche ein Theilchen in Folge der Einwirkung des einen Wellenzuges erhält, um die Geschwindigkeit v′ vermehrt wird, welche ihm der zweite Wellenzug zu geben vermöchte, aus diesem Zusammenwirken beider Wellenzüge geht die verstärkte Geschwindigkeitskurve BFGC hervor. Daß diese Interferenz auch eine Vergrößerung der Amplitude der schwingenden Theilchen zur Folge hat, ist für sich einleuchtend.

Fig. 149.



Der Erfolg der Interferenz ist der nämliche, wenn die beiden Orte A und B, von denen die Wellenzüge ausgehen, um 2, 3, 4 . . n Wellenlängen von einander abstehen, und daher der Unterschied der Wege, welche die Wellenzüge bis zum Punkte des Zusammentreffens zurückgelegt haben, eine gerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, und der Unterschied der Phasenzeiten ein grades Vielfache der halben Schwingungsdauer ist.

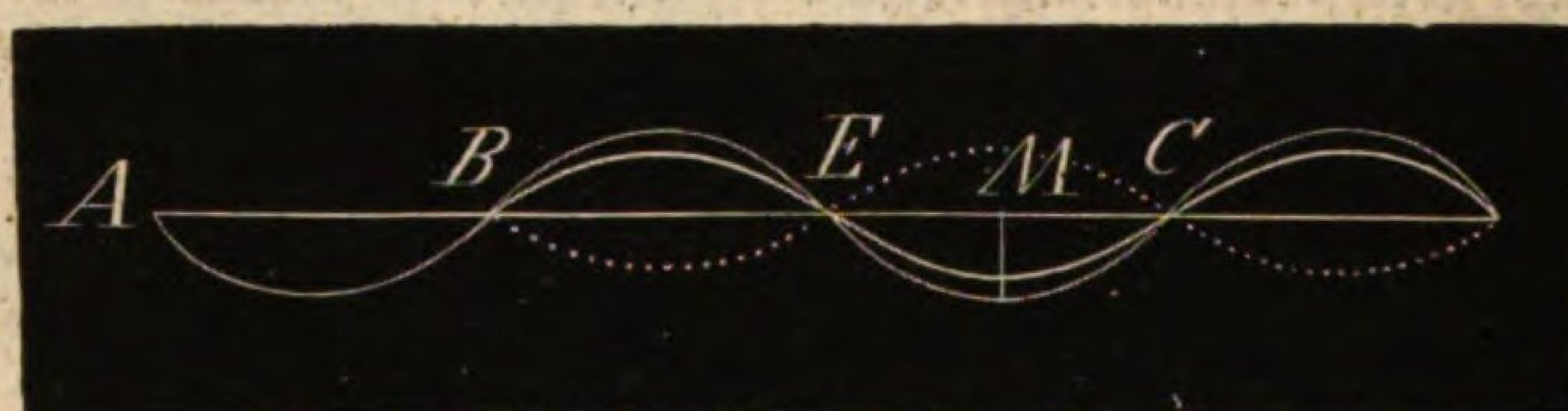
Heißt t die Phasenzeit bezüglich der Schwingung, die an einer Stelle z. B. in M durch die von B ausgegangene Welle veranlaßt wird, so ist t + T die Phasenzeit bezüglich der durch den andern Wellenzug bewirkten Schwingung, mithin erhält M die Geschwindigkeit

$$v + v' = a \sqrt{k} \cos. 2\pi \left(\frac{t}{T}\right) + a' \sqrt{k} \cos. 2\pi \left(1 + \frac{t}{T}\right)$$
$$= (a + a') \sqrt{k} \cos. \left(2\pi \frac{t}{T}\right).$$

Sind die Schwingungsweiten a und a' einander gleich, so erscheint die Geschwindigkeit in M doppelt so groß, als bei einem einzigen Wellenzuge.

2. Beträgt der Abstand der beiden Orte A und B, Fig. 150., von

Fig. 150.



denen die zwei Wellenzüge ausgehen, eine halbe Wellenlänge, so wird ein Theilchen z. B. M des Mittels von dem einen Wellenzuge früher, vom andern um $\frac{T}{2}$ später zur Bewegung angeregt, somit sind die Schwingungsphasen, in die es von beiden versetzt wird, um eine halbe Schwingungsdauer von einander verschieden, mithin einander entgegengesetzt, weshalb nun die Geschwindigkeit von M gleich v — v', mithin gleich Null ist, wenn die Amplituden der Schwingung, die M von beiden Wellenzügen erhält, einander gleich sind.

Es ist $v = a \sqrt{k} \cos. 2\pi \frac{t}{T}$ und

$$v' = a' \sqrt{k} \cos. \left(\pi + 2\pi \frac{t}{T}\right) = - a' \sqrt{k} \cos. \left(2\pi \frac{t}{T}\right),$$

mithin $(v + v_{,}) = (a - a') \sqrt{k} \cos. 2\pi \frac{t}{T}$.

Derselbe Erfolg tritt ein, wenn A und B um 3, 5, 7 .. halbe Wellenlängen von einander entfernt sind, mithin der Unterschied der von den Wellenzügen bis zum Interferenzpunkte zurückgelegten Wege eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen, und der Unterschied der Phasenzeiten ein ungerades Vielfache der halben Schwingungsdauer beträgt. Beträgt der Unterschied der Wege, den die beiden Wellensysteme bis zum Interferenzpunkte zurücklegt haben, einen andern Theil der Wellenlänge, so entsteht aus der Interferenz beider Wellensysteme ein drittes, das sich immer sehr leicht ermitteln läßt.

Um die Amplitude der Schwingung eines Theilchens des Mittels zu finden, die durch Vereinigung zweier längs derselben geraden Linie vor sich gehenden

Schwingungen von gleicher Schwingungsdauer T entsteht, wollen wir mit a und b die Amplituden mit t und $t + \tau$ die Phasenzeiten, mit x und y die ihnen entsprechenden Abweichungen von der Ruhelage der componirenden, ferner mit A, $t + d$, und z dieselben Größen für die resultirende Schwingung bezeichnen; so ist

$$x = a \sin. \frac{2\pi t}{T},\ y = b \sin. \frac{2\pi}{T}(t + \tau), \text{ und}$$

$$z = A \sin. \frac{2\pi}{T}(t + d).$$

Setzt man $\frac{2\pi t}{T} = u$, $\frac{2\pi\tau}{T} = h$, und $\frac{2\pi d}{T} = H$,

und berücksichtigt, daß $z = x \pm y$ sein muß, wo das Zeichen + für den Fall gilt, wenn die Schwingungen im Augenblicke des Zusammentreffens in der nämlichen, und das Zeichen —, wenn sie in entgegengesetzter Richtung Statt finden; so erhält man

$$A \sin. (u + H) = a \sin. u \pm b \sin. (u + h), \text{ oder}$$

$$A \sin. u \cos. H + A \cos. u \sin. H = (a \pm b \cos. h) \sin. u \pm b \sin. h \cos. u.$$

Diese Gleichung muß für jeden Werth von t Statt finden, mithin auch, wenn $t = \frac{T}{4}$, oder $t = T$, wo dann im ersten Falle $u = \frac{\pi}{2}$ und im zweiten $u = 2\pi$ ist; daher ist stets

$$A \cos. H = a \pm b \cos. h, \text{ und } A \sin. H = \pm b \sin. h \ (1)$$

erhebt man diese Gleichungen zur zweiten Potenz, und nimmt die Summe; so ist

$$A^2 = a^2 \pm 2ab \cos. h + b^2 \ (2).$$

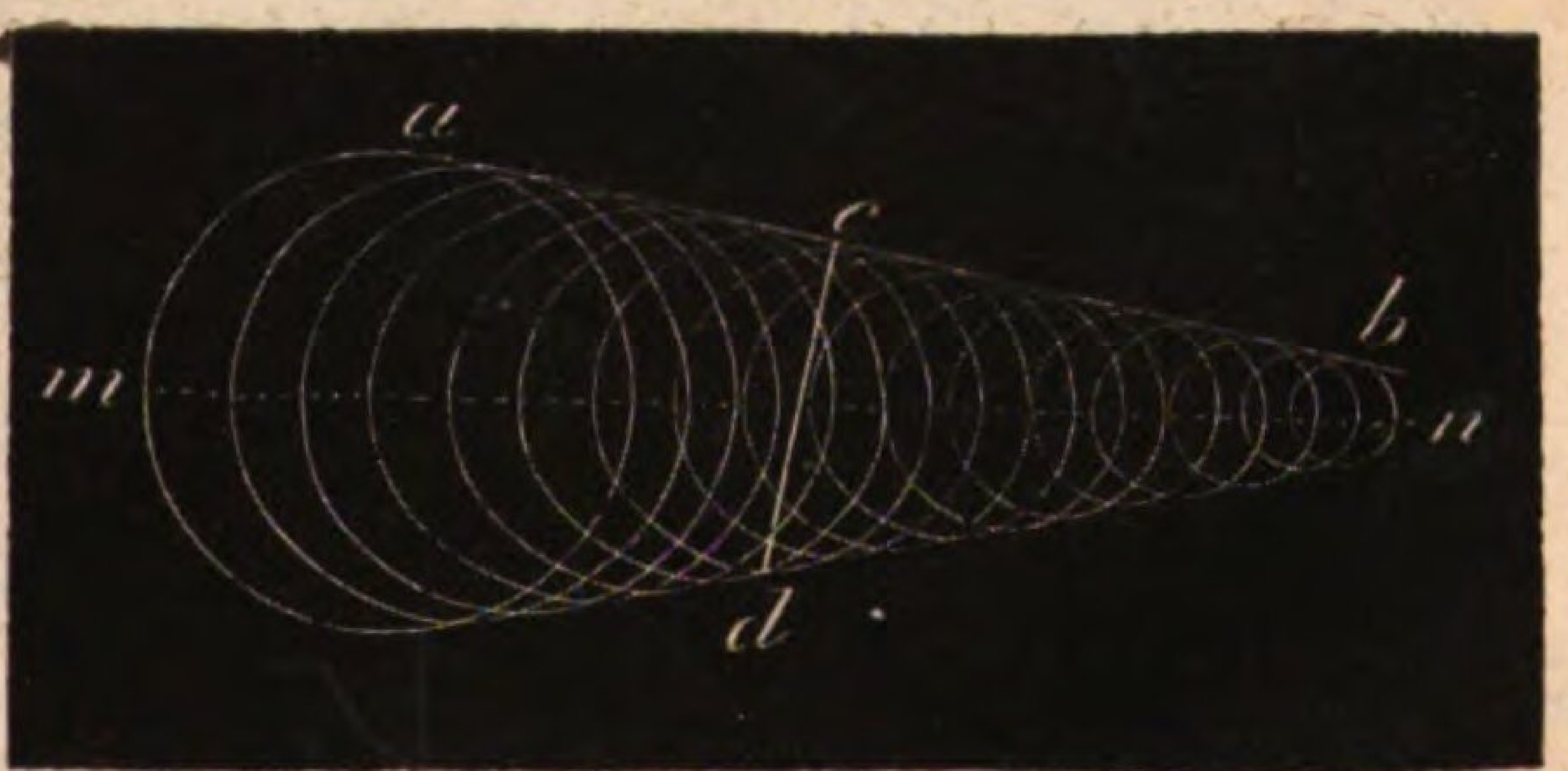
Da das Quadrat der Amplitude dem Quadrate der Schwingungsintensität, und dieses der Stärke der Wirkung proportionirt ist; so ist A^2 das Maß der aus der Interferenz hervorgehenden Wirkung. Man ersieht aus (2), daß die Amplitude A der resultirenden Schwingung gleich ist der Diagonale eines Parallelogramms, dessen anliegende Seiten den Amplituden der componirenden Schwingungen gleich sind, und einen dem Phasenunterschiede gleichen Winkel einschließen. Ist A bekannt, so läßt sich H aus der Gleichung (1) leicht berechnen.

Ist τ gleich 0 oder gleich T, 2T, 3T, ... so ist $\cos. h = 1$, und $A = a \pm b$; ist aber τ gleich $\frac{T}{2}, \frac{3T}{2}, \frac{5T}{2} \ldots$, so ist $\cos. h = -1$, und $A = a \mp b$.

Sind die Amplituden a und b einander gleich; so ist im ersten Falle $A = 2a$ oder $A = 0$, im zweiten $A = 0$ oder $A = 2a$.

4. Werden dicht neben einander mehrere kugelförmige Wellen erregt, Fig. 151., so entsteht aus der Interferenz derselben eine, welche sämmtliche Kugelflächen berührt oder einhüllt, und der Erfolg ist derselbe als wenn diese einhüllende Welle allein vorhanden wäre.

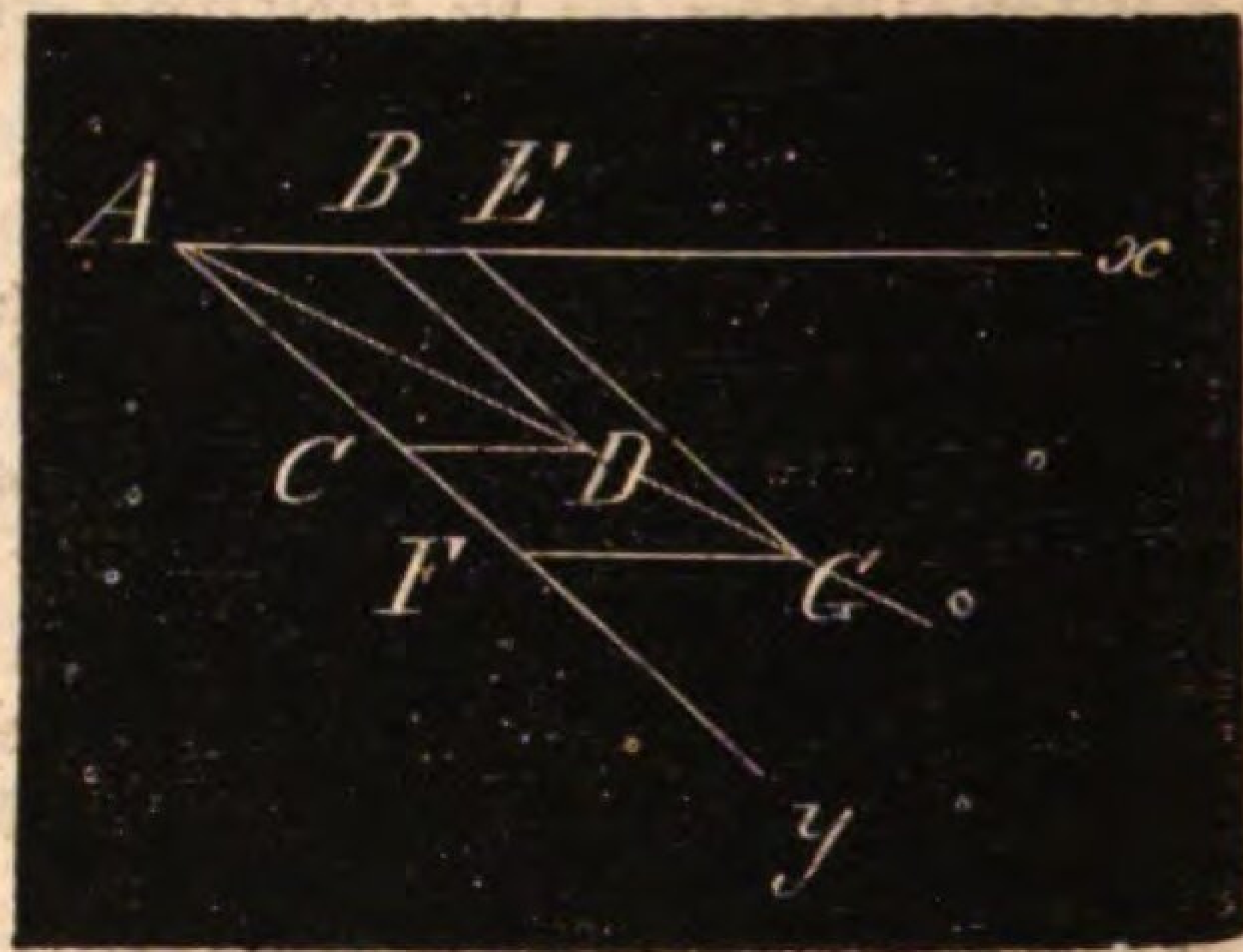
Fig. 151.



5. Wenn zwei geradlinige schwingende Bewegungen mit übereinstimmenden **Phasenzeiten** und gleicher Schwingungsdauer an einem

Theilchen A, Fig. 152., so zusammentreffen, daß ihre Richtungen A x und A y einen Winkel einschließen, so wird das Theilchen wieder in eine geradlinige Schwingung versetzt.

Fig. 152.



Denn kommt A vermöge der einen Schwingung in der Zeit t bis B, und in der Zeit t' bis E, vermöge der andern in denselben Zeiten bis C und F; so befindet es sich am Ende der Zeit t im Punkte D, am Ende der Zeit t' in G, und da

$AB = CD = a \sin. t \sqrt{k}$, und

$AC = a' \sin. t \sqrt{k}$

$AE = FG = a \sin. t' \sqrt{k}$,

$AF = a' \sin. t' \sqrt{k}$

so ist $CD : GF = AC : AF$;

und da auch die Winkel ACD und AFG einander gleich sind, so sind die Dreiecke ACD und AFG ähnlich, mithin auch die Winkel CAD und FAG einander gleich, was nur möglich ist, wenn AD mit AG zusammenfällt, also die Orte des schwingenden Theilchens sämmtlich in einer geraden Linie liegen.

Hieraus folgt, daß man auch jede geradlinige Schwingung in zwei componirende mit übereinstimmenden Phasenzeiten zerlegen kann, die wieder geradlinig sind, und deren Richtungen einen Winkel einschließen.

6. Stimmen die Phasenzeiten nicht überein, sondern es ist z. B. die eine um $\frac{T}{4}$ größer, und sind die Amplituden gleich, der Winkel BAC ein rechter; so wird das Theilchen A in eine kreisförmige Schwingung versetzt.

Denn heißt x die der Phasenzeit t entsprechende Elongation AC, und y diejenige, welche das Bewegliche vermöge der zweiten schwingenden Bewegung in der Zeit $t + \frac{T}{4}$ besitzt, so ist

$$x = a \sin. 2\pi \frac{t}{T}, \text{ und } y = a \sin. 2\pi \frac{\left(t + \frac{T}{4}\right)}{T} = a \cos. 2\pi \frac{t}{T}$$

mithin
$$x^2 + y^2 = a^2$$
d. h. der Abstand des Beweglichen vom Punkte A ist eine unveränderliche Größe, somit ist die während einer Schwingung beschriebene Bahn ein Kreis.

Man kann daher jede circuläre Schwingung, in zwei geradlinige von gleicher Amplitude und gleicher Schwingungsdauer zerlegen, deren Richtungen jedoch einen rechten Winkel einschließen, und deren Phasenzeiten um den vierten Theil einer Schwingungsdauer verschieden sind.

Ist der Unterschied der Phasenzeiten, oder der Winkel, den die Richtungen der zusammenzusetzenden Bewegungen einschließen, nicht ein rechter, so ist die Bahn eine Ellipse.

Denn ist t die Phasenzeit der einen, und $t + \tau$ die der anderen Schwingung, sind a und b die Amplituden, so ist

$$x = a \sin. \frac{2\pi t}{T}, \text{ und } y = b \sin. \frac{2\pi}{T}(t + \tau).$$

Entwickelt man letzteren Ausdruck, so erhält man

$$y = b \sin. \frac{2\pi t}{T} \cos. \frac{2\pi\tau}{T}$$

$$+ b \cos. \frac{2\pi t}{T} \sin. \frac{2\pi\tau}{T};$$

nun ist

$$\sin. \frac{2\pi t}{T} = \frac{x}{a} \text{ und}$$

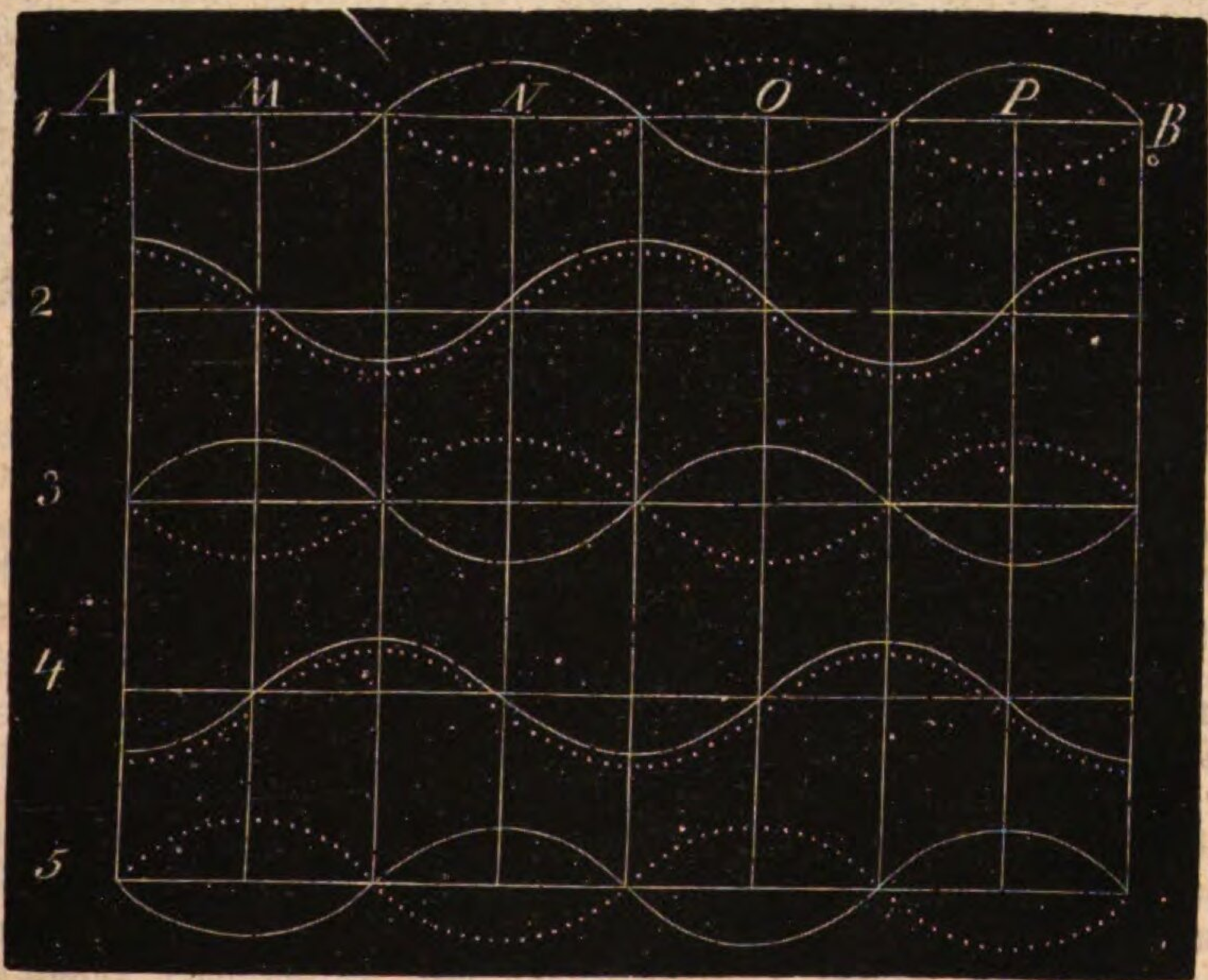
$$\cos. \frac{2\pi t}{T} = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}};$$

substituirt man diese Ausdrücke in der Gleichung für y, und ordnet sie; so erhält man eine Gleichung zwischen x und y von der zweiten Ordnung; daher ist die Bahn die das Theilchen beschreibt, sicher eine Kegelschnittslinie; diese kann aber keine andere als eine Ellipse sein, weil sie, wie es sich aus der Natur der schwingenden Bewegungen ergibt, in einem endlichen Raume enthalten ist.

§. 119. **Stehende Schwingung erzeugt durch Interferenz zweier gleicher aber in entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenzüge.**

1. Nehmen wir zuerst an, daß die Theilchen der Welle transversal schwingen, und daß der eine Wellenzug W von A nach B, und der zweite W′ von B nach A fortschreite, ferner daß in A und B beständig neue Wellen zum Vorschein kommen. Beginnen wir die Untersuchung mit dem Augenbicke, wo die von B kommenden (punktirten) Wellen mit den von A ausgehenden in der Art zusammentreffen, daß immer ein Wellenberg des einen Zuges mit einem Wellenthal des andern Zuges zusammenfällt; offenbar wird, wie aus Nr. 1 Fig. 153. ersichtlich ist, in

Fig. 153.



diesem Augenblicke ein jedes Theilchen des Fortpflanzungsmittels der Wellen nach zwei entgegengesetzten Seiten mit gleicher Geschwindigkeit zur Bewe-

gung angeregt, und bleibt somit in Ruhe; demnach erscheinen sämmtliche Theilchen in ihrer geradlinigen Gleichgewichtslage. Es sei T die Schwingungsdauer, somit auch die Zeit, während welcher jede Welle um ihre ganze Länge vorrückt; bestimmen wir nun die Lage der Wellen nach Verlauf von $\frac{T}{4}$, $\frac{2T}{4}$, $\frac{3T}{4}$, T; so ergibt sich, daß, da während der Zeit $\frac{T}{4}$ jede Welle um $\frac{1}{4}$ ihrer Länge vorwärts schreitet, der Hintertheil des ersten Wellenberges des Systems W in P, der Hintertheil des zweiten Wellenthals in M erscheint, und an ihn sich der Vordertheil eines neuen von A kommenden Wellenbergs anschließt. Vom zweiten Wellenzuge W′ verschwindet der Vordertheil des Wellenberges bei A, der Vordertheil des ersten Wellenthals rückt bis M vor, und von B aus ist der Vordertheil eines neuen Wellenberges bis P vorgeschritten; deshalb erscheinen, wie die Zeichnung Nr. 2 ersichtlich macht, sowohl die Wellenberge als die Wellenthäler beider Wellenzüge an denselben Stellen im Raume; zugleich wird ein jedes Theilchen von beiden Wellenzügen nach derselben Richtung und mit derselben Geschwindigkeit zur Bewegung angeregt, mithin in ganz gleiche Schwingungsphasen versetzt, weshalb sowohl die Geschwindigkeit als die Elongation jedes Theilchens verdoppelt erscheint.

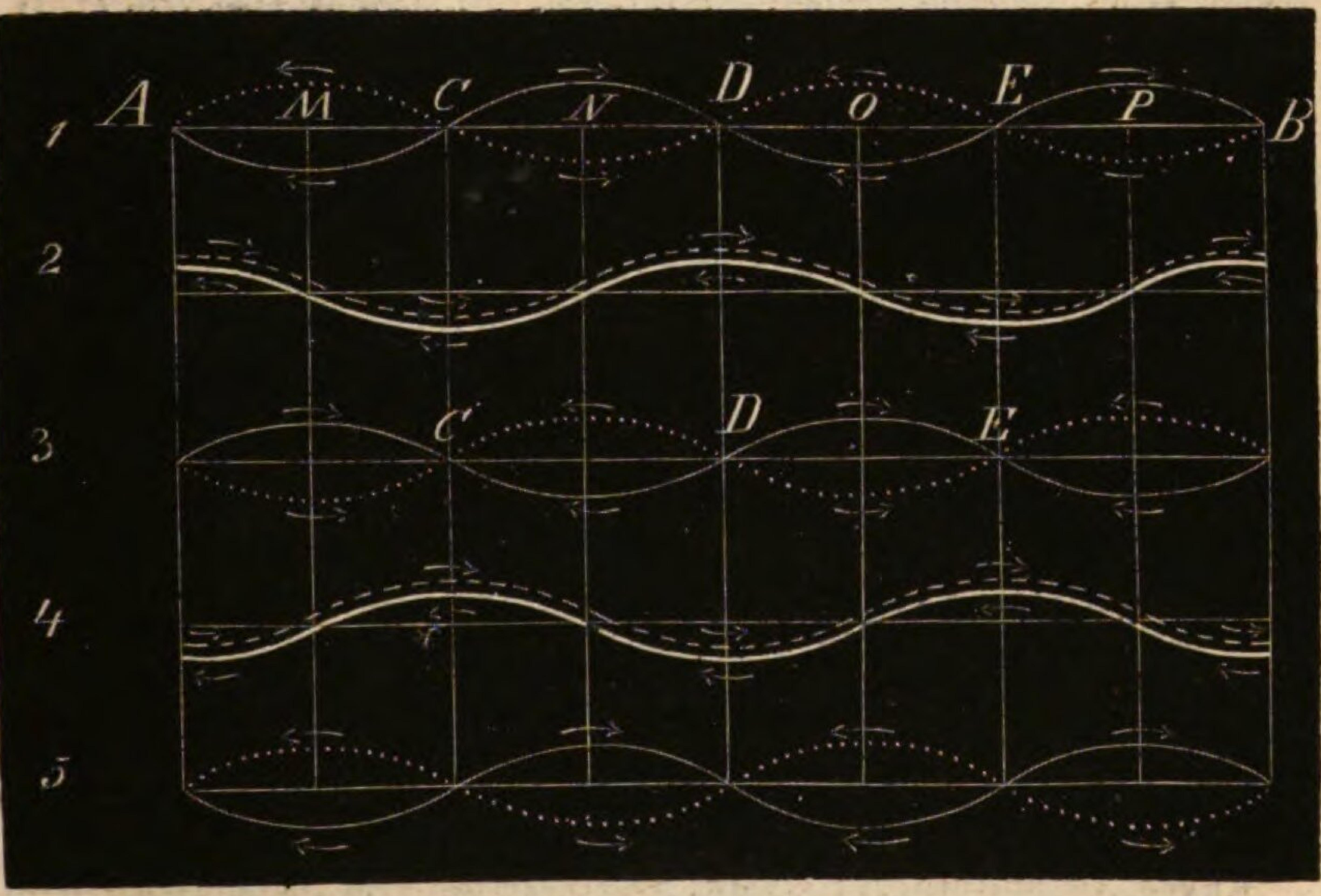
Die Lage der beiden Wellenzüge nach Verlauf von $\frac{2\,T}{4}$ macht Nr. 3 ersichtlich; da nun ebenso wie in Nr. 1 Wellenberge mit Wellenthälern zusammenfallen, so erscheinen sämmtliche Theilchen in ihrer Ruhelage. — Die Fig. Nr. 4 zeigt die Lage der Wellenzüge nach Verlauf der Zeit $\frac{3\,T}{4}$, man sieht, daß bei jedem Theilchen abermals die nämlichen Schwingungsphasen von beiden Wellenzügen zusammentreffen, aber gerade die entgegengesetzten von jenen sind, die vor $\frac{T}{2}$ daselbst zusammenkommen, und in Nr. 2 dargestellt sind. Jeder Wellenberg von Nr. 2 geht während der Zeit $\frac{T}{2}$ in ein Wellenthal und jedes Wellenthal in einen Wellenberg über.

Nach Verlauf des letzten Viertels von T bekommen die Wellenzüge, die in Nr. 5 dargestellte Lage, welche mit der von Nr. 1 vollkommen übereinstimmt; worauf in jedem folgenden Zeitraume T genau dieselben Bewegungszustände, wie sie in 2, 3, 4, 5 dargestellt sind, auf einander folgen. Hieraus folgt, daß in Folge der Interferenz der betrachteten Wellenzüge, die Gerade AB sich in gleiche Theile von der Größe einer halben Wellenlänge abtheilt, in deren jedem die Theilchen sich gleichzeitig über AB erheben, gleichzeitig in ihre Gleichgewichtslage kommen, sich von derselben wieder gemeinschaftlich entfernen, und gleichzeitig die größte Ausbiegung erreichen, mithin in einer stehenden transversalen Schwingung sich befinden, wobei die Dauer einer Schwingung der Zeit gleich kommt, während welcher eine Welle um den Betrag ihrer Länge weiter schreitet. Die Schwingungen je zwei benachbarter Theile gehen in entgegengesetzten Richtungen vor sich; diese Theile sind durch Theilchen, wie

M, N, O, P von einander geschieden, in denen continuirlich zwei entgegengesetzte Phasen zusammentreffen und die daher fortwährend in ihrer Ruhelage verbleiben. Diese stets in Ruhe bleibenden Trennungspunkte von je zwei nach entgegengesetzten Richtungen schwingenden Theilen heißen Schwingungsknoten.

2. Schwingen die Theilchen einer Welle longitudinal, wie bei der Fortpflanzung des Schalls durch irgend ein elastisches Mittel, wo dann in der einen Hälfte der Welle Verdichtung, in der anderen Verdünnung herrscht, so wird der Erfolg der Interferenz auf ähnliche Weise ermittelt. In der Fig. 154. stellt Nr. 1 die den beiden Wellenzügen entsprechenden

Fig. 154.



Geschwindigkeitskurven für den Moment vor, wo die verdichteten Wellenhälften des zweiten Wellenzuges W' mit den verdünnten, des ersten Wellenzuges W zusammenfallen. Berücksichtigt man, daß die Theilchen in der verdichteten Wellenhälfte in der nämlichen Richtung schwingen, in welcher die Welle fortschreitet, in der verdünnten dagegen in der entgegengesetzten, wie es in der Figur die Pfeile anzeigen; so ersieht man aus Nr. 1, daß in dem angenommenen Augenblicke jedes Theilchen von beiden Wellenzügen nach derselben Richtung zur Bewegung angeregt wird, und eine Geschwindigkeit besitzt, die doppelt so groß ist, als diejenige, die es in dem nämlichen Augenblicke vermöge der Einwirkung eines Wellenzuges haben würde. Die größte Geschwindigkeit findet in den Schichten statt, die in der Mitte von AC, CD, DE, EB liegen, und die wir mit M, N, O, P bezeichnen wollen; die Theilchen A, C, D, E, B, welche um eine halbe Wellenlänge von einander abstehen, sind in ihrer Ruhelage und scheiden die Schichten, deren Theilchen nach entgegengesetzten Richtungen sich bewegen. Berücksichtigen wir die Verdichtungen in jeder Schichte, so ersieht man bald, daß in jeder Stelle die Verdünnung durch

eine eben so große Verdichtung ausgeglichen wird, so daß nun überall die natürliche Dichtigkeit eintritt.

Nach Verlauf von $\frac{T}{4}$ rückt jede Welle um den vierten Theil ihrer Länge vorwärts; und bei A sowie bei B erscheinen die Vordertheile der verdichteten Hälften neuer Wellen; beachtet man genau die Richtungen der Bewegungen zu denen die Theilchen von beiden Wellenzügen angeregt werden, so wird aus Nr. 2 ersichtlich, daß an jeder Stelle die Theilchen mit gleichen Geschwindigkeiten nach entgegengesetzten Richtungen zur Bewegung angetrieben und somit in Ruhe bleiben werden, daß jedoch an jeder Stelle eine doppelt so starke Verdichtung oder Verdünnung vorkommt, als bei einem einzigen Wellenzuge, nur an den Stellen M, N, O, P herrscht abermals die natürliche Dichte. Die größte Verdichtung kommt in C, D, und E vor.

Nr. 3 zeigt den Bewegungszustand nach Verlauf der Zeit $\frac{2\,T}{4}$ an, und macht ersichtlich, daß er von dem in Nr. 1 dargestellten sich nur darin unterscheidet, daß nun an jeder Stelle die entgegengesetzte Schwingungsphase erscheint, und daß daher die Theilchen zweier benachbarter Wellenhälften in Richtungen sich bewegen, die denen in Nr. 1 gerade entgegengesetzt sind.

An Ende von $\frac{3\,T}{4}$ tritt der in Nr. 4 dargestellte Bewegungszustand ein, er ist von dem in Nr. 2 vorgestellten nur darin verschieden, daß an jeder Stelle, wo früher eine Verdichtung Statt fand, nun eine eben so starke Verdünnung vorhanden ist.

Am Ende der Zeit T erscheint, wie Nr. 5 zeigt, genau derselbe Zustand wie in Nr. 1, worauf an jeder Stelle genau dieselben Schwingungsphasen mit dem nämlichen Wechsel in der Verdichtung und Verdünnung auf einander folgen, wie während des ersten Zeitraumes T.

Demnach hat die Interferenz der beiden Wellenzüge zur Folge,

a) daß die Stellen A, C, D, E, B fortwährend in Ruhe bleiben, indem daselbst ununterbrochen entgegengesetzte und gleiche Schwingungsphasen erscheinen und sich tilgen; sie sind daher wieder Schwingungsknoten, deren jeder von dem nächst vorhergehenden um eine halbe Wellenlänge absteht;

b) die Theilchen zwischen je zwei Schwingungsknoten befinden sich in einer stehenden longitudinalen Schwingung, indem sie zu gleicher Zeit nach einer und dann wieder gleichzeitig nach der entgegengesetzten Richtung sich bewegen; die Schwingungsdauer eines Theilchens ist wieder gleich der Zeit, in welcher die Welle um ihre ganze Länge vorwärts rückt.

c) Die Bewegung der Theilchen an den beiden Seiten eines Schwingungsknotens geht in entgegengesetzten Richtungen vor sich, indem die Theilchen während einer Hälfte der Schwingungsdauer sich vom Schwingungsknoten entfernen, während der folgenden Hälfte sich demselben nähern, so daß im Schwingungsknoten die größte Verdichtung mit der größten Verdünnung beständig wechselt.

d) An den Stellen M, N, O, P, die in der Mitte zwischen zwei Schwingungsknoten sich befinden, herrscht unabänderlich die natürliche Dichte, indem daselbst fortwährend die durch den einen Wellenzug erzeugten Verdichtungen durch die gleichzeitig vom andern Wellenzug bewirkten Verdünnungen aufgehoben werden, allein die Schwingungsintensität der Theilchen an diesen Stellen ist größer, als bei den andern dazwischen liegenden; die größte Geschwindigkeit erlangen diese Theilchen in den Zeitmomenten, die von denen, in welcher an den Knoten die größte Verdichtung oder die größte Verdünnung Statt findet, um $\frac{T}{4}$ abweichen.

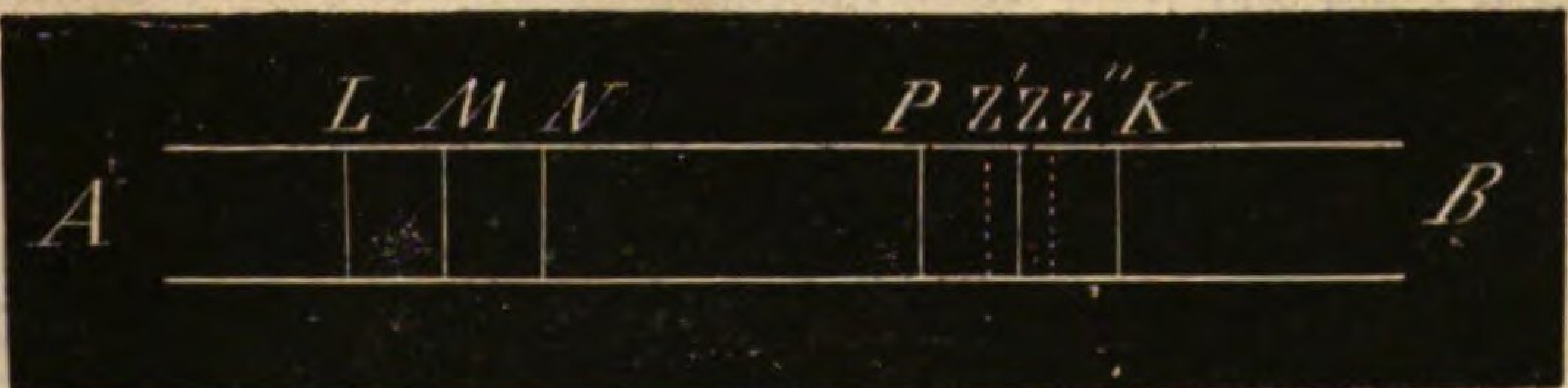
Aus dem Gesagten wird auch der Unterschied zwischen einer fortschreitenden und einer stehenden Schwingung ersichtlich; bei der ersteren ist die Dichte in der Schichte am größten oder am kleinsten, deren Theilchen das Maximum der Geschwindigkeit erlangt haben, und bleibt in ihrem natürlichen Zustande dort, wo die Geschwindigkeit der Theilchen gleich Null ist; bei der stehenden Schwingung dagegen bleibt die Dichte in jenen Schichten unverändert, deren Theilchen am schnellsten osciliren, und wird dort am größten oder am kleinsten, wo die Theilchen beständig in Ruhe verbleiben.

Setzt man die halbe Wellenlänge, mithin auch den Abstand zweier Schwingungsknoten $= l$, und ist c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Welle, so ist $2\,l = c\,T$, und $T = \frac{2\,l}{c}$.

A k u s t i k.

§. 120. **Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem gleichförmig dichten elastischen Mittel.** Es sei AB Fig. 155. ein prismatisch

Fig. 155.



gestalteter elastischer Körper, dessen Querschnitt $= 1$ ist; L, M, N seien gleichweit von einander abstehende Querschnitte, und es sei $LM = MN = \alpha$. Ist c die Geschwindigkeit, mit welcher jede Schwingungsphase sich von Schichte zu Schichte fortpflanzt, und τ das Zeittheilchen, welches sie braucht, um einen Weg $= \alpha$ zurückzulegen, so ist

$$\alpha = c\,\tau, \text{ und } c = \frac{\alpha}{\tau}.$$

Jeder Querschnitt schwingt hin und her; nehmen wir an, die drei benannten Querschnitte befinden sich in einem gewissen Augenblicke an den Orten P, Z, K, und t sei die Zeit, welche der Querschnitt L brauchte, um den Weg LP, oder ein anderer Querschnitt nöthig hat, um einen gleich gro-

ßen Weg zurückzulegen. Der Querschnitt M, der um die Zeit τ später die Schwingung beginnt, hat in der Zeit $t - \tau$ den Weg $MZ < LP$, und in der Zeit $t - \tau + \tau = t$ den Weg $MZ'' = LP$ durchlaufen; N beginnt die Schwingung um τ später als M, daher ist NK der Weg, den es in der Zeit $t - 2\tau$ zurückgelegt hat; ist Z' der Ort, welchen M in der Zeit $t - 2\tau$ eingenommen hat, so ist $MZ' = NK$. Nun ist

$$ZK = MK - MZ = \alpha + NK - MZ = \alpha - (MZ - MZ') = \alpha - ZZ'$$
$$PZ = LZ - LP = \alpha + MZ - MZ'' = \alpha - (MZ'' - MZ) = \alpha - ZZ''$$

folglich $ZK - PZ = ZZ'' - ZZ'$ oder $\frac{ZK - PZ}{ZZ'' - ZZ'} = 1$ (1).

Da $PZ < ZK$, so ist auch die durch die Verschiebung der Theile geweckte Elasticität E' von PZ größer als die von ZK, die E'' heißen mag, und es ist gerade so, als wenn die Masse PZ mit der beschleunigenden Kraft $E' - E''$ getrieben würde. Die in Folge der Elasticität eines Körpers durch Aenderung des Volumens erzeugte bewegende Kraft ist der Volumänderung proportionirt, daher

$$E' = \frac{k}{\alpha}(\alpha - PZ), \text{ wo } \frac{k}{\alpha}$$

die constante von der Elasticität des Mittels abhängige Verhältnißzahl ist;

$$E'' = \frac{k}{\alpha}(\alpha - ZK), \text{ mithin}$$

$$E' - E'' = \frac{k}{\alpha}(ZK - PZ) = \varphi \text{ (2)}.$$

Bezeichnet man mit M die Masse der Schichte LM, mit D ihre Dichte und mit γ die Aenderung der Geschwindigkeit eines Querschnittes in der Zeit τ, so ist $M = D\,\alpha$, und die beschleunigende Kraft $\varphi = D\,\alpha.\,\frac{\gamma}{\tau}$. Nun beschreibt der Querschnitt Z den Weg ZZ' in der Zeit τ und hat somit die Geschwindigkeit $\frac{ZZ'}{\tau}$; im nächsten Zeittheilchen τ legt er den Weg ZZ'' zurück, und hat daher die Geschwindigkeit $\frac{ZZ''}{\tau}$ mithin ist die Aenderung $\gamma = \frac{ZZ'' - ZZ'}{\tau}$, und

$$\varphi = \frac{D\,\alpha}{\tau^2}(ZZ'' - ZZ') \text{ (3)}.$$

Mit Berücksichtigung der Gleichung (2) erhält man

$$\frac{\alpha^2}{\tau^2} = \left(\frac{ZK - PZ}{ZZ'' - ZZ'}\right), \text{ mithin}$$

$$c = \sqrt{\frac{k}{D}} \text{ (4)}$$

Hat ein prismatischer Körper den Querschnitt = 1, und die Länge = 1, so ist auch sein Volumen = 1, und sein Gewicht heißt spezifisches Gewicht; heißt dieses S, so ist $S = D\,g$. Wird nun dieser Körper vom Volumen = 1 mit seinem Gewichte D g belastet, so tritt eine Aenderung in seiner Länge ein, die wir δ nennen wollen. Erleidet die Längeneinheit die Aenderung δ, so ist $\alpha\,\delta$ die Aenderung eines Stückes von der Länge α. Die Elasticität,

die durch Verschiebung der Theile geweckt wird, tritt mit der einwirkenden Kraft D g ins Gleichgewicht, daher ist $E = D g$; aber sie ist zugleich in jeder Schichte der erzeugten Volumänderung gleich, daher in der Schichte von der Länge α.

$$E = \frac{k}{\alpha} \alpha \delta, \text{ mithin } D g \doteq k \delta, \text{ und } \frac{k}{D} = \frac{g}{\delta}$$

folglich $c = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$ (5)

d. h. die gesuchte Fortpflanzungsgeschwindigkeit in irgend einem Mittel ist gleich der Quadratwurzel aus dem Quotienten, welchen man erhält, wenn man die Acceleration der Schwere durch die Größe der Längenänderung dividirt, die eine Säule des Mittels vom Querschnitte = 1 und der Länge = 1 erleidet, wenn sie mit ihrem eigenen Gewichte belastet wird. Nach den Formeln (5) kann die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in einem gleichförmig elastischen Mittel leicht berechnet werden.

Da die Zusammendrückbarkeit vieler tropfbarer Flüssigkeiten bekannt ist, so läßt sich die Geschwindigkeit berechnen, mit welcher sich der Schall in ihnen fortpflanzt, so gibt die Formel (5) für Wasser die Geschwindigkeit = 1453 Meter in 1 Secunde; Colladon fand sie durch Versuche = 1435 Meter, welcher Werth von dem berechneten wenig abweicht. An einer eisernen Wasserleitung fand Biot die Geschwindigkeit des Schalls 10½mal größer, als bei der Fortpflanzung durch die Luft. Im Allgemeinen pflanzt sich der Schall durch feste Körper am schnellsten fort, weniger schnell durch tropfbar flüßige und am langsamsten durch Luft und Gase.

Die nach der obigen Formel berechnete Geschwindigkeit, mit welcher der Schall durch die Luft sich fortpflanzt, beträgt nur $\frac{5}{6}$ von der beobachteten. Die Ursache dieses Unterschiedes hat La Place in dem Umstande aufgefunden, daß die Wärme, die bei der Bildung des verdichteten Wellentheils frei, und bei der Bildung des verdünnten gebunden wird, eine Abänderung in der Elasticität der Luft herbeiführt, die eine Beschleunigung der Fortpflanzung zur Folge hat. Bei Berücksichtigung dieses Umstandes findet man für Gase und Dämpfe die Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$c = \sqrt{\frac{E}{D} q},$$

wo E die Expansivkraft, D die Dichte des Gases und q den Quotienten bedeutet, der sich ergibt, wenn man die Wärmecapacität des Gases bei constantem Drucke durch die bei constantem Volumen dividirt. Ist b die auf 0° R. reducirte Höhe der Quecksilbersäule, die das Maß der Expansivkraft E des Gases ist, d die Dichte mithin d g das spezifische Gewicht des Quecksilbers, so ist b d g das Gewicht der Quecksilbersäule bezogen auf die Flächeneinheit als Basis; somit ist $E = g\, d\, b$, und

$$c = \sqrt{\frac{g\, d\, b.}{D} q}. \quad (6)$$

Heißt D' die Dichte der Luft bei 0° R. und dem Barometerstande von 0.76 Meter, so ist für die Temperatur von t° und den Barometerstand b die Dichte

$$D = \frac{D' b}{0.76 \, (1 + \beta t)}$$

mithin $$c = \sqrt{\frac{0.76 \, g \, d \, q \, (1 + \beta t)}{D'}}.$$

Da $$\frac{d}{D'} = 10467, \; g = 9.81 \text{ Meter und } q = 1.4$$

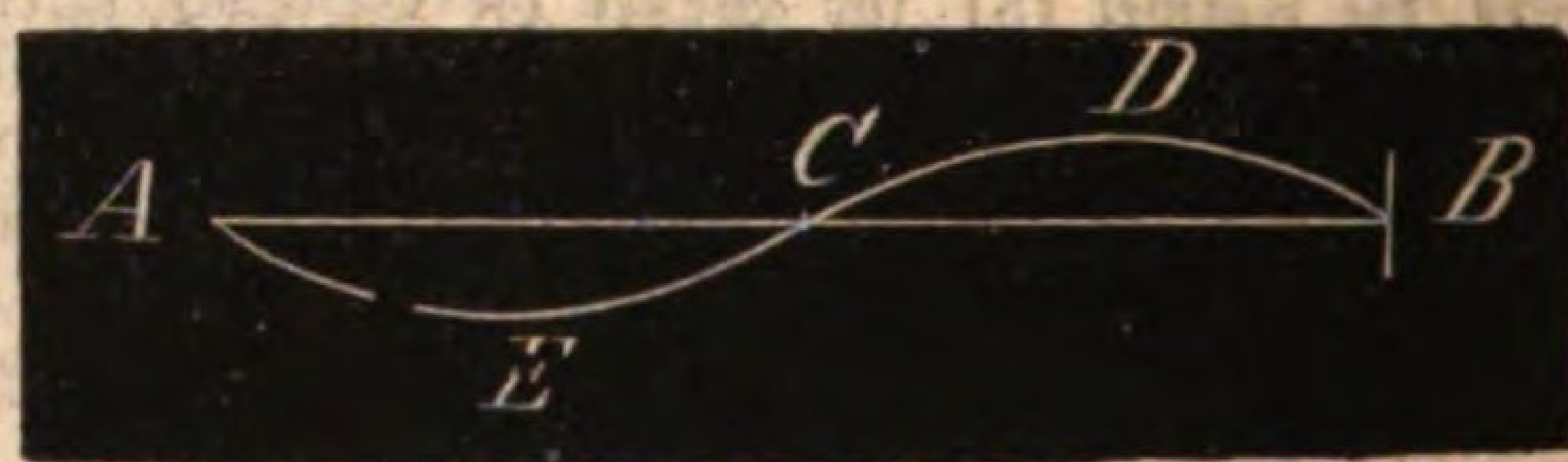
so ist $$c = 331.08 \sqrt{1 + \beta t} \text{ Meter oder}$$

$$c = 1047.38 \sqrt{1 + \beta t} \text{ Wiener Fuß,}$$

was von der auf dem Erfahrungswege bestimmten Geschwindigkeit von 1050 Wiener Fuß bei 0° R. nur wenig abweicht. Hieraus wird ersichtlich, daß die Geschwindigkeit der Luftwelle wohl von der Temperatur, aber nicht vom Luftdrucke abhängt. — Nach der Formel (6) läßt sich die Geschwindigkeit des Schalls für alle Gase finden, für welche q bekannt ist; ermittelt man die Geschwindigkeit auf andern Wegen, so läßt sich aus der Gleichung (6) der Werth von q finden, was für die Wärmelehre von Wichtigkeit ist.

§. 121. Reflexion des Schalls. In der Lehre vom geraden Stoße elastischer Körper wurde bewiesen, daß, wenn die Masse des stoßenden Körpers größer ist, als die des gestoßenen ruhenden, beide Körper nach beendetem Stoße in der Richtung des stoßenden sich bewegen; ist hingegen die stoßende Masse kleiner, als die gestoßene, so bewegt sich letztere nach dem Stoße in der Richtung dieses Stoßes, während erstere zurückschreitet. Ein ähnlicher Vorgang findet Statt, wenn eine Schallwelle an ein Schallmittel von einer andern Beschaffenheit anstößt. Nehmen wir an, der Schallstrahl AB Fig. 156. stehe auf der Trennungsfläche B der beiden Mittel senkrecht, so wird durch den Anstoß der verdichteten Wellenhälfte die erste Schichte B des neuen Schallmittels gerade so in Bewegung versetzt, wie das frühere Schallmittel durch den Schallerreger, indem ihr nach einander die verschiedenen Geschwindigkeitsstuffen der ersten Hälfte der Schwingungsdauer, während der die verdichtete Wellenhälfte sich gebildet hat, mitgetheilt werden, wodurch in dem neuen Mittel wieder der verdichtete Theil einer neuen Welle gebildet wird; beim Ankommen der verdünnten Wellenhälfte AEC, worin die Theilchen sich in Richtungen bewegen, bei welchen sie sich von B entfernen, und daher auf das neue Mittel nicht stoßend einwirken können, treten die verschobenen Theilchen der Schichte B vermöge ihrer Elasticität den Rückgang an, wobei hinter ihr der verdünnte Theil der Welle im neuen Mittel sich bildet. Auf solche Art entsteht in dem neuen Mittel eine Wellenbewegung, die jedoch mit einer andern, der spezifischen Elasticität dieses Mittels angemessenen Geschwindigkeit fortschreitet; auch ist, den Gesetzen des Stoßes gemäß, die Schwingungsintensität der Theilchen der neuen Welle vermindert, allein die Schwingungsdauer der schwingenden Wellentheilchen bleibt ungeändert.

Fig. 156.



Während der Bildung der Welle in dem zweiten Mittel entsteht auch im ersten Mittel eine Welle, die sich vom zweiten Mittel entfernt und reflectirte Welle heißt; die Art und das Gesetz ihrer Entstehung und Fortpflanzung muß nun ermittelt werden. Zu diesem Behufe unterscheiden wir den Fall, wo die Welle zuerst mit ihrem verdichteten Theile das neue Mittel trifft, von jenem, wo das Zusammentreffen zuerst mit dem verdünnten Theile Statt findet.

1. Ist das neue Schallmittel dichter, stößt z. B. eine Luftwelle an einen festen Körper, so werden die Theilchen der anstoßenden verdichteten

Schichten der Welle durch Rückwirkung des neuen Mittels zurückgeworfen, und bewegen sich in einer der früheren entgegengesetzten Richtung, wodurch eine reflectirte Welle entsteht, die mit ihrem verdichteten Theile voranschreitet, oder mit andern Worten, bei der Reflexion der Welle geht der verdichtete Theil wieder in einen verdichteten über. — Nach der Reflexion der ganzen verdichteten Wellenhälfte gelangt der Vordertheil des verdünnten Wellenstückes an die Trennungsfläche der beiden Mittel; beide Wellenhälften fallen nun in den nämlichen Raum, so daß an jeder Welle die Verdichtung durch eine gleich starke Verdünnung aufgehoben, folglich die Dichte des Mittels im natürlichen Zustande erscheint; allein die Theilchen beider Wellenhälften bewegen sich in der nämlichen Richtung so, daß sie sich von der Trennungsfläche entfernen, weshalb an dieser ein leerer Raum entsteht, in welchem ein Theil der Luftwelle eintritt, wodurch die Theilchen derselben eine gegen die Trennungsfläche gerichtete Bewegung bekommen und so die Reflexion des verdünnten Wellenstückes beginnt. Die Veränderungen, die hierauf in der Verdünnung der Schichten und in der Geschwindigkeit der Theilchen vorkommen, erscheinen als Wirkungen zweier entgegengesetzter Bewegungen, nämlich des direkten Wellenstückes, in welchem die schwingenden Theilchen sich von B entfernen, und des reflectirten, in dem sie sich gegen B bewegen.

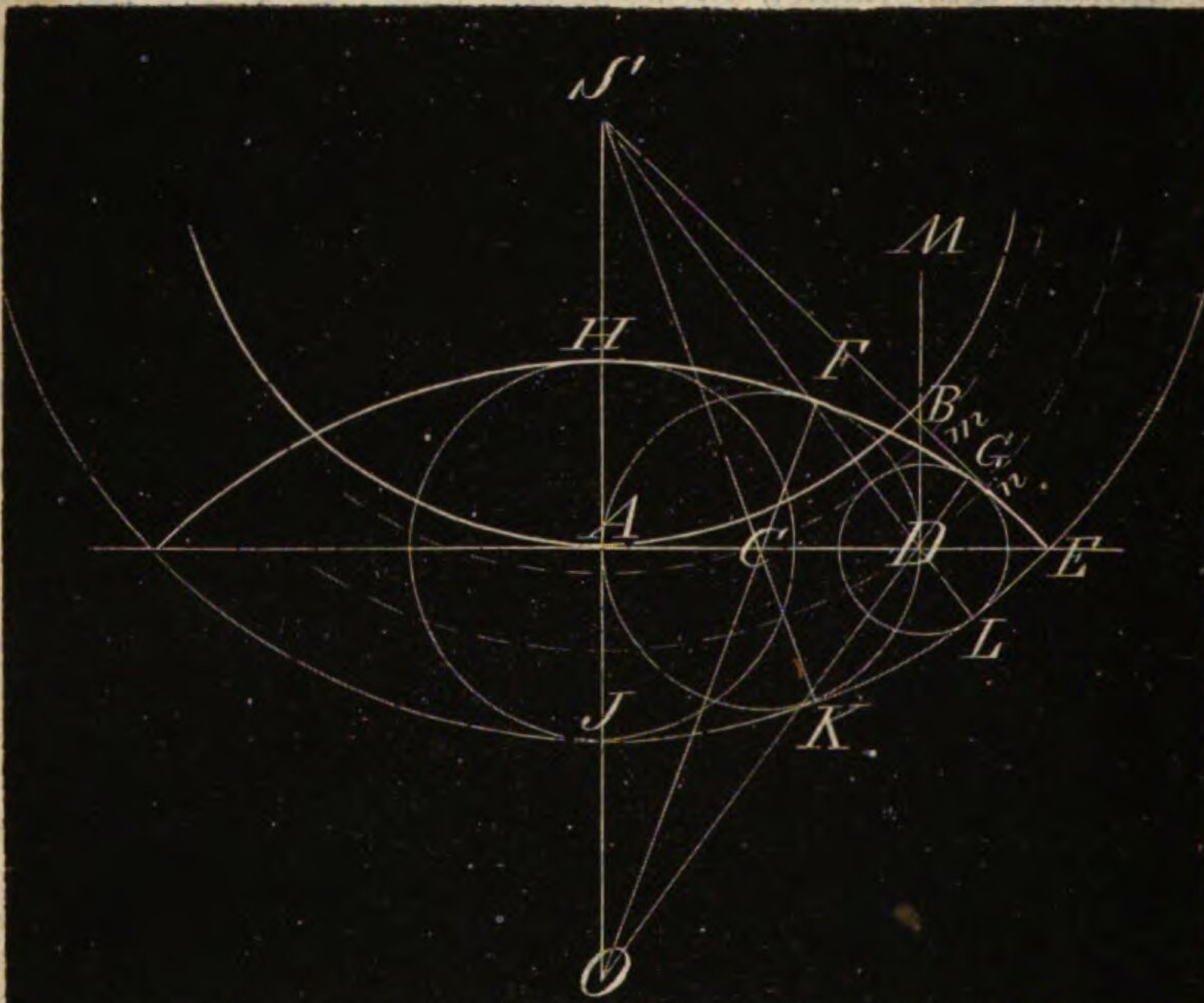
Ist die gestoßene Schichte des neuen Mittels dünner und leicht beweglich, kommt z. B. eine Schallwelle aus einer dichteren Luft in eine dünnere, so behalten die Theilchen der anstoßenden verdichteten Wellenhälfte einen Theil ihrer Geschwindigkeit, und dringen in den Raum ein, den die gestoßenen Theilchen verlassen; auf solche Art entsteht an der Trennungsfläche der beiden Mittel ein leerer Raum, in den die Theilchen der nachstehenden Schichte eintreten, dabei zur Trennungsfläche B hin sich bewegen, was eine Verdünnung dieser Schichte zur Folge hat, die sich rückwärts fortpflanzt. So beginnt die Reflexion der anstoßenden Welle, bei welcher die verdünnte Wellenhälfte vorangeht; man sagt daher, daß bei dieser Reflexion die Verdichtung in eine Verdünnung übergeht.

2. Wenn eine Welle, deren vordere Hälfte aus verdünnten Schichten besteht, an ein neues dichteres und nicht leicht bewegliches Mittel ankommt, so tritt abermals der schon früher besprochene Fall ein; die Welle wird reflectirt, und zwar in der Art, daß die Verdünnung wieder in eine Verdünnung übergeht. Sind aber die Theilchen des neuen Mittels ausdehnsam, so muß in dem Augenblicke, wo es von der ankommenden verdünnten Wellenhälfte, deren Theilchen sich von B entfernen, berührt wird, eine Bewegung seiner Theilchen gegen den leeren Raum, der sich an der Trennungsfläche bildet, beginnen, wodurch die Bildung eines verdichteten Wellentheils im früheren Mittel veranlaßt wird; es entsteht somit abermals eine Reflexion der Welle, bei welcher die Verdünnung in eine Verdichtung übergeht.

3. Aus dem Gesagten wird ersichtlich, daß jeder Punkt der Trennungsfläche zweier Mittel, sobald er von einer Schallwelle berührt wird, der Mittelpunkt einer neuen Welle wird; hieraus läßt sich das Gesetz für die

Reflexion der einzelnen Schallstrahlen leicht auffinden. Es sei S, Fig. 157.,

Fig. 157.



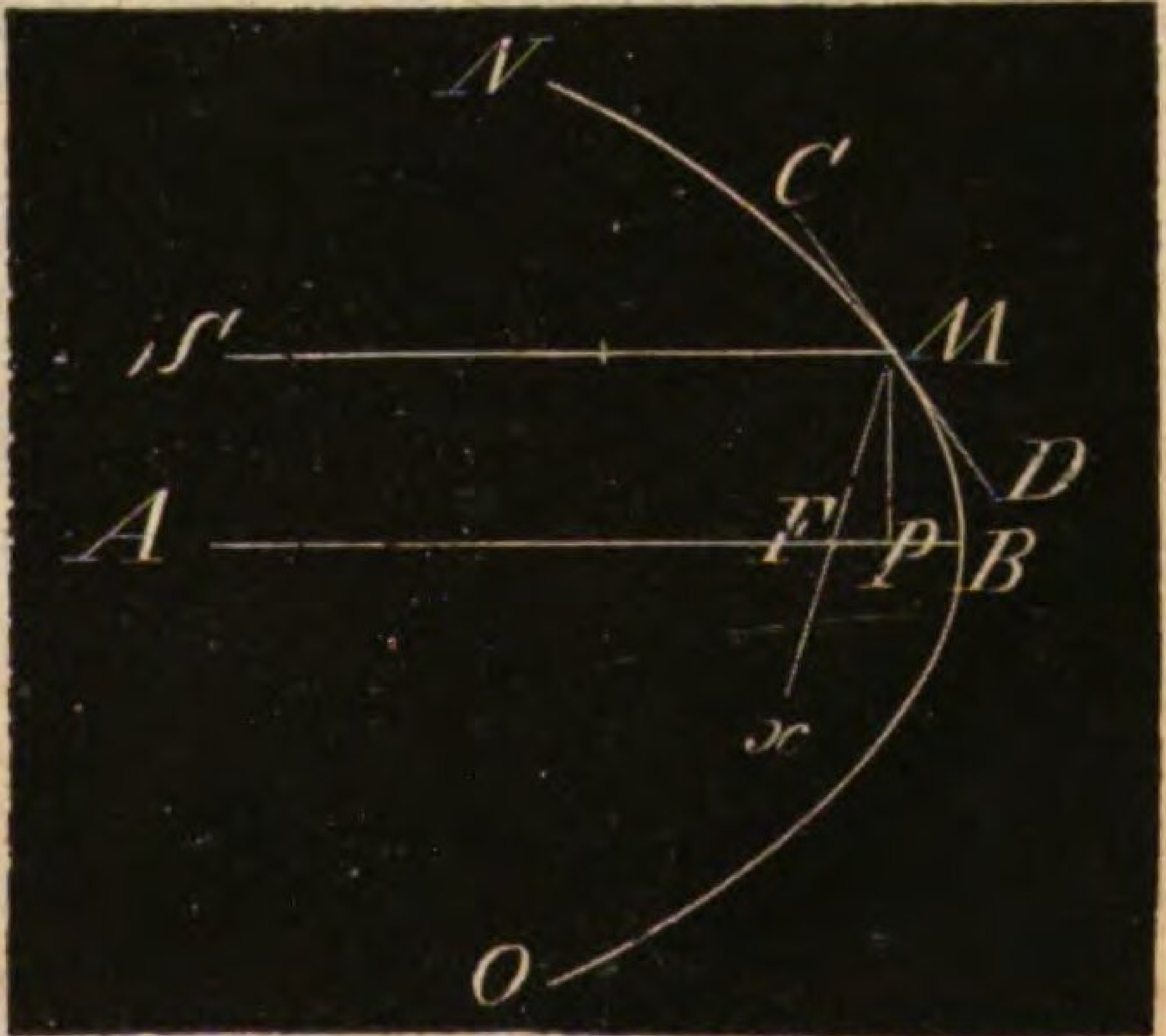
der Mittelpunkt einer kugelförmigen Schallwelle, SA der Abstand desselben von der Trennungsfläche zweier Mittel, mithin A derjenige Punkt, der zuerst von der Welle getroffen wird; denken wir uns durch SA eine Ebene gelegt, welche in der Geraden AE die Trennungsebene der beiden Mittel schneidet; so gibt der Kreisbogen AB den Durchschnitt dieser Ebene mit der Wellenoberfläche für den Moment, wo diese im Punkte A das neue Mittel berührt; A wird nun der Mittelpunkt einer neuen Welle, die oberhalb AE mit der nämlichen Geschwindigkeit fortschreitet, wie die auffallende. Nehmen wir an, letztere schreite parallel mit sich selbst mit ungeänderter Geschwindigkeit fort, und komme von AB in die Lage JE; so wird während dieser Zeit die in A gebildete Welle einen Weg AJ = AH = BE zurücklegen. Die andern Punkte wie z. B. C, D, der Trennungsfläche werden später nach einander von der auffallenden Welle getroffen; die von ihnen ausgehenden Wellen werden in dem Augenblicke, wo die Hauptwelle die Lage JE einnimmt, Wege wie CK = m E und DL = n E zurückgelegt haben.

Betrachten wir die Abstände der Mittelpunkte der an der geraden AE gebildeten Wellen (Elementarwellen) vom Mittelpunkte der Hauptwelle, wie SA, SC, SD; so sind sie sämmtlich der Differenz der Halbmesser gleich, nämlich SA = SE — EB, SC = SE — mE, SD = SE — nE; mithin wird die Hauptwelle JE von sämmtlichen Elementarwellen innerlich in den Punkten J, K, L berührt, oder mit anderen Worten, die Oberfläche der Hauptwelle schließt sämmtliche Elementarwellen in der Art ein, daß

jeder ihrer Punkte zugleich ein Punkt der Oberfläche einer Elementarwelle ist. Schneidet man von der Verlängerung des Perpendikels SA ein Stück AO = SA ab, beschreibt um den Mittelpunkt O mit dem Halbmesser HO = SJ einen Kreis, so wird auch dieser die Elementarwellen oberhalb AE genau so einhüllen, wie JLE; jeder seiner Punkte erscheint auch als Punkt der Oberfläche einer Elementarwelle, besteht somit aus Theilchen, welche die schwingende Bewegung beginnen sollen, und ist als die reflectirte Welle zu betrachten; denn die Wirkung, welche die Elementarwellen oberhalb AB hervorbringen, ist genau dieselbe, wie wenn von dem Punkte O die Welle HFE ausgegangen wäre. Denkt man sich das Ganze um SO einmal herumgedreht, so erhält man die Gestalt der kugelförmigen reflectirten Welle. Hieraus folgt, daß der Mittelpunkt O der aus den Elementarwellen hervorgehenden reflectirten wirksamen Welle, und der wellenerregende Punkt S gleich weit von der reflectirenden Wand entfernt sind.

Die geraden Linien SA, SC, SD sind die einfallenden Schallstrahlen. AH, CF, DG d. i. die in den Verlängerungen von AO, CO, OD liegenden Halbmesser der Elementarwellen sind die Richtungen, die sie nach der Reflexion annehmen, mithin die reflectirten Strahlen, die sämmtlich im Punkte O zusammentreffen, und mit den einfallenden in einerlei auf der reflectirenden Wand senkrecht stehender Ebene liegen. Aus der Congruenz der Dreiecke SAD und ADO geht hervor, daß die Winkel SDA und ADO einander gleich sind; da nun der Winkel ADO = dem Winkel GDE, so sind auch die Winkel SDA und GDE einander gleich, d. h. der einfallende und der reflectirte Schallstrahl bilden mit der reflectirenden Ebene gleiche Winkel. Errichtet man im Punkte D eine Senkrechte DM, das **Einfallsloth** genannt, so sind SDM und MDG complementär zu den Winkeln SDA und GDE, und somit auch einander gleich. Die Reflexion der Schallwelle erfolgt somit jedesmal nach dem Gesetze, **daß der einfallende und der reflectirte Schallstrahl mit dem Einfallslothe gleiche Winkel bilden, also daß der Einfallswinkel gleich ist dem Reflexionswinkel.** Ist in G das Gehörorgan eines Beobachters, so erhält es denselben Eindruck, wie wenn in O wirklich ein Schall erregender Punkt wäre, weshalb es den Schall in die Richtung GO versetzen wird.

Fig. 158.



Da an der Trennungsfläche der beiden elastischen Mittel die lebendige Kraft der auffallenden Welle sich in zwei Theile theilt, wovon der eine der direkten Welle im neuen Mittel, der andere Theil der reflectirten Welle mitgetheilt wird, so folgt, daß die Schwingungsintensität der reflectirten Welle kleiner wird, als die der auffallenden, und daß demnach der Schall durch Reflexion eine Schwächung erleidet, daher nach mehreren Reflexionen unmerklich werden kann. Bei der an festen und stark elastischen Körpern reflectirten Schallwelle ist die Schwin-

gungsintensität größer, als wenn dieselbe Welle von flüssigen Körpern reflectirt wird.

Fallen parallele Schallstrahlen auf eine durch Umdrehung einer Parabel NBO um ihre Axe AB, Fig. 158., entstandene parabolische hohle Fläche (parabolischer Hohlspiegel genannt) auf, so werden sie sämmtlich gegen den Brennpunkt F reflectirt, und bringen in dem daselbst befindlichen Gehörorgane eines Beobachters durch ihr Zusammenwirken einen verstärkten Eindruck hervor. Denn die Reflexion des zu AB parallelen Strahls SM erfolgt an der krummen Fläche in M genau so, als wenn er die durch M gelegte tangirende Ebene CMD getroffen hätte, mithin so, daß der Winkel SMC gleich wird dem Winkel, den der reflectirte Strahl mit MD einschließt; da nun bei der Parabel der Winkel SMC jedesmal dem Winkel gleich ist, welchen der Radius-vector des Punktes M mit MD bildet, so folgt, daß der in M reflectirte Strahl die Richtung des Radiusvector nimmt, somit durch den Brennpunkt der Parabel geht.

Steht dem Hohlspiegel NBO ein zweiter gegenüber, und zwar so, daß die Axen beider zusammenfallen, und ist in dem einen Brennpunkte z. B. in F ein Schallerreger, so werden sämmtliche von F ausgehende Strahlen von der Parabel-fläche NBO parallel zur Axe AB gegen den zweiten Hohlspiegel, und von diesem zum Brennpunkte desselben reflectirt, so daß ein hier befindliches Gehörorgan den leisesten in F erzeugten Schall vernimmt. Denn jeder auf NBO auffallende Schallstrahl, wie z. B. FM muß mit der reflectirenden, d. i. mit der tangirenden Ebene den nämlichen Winkel bilden, den der reflectirte mit ihr einschließt, dieß tritt aber nur dann ein, wenn die Richtung des reflectirten Strahls parallel ist zur Axe AB; also müssen sämmtliche Strahlen nach ihrer Reflexion an der Fläche NBO parallel zu der gemeinschaftlichen Axe AB beider parabolischen Hohlspiegel werden, folglich nach der Reflexion von der zweiten Fläche in deren Brennpunkte zusammentreffen.

Bei einer Ellipse bilden die, zu einem ihrer Punkte, von beiden Brennpunkten gezogenen Radienvectoren mit der Tangente dieses Punktes gleiche Winkel; somit werden die von einem Brennpunkte kommenden Schallstrahlen an einer elliptischen Fläche sämmtlich gegen den andern Brennpunkt reflectirt. Hieraus werden die Erscheinungen der elliptischen und parabolischen Sprachgewölbe leicht begreiflich. Ein kleiner Theil eines Kreises wirkt eben so wie eine Parabel; denn wäre NBO ein kleiner Kreisbogen, a der Halbmesser MP $= y$ und BP $= x$ ein sehr kleiner Theil z. B. $\frac{1}{100}$ des Durchmessers $2a$; so kann man x^2 rücksichtlich $2ax$ als eine verschwindend kleine Größe annehmen, daher übergeht die Gleichung des Kreises $y^2 = 2ax - x^2$ in die Gleichung

$$y^2 = 2ax$$

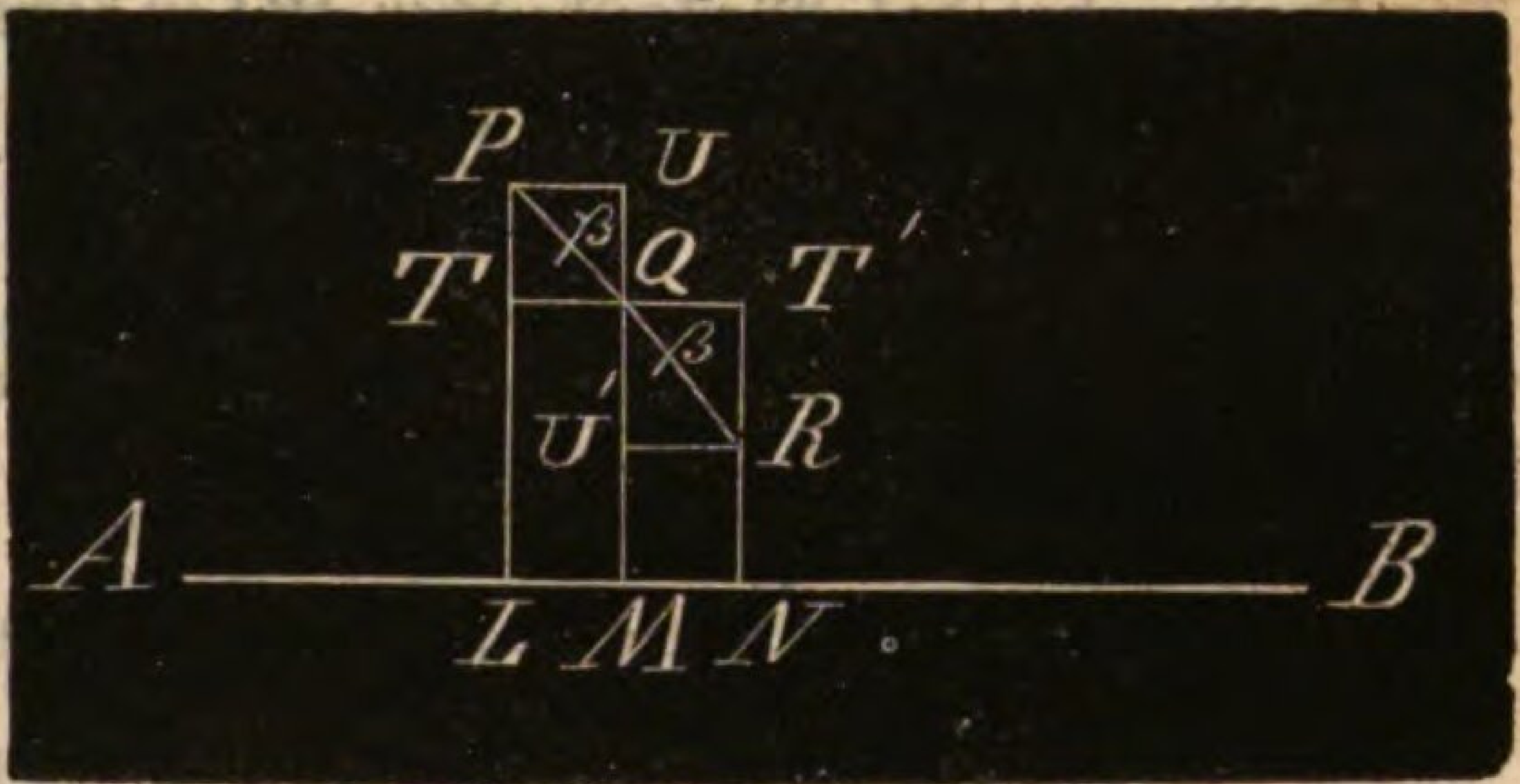
d. i. in die Gleichung einer Parabel, deren Parameter $= 2a$, und deren Brennweite $= \frac{a}{2}$ d. h. dem halben Halbmesser ist, mithin werden die auf ein Stück einer Hohlkugel (eines sphärischen Hohlspiegels) parallel auffallenden Strahlen so reflectirt, daß sie sich in einem Punkte, dessen Abstand vom Spiegel dem halben Halbmesser gleich ist, vereinigen.

Wenn man an einem Ende eines großen Zimmers, einen langanhaltenden Ton z. B. durch Streichen eines Stahlstabes hervorbringt, so gehen von ihm durch einige Zeit Schallwellen aus, die an der gegenüberstehenden Wand reflectirt werden; diese reflectirten erzeugen mit dem vom Stahlstabe ausgehenden directen bald eine stehende Schwingung, wie sie durch die Fig. 153 dargestellt wird, so daß in den Abständen von der Wand B, die der geraden Anzahl eines Viertels einer Wellenlänge direct proportionirt sind, also in den Abständen $\frac{2\,l}{4}$, $\frac{4\,l}{4}$, $\frac{6\,l}{4}$ ... Schwingungsknoten sich bilden. Savart machte zuerst auf diese stehende Schwingung aufmerksam, und fand, daß die Länge der reflectirten Wellen die nämliche ist, wie die der directen; Seebeck fand mit Hilfe einer gespannten Membrane die Knoten wirklich in den von der Theorie angegebenen Abständen, man kann aber leicht diese Knoten finden, indem man im Zimmer die Stellen aufsucht, an denen der Ton nicht vernommen wird.

Ist die Trennungsfläche der beiden Mittel nicht eben, sondern mit großen Erhabenheiten und Vertiefungen versehen, so setzen sich die Elementarwellen nicht zu einer einzigen in bestimmter Richtung reflectirten zusammen, sie werden nach vielen Richtungen zerstreut, und können einzeln das Gehörorgan nur schwach affiziren. Hieraus wird erklärbar, wie durch Verzierungen an den Wänden der Nachhall in einem Saale unwirksam zu machen.

§. 122. **Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines transversalen Impulses an einer gespannten Saite.** Es stelle AB Fig. 159. die in einer geraden Linie liegenden Theilchen einer gespannten gleichförmig dicken Saite vor; L, M, N seien gleich weit von einander entfernte, aber nahe aneinander liegende Punkte, so daß ihr gegenseitiger Abstand $= \alpha$ eine sehr kleine Größe ist. Wird an einem Ende ein Stück der Saite seitwärts geschoben und hierauf frei gelassen, so kommen die Theilchen in Folge des gestörten Gleichgewichts in eine transversale Schwingung, und es bildet sich eine Welle, die sich längs der Länge der Saite fortpflanzt. Nehmen wir an, die Theilchen von AB, indem sie senkrecht auf AB sich bewegen, bleiben stets in der nämlichen Ebene, und entfernen sich nur wenig von ihrer Gleichgewichtslage, so daß, wenn die Theilchen L, M, N in einem gewissen Augenblicke an den Orten P, Q, R sich befinden, weder die Spannung S, welche die Saite in der Ruhelage hat, noch die Länge der Stücke PQ, und QR merklich geändert wird, und PQ so wie QR als gerade Linien betrachtet werden können, nach deren Richtungen der Punkt Q in Folge der Spannung der Saite gezogen wird. Die Geraden PL, QM, RN stehen senkrecht auf AB, und stellen Theile der Bahnen vor, welche die Punkte L, M, N bei der schwingenden Bewegung zurücklegen; da L um das Zeittheilchen τ früher als M, und dieses um eben so viel früher als N in laterale Bewegung versetzt wird, so wird $PL > QM$ und $QM > RN$ sein. Bezeichnen wir mit W den Ort, an den Q nach Verlauf der Zeit τ ankommt, und mit W' denjenigen, an dem es sich um das Zeittheilchen τ früher befunden hat; so ist $MW = LP$, $MW' = NR$, und QW' der während des Zeittheilchens τ und QW der während des nächstfolgenden Zeittheilchens τ zurückgelegte Weg, mithin $\dfrac{QW - QW'}{\tau} = \gamma$ d. i. gleich der während des Zeittheilchens τ eingetretenen Aenderung in der Geschwindigkeit. Zerlegen wir jede der zwei auf Q nach den Richtungen QP und QR einwirkenden Kräfte in eine zu AB parallele und in eine auf AB senkrecht stehende Componente; so sind, wenn wir den Winkel $PQU = \beta$, und $RQU' = \beta'$ nennen, die zu AB parallelen Componenten S. sin. β und S. sin. β', die auf AB senkrechten S cos. β und S. cos. β'. Soll Q aus der Richtung der Geraden QM nicht heraustreten, so müssen die

Fig. 159.



ersteren Componenten sich aufheben; die letzteren lässen sich auf eine einzige ihrer Differenz gleiche Kraft reduciren. Heiß φ diese Kraft, so ist

$$\varphi = S (\cos. \beta - \cos. \beta')$$

Ziehen wir von P und von R die Geraden PU und PU' parallel zu AB, so ist $\cos. \beta = \frac{QU}{PQ}$ und $\cos. \beta' = \frac{QU'}{QR}$. Setzt man $PQ = \alpha + \omega$ und $QS = \alpha + \omega'$, wo ω und ω' unendlich kleine Größen sind, so ist

$$\varphi = S \left(\frac{QU}{\alpha + \omega} - \frac{QU'}{\alpha + \omega'} \right) = \frac{S}{\alpha} (QU - QU').$$

Die Kraft φ hat das Massentheilchen PQ zu bewegen; heißt m die Masse der Saite von der Länge l, so ist $\frac{m\alpha}{l}$ die Masse des Stückchens PQ, somit die bewegende Kraft

$$\varphi = \frac{m\alpha}{l} \cdot \frac{\gamma}{\tau} = \frac{m\alpha}{l\tau^2} (QW - QW'). \quad (2)$$

Setzt man die beiden Ausdrücke für φ einander gleich, und berücksichtigt, daß die Geschwindigkeit $v = \frac{\alpha}{\tau}$ ist, so erhält man

$$v^2 = \frac{Sl}{m} \left(\frac{QU - QU'}{QW - QW'} \right)$$

Es ist aber $LP = MW = MU$, mithin $QU = QW$, und $NR = MW' = MU'$, mithin $QU' = QW'$; somit

$$v = \sqrt{\frac{Sl}{m}}$$

Drückt man die Spannung S durch das Gewicht einer Masse M aus, so ist $S = Mg$, und

$$v = \sqrt{\frac{gMl}{m}}$$

Da sich die Masse M und m zu einander verhalten, wie ihre absoluten Gewichte P und p, so ist auch

$$v = \sqrt{\frac{gPl}{p}}.$$

Man kann eine gespannte Membrane als eine Verbindung neben einander liegender Saiten betrachten, weshalb die Formel auch für eine solche Membrane giltig ist. Auf gleiche Weise bestimmt man die Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines transversalen Impulses an einer gespannten gleichförmig dicken Schnur. Die Bestimmung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit eines longitudinalen Impulses in einem elastischen Mittel und eines transversalen an einer gespannten Saite auf elementarem Wege verdanken wir dem Herrn Regierungsrathe von Ettingshausen.

§. 123. Schwingungsgesetze einer gespannten Saite. Eine gespannte Seite kann sowohl in transversale als in longitudinale Schwingungen versetzt werden; da letztere einen unangenehmen Ton veranlassen, so kommen bloß transversale Schwingungen in Anwendung. Wird die gespannte Saite ihrer ganzen Länge nach durch Streichen oder Anschlagen seitwärts gebracht und dann sich selbst überlassen, so schwingt sie in

Folge ihrer Elasticität einem Pendel ähnlich einige Zeit hin und her; aber der Widerstand der atm. Luft bewirkt, daß die Schwingungsweite immer kleiner wird, bis endlich die Saite in Ruhe kommt. Man kann diese stehende Schwingung der Saite immer als das Ergebniß der Interferenz eines von einem Ende ausgehenden, mit dem, vom anderen Ende reflektirten, Wellenzuges betrachten, wobei zwei Schwingungsknoten an die Befestigungspunkte der Saite fallen. Heißt l die Länge, T die Schwingungsdauer der Saite, v die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der transversalen Schwingung, so ist nach §. 118. $T = \frac{2l}{v}$. Setzt man im letzten Ausdrucke für v den früher gefundenen Werth; so ist

$$T = 2l\sqrt{\frac{p}{Pgl}} = 2\sqrt{\frac{pl}{gP}}.$$

Das Gewicht p einer cylindrischen Saite läßt sich leicht ermitteln; heißt s das spezifische Gewicht und d der Durchmesser der Saite; so ist $p = \frac{\pi d^2}{4}\ l\ s$, folglich ist $T = d\,l\sqrt{\frac{\pi s}{gP}}$

Ist n die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen, so ist $nT = 1$, mithin

$$n = \frac{1}{dl}\sqrt{\frac{gP}{\pi s}}$$

d. h. die absolute Tonhöhe einer gespannten der ganzen Länge nach transversal schwingenden Saite ist der Quadratwurzel aus dem spannenden Gewichte direkt, und der Länge, Dicke und der Quadratwurzel aus dem spezifischen Gewichte der Saite umgekehrt proportionirt.

Wird an einem Ende ein aliquoter Theil der Saite in transversale Schwingung versetzt, so geht von da ein Wellenzug aus, der am andern Ende reflektirt wird, und, indem er dem direkten begegnet, entsteht aus der Interferenz beider eine stehende Schwingung, bei welcher sich die Saite in Theile abtheilt, deren jeder dem zuerst in Schwingung versetzten aliquoten Theile gleich ist, und die durch Schwingungsknoten von einander getrennt sind; daher sind bei einer Saite mehrere Schwingungsweisen mit 1, 2, 3, . . n Knoten möglich.

Die der Saite eigenthümlichen Schwingungsweisen, denen die Töne 1, 2, 3, 4, . . . entsprechen, können bei günstigen Umständen gleichzeitig bestehen, so daß gleichzeitig mehrere Töne hörbar werden. Bei einer ziemlich langen und dicken Saite, die einen tiefen Ton gibt, wie z. B. die G Saite an einem Violon, hört man, obwohl schwach und daher nur bei einer großen Stille, nebst dem Hauptione auch noch die Octave desselben, dann die Quinte dieser Octave, und die zweite Octave, mithin die harmonischen Töne 2, 3, 4, . . .; hieraus folgt, daß sich die Saite freiwillig in 2, 3, 4 . . . gleiche Theile abtheilt, deren jeder, während er an der Bewegung der ganzen Saite Theil nimmt, auch gleichzeitig für sich besonders schwingt, als wenn er mit dem Ganzen nicht in Verbindung wäre. Diese harmonischen Töne hört man auch beim Anschlagen einer langen Saite an einem Klavier. — Es ist ein allgemeines Gesetz, das Prinzip der Coëxistenz der elementaren Bewegungen, vermöge welchem die elementaren Bewegungen, deren ein System von materiellen Punkten fähig ist, auch gleichzeitig neben einander bestehen können, ohne sich gegenseitig zu beirren.

Durch Aenderung der Temperatur wird die Länge der Saite und damit auch der Ton geändert; dieß sieht man auffallend an einem Claviere, das an der kalten Wand eines geheizten Zimmers steht. — Auf Darmsaiten hat auch die Feuchtigkeit der Luft einen Einfluß, da bei zunehmender Feuchtigkeit die Saite sich zusammenzieht.

§. 123. **Blaseinstrumente ohne Mundstücke.** Die Luft in einem Blaseinstrumente tönt, sobald sie in eine stehende Schwingung versetzt wird; dieß geschieht auf verschiedene Art:

a) entweder dadurch, daß man vor die Mündung der Pfeife einen schwingenden Körper z. B. eine angeschlagene Stimmgabel bringt, in welcher jedoch die Luftsäule eine dem Ton des schwingenden Körpers entsprechende Länge haben muß; oder

b) durch eine rasche Folge von schwachen Explosionen, die beim Verbrennen des Wasserstoffgases, das man durch eine feine Spitze ausströmen läßt, an der Mündung einer über der Flamme befindlichen Röhre hervorgebracht werden; man nennt diesen Versuch die **chemische Harmonika**.

c) Gewöhnlich wird die Luft in einer Röhre durch Anblasen in eine stehende Schwingung versetzt, indem man am offenen Ende der Röhre einen dünnen Luftstrom so vorbeistreichen läßt, daß er sich an der Schärfe der Ränder bricht, und durch seine Stöße gegen die Luft in der Röhre Wellen erzeugt, wie dieß z. B. geschieht, wenn man einen hohlen Schlüssel zum Tönen bringt; man legt nämlich das offene Ende an die untere Lippe an, und bläst schräg gegen den Rand der Röhre. Eine Orgel- und Hirtenpfeife hat an einem Ende einen schiefen Einschnitt, gegen dessen Ränder die Luft aus einem engen Canal geblasen wird.

Die Stöße, welche die Wellenbewegung in der Röhre erzeugen, mögen wohl Anfangs nicht ganz regelmäßig sein, aber sie werden, falls die Pfeife gut anspricht, durch den Einfluß der am andern Ende der Röhre reflectirten Wellen bald so geregelt, daß die Schwingungen regelmäßig erfolgen, wie die Gleichförmigkeit des entstandenen Tones bezeuget.

Die stehende Schwingung der Luftsäule in einer **gedeckten** Pfeife entsteht durch Interferenz der am verschlossenen Ende reflectirten und der am offenen Ende unaufhörlich sich bildenden, neuen Wellen; sie muß, wenn ein Ton erzeugt werden soll, so beschaffen sein, daß an das gedeckte Ende ein Schwingungsknoten fällt, und die Luftschichte an der offenen Mündung der Röhre keine Veränderung in ihrer Dichte erleidet, sondern nur wie ein tönender Körper hin und her oscillirt, und in der äußeren Luft Schallwellen auf ähnliche Weise, wie andere schwingende Körper, hervorbringt. Wenn wir beachten, daß an dem gedeckten Ende der Röhre der verdichtete Theil wieder in einen verdichteten, der verdünnte abermals in einen verdünnten übergeht, und wenn wir die früher aufgefundenen Gesetze der durch Interferenz von Luftwellen gebildeten stehenden Schwingung (Fig. 151.) berücksichtigen, so ersehen wir leicht, daß den angegebenen Bedingungen auf mehrfache Weise bei einer Pfeife entsprochen werden kann, und daß es daher möglich ist, mehrere Schwingungsarten, also auch mehrere Töne mit der nämlichen gedeckten Pfeife hervorzubringen; denn jede Luftschichte, die in der Mitte zwischen zwei Schwingungsknoten sich befindet, behält ununterbrochen dieselbe Dichte, aber ihre Theilchen schwingen longitudinal mit größerer Amplitude, als die Theilchen anderer Schichten. Da der Abstand der Luftschichte von unverän-

derlicher Dichte vom Schwingungsknoten $\frac{1}{4}$ einer Wellenlänge beträgt, so wird jede Schwingungsart den aufgestellten Bedingungen entsprechen, bei welcher Luftwellen von solcher Länge entstehen, daß der Abstand des ersten Schwingungsknotens von der offenen Mündung den vierten Theil einer Wellenlänge beträgt, und auch der Boden in einen Schwingungsknoten zu liegen kommt. Daher ist

1. die einfachste, durch das schwächste Anblasen erzeugte, Schwingungsart, die den tiefsten Ton der Pfeife gibt, jene, bei welcher in der Röhre kein, und nur am Boden ein unbemerkbarer Schwingungsknoten sich bildet, somit Luftwellen erzeugt werden, deren Länge λ_1 so groß ist, daß $\frac{1}{4}$ derselben gleich der Pfeifenlänge l wird; also

$$l = \frac{\lambda}{4} \text{ und } \lambda = 4\,l.$$

2. Die durch etwas stärkeres Anblasen hervorgebrachte nächst höhere Schwingungsart ist diejenige, wo nebst dem Knoten am Boden auch noch einer in der Röhre entsteht; heißt in diesem Falle λ_2 die Länge der Luftwelle, so ist der Abstand des Knotens in der Röhre vom gedeckten Ende $= \frac{\lambda_2}{2}$ und vom freien Ende $= \frac{\lambda_2}{4}$, mithin die Pfeifenlänge

$$l = \frac{\lambda_2}{2} + \frac{\lambda_2}{4} = \frac{3\,\lambda_2}{4}, \text{ und } \lambda_2 = \frac{4}{3}\,l$$

die Wellenlänge ist demnach kürzer, als im früheren Falle.

3. Durch noch stärkeres Anblasen entstehen Wellen von noch kürzerer Länge, indem nebst dem Knoten am Boden noch zwei in der Röhre sich bilden; heißt λ_3 die Wellenlänge, so ist die Pfeifenlänge

$$l = \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{2} + \frac{\lambda_3}{4} = \frac{5\,\lambda_3}{4}, \text{ und } \lambda_3 = \frac{4}{5}\,l.$$

4. Sind λ_4, λ_5, λ_6 . . . die Längen derjenigen Wellen, die sich bei zunehmender Stärke des Anblasens bilden, wobei in der Pfeife 4, 5, 6 . . Schwingungsknoten, den am Boden mitgerechnet, zum Vorschein kommen, so findet man auf dieselbe Art, wie in früheren Fällen, daß

$$l = 7\,\frac{\lambda_4}{4},\ l = 9\,\frac{\lambda_5}{4},\ l = 11\,\frac{\lambda_6}{4}.$$

Aus dem Gesagten folgt nun, daß

$$\frac{\lambda_1}{4} = 3\,\frac{\lambda_2}{4} = 5\,\frac{\lambda_3}{4} = 7\,\frac{\lambda_4}{4} = 9\,\frac{\lambda_5}{4} = \ldots \text{ mithin}$$

$$\lambda_1 = 3\,\lambda_2 = 5\,\lambda_3 = 7\,\lambda_4 = 9\,\lambda_5 \ldots \text{ (1) und}$$

$$\frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 3,\ \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 5,\ \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = 7,\ \frac{\lambda_1}{\lambda_5} = 9 \text{ u. s. f.}$$

5. Da die Schwingungsdauer der Theilchen in jeder schwingenden Schichte, also auch die der an der Mündung befindlichen Schichte von unveränderlicher Dichte, gleich ist der Zeit, in welcher die Welle um ihre Länge vorwärts schreitet; so werden auch die Wellen, die durch die Oscillation dieser Schichte in der äußeren Luft erzeugt werden, dieselbe Länge haben, wie

die in der Röhre gebildeten. Ist t die Dauer einer Schwingung, n die in einer Secunde vollbrachte Anzahl von Schwingungen (die Schwingungszahl) und mithin auch die Anzahl der von der Mündung der Pfeife ausgehenden, den Ton tragenden Wellen, und bezeichnet man mit λ die Länge einer Welle und mit c die Fortpflanzungsgeschwindigkeit, so ist bekanntlich

$$\lambda = c\, t,\; n\, t = 1, \text{ mithin } n\, \lambda = c.$$

Da nun c für die atmosphärische Luft bei derselben Temperatur unveränderlich ist, so wächst die Schwingungszahl n in dem nämlichen Verhältnisse, in welchem λ abnimmt. Sind n_1, n_2, n_3, n_4 . . . die Schwingungszahlen, wenn in der Pfeife Wellen von der Länge λ_1, λ_2, λ_3, λ_4 entstehen, so hat man

$$n_1\, \lambda_1 = c,\; n_2\, \lambda_2 = c,\; n_3\, \lambda_3 = c,\; n_4\, \lambda_4 = c \ldots$$

mithin $$n_1\, \lambda_1 = n_2\, \lambda_2 = n_3\, \lambda_3 = n_4\, \lambda_4 = \ldots (2).$$

6. Nehmen wir den durch das schwächste Anblasen erzeugten Ton als Grundton an, so erhalten wir für die durch verstärktes Anblasen einer gedeckten Pfeife erzeugte Tonreihe aus den Gleichungen (1) und (2) folgende relative Tonhöhen:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 3,\; \frac{n_3}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 5,\; \frac{n_4}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = 7 \text{ u. s. f.}$$

mithin erhält man also die Tonfolge:

$$1, 3, 5, 7, 9 \ldots$$

d. h. alle Töne, deren Höhe bezüglich des Grundtones der Pfeife durch die ungraden Zahlen dargestellt werden.

7. Sind L und l die Längen zweier Pfeifen, λ und λ', die Längen der Wellen bei der einfachsten Schwingungsart; N_1 und n_1 die Schwingungszahlen der Töne, die entstehen, so ist

$$N_1\, \lambda_1 = c \text{ und } n_1\, \lambda'_1 = c, \text{ mithin}$$

$$N_1 : n_1 = \lambda'_1 : \lambda_1 \text{ oder da } L = \frac{\lambda_1}{4} \text{ und } l = \frac{\lambda'_1}{4}, \text{ so}$$

ist $N_1 : n_1 = l : L.$

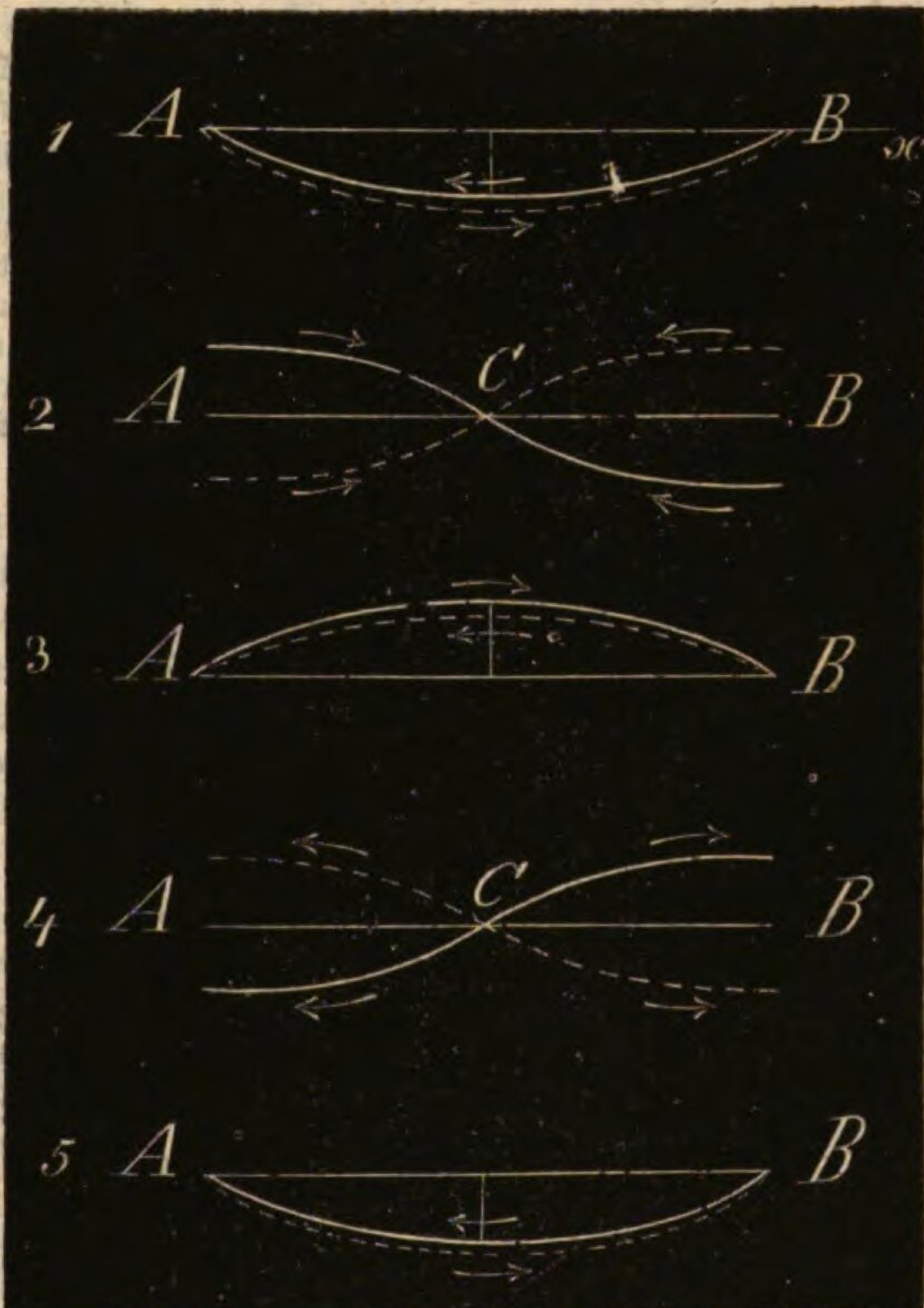
Zu demselben Resultat gelangt man, wenn man die Schwingungszahlen der Töne vergleicht, die bei den beiden Pfeifen durch eine andere gleichartige Schwingungsart hervorgebracht werden. Hieraus folgt: daß bei Pfeifen von verschiedener Länge, aber bei der nämlichen Schwingungsart, sich die Schwingungszahlen zu einander verhalten umgekehrt wie die Längen der Pfeifen. Je kürzer also die Pfeife, desto höher der Ton.

8. Macht man in der Wand der Röhre an einer Stelle, wo eine Luftschichte von unveränderlicher, mit der Dichte der äußern Luft übereinstimmender Dichte sich befindet, einen schmalen Ausschnitt, so wird dadurch keine Aenderung in der Schwingungsweise der Luftsäule und somit auch nicht in der Beschaffenheit des Tons bewirkt, selbst dann nicht, wenn der Ausschnitt um die ganze Röhre geht, und man den Theil der Pfeife von diesem Schnitte an, bis zum Boden hinwegnimmt; aber nun bildet der zurückgebliebene Theil eine an beiden Enden offene Pfeife, und läßt uns erkennen, daß die stehende Schwingung in der offenen Pfeife sich in der Art bildet, das auch die Luftschichte am offenen Ende der Pfeife eine mit der äußern Luft gleiche Dichte unveränderlich behält, und nur

hin und her oscillirt. — Da nun sowohl die Luftschichte an einem Ende, als auch die am andern um $\frac{1}{4}$ der Wellenlänge vom nächsten Knoten entfernt sein muß; so ist bei der offenen Pfeife die einfachste Schwingungsart diejenige, wo nur ein Schwingungsknoten entsteht, aber dieser in die Mitte der Pfeife fällt; folglich Wellen von einer Länge λ' sich bilden, deren Hälfte der Pfeifenlänge l gleich ist; es ist also $l = \frac{\lambda'}{2}$.

Die Entstehung dieser stehenden Schwingung wird begreiflich, wenn man berücksichtigt, daß beim Ankommen des verdichteten Wellentheils an die Mündung B der Pfeife AB Fig. 160. die Theilchen der daselbst befindlichen Luftschichte B, da sie weniger gehindert sind, auszuweichen, als in der Röhre, dem erhaltenen Impulse nachgeben, und wirklich ausweichen, wodurch es geschieht, daß die Theilchen der ersten verdichteten Schichte der ankommenden Welle auch nach dem Anstoße an die Luftschichte B in ihrer früheren Richtung B x sich bewegen, was eine Verdünnung in B zur Folge hat, die sich rückwärts von B nach A von Schichte zu Schichte fortpflanzt. Derselbe Vorgang findet Statt, wenn die andern Verdichtungsstuffen an B ankommen, so daß eine jede eine ihr entsprechende und rückwärts fortschreitende Verdünnung erzeugt, und auf solche Art wird während der Zeit, in welcher alle Phasen des verdichteten Wellentheils durch B schreiten, ein vollständiger aus verdünnten Schichten bestehender Wellentheil an der Mündung B gebildet und reflectirt, so daß derselbe genau den Theil der Pfeife einnimmt, in dem sich der verdünnte Wellentheil der directen Welle befindet, wie es Nr. 1 versinnlicht, wo die Pfeifenlänge AB gleich der halben Wellenlänge ist. Da sich die Theilchen in dem reflectirten Wellenstücke in der Richtung A x, in dem directen hingegen in der entgegengesetzten Richtung bewegen, und die Geschwindigkeiten an jeder Stelle einander gleich sind, so heben sich die Bewegungen überall auf, und alle Schichten sind einen Augenblick in Ruhe, jedoch nimmt der Grad ihrer Verdünnung von A und B, wo die natürliche Dichtigkeit herrscht, gegen die Mitte zu.

Fig. 160.



Nach weiterem Verlauf des vierten Theils der Schwingungsdauer veranlaßt der Vordertheil des directen verdünnten Wellenstücks die Reflexion eines gleich langen

verdichteten Wellenstücks, worin die Lufttheilchen in der Richtung BA, mithin genau so, wie in dem Hintertheil des direkten verdünnten Wellentheils sich bewegen. Bei A hat sich der Vordertheil einer directen verdichteten Wellenhälfte gebildet, und nimmt den nämlichen vierten Theil der Pfeifenlänge ein, welchen der Hintertheil des reflectirten verdünnten Wellenstücks einnimmt.

Nr. 2 versinnlicht den Bewegungszustand der Lufttheilchen in diesem Zeitmomente, und man sieht, daß die Lufttheilchen von beiden Enden gegen die Mitte zu sich bewegen, wo jedoch Ruhe herrscht, während an den Enden das Maximum der Geschwindigkeit, aber die natürliche Dichte herrscht, da hier die Verdichtung durch eine gleich starke Verdünnung aufgehoben wird.

Nr. 3 zeigt den Bewegungszustand nach dem Verlaufe eines zweiten Viertels der Schwingungsdauer, woraus zu ersehen ist, daß ein directer und ein reflectirter verdichteter Wellentheil die ganze Pfeifenlänge einnehmen, die Geschwindigkeit überall Null ist, aber in der Mitte die größte, an den Enden die natürliche Dichte herrscht.

Nr. 4 macht den Bewegungszustand ersichtlich, der nach Verlauf von $\frac{3}{4}$ Theilen der Schwingungsdauer eintritt; die Lufttheilchen bewegen sich von der Mitte, wo Ruhe herrscht, gegen die beiden Enden, wo das Maximum der Geschwindigkeit Statt findet, und überall ist die natürliche Dichtigkeit. Aus der Vergleichung von Nr. 4 mit Nr. 2 ergibt sich, daß in beiden Fällen an jeder Stelle die nämliche Geschwindigkeit vorkommt, aber die Richtung der Bewegung entgegengesetzt ist.

Nach Verlauf eines neuen Viertels der Schwingungsdauer, also nach Verlauf der Zeit einer Schwingung tritt, wie Nr. 5 zeigt, derselbe Bewegungszustand ein, wie in Nr. 1, worauf wieder die eben betrachteten Phasen auf einander folgen. Man sieht, wie durch den Umstand, daß bei der Reflexion an der Mündung B jeder verdichtete Wellentheil in einen verdünnten und umgekehrt übergeht, bei einer Welle, deren halbe Länge der Pfeifenlänge gleich ist, in der Mitte der Pfeife ein Schwingungsknoten sich bildet.

9. Durch stärkeres Anblasen erzeugt man bei der offenen Pfeife stehende Schwingungen mit 2, 3, 4 .. Schwingungsknoten, und eine Reihe von höhern Tönen, deren Werthe sich aus der Länge der, bei diesen verschiedenen Schwingungsarten gebildeten, Wellen bestimmen lassen, wenn man nur berücksichtigt, daß der Abstand zweier benachbarten Schwingungsknoten immer einer halben, und der Abstand der beiden Pfeifenenden von den nächsten Knoten dem vierten Theile einer Wellenlänge gleich ist. Es ergibt sich, daß man die Reihe von Tönen erhält, deren Schwingungszahlen durch die Reihe der natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4 . . . ausgedrückt werden.

Denn bei 1 Schwingungsknoten ist: $l = \frac{\lambda_1}{2}$ und $n_1 \lambda_1 = c$

„ 2 „ „ $l = 2\frac{\lambda_2}{2}$ „ $n_2 \lambda_2 = c$

„ 3 „ „ $l = 3\frac{\lambda_3}{2}$ „ $n_3 \lambda_3 = c$

„ 4 „ „ $l = 4\frac{\lambda_4}{2}$ „ $n_4 \lambda_4 = c$ u. s. f.

mithin $l = \frac{\lambda_1}{2} = 2\frac{\lambda_2}{2} = 3\frac{\lambda_3}{2} = 4\frac{\lambda_4}{2} = \ldots .$

und $c = n_1 \lambda_1 = n_2 \lambda_2 = n_3 \lambda_3 = n_4 \lambda_4 = \ldots$

Nimmt man den Ton der Pfeife, welcher bei der einfachsten Schwingungsart entsteht, als Grundton an, so erhält man für die Töne, die an der offenen Pfeife durch mehr und mehr verstärktes Anblasen hervorgebracht werden, folgende Werthe:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = 2, \quad \frac{n_3}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_3} = 3, \quad \frac{n_4}{n_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_4} = 4 \text{ u. s. f.}$$

a) Dieselbe Reihenfolge von Tönen erhält man an allen Instrumenten mit cylindrischen, geraden oder gekrümmten Röhren, deren beide Enden offen sind; die Krümmung der Röhre hat auf die schwingende Bewegung der Luftsäule keinen Einfluß.

10. Vergleicht man die Töne derselben Schwingungsart in zwei offenen Pfeifen von der Länge l und l' mit einander, und bezeichnet die ihnen entsprechenden Wellenlängen mit λ und λ', die Schwingungszahlen mit n und n'; so ist stets

$$n\,\lambda = c, \text{ und } n'\,\lambda' = c, \text{ mithin } n\,\lambda = n'\,\lambda', \text{ und}$$

$$n : n' = \lambda' : \lambda; \text{ da aber } \lambda' : \lambda = l' : l,$$

so ist $n : n' = l' : l$

d. h. die Tonhöhen derselben Schwingungsart verhalten sich zu einander wie umgekehrt die Pfeifenlängen.

Die verschiedenen Töne einer Orgel werden durch Pfeifen erzeugt, deren Längen so beschaffen sind, daß sie die Töne einer Tonleiter von mehreren Octaven geben. Der Grundton einer Trompete oder eines Waldhorns wird abgeändert, indem man durch Ansätze Veränderungen in der schwingenden Luftsäule vornimmt.

11. Ist L die Länge einer gedeckten Pfeife, λ die Wellenlänge bei der einfachsten Schwingungsart, N die Schwingungszahl des erzeugten Tons; sind ferner l, λ', n dieselben Größen bei einer offenen Pfeife, so hat man:

$$L = \frac{\lambda}{4},\ N\,\lambda = c,\ l = \frac{\lambda'}{2},\ n\,\lambda' = c,$$

mithin $N : n = \lambda' : \lambda = l : 2\,L.$

Ist nun $L = l$, so ist $N : n = 1 : 2$

d. h. der tiefste Ton der offenen Pfeife ist die Octave von dem tiefsten Tone einer gleich langen gedeckten Pfeife.

12. Setzt man die Geschwindigkeit des Schalls $c = 1024$ Pariser Fuß, was von der wirklichen wenig abweicht, und berücksichtigt, daß beim tiefsten hörbaren Tone 16 Schwingungen Statt finden; so ist wegen

$$n\,\lambda = c,\ \lambda = \frac{1024}{16} = 64 \text{ Fuß},$$

d. h. die Wellenlänge, die dem tiefsten Tone entspricht, beträgt 64 Fuß; da nun $L = \frac{\lambda}{4}$, und $l = \frac{\lambda'}{2}$ so wird eine gedeckte Pfeife 16, eine offene 32 Fuß Länge haben müssen, um das tiefe $\underline{\underline{C}}$ der Orgel zu geben.

13. Da $N\,\lambda = c$, und $\lambda = 4\,L$, so ist auch $4\,NL = c$, und $N = \frac{c}{4\,L}$; und eben so $n = \frac{c}{2\,l}$. Daraus wird ersichtlich, daß die Tonhöhe bei einer Pfeife, deren Länge unveränderlich ist, sich so lange nicht ändert, so lange die Fortpflanzungsgeschwindigkeit c denselben Werth behält. Aus dem für Gase gefundenen Werthe von $c = \sqrt{q\,.\,\frac{E}{D}}$ ist zu ersehen:

a) daß, wenn die Dichte der Luftsäule in der Pfeife durch Erwärmung kleiner wird, während ihre absolute Expansivkraft E, da sie mit der äußeren Luft in Verbindung steht, ungeändert bleibt, der Werth von c größer, somit der Ton der Pfeife höher wird.

b) Aendert sich die absolute Expansivkraft E in demselben Verhältnisse, wie die Dichte, so bleibt der Quotient $\frac{E}{D}$ d. i. die spezifische Expansivkraft und daher auch c unverändert; so kommt es, daß eine Pfeife bei übrigens gleicher Temperatur am Gipfel eines Berges eben so tönt wie am Fuße, weil mit der Abnahme der Dichtigkeit der Luft auch die Expansivkraft im gleichen Verhältnisse abnimmt.

c) Ist eine Pfeife, anstatt mit atmosphärischer Luft, mit einem Gase gefüllt, und steht sie über einer mit demselben Gase gefüllten Windlade, so richtet sich der Ton, den die in eine stehende Schwingung versetzte Gassäule gibt, nach der spezifischen Ausdehnsamkeit $\frac{E}{D}$; je größer diese ist, desto höher wird der Ton. Sucht man am Monochord den Ton, der mit dem einer Pfeife, die mit einem gewissen Gase gefüllt ist, übereinstimmt, so kennt man auch seine Schwingungszahl N, und kann nun nach der Formel $4\,NL = c$, wenn die Pfeife gedeckt ist, oder nach der Formel $2\,n\,l = c$, wenn sie offen ist, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in diesem Gase berechnen.

Ist n die Schwingungszahl des Tons, den eine Pfeife gibt, wenn die atmosphärische Luft der tönende Körper ist, und n′ jene, die dem Tone entspricht, den dieselbe Pfeife gibt, wenn sie mit einer Gasart angeblasen wird, bezeichnet man ferner mit c und c′ die Geschwindigkeiten, mit denen sich der Schall durch diese Luftarten unter gleichen Umständen fortpflanzt; so ist

$$c = 2\,n\,l \text{ und } c' = 2\,n'\,l, \text{ mithin } c : c' = n : n'$$

d. h. die Geschwindigkeiten verhalten sich zu einander gerade so wie die Schwingungszahlen der durch dieselbe Schwingungsart erzeugten Töne. Da nun c bekannt ist, so läßt sich auch c′ berechnen.

14. Die Größe und Lage des Mundlochs (die Entfernung der Lippen) hat Einfluß auf die Beschaffenheit des Tons; bei vergrößertem Mundloche wird es möglich, leichter den Grundton, bei engerem dagegen, leichter die Obertöne zu erzeugen. — Die Breite des Mundlochs äußert Einfluß auf die Tonhöhe; wenn z. B. in einer Pfeife, deren Querschnitt ein Quadrat ist, die Breite des Mundlochs gleich einer Seite ist, so erscheint der Ton höher, als bei kleinerer Breite. Die Orgelbauer pflegen zu beiden Seiten des Mundloches kleine Bleiplatten (Ohren) anzubringen, die man durch Biegen einander nähern, oder von einander entfernen und so der Pfeife die gehörige Stimmung geben kann.

15. Hat die Pfeife Seitenöffnungen, oder ist der Durchmesser größer als $\frac{1}{6}$ der Pfeifenlänge, so schwingt die Luftsäule nach andern Gesetzen. Bei kurzen Pfeifen (Pubische Pfeifen) von ähnlichen Gestalten verhalten sich die Tonhöhen verkehrt wie die homologen Abmessungen; sind die Pfeifen nicht ähnlich, so hat nebst der Länge auch die schwingende Luftmasse einen Einfluß auf die Tonhöhe. Bei kurzen parallelopipedischen Pfeifen von der Einrichtung der Orgelpfeifen, bei denen der Ausschnitt (Mund) die ganze Breite der Pfeife einnimmt, bleibt der Ton derselben, wenn die Länge in demselben Verhältnisse wächst, in welchem die Dicke abnimmt, so daß der Flächeninhalt des auf dem Ausschnitte senkrecht stehenden Durchschnittes der-

selbe bleibt. Die Tonhöhe bleibt in beiden Pfeifen gleich, wenn die Breite des Ausschnittes gleichmäßig geändert wird. — Bei ganz kurzen Pfeifen wie z. B. jene sind, womit die Jäger verschiedene Thierstimmen nachahmen, hängt die Tonhöhe ab von der Art des Anblasens, von der Größe und Lage des Mundloches.

Wird eine gläserne Röhre z. B. von 1 $1/2$ Zoll im Durchmesser und zwei Fuß Länge über eine Metallplatte gestellt, die beim Streichen mit einem Bogen einen, der Länge der Röhre entsprechenden Ton gibt, so kommt auch die Röhre zum Tönen, und man kann die Lage der Schwingungsknoten sichtbar machen, indem man ein kleines mit einer zarten Membrane überzogenes Rähmchen an Fäden in horizontaler Lage herabläßt; wird es an die Stelle eines Knotens gebracht, so bleibt der Sand mit dem die Membrane bestreut ist, vollkommen ruhig, an andern Stellen erscheint er in lebhafter Bewegung.

Auf die Qualität und selbst auf die Höhe des Tons haben die Wände der Pfeife einen Einfluß; so weiß man seit Lange, daß beim Horn und der Trompete nicht bloß die Materie, sondern auch der Grad der Härtung die Qualität des Tons ändert. Savart machte viele Versuche mit Röhren von mehr oder weniger gespanntem Pergament und bei verschiedener Feuchtigkeit des Papiers; bei einer quadratischen Pfeife von Papier von 1 Fuß Höhe und 9 Linien Dicke konnte durch Anfeuchten des Papiers der Ton um mehr, als eine Octave herabgestimmt werden.

Neuere Untersuchungen lehren, daß Orgelpfeifen immer einen etwas tieferen Ton geben, als er nach der Länge der Pfeife sein sollte; die Senkung wächst nach Liskovius mit der Größe des Querschnitts, und hat ihren Grund in einer Verlängerung der schwingenden Säule über die Grenzen der Pfeife hinaus; sie ist daher bei offenen Pfeifen, wo diese Verlängerung an beiden Enden eintritt, beträchtlicher, als bei gedeckten. Die hieraus sich ergebenden Correctionen bei der Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus der Tonhöhe einer Pfeife lassen sich berechnen.

§. 124. Zungenpfeifen. Wird an einer Metallplatte eine länglichte, rechteckige Oeffnung ausgeschnitten, und über diese ein dünner elastischer Streifen (die Zunge) so befestigt, daß er oscilliren kann, indem er an 3 Seiten der Oeffnung streift; so hat man ein ganz einfaches Zungenwerk, welches man zum Tönen bringt, wenn man die Metallplatte an die Lippen ansetzt, und den Streifen durch Blasen gegen das freie Ende in eine schwingende Bewegung versetzt, wobei die Oeffnung abwechselnd geöffnet und wieder verschlossen wird, so daß der Luftstrom bald austritt, bald wieder zurückgehalten wird. Auf diese Art entstehen in der Luft Schallwellen, deren Länge von der Anzahl der Schwingungen abhängt, die der schwingende Streifen nach Beschaffenheit seiner Elasticität und seiner Dimensionen in einer Secunde macht, weshalb der Ton, den man vernimmt, sich nur durch eine beträchtlichere Stärke von jenem unterscheidet, welchen der Streifen selbst gibt, wenn er durch Anschlagen oder Streichen in Schwingung versetzt wird. Die Tonhöhe ist aber unabhängig, sowohl von der Stärke und Beschaffenheit des Luftstromes, als auch von den Dimensionen der Oeffnung.

Befinden sich mehrere solche elastische Streifen an einer Platte neben einander, und von solchen Dimensionen, daß sie die Töne einer Tonleiter geben, so hat man ein Instrument, an dem man bekanntlich Melodien spielen kann.

Eine Zungenpfeife besteht aus einem Mundstücke und einem mit diesem verbundenen Ansatzrohre. Das Mundstück ist eine prismatische oder halbcylindrische, an einem Ende geschlossene Röhre, die an der Seite eine

rechteckige Oeffnung hat, über welche die Zunge auf die Art wie im früheren Falle befestigt ist, das Ansatzrohr ist ein an beiden Enden offenes Rohr. — Häufig ist über der Zunge ein starker, unten doppelt gekrümmter Metalldraht (Krücke oder Stimmdraht) angebracht, der sich auf und abschieben läßt, und durch den der schwingende Theil der Zunge verkürzt oder verlängert werden kann. Bei gewöhnlichen Mundstücken schlägt die Zunge gegen die Ränder der Oeffnung, was einen rauhen, schnarrenden Ton erzeugt; minder unangenehm ist der Ton, wenn die Ränder mit Leder überzogen sind. Um angenehme Töne zu bekommen, muß die Zunge so abgemessen sein, daß sie ohne die Wände der Röhre zu berühren, sich frei hinein und herauszubewegen vermag. — Das Anblasen geschieht entweder vermittelst eines Windrohrs, das entweder mit dem Mundstücke oder mit dem Ansatzrohr verbunden wird, oder dadurch, daß man das Mundstück mit der Vorsicht in den Mund nimmt, daß man die Bewegung der Zunge nicht hindert.

Die in die Rinne eindringenden Luftstöße bringen die Luft in der Ansatzröhre in eine stehende Schwingung, die auf die schwingende Zunge wieder zurückwirkt; es entstehen aus diesem Zusammenwirken völlig übereinstimmende Schwingungen der Zunge und der Luft im Ansatzrohr, die jedoch in der Art vor sich gehen, daß die Schwingungszahl abweicht, sowohl von der, welche der Zunge, als von jener, welche der Luftsäule im Ansatzrohr eigenthümlich ist, wenn jeder Theil für sich allein in eine stehende Schwingung versetzt wird; dieß ist schon aus dem Umstande ersichtlich, daß der Ton des Mundstückes durch Verlängerung der Ansatzröhre verändert wird, und zwar in folgender Weise:

1. Setzt man an das Mundstück eine kurze Ansatzröhre deren Länge kleiner ist, als der vierte Theil der Länge a einer an beiden Enden offenen Röhre, die für sich denselben Ton gibt, wie das Mundstück d. i. die isolirt schwingende Zunge; so ist der Ton kaum merklich tiefer, als er ohne diese Röhre wäre.

2. Wird die Länge des Ansatzrohrs größer als a, so wird der Ton tiefer, als der Ton des Mundstückes, dieß sogar um eine ganze Octave, wenn die Länge des Ansatzrohrs = 4 a ist. — Hiemit schließt die Reihe der Töne, die man durch Verlängerung der Ansatzröhre hervorbringen kann, indem bei fortgesetzter Verlängerung der Ton wieder auf den der isolirt schwingenden Zunge zurückspringt, und bei dieser Höhe bis zur Länge der Ansatzröhre = 5 a sich constant erhält. Bei weiterer Verlängerung der Röhre wird der Ton abermals tiefer, und zwar um ein Quart, wenn die Länge des Ansatzrohrs = 8 a ist.

3. Verlängert man die Ansatzröhre noch mehr, so springt der Ton wieder auf den der Zunge ohne Ansatzrohr zurück, bleibt bei dieser Höhe, bis die Verlängerung = 9 a wird, worauf er wieder tiefer erscheint, und bei der Länge = 12 a, um eine Terz sinkt. — Hieraus ist zu ersehen, daß der Ton desto weniger erniedrigt wird, je mehr die Länge der Pfeife zunimmt. Bei jeder Länge, welche durch 4 a dividirt einen Rest gibt, der kleiner als a ist, erhält man beim schwachen Anblasen den Ton, den die Zunge allein, oder die Pfeife für sich allein zu geben vermöchte.

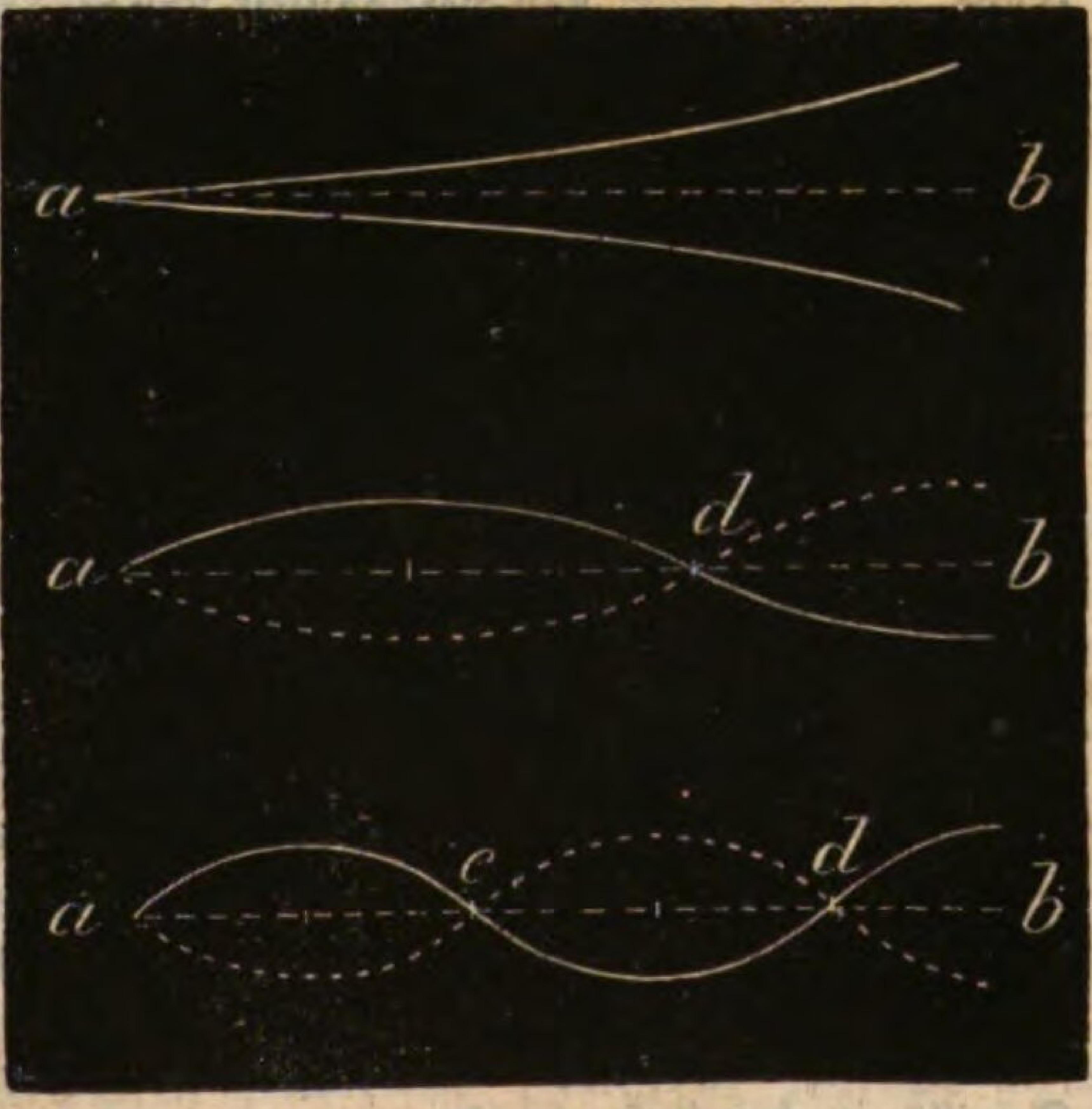
Die Erfahrung, daß der Ton einer angeschlagenen Stimmgabel oder einer Saite, wenn sie verhallt, d. i. wenn die Excursionen schwächer werden, sich etwas in die Höhe zieht, und die bei allen transversal schwingenden Körpern gemachte Beobach-

tung, daß ihr Ton ein wenig tiefer bei starker, und höher bei schwacher Schwingung erscheint, während bei longitudinal schwingenden Körpern das Gegentheil erfolgt, führte W. Weber zur Construction einer Zungenpfeife, die bei schwachem und starkem Anblasen einen Ton von der nämlichen Höhe, aber von verschiedener Stärke gibt; denn bei Zungenpfeifen schwingt die Zunge transversal, die Pfeife longitudinal, beide aber machen in Folge der Wechselwirkung gleichzeitige Schwingungen; unter gewissen Verhältnissen wird die Luftsäule genöthigt, ihre Schwingungen zu ändern, und denen der Zunge anzupassen, weshalb beim starkem Anblasen der Ton der Pfeife tiefer erscheint. Bei andern Verhältnissen muß die Zunge ihre Schwingungen denen der Luftsäule anpassen, und die Pfeife tönt höher beim stärkerem Anblasen; es gibt aber auch ein Verhältniß zwischen der Zunge und dem Ansatzrohre, wo beide in der Art auf einander einwirken, daß bei stärkerem Anblasen die Schwingung der Zunge durch die Schwingung der Luftsäule um eben so viel beschleunigt, als letztere durch die Schwingung der Zunge verzögert wird, und daher die Tonhöhe unverändert bleibt. W. Weber verfertigte auch sogenannte Compensationspfeifen, bei welchen der Einfluß der Temperatur ausgeglichen erscheint.

§. 125. Schwingungen elastischer Stäbe und elastischer Platten.

1. Die transversalen Schwingungen eines elastischen Stabes sind sehr mannigfaltig, da sie auch von dem Umstande abhängen, ob der Stab an beiden Enden frei ist, indem er an zwei Stellen, wo Knotenlinien entstehen, gehalten wird, oder nur an einem Ende frei und am andern befestigt (z. B. in einen Schraubstock eingespannt), oder an einen festen Körper angestemmt, oder ob er an beiden Enden angestemmt, oder an beiden befestigt, oder an einem angestemmt, am andern befestigt ist. In jedem Falle erhält man durch Unterabtheilungen des Stabes, mithin durch Bildung von Knoten, eine andere Reihe von Tönen. Ist z. B. ein elastischer Stab an einem Ende festgemacht, am andern frei, wie in Fig. 161., so schwingt er, wenn man ihm einen Stoß versetzt, ohne Schwingungsknoten und die Anzahl der in einer Secunde vollbrachten Schwingungen nimmt, falls man den Stab verkürzt, in dem Maße zu, in welchem das Quadrat der Länge abnimmt. Berührt man den Stab an einer Stelle, deren Entfernung vom freien Ende $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$ . . . der ganzen Länge beträgt, so schwingt er mit einem oder zwei Schwingungsknoten.

Fig. 161.



Die Bahnen, welche die Punkte der größten Ausbiegung während einer Schwingung beschreiben, nennt man Schwingungslinien; die Gestalt dieser Linien hängt von der Gestalt des Stabes, von der Schwingungsweite und mehreren andern Umständen ab. Spannt man z. B. ein cylindrisches Stäbchen, eine Stricknadel an einem Ende ein, versieht das andere Ende mit einem glänzenden Knöpfchen und

versetzt hierauf das Stäbchen in Schwingungen, so wird wegen der Dauer des Lichteindruckes jede Stelle der Bahn, die das Knöpfchen beschreibt, sichtbar, und man nimmt wahr, daß die Schwingungen des freien Endes selten geradlinig, sondern gewöhnlich mit kreisrunden Bewegungen verbunden sind. Mehrere glänzende Knöpfchen oder mehrere an einem Metallblättchen angebrachte kleine Löcher, durch die man nach einer Lichtquelle sieht, bilden beim Schwingen mannigfaltige symmetrische Figuren. Um diese Figuren hell und deutlich zu sehen, muß man nur ein einziges Licht z. B. das Licht der Sonne, einer Lampe oder Kerze anwenden. Wheatstone hat einen Apparat construirt, Kaleidophon oder phonisches Kaleidoscop, welcher diese schönen Figuren in großer Mannigfaltigkeit zeigt.

2. Longitudinale Schwingungen eines elastischen Stabes werden hervorgebracht, indem man den Stab der Länge nach mit nassen Fingern, oder mit einem Stückchen Tuch oder mit einem andern weichen Stoffe streicht, den man, wenn der Stab von Glas ist, mit Wasser benetzt oder mit geriebenem Bimsstein bestreut, der aber, wenn der Stab von Holz oder Metall ist, trocken bleibt, und nur mit Geigenharz bestrichen, ja auch die Oberfläche des Stabes selbst damit eingerieben wird. Die Längenschwingungen kann man auch bewirken, wenn man mit einem kleinen Hammer an das eine Ende in der Richtung der Länge schlägt. Auch bei dieser Schwingungsart kommt die Haltung des Stabes in Betracht. Hält man z. B. den Stab in der Mitte, und streicht die eine Hälfte der Länge nach, so pflanzen sich die erzeugten Wellen längs dem Stabe fort, erleiden aber am Ende bei dem Uebergange in die Luft auch eine Reflexion, wo dann durch Interferenz der reflectirten mit den directen Wellen eine stehende Schwingung sich bildet, welche einen Ton erzeugt, dessen Schwingungszahl im geraden Verhältnisse mit der Dicke und im verkehrten mit der Länge des Stabes steht. Man kann leicht nachweisen, daß in diesem Falle in der Mitte ein Schwingungsknoten entsteht. Hält man den Stab an Stellen, deren Abstand vom freien Ende $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ von der ganzen Länge des Stabes beträgt, und streicht gegen die Mitte zu, so entstehen 2, 3, 4 . . Schwingungsknoten, und man nimmt dieselbe Tonfolge wahr, wie bei einer offenen Pfeife.

Ist in der Mitte ein Schwingungsknoten, so ist sein Abstand vom freien Ende gleich dem vierten Theil einer Wellenlänge; heißt letztere λ und l die Länge des Stabes, so ist $\frac{l}{2} = \frac{\lambda}{4}$, oder $2\,l = \lambda$; bedeutet n die dem Tone, der in diesem Falle entsteht, entsprechende Schwingungszahl und c die Geschwindigkeit, mit welcher die Schallwelle durch den Stab sich fortpflanzt; so ist $n\,\lambda = c$, mithin $2\,n\,l = c$.

Aus der Vergleichung des vernommenen Tones mit dem gleich hohen Tone eines Monochords findet man den Werth von n, und berechnet dann leicht die Geschwindigkeit der Schallfortpflanzung für den Stoff, aus dem der Stab besteht, wie dies zuerst von Chladni ausgeführt wurde. Man gelangt zu demselben Resultate, wenn man eine offene Pfeife von der Länge l nimmt, und die Schwingungszahl n' für den Ton, den sie beim schwächsten Anblasen gibt, ermittelt; ist c' die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in der Luft, so ist

$$2\,n'\,l = c', \text{ mithin } \frac{n}{n'} = \frac{c}{c'} \text{ oder } c = \frac{n}{n'}\,c'.$$

So z. B. gibt man einem 8 Fuß langen Stabe von Fichtenholz eine solche Dicke, daß er mit dem Tone $\overline{\overline{\overline{\text{c}}}}$ am Clavier im Einklange steht; nun gibt eine 8 Fuß lange offene Pfeife den Ton C; somit ist

$$\frac{n}{n'} = 2^4 = 16, \text{ also } c = 1050 \times 16 = 16800 \text{ Fuß};$$

daher pflanzt sich im Fichtenholze der Schall 16mal schneller fort, als in der Luft. Auf dieselbe Art fand Chladni, daß sich der Schall in andern Holzarten $10\frac{2}{3}$ bis 18mal, im Kupfer 12mal, im Silber 9mal, im Glas $16\frac{2}{3}$; in Eisen auch $16\frac{2}{3}$mal schneller fortpflanzt, als in der Luft.

3. Wird eine elastische Platte an einer passenden Stelle festgehalten, an einer andern mit einem Violinbogen gestrichen und so in transversale Schwingungen versetzt, so entstehen Wellen, die von dem Orte des Streichens nach allen Seiten in der Platte sich ausbreiten, aber an den Rändern reflectirt werden. Aus dem Zusammenwirken der direkten Wellenreihe mit der reflectirten bildet sich eine stehende transversale Schwingung und ein ihr entsprechender Ton, wobei sich die Platte in Theile abtheilt, wo je zwei benachbarte nach entgegengesetzten Richtungen schwingende durch K n o t e n l i n i e n von einander getrennt sind, an denen sich der über die Platte gestreute Sand sammelt und eine sogenannte Klangfigur bildet.

a) An die Stelle, an der man die Platte festhält, muß nothwendig eine Knotenlinie fallen, dagegen an der Stelle, die man streicht, die größte Ausbiegung eintreten; daher ändert sich die Klangfigur, sobald man die Stelle des Festhaltens, oder des Streichens oder beide zugleich ändert, auch muß die Figur sich anders gestalten, wenn man mehrere Punkte fixirt. Werden die Stellen, wo man streicht und wo man die Platte fixirt, so gewählt, daß sich damit keine der vielen Schwingungsarten, deren die Platte fähig ist, verträgt, so entsteht kein reiner Ton, und auch keine reine Klangfigur. Es ist für sich klar, daß die Beschaffenheit der Klangfigur auch von der Gestalt der Platte abhängig ist.

b) Man bringt auf derselben Platte auch dadurch verschiedene Figuren hervor, daß man die Geschwindigkeit und die Stärke, mit der man streicht, ändert.

c) Je zusammengesetzter die Figur, mithin je kleiner die Ausdehnung der schwingenden Theile der Platte, desto höher der Ton.

d) Bei gleichartigen und gleichgestalteten Platten steht die absolute Tonhöhe im geraden Verhältnisse mit der Dicke, aber im umgekehrten mit dem Quadrate der homologen Seiten.

e) An kreisrunden Platten ist es möglich, die Knotenlinien, welche eine diametrale Figur von 4, 6 oder 8 Strahlen bilden, während des Tönens in Bewegung zu bringen, so daß sie hin und her schwingen, ja sogar in eine continuirliche Rotationsbewegung kommen und einen ganzen Umlauf machen. Man macht diese Bewegung sichtbar, indem man eine sorgfältig gearbeitete, gleichmäßig dichte Platte von 12 Zoll Durchmesser und 1 Linie Dicke in der Mitte befestiget, mit Semen lycopodii (Bärlappsamen) bestreut, dann den Bogen stark ansetzt,

streicht, rasch wieder absetzt, und dies öfters wiederholt. Savart erklärte diese Erscheinung aus dem Umstande, daß die Elasticität der Scheibe nicht nach allen Richtungen dieselbe ist, sondern daß es zwei Durchmesser gibt, von denen der eine die Richtung der größten, der andere die der kleinsten Elasticität angibt. Fallen beim Streichen der Platte die Knotenlinien in diese beiden Richtungen, so bleiben sie unbeweglich; geschieht dieß nicht, so sind die durch Streichen des Randes der Scheibe erzeugten Bewegungen unsymmetrisch, und die entstandenen Knotenlinien haben das Bestreben in die erstere Lage zu kommen, weshalb sie oscilliren, oder auch continuirlich sich drehen, falls sie durch große Excursionen der Scheibe hinreichend große Amplitude erhalten.

f) So wie Platten und Stäbe können auch alle andern festen Körper in eine stehende Schwingung versetzt werden, wo dann die schwingenden Theile durch Knotenflächen getrennt erscheinen; dieß ist z. B. der Fall, wenn ein Block von Stein, Eisen oder Holz, mit einem Hammer geschlagen, einen Ton gibt; allein es ist schwierig, bedeutende Massen in Schwingungen zu versetzen und von ihnen reine und anhaltende Töne zu erhalten.

g) Holz und Krystalle, die nicht zum heraedrischen Geschlecht gehören, haben nicht nach allen Richtungen dieselbe Elasticität, daher geben kreisförmige, in der Mitte unterstützte Scheiben nicht immer dieselbe Klangfigur, wenn sie an verschiedenen Stellen des Randes gestrichen werden.

Um die Klangfiguren, insbesondere in dem Falle, wo mehrere Stellen fixirt werden sollen, mit größerer Sicherheit zu erzeigen, bedient man sich einer Zwinge, die man, wie Fig. 162. zeigt, an einen Tisch festschraubt, die Platte an den feststehenden Theil d anlegt und mit dem beweglichen c festschraubt; die Enden von d und c sind mit Kork oder Leder besetzt. — Eine kreisrunde Scheibe versieht man nach Chladni in der Mitte mit einem Loch von 2 Linien im Durchmesser, durch das man ein Bündel Roßhaare durchführt, und dieß hin und her zieht. Die Stellen, an welchen Knotenlinien erscheinen sollen, werden unterstützt.

Fig. 162.



Bei den Schwingungen der elastischen Flächen wird die angrenzende Luft zurückgestoßen, am meisten an den Stellen, die mit der größten Amplitude schwingen; bei der entgegengesetzten Bewegung dieser Stellen entstehen darüber leere Räume, in welche die Luft von den Seiten, auch von den über den Knoten befindlichen Stellen strömt, die hier etwa vorkommenden leichten Theilchen z. B. von Semen lycopodii mit sich fortreißt, und an den Stellen der größten Erkursionen anhäuft. Im luftleeren Raume findet diese Erscheinung nicht Statt.

§. 126. **Tönen tropfbar flüssiger Körper.** Die bewiesene Elasticität tropfbar flüssiger Körper ließ wohl vermuthen, daß auch diese Körper zu Schallschwingungen geeignet sind, nachgewiesen wurde dieß durch folgenden Versuch: In ein weites und tiefes Gefäß Fig. 163. wird eine Syrene (im §. 130.) gestellt, diese mit einer 12 bis 15 Fuß hohen, unten horizontal gebogenen, bei m mit einem Hahn versehenen Röhre in Verbindung gesetzt und hierauf so viel Wasser in das Gefäß gebracht, daß die Syrene ganz mit Wasser bedeckt erscheint. Läßt man nun in die hohe

Fig. 163.



Röhre aus einem Reservoir Wasser eintreten, und öffnet den Hahn m, so dringt das Wasser durch die Oeffnungen der Platte hervor, versetzt diese in eine drehende Bewegung, und man hört einen angenehmen Ton, der offenbar dadurch entsteht, daß der Wasserstrom bald durch die Oeffnungen austritt bald wieder gehemmt wird, und auf solche Art gegen das Wasser rasch aufeinander folgende Stöße äußert, wie sie durch einen Luftstrom gegen die äußere Luft ausgeübt werden. Je größer die Geschwindigkeit ist, mit der das Wasser durch die Oeffnungen der Syrene austritt, desto schneller dreht sich die bewegliche Platte und desto höher erscheint der Ton.

Wertheim hat vor wenigen Jahren einen Apparat construirt, mittelst welchen nicht nur Töne in tropfbaren Flüssigkeiten hervorgebracht, sondern auch die Geschwindigkeit, mit welcher sich der Schall darin fortpflanzt, gemessen werden kann. Wertheims Untersuchungen lehren, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls in festen und tropfbar flüssigen Körpern größer ist, wenn sich der Schall nach allen Seiten ausbreiten kann, als in dem Falle, wo derselbe nur nach einer bestimmten Richtung z. B. durch einen Stab oder durch eine mit einer tropfbaren Flüssigkeit gefüllte Röhre sich fortpflanzt, und es verhält sich letztere Geschwindigkeit zur ersten, wie $\sqrt{2} : \sqrt{3}$. So fand Wertheim, daß die Schallgeschwindigkeit in Röhren mit Wasser 1173 Meter beträgt; nach Colladon ist sie im unbegränzten Wasser = 1435 Meter; nun verhält sich 1173 : 1435 nahezu wie $\sqrt{2} : \sqrt{3}$.

§. 127. **Mittönen der Körper.** In einem elastischen Körper A von beschränkter Ausdehnung können die Wellen, die in ihm durch die schwingende Bewegung eines nahen tönenden Körpers B entstehen, häufig an den Grenzen in der Art reflectirt werden, daß durch Interferenz der reflectirten mit den directen Wellen in dem Körper A eine stehende Schwingung gebildet wird, bei welcher die Theilchen in der nämlichen Richtung und mit der nämlichen Schwingungsdauer, wie in den auf A einwirkenden Wellen, vibriren; diese stehende Schwingung erzeugt in dem angrenzenden Mittel Schallwellen, welche die nämliche Länge besitzen, wie die durch den tönenden Körper hervorgebrachten. Auf solche Art wird ein Mittönen des Körpers A veranlaßt, wodurch nach Beschaffenheit der Elasticität und der Dimensionen dieses Körpers der ursprüngliche Ton mehr oder weniger verstärkt wird. Diese Verstärkung nennt man Resonanz. Die auf solche Art gebildete stehende Schwingung ist dem Körper A aufgedrungen worden, und hört augenblicklich auf, wenn die Schwingung des tönenden Körpers nachläßt. Dieselbe stehende Schwingung kann gleichzeitig in mehreren andern an einander grenzenden Körpern hervorgerufen werden, wo dann die von ihnen ausgehenden vollkommen gleichartigen Wellen gleichzeitig zum Gehörorgane gelangen, und den ursprünglichen Schalleindruck bedeutend verstärken; so z. B. theilt sich die Schwingung des oberen Bodens bei Saiteninstrumenten vermittelst eines festen Körpers dem untern Boden mit; auch in der eingeschlossenen Luftmasse bildet sich eine stehende Schwingung. — Die schwingenden mit einander verbundenen Körper üben oft gegenseitig einen Einfluß auf einander aus, in Folge dessen die Schwingungen eines jeden anders vor sich gehen, als wenn er für sich allein in Schwingung versetzt worden wäre.

Da die Theilchen im Körper A genau in derselben Richtung schwingen, wie die in dem ursprünglich tönenden Körper B, so ist die stehende Schwingung in A bald longitudinal, bald transversal, was jedoch auf die Tonhöhe ohne Einfluß ist, da die Bewegung durch die des Körpers B bestimmt wird.

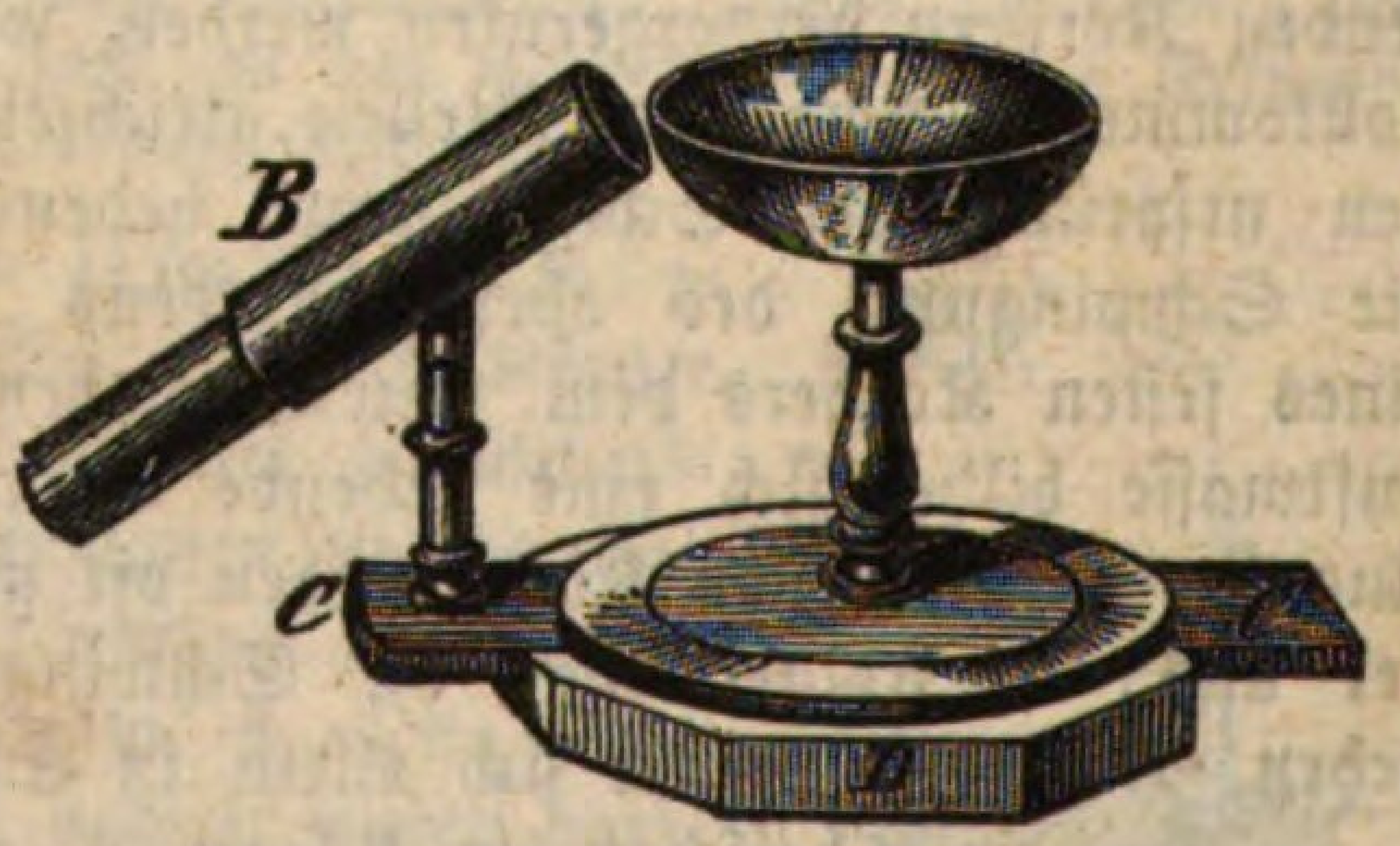
Befestigt man z. B. einen Holzstab im Mittelpunkte einer Metallplatte, so, daß der Stab auf ihr senkrecht steht, und versetzt den Stab, indem man ihn nach seiner Länge streicht, in longitudinale Schwingung, so geräth die Platte in transversale Schwingungen und der darüber gestreute Sand sammelt sich an den Ruhelinien der schwingenden Platte, so daß eine Figur entsteht, die man, zur Unterscheidung von der Klangfigur, Resonanzfigur nennt.

Wenn die Schwingungen des tonerregenden Körpers in Richtungen geschehen, die auf der Oberfläche des mittönenden senkrecht stehen, so ist das Mittönen stärker, als bei einer andern Richtung; daher erscheint der Ton einer Stimmgabel, die schief auf einem Resonanzboden steht, schwächer, als wenn man sie senkrecht darauf hält.

Auf dem Mittönen der Körper beruht die Anwendung der Resonanzböden bei Saiteninstrumenten. Die Verstärkung der Töne hängt auch von der Gestalt des Resonanzbodens, vorzüglich aber von der Güte des Holzes ab, aus dem das Instrument gearbeitet ist; durch längeren Gebrauch wird das Holz mehr geeignet, durch Mitschwingen die Töne der Saiten zu verstärken, daher gibt man ausgespielten Violinen den Vorzug vor neuen. Die stehende Schwingung in der zwischen den beiden Böden des Saiteninstruments befindlichen Luft soll in der äußeren Luft Schallwellen von derselben Länge, wie die schwingende Saite erzeugen; es ist daher auch die Gestalt des eingeschlossenen Luftraumes und die Lage der Oeffnung nach Außen, durch die die äußere Luft in Schwingung versetzt wird, für die Resonanz von Wichtigkeit.

Daß die in der Luft fortschreitenden Wellen feste Körper zum Mittönen bringen können, ersehen wir an einer Saite, die sogleich tönt, sobald sie von Schallwellen, desjenigen Tons, den sie selbst gibt, wenn sie als Ganzes schwingt, oder den sie durch Theilung in gleiche Theile zu geben vermag, getroffen wird. Spannt man z. B. zwei Saiten von gleicher Länge und Dicke so neben einander auf, daß sie im Einklange stehen, und versetzt die eine in Schwingung, so schwingt auch die andere mit, was jedoch nicht geschieht, wenn sie nicht im Einklange, wohl aber, wenn die Töne beider Saiten um eine Octave verschieden sind. — Fensterscheiben klirren unter dem Einflusse gewisser Töne der Stimme oder des Knalls einer Kanone. Das Erzittern fester Körper beim starken Glockengeläute oder beim Trommelschlag kann man schon durch Berührung mit den Fingern wahrnehmen. — Insbesondere werden gespannte Membranen durch Luftwellen leicht in Schwingung versetzt; nähert man ihnen z. B. eine tönende Orgelpfeife, und bestreut sie mit trockenem Sande, so bilden sich sogleich Knotenlinien, die eine Figur bilden, deren Beschaffenheit von der Spannung der Membrane und der Tonhöhe abhängt.

Fig. 164.



Der Ton einer Glocke A, Fig. 164., wird durch Mittönen einer nahen Luftsäule B auffallend verstärkt, wenn diese die richtige Länge hat; man macht daher die Röhre aus zwei Theilen, wovon der eine in dem andern sich verschieben läßt, und richtet sie auch so ein, daß sie der Glocke genähert und von ihr entfernt werden kann. Stellt man zuerst die Röhre an die Glocke, bringt letztere durch Streichen mit einem Violinbogen zum Tönen, so findet man durch Herausziehen des verschiebbaren Theils bald diejenige Länge, bei welcher der Glockenton bedeutend verstärkt wird; behält die Röhre diese Länge, wird aber von der Glocke stark entfernt, so ergibt sich, daß ein schwacher kaum hörbarer Ton der Glocke bei Annäherung der Röhre immer stärker und stärker vernommen wird.

Werden an den Enden eines dünnen Glascylinders zwei gleich große Glasscheiben in ihren Mittelpunkten angekittet, so daß sie zu einander parallel sind, und versetzt man die obere durch Streichen mit einem Bogen in Schwingungen, so entsteht an beiden Scheiben dieselbe Klangfigur; somit wird die untere Scheibe theils durch das Mitschwingen des Cylinders, der beide verbindet, theils durch die entstandenen Luftwellen in die nämliche Schwingungsweise versetzt. — Schraubt man einen Holzstab im Mittelpunkte einer größeren Metallscheibe senkrecht auf ihre Ebene fest, Fig. 165., und streicht ihn vermittelst eines mit Kolophoniumstaub bestreuten Tuchlappens, so klingt die Scheibe mit, wie man an der Bildung der Resonanzfigur sieht, wenn man die Scheibe mit trockenem Sande bestreut hat.

Fig. 165.

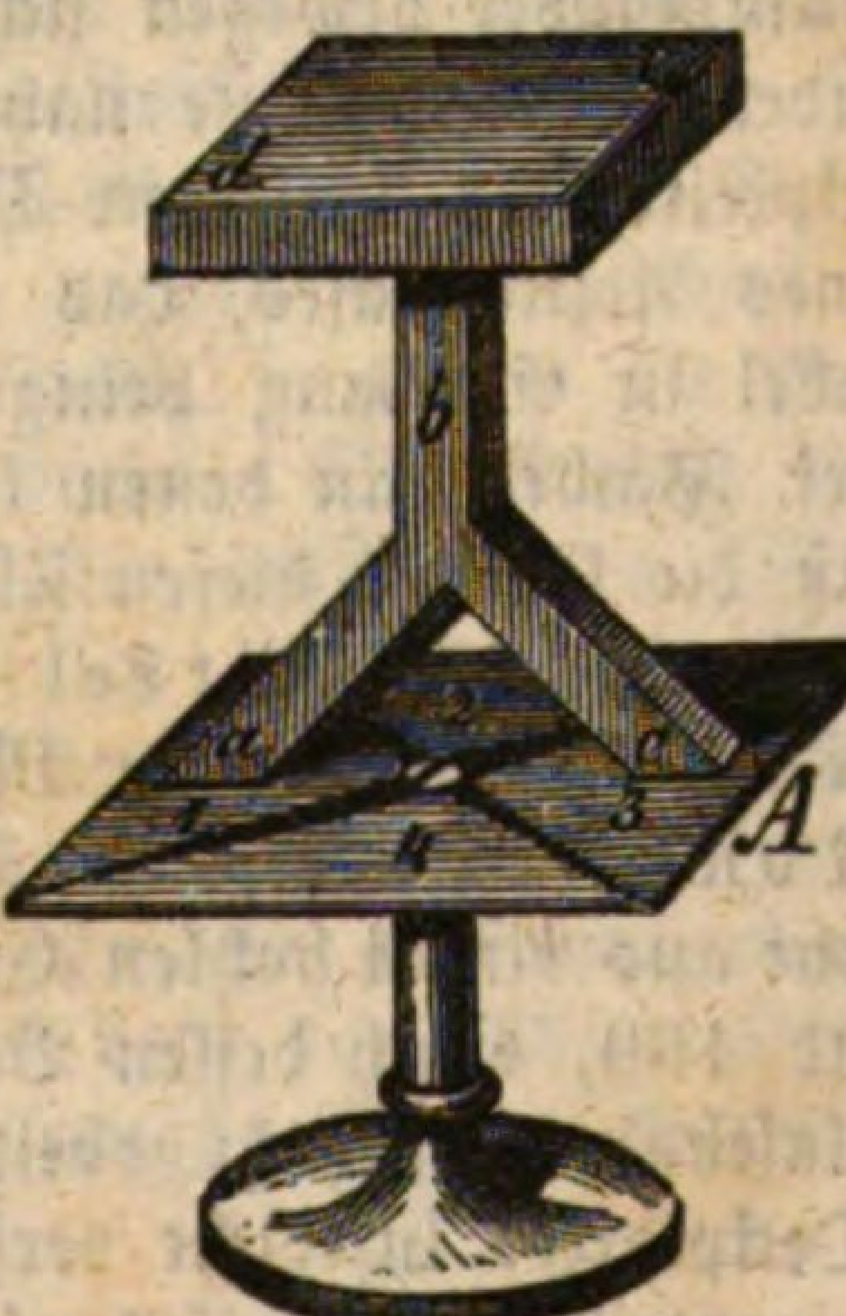


W h e a t s t o n e hat über die Hörbarmachung weit fortgeleiteter Töne durch Resonanz viele interessante Versuche angestellt. Er brachte z. B. den Resonanzboden einer Harfe mittelst eines dünnen Stabes von Tannenholz mit dem Resonanzboden eines in einem andern Stockwerke des Gebäudes befindlichen Fortepianos in Verbindung; wurde nun auf dem letztern gespielt, so theilten sich alle Töne auf die vollkommenste Weise der Harfe mit. — Verbindet man die Resonanzböden zweier Fortepianos miteinander, und zwar vermittelst eines Drahtes von der Dicke einer Schreibfeder, dessen Enden s e n k r e c h t auf den Resonanzböden aufstehen, so wird das Spiel auf dem einen auch dem andern mitgetheilt, selbst wenn letzteres in einem entfernten Zimmer steht. Nach unterbrochener Kommunikation werden die fortgeleiteten Töne nicht mehr hörbar.

Die Töne der Luft können auch dem Wasser mitgetheilt werden, am leichtesten nach J. Müller vermittelst einer offenen Orgelpfeife, deren unteres Ende man mit einer Membrane überzieht und ins Wasser eintaucht. — Die Schwingungen eines festen Körpers werden einer Flüssigkeit mitgetheilt, wenn man ihn an die Wand des mit dieser Flüssigkeit gefüllten Gefäßes ankittet, so das er daraus ein wenig hervorragt und diesen hervorragenden Theil streicht. Die Schwingungen des Wassers theilen sich in der Richtung, in welcher sie Statt finden, einer Glasröhre und andern festen elastischen Körpern leicht mit.

§. 128. **V e r s u c h e ü b e r I n t e r f e r e n z d e s S c h a l l s.** Ein hohles parallelopiped'sches Kästchen Fig. 166. von Holz bekommt oben einen Ueberzug von gespanntem Papier, und in der Mitte des Bodens eine Oeffnung, in die eine vertikale Röhre angesetzt wird, welche man in zwei, an den Enden geschlossene, aber an den untern Seitenflächen mit großen Oeffnungen versehene Arme ausgehen läßt; wird die gespannte Papierfläche mit Sand bestreut und die Seitenöffnungen über zwei übereinstimmend schwingende Theile einer großen tönenden Metallplatte gestellt, so bildet der Sand an der Papierfläche eine Resonanzfigur und der Ton der Platte erscheint sehr verstärkt; befinden sich dagegen die beiden Seitenöffnungen über solchen Theilen der Platte, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen, so bemerkt man weder eine Verstärkung noch an den Sandtheilchen eine Bewegung, weil im letzterem Falle an einer Seitenöffnung die verdünnte Wellenhälfte in der nämlichen Zeit sich bildet, in welcher an der andern Oeffnung die verdichtete Wellenhälfte entsteht,

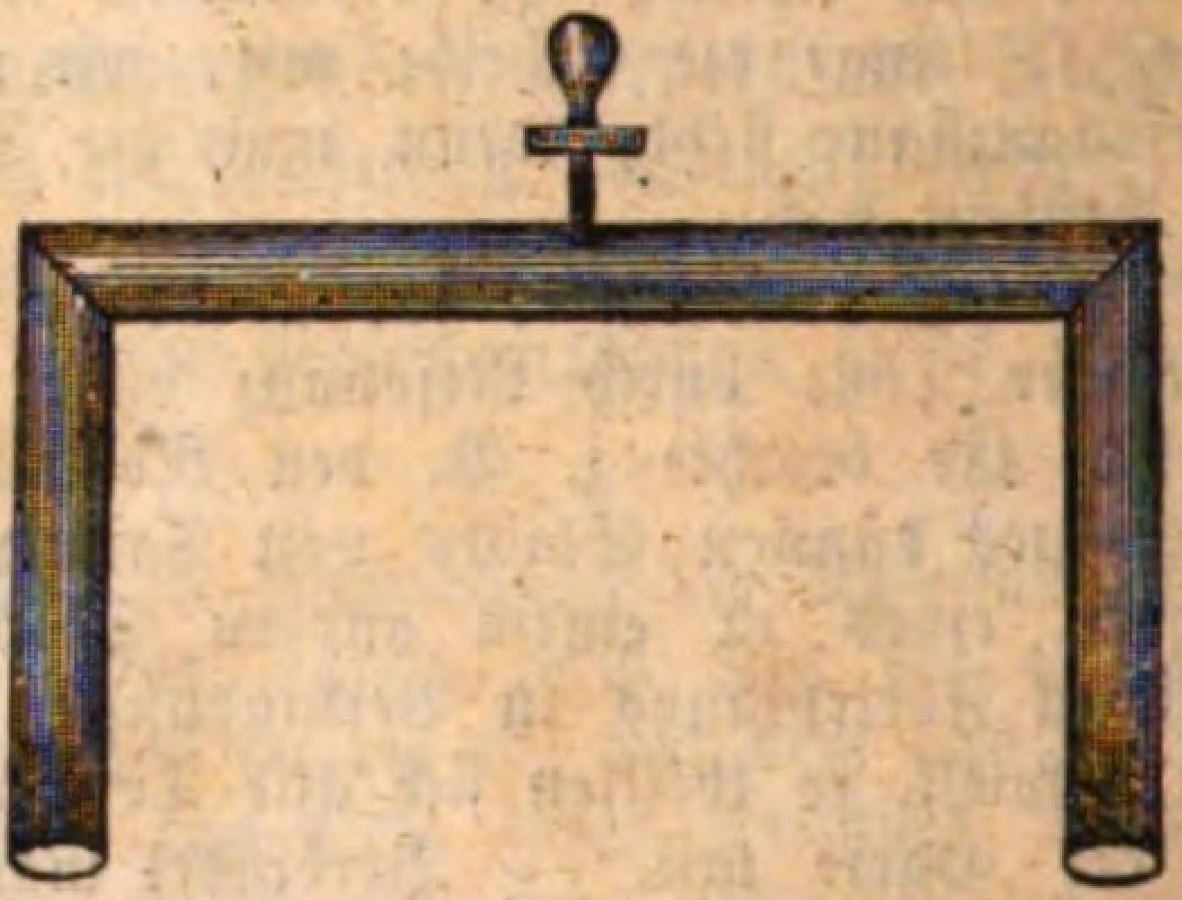
Fig. 166.



weshalb sich die Wellen in der vertikalen Röhre durch Interferenz aufheben. Im ersten Falle entstehen an beiden Seitenöffnungen, übereinstimmende Wellen, die sich beim Zusammentreffen verstärken.

Ein anderer Interferenzapparat besteht aus einer zweiarmigen Röhre von Holz Fig. 167. deren Hälfte gleich ist dem vierten Theile von der Länge derjenigen Schallwelle, welche an einer schwingenden elastischen Platte gebildet wird. Stellt man zuerst die Röhre über die tönende elastische Platte so, daß die Mündungen B und C über zwei gleiche, aber in entgegengesetzten Phasen befindliche schwingende Theile zu liegen kommen, so entstehen bei B und C gleichzeitig Wellen von gleicher Stärke, wovon die eine mit dem verdünnten, die andere mit dem verdichteten Theil voranschreitet und die sich daher durch Interferenz continuirlich aufheben, weshalb die Luftsäule in der Röhre nicht mittönt. Bringt man aber in der Mitte der Röhre eine Scheidewand an, und trennt dadurch die beiden Hälften der Luftsäule in der Röhre, so erscheint der Ton der Platte durch das Mitklingen der Luftsäule sogleich verstärkt. — Stehen die Mündungen über Theilen von übereinstimmenden Schwingungsphasen, so tritt immer die Resonanz ein.

Fig. 167.



Ein schwingender Stab erzeugt vor sich eine verdichtete und hinter sich eine verdünnte Luftwelle, daher muß es um den Stab Stellen geben, wo Verdichtung und Verdünnung so zusammentreffen, daß sie sich aufheben und daher kein Schall wahrgenommen wird. Bei einer schwingenden Stimmgabel bewegen sich die Zinken gegen einander und wieder von einander; stellt man sie nahe an das Ohr oder vor die Oeffnung einer Orgelpfeife, die denselben Ton zu geben vermag, oder auch vor die Oeffnung eines Arzneiglases, das man durch Eingießen von Wasser mit der Stimmgabel in Einklang bringt; so bemerkt man bei einer Umdrehung der Gabel vier Flächen, an denen kein Ton wahrgenommen wird. W. Weber fand, daß die Gestalt diesen Flächen hyperbolisch ist.

§. 129. **Mittel zur Bestimmung der absoluten Tonhöhe.** Die sichersten Mittel, die absolute Tonhöhe zu ermitteln sind: das Monochord und die Syrene von Cagniard-Latour. Letztere besteht aus einem hohlen Cylinder von 2 bis 3 Zoll im Durchmesser Fig. 168 und 169, durch dessen Boden eine Röhre geht, die ihm die Luft aus einem Blasebalg zuführt; oben ist der Cylinder durch eine ebene Scheibe 00 (Deckplatte) luftdicht verschlossen, welche im Umfange eines mit der Scheibe concentrischen Kreises gleich große und gleich weit von einander entfernte schief gebohrte Löcher hat, durch die die eingeblasene Luft ausströmen kann. Ueber der Deckplatte befindet sich eine zweite v v, deren untere Fläche genau auf die Deckplatte paßt, ohne jedoch eine merkliche Reibung zu veranlassen, und die um eine durch ihren Mittelpunkt gehende vertikale Axe äußerst leicht

Fig. 168.

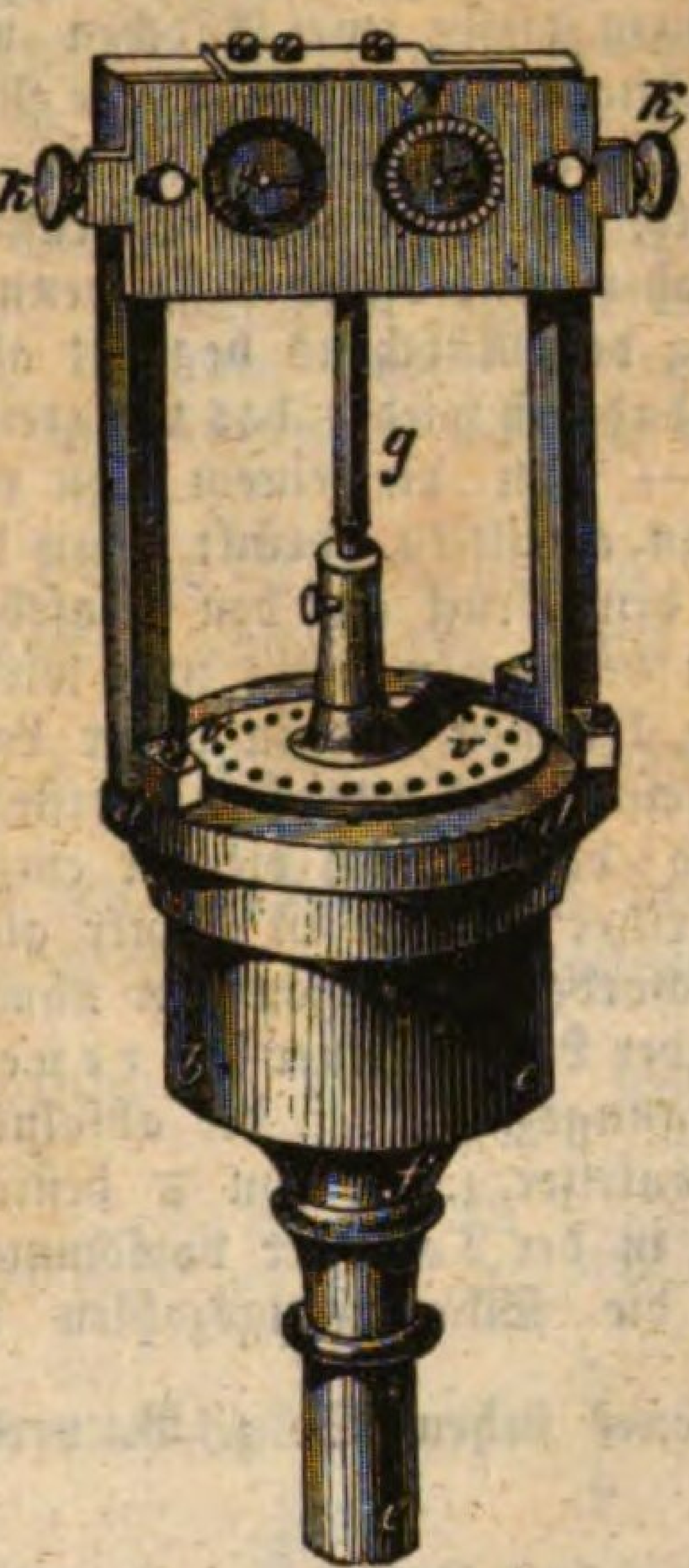
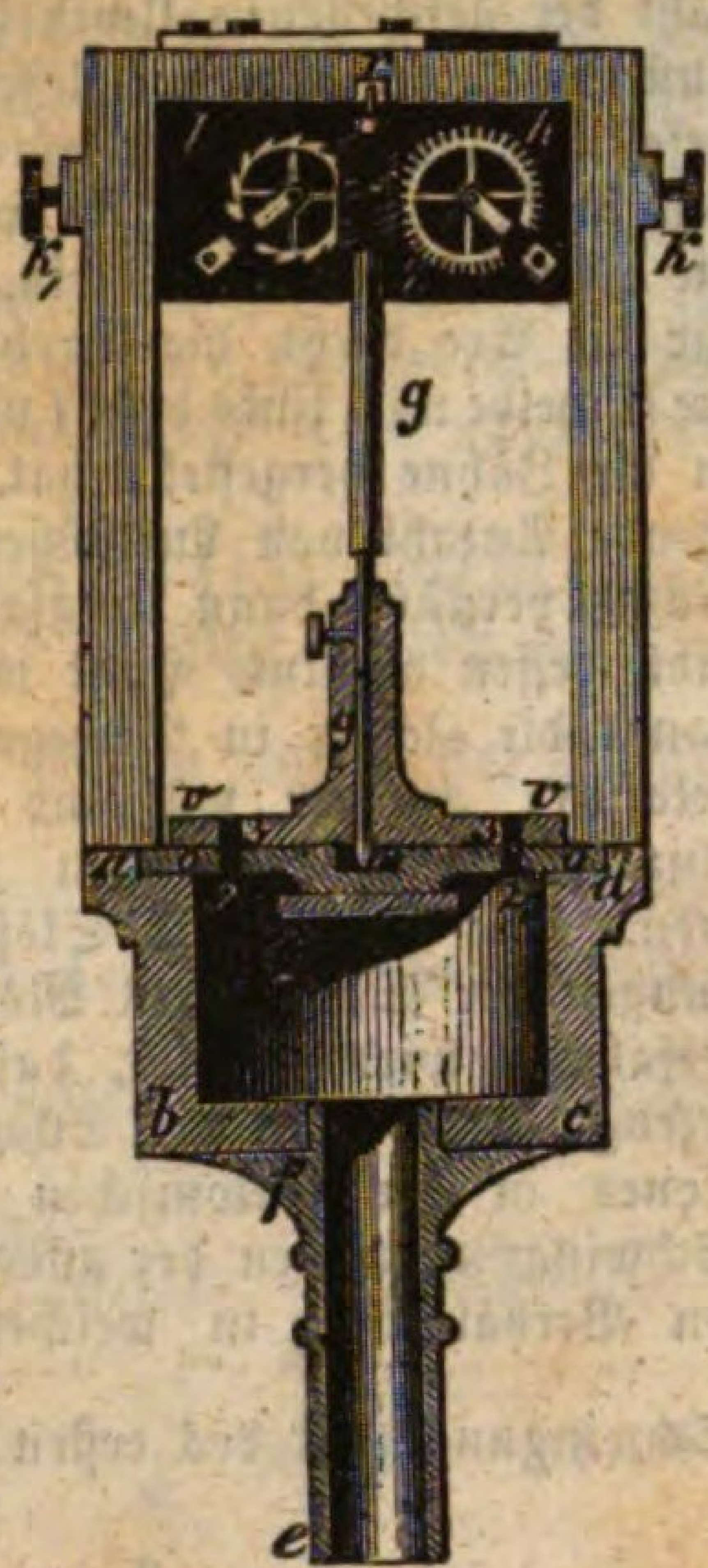


Fig. 169.



drehbar ist; an dieser beweglichen Platte sind ebenso viele, und eben so angeordnete nur entgegengesetzt geneigte Löcher angebracht, so daß alle Oeffnungen der Deckplatte bei der Drehung der oberen gleichzeitig geöffnet und geschlossen erscheinen. Die Luft, welche aus den unteren Löchern herausströmt, tritt in die oberen ein, stößt aber hier an die geneigte Wandung an; der Stoß zerfällt in zwei Componenten, wovon die eine in der Ebene der beweglichen Platte senkrecht gegen den Halbmesser derselben gerichtet ist, und eine Drehung erzeugt, während die andere gegen die äußere Luft einen Stoß äußert, wodurch eine Verdichtung bewirkt wird, welcher eine Verdünnung folgt, wenn die Oeffnung geschlossen ist, so daß der Stoß die Bildung einer vollständigen Schallwelle zur Folge hat. Bei der Drehung der Oberplatte wird das Ausströmen der Luft aus einer untern Oeffnung, somit auch der Anstoß gegen die äußere Luft so oft unterbrochen, wie oft ein nicht durchlöcherter Theil der Platte über die untere Oeffnung zu liegen kommt; somit gehen bei jeder Umdrehung der Oberplatte von jeder untern Oeffnung so viele Stöße gegen die äußere Luft, mithin auch so viele Schallwellen aus, als Löcher in der oberen Platte vorkommen. Geht die Drehung der Oberplatte mit einer hinreichend großen Geschwindigkeit vor sich, so hört man einen Ton, der desto höher wird, je größer die Geschwindigkeit ist, mit welcher die Oberplatte sich dreht. Die Anzahl der während einer Secunde stattgehabten Luftstöße und der entstandenen Wellen die einen bestimmten anhaltenden Ton zur Folge haben, ergibt sich, sobald man die Zahl der in einer Secunde geschehenen Umdrehungen der Oberplatte mit der Anzahl der an ihr vorkommenden Löcher multiplicirt. Durch die größere Anzahl von Löchern an der Deckplatte bekommt man einen viel stärkeren Ton, als wenn nur ein einziges Loch vorhanden wäre. Verstärkung der Luftströmung vergrößert die Umdrehungsgeschwindigkeit der beweglichen Platte und erhöhet dadurch den Ton.

Um die Zahl der während einer bestimmten Zeit geschehenen Umdrehungen zu erfahren, befindet sich am oberen Ende der vertikalen Umdrehungsaxe eine Schraube ohne Ende, die ein mit 100 Zähnen versehenes Rädchen bewegt; an der Axe dieses Rädchens ist ein Zeiger, der einen Umlauf macht, wenn die Oberplatte mit ihrer vertikalen Axe 100 Umdrehungen vollendet hat; senkrecht zur Axe des Rädchens ist ein Arm befestigt, welcher ein zweites Rädchen bei jedem Umlauf des ersten um einen

Zahn weiter dreht. Hat nun das zweite Rädchen auch 100 Zähne, so wird es erst nach 100 Umdrehungen des ersten Rädchens einen einzigen Umlauf machen. Die Anzahl der geschehenen Umdrehungen dieser zwei Rädchen wird mittelst Zeiger auf den außerhalb angebrachten Zifferblättern angegeben. Beide Rädchen sind an einer Scheibe befestigt, die sich durch einen Druck auf k oder k' ein wenig rechts oder links schieben läßt; drückt man sie rechts, so greifen die Schraubengänge nicht mehr zwischen die Zähne des Rädchens ein, daher steht dieses still, wenn sich die Oberplatte und mit ihr die Axe dreht, die Drehung des Rädchens beginnt aber augenblicklich, wenn man die Scheibe nach links drückt und dadurch wieder das Eingreifen der Gänge der Schraube in die Zähne hergestellt hat. — Um die einem Ton von bestimmter Höhe entsprechende Anzahl von Luftstößen zu ermitteln, drückt man die Scheibe mit den Rädchen rechts, verstärkt dann langsam den Druck auf den Blasebalg, bis die Syrene den Ton gibt, dessen absolute Höhe man bestimmen will; nun wird die Scheibe links gedrückt, damit die Zeiger in Bewegung kommen und in dieser Lage eine oder einige Minuten gelassen; an der während dieser Zeit bewirkten Verstellung der Zeiger läßt sich die Anzahl der Umdrehungen und damit auch die der einzelnen Luftstöße leicht entnehmen. Die Anzahl der Stöße einer Syrene ist immer gleich der Anzahl der Schwingungen der Saite eines Monochords, die genau den nämlichen Ton gibt; durch diese Erfahrung wird bestätigt, daß jeder Luftstoß einer S y r e n e eine vollständige Schallwelle erzeugt. Hat man die Schwingungszahl d. i. die absolute Höhe irgend eines einzigen Tones in der diatonischen Tonleiter z. B. von $\overline{a}$ bestimmt; so berechnet man die Schwingungszahlen der andern in der Tonleiter vorkommenden Töne aus dem bekannten Verhältnisse, in welchem die Schwingungszahlen derselben zu der gefundenen Schwingungszahl des ersten Tones stehen. So z. B. verhält sich $\overline{c} : \overline{a} = 1 : \frac{5}{3}$ mithin ist $\overline{a} = \overline{c} \cdot \frac{3}{5}$. Fischer fand, daß der in der Musik mit $\overline{a}$ bezeichnete Ton nicht an allen Orten genau der nämliche ist, indem er nach der herkömmlichen Stimmgabel des Berliner Theaters durch 437, nach der in der großen Oper zu Paris gebrauchten durch 431 und nach der in der italienischen Oper zu Paris üblichen durch 424 volle Schwingungen einer Saite erzeugt wird.

2. Zwei Stimmgabeln auf zwei hohlen, aus dünnem Holze verfertigten Kästchen festgeschraubt, deren jede in einer Sekunde 256 Schwingungen macht, also den Ton $\overline{c}$ erzeugt, geben in Verbindung mit einem Monochord eine Vorrichtung zur Bestimmung der Schwingungszahl eines gegebenen Tones; diese Vorrichtung nennt man D i a s p a s o n. Man stellt die auf einer Seite offenen Enden der Kästchen in einem Abstande von 1 Zoll einander gegenüber; die ganze Länge vom Anfang des einen bis zum Ende des andern Kästchens beträgt 2 Pariser Fuß oder die Hälfte der dem Tone der Stimmgabel entsprechenden Wellenlänge. Beide Kästchen ruhen auf einer dicken Lage von Fließpapier. Versetzt man durch Streichen mit einem Violinbogen die eine Stimmgabel in Schwingungen, so tönt auch die andere mit, und der Ton hält mehrere Minuten an, während er beim Gebrauche von einem einzigen Kästchen bald unhörbar wird. Man kann nun leicht die Saite eines Monochords von der Länge L so spannen, daß sie auch den Ton $\overline{c}$ gibt, und somit 256 Schwingungen in 1 Secunde macht; hat man nun die Schwingungszahl n für einen gegebenen Ton zu finden, so verkürzt man die Saite des Monochords, bis sie diesen Ton gibt; geschieht dieß bei der Länge l, so ist

$$256 : n = l : L \text{ und } n = 256 \cdot \frac{L}{l}.$$

Eine von Savart angegebene Methode, die absolute Tonhöhe zu bestimmen, besteht darin, daß man ein gezahntes Metallrad, das z. B. 600 Zähne zählt, vermittelst eines andern sich langsam bewegenden Rades in eine schnelle Drehung versetzt, so daß, wenn letzteres sich einmal umdreht, ersteres schon z. B. 10 Umdrehungen macht, und während der Drehung ein Plättchen z. B. ein Kartenblatt dem Stoße der Zähne aussetzt; durch diese Stöße geräth das Plättchen in Schwingungen, und man hört einen andauernden Ton, dessen Höhe mit der Schnelligkeit der Umdrehung zunimmt. Hat man ermittelt, wie viel Zähne in einer gegebenen Zeit vorübergehen, so weiß man die Anzahl der Schwingungen, die dem vernommenen Tone entsprechen.

§. 130. Bildung der diatonischen Tonleiter. Die in einem Accorde vorkommenden Töne, Grundton, Terz und Quint, deren relative Tonhöhen durch $1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$ ausgedrückt werden, waren sammt der Octave des Grundtones schon in den ältesten Zeiten bekannt; die Kenntniß derselben führte allmälig zur Bildung der diatonischen Tonleiter; denn indem man den Ton $\frac{5}{4}$ als Grundton annahm, und dazu den Accord suchte, erhielt man zur Quint den Ton $\frac{5}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{8}$ d. i. die Septime in der Tonleiter; man hatte nun den Accord $\frac{5}{4} : \frac{3}{2} : \frac{15}{8} = 10 : 12 : 15$, der ein Moll-Accord ist, da $\frac{3}{2}$ rücksichtlich des Tones $\frac{5}{4}$ als kleine Terz erscheint, als deren Tonwerth sich die Zahl $\frac{6}{5}$ ergibt.

Sucht man den Accord zu dem Tone $\frac{3}{2}$ so erscheint die schon aufgefundene Septime als große Terz, und der Ton $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$ als Quint; erniedrigt man den Ton $\frac{9}{4}$ um eine Octave, so hat man den Ton $\frac{9}{8}$ d. i. die Secunde der Tonleiter. Indem man sich bestrebte, den Accord zu finden, in welchem die Octave 2 als Quint erscheint, erhielt man zum Grundton für diese Quinte 2 den Ton $2 : \frac{3}{2} = \frac{4}{3}$ d. i. die Quart in der Tonleiter, deren große Terz der Ton $\frac{4}{3} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{3}$ d. i. die Sext in der Tonleiter ist. Auf solche Art konnte der Accord $1 : \frac{3}{4} : \frac{3}{2}$ zur Kenntniß der drei Accorde

$$\frac{5}{4} : \frac{3}{2} : \frac{15}{8},\ \frac{3}{2} : \frac{15}{8} : \frac{9}{4},\ \frac{4}{3} : \frac{5}{3} : 2$$

führen, und damit zur folgenden Stuffenfolge von Tönen

$$1,\ \frac{9}{8},\ \frac{5}{4},\ \frac{4}{3},\ \frac{3}{2},\ \frac{5}{3},\ \frac{15}{8},\ 2;$$

welche dem Gehöre die meiste Befriedigung gewährt, und bei der die Beziehung auf den Grundton deutlich erkennbar bleibt. Hieraus ist ersichtlich, daß die Wahl der Töne in der diatonischen Tonleiter nicht willkührlich war. — Alle Tonverhältnisse, die wesentlich von einander verschieden sind, müssen zwischen 1 und 2 enthalten sein. Alle über 2 oder unter 1 fallende Töne erscheinen als bloße Wiederhohlungen der erstern, von höherer oder tieferer Ordnung.

§. 131. **Temperiren der Töne.** Die zu dem Grundtone $\underline{C}$ (der Contra C heißt, und der tiefste Ton am Klavier ist) 12 aufeinander folgende Quinten sind:

$$\underline{G},\ D,\ A,\ e,\ h,\ \overline{fis},\ \overline{\overline{cis}},\ \overline{\overline{gis}},\ \overline{\overline{\overline{dis}}},\ \overline{\overline{\overline{ais}}},\ \overline{\overline{\overline{\overline{f}}}},\ \overline{\overline{\overline{\overline{c}}}};$$

hieraus wird ersichtlich, daß die 12te Quint mit der siebenten Octave zusammenfällt, und daß diese Quinten mit Ausnahme von $\underline{G}$ gewisse Octaven der 12 Töne sind, die in einer chromatischen Tonleiter vorkommen. Wenn nun ein Instrument z. B. ein Klavier das 7 Octaven umfaßt, die richtige Stimmung bekommen soll, so sollte man meinen, daß man sie zu Stande bringt, wenn man zuerst die 12 Quinten von $\underline{C}$ in reine Stimmung bringt, und dann die einer jeden Quinte zugehörigen tieferen und höheren Octaven wieder rein stimmt; allein die Töne werden dann nicht im richtigen Verhältnisse erscheinen. Die Ursache liegt in dem Umstande, daß es in der diatonischen Tonleiter große und kleine ganze Ton-Intervalle gibt, und auch die halben Ton-Intervalle zwischen den Tönen der chromatischen Tonleiter nicht einander gleich sind; so ist z. B. das Intervall zwischen c und cis etwas größer, als das zwischen d und dis; daher geschieht es, daß, wenn die Töne bezüglich eines Grundtones vollkommen rein sind, sie rücksichtlich eines andern unrein ausfallen, was beim Fortschreiten durch mehrere Octaven sehr auffallend und für das Gehör unerträglich werden kann. Bringt man nämlich die Quint $\underline{G}$ in reines Verhältniß zum $\underline{C}$, so daß der Tonwerth dieser Quint $= \frac{3}{2}$ wird; und nimmt hierauf $\underline{G}$ als Grundton an, so erscheint D in der zweiten Octave als seine Quint, demnach ist

$$\underline{G} : D = 1 : \frac{3}{2}, \text{ und } D = \left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}.$$

Wird D als reine Quint von G gestimmt, und hierauf $\underline{D}$ als die erste niedere Octave von D genommen, so bekommt $\underline{D}$ den Tonwerth $\frac{9}{8}$ wie es auch sein soll, weshalb der Ton $\underline{D}$ zu $\underline{C}$ in ganz reinem Verhältniße erscheint. Der Ton D ist die zweite Quint von C.

Die Quint von D, d. i. die dritte Quinte bezüglich $\underline{C}$ ist der Ton A in der zweiten Octave; sein Tonwerth ist $= \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$; wird nun der Ton $\underline{A}$ als die erste niedere Octave von A gestimmt, so erhält er den

Tonwerth $\frac{27}{8} : 2 = \frac{27}{16}$, der von seinem wahren Tonwerthe bezüglich $\underline{C}$, nämlich von $\frac{5}{3}$ abweicht, und zwar um $\frac{27}{16} \times \frac{3}{5} = \frac{81}{80}$ höher ist, als er sein soll. Das Ton-Intervall $\frac{81}{80}$ nennt man Comma.

Die vierte Quint ist e (in der dritten Octave); wird dieser Ton in reines Verhältniß zu A gebracht, so hat er den Tonwerth

$$\left(\frac{3}{2}\right)^4 = \frac{81}{16};$$

stimmt man die Töne E und $\underline{E}$ in der Art, daß E als die erste, und $\underline{E}$ als die zweite niedere Octave von e gehört wird, so ist der Tonwerth von $E = \frac{81}{32}$, und von $\underline{E} = \frac{81}{64}$, beide erscheinen daher von den ihnen bezüglich C zukommenden Tonwerthen $\frac{5}{2}$ und $\frac{5}{4}$ um ein Comma höher.

Schreitet man in dieser Art durch lauter reine Quinten zu den höheren Tönen fort, und bringt die einer jeden Quinte zugehörigen Octaven in reine Verhältnisse; so ergibt sich, daß die so erhaltenen Töne von den reinen Verhältnissen zu einander sich mehr und mehr entfernen; was schon aus dem Umstande ersichtlich ist, daß der Tonwerth der siebenten Octave 2^7 mit dem Tonwerthe der zwölften Quinte $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ nicht übereinstimmt, und doch beide Töne zusammen fallen sollen. Der Ton $\left(\frac{3}{2}\right)^{12}$ erscheint höher als 2^7, das Intervall zwischen diesen zwei Tönen gibt der Quotient $\left(\frac{3}{2}\right)^{12} : 2^7$ an, und heißt das Pythagoräische Comma.

Demnach tritt die Nothwendigkeit ein, entweder die Octaven unrein zu nehmen, und jede etwas zu erhöhen, oder auf die Reinheit der Quinten zu verzichten und jede ein wenig niedriger zu stimmen, oder wie man sagt, zu temperiren; da aber eine Unreinheit in den Octaven für unser Gehörorgan höchst unangenehm ist, dagegen eine kleine Unreinheit der Quinten leicht ertragen wird, so bleibt nur der letzte Fall möglich. Hier ist es am zweckmäßigsten, den Fehler, nämlich das Pythagoräische Comma auf alle Quinten gleichmäßig zu vertheilen; wo dann die Octaven in vollkommen reinen Verhältnissen erscheinen, aber die Tonverhältnisse in Beziehung auf einen jeden Grundton unmerklich fehlerhaft sind. Diese Anordnung heißt man gleichschwebende Temperatur, zum Unterschiede der ungleichschwebenden, bei welcher der Fehler nur auf einige Quinten übertragen wird.

Den relativen Tonwerth x für die erste temperirte Quinte findet man aus der Gleichung

$$(x)^{12} = 2^7, \text{ mithin } x = \sqrt[12]{2^7} \text{ oder log. } x = \frac{7}{12} \text{ log. } 2,$$

woraus $x = 1.4983$.

Aus den Tonwerthen der 12 Quinten lassen sich die Tonwerthe für die temperirten Töne der chromatischen Tonleiter leicht bestimmen; man findet

$$C = 1, \text{ Cis} = \sqrt[12]{2}, \text{ D} = \sqrt[12]{2^2}, \text{ Dis} = \sqrt[12]{2^3} \text{ u. s. f.}$$

Der tiefste in der Musik vorkommende Ton heißt das tiefe $\underline{\underline{C}}$ der Orgel, seine absolute Tonhöhe $= 16$; daher sind die absoluten Tonhöhen von $\underline{C} = 32$, vom sogenannten großen C des Violoncells $= 64$, von c $= 120$ u. s. f.; dem höchsten Tone am Klavier $\overline{\overline{\overline{C}}}$ entsprechen also 2048 Schwingungen in der Secunde.

Ist L die Saitenlänge für den Grundton und l die für einen andern Ton, dessen relative Höhe $= n$ ist, so ist

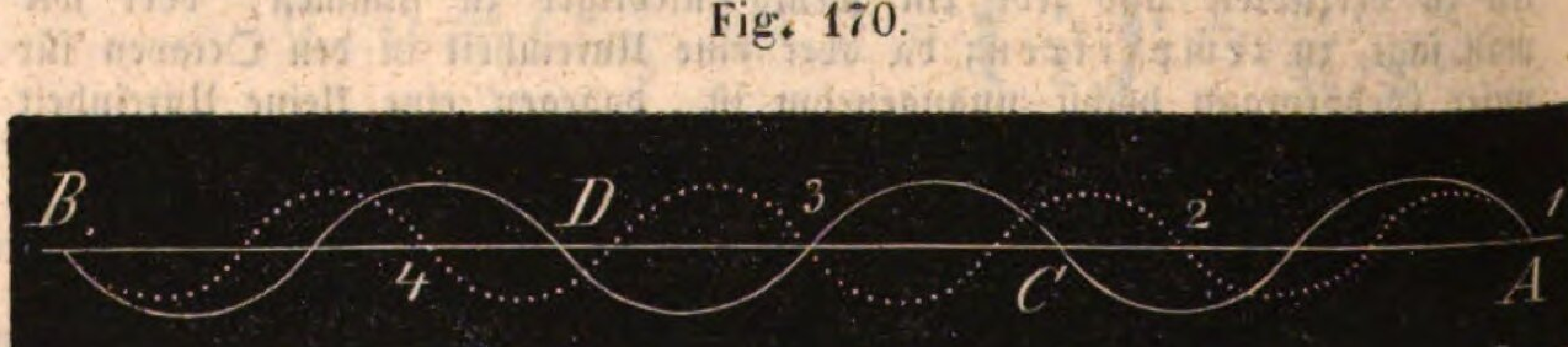
$$n = \frac{L}{l}, \text{ mithin } l = \frac{L}{n},$$

Bedeutet n den temperirten Tonwerth, so berechnet man leicht die Länge l desjenigen Stückes der Saite, welches den Ton n erzeugt. Es ist daher möglich, am Monochord, dessen Saite bei einer gewissen Spannung den Grundton gibt, eine Abtheilung der Saite anzubringen, die uns in den Stand setzt, die temperirten Töne der chromatischen Tonleiter hervorzubringen, und darnach andere z. B. die Saiten am Claviere zu stimmen.

Bei jeder Melodie und Harmonie herrscht in der Aufeinanderfolge der Töne auch eine auf ihre Dauer sich beziehende Ordnung, indem man die Reihe der Töne in Abtheilungen von gleicher Dauer z. B. 2, 1, ½, ¼ Secunde u. s. f. abtheilt, die man Tacte nennt. Die Vereinigung der Tacte bildet die Tactbewegung oder den Rhythmus.

§. 132. Stöße und Combinationstöne. Um die Beschaffenheit der Einwirkung auf das Gehörorgan für den Fall zu erkennen, wenn gleichzeitig von zwei neben einander befindlichen tönenden Körper K und K′ Wellenreihen ausgehen und die Töne bezüglich ihrer Höhe nur wenig verschieden sind, so daß die Schwingungszahlen derselben nur um wenige Einheiten sich unterscheiden; wollen wir einen bestimmten Fall annehmen z. B. den, wo bei einem Tone 18, beim andern 24 Schwingungen Statt finden, mithin auch vom ersten 18, vom zweiten 24 Wellen ausgehen. Da sich die Wellen hoher und tiefer Töne mit gleicher Geschwindigkeit fortpflanzen, und hier von nahe bei einander befindlichen Orten ausgehen, so fallen 3 Wellen der ersten Reihe, wie AC, CD, DB, Fig. 170. mit 4 Wellen der

Fig. 170.



zweiten Wellenreihe genau in den nämlichen Raum. Heißt l die Länge einer Welle von K und l′ die einer Welle von K′ so ist $3\,l = 4\,l'$, mithin $l = l' + \frac{l'}{3}$, und jede Hälfte von l um $\frac{l'}{6}$ größer, als eine Hälfte von l′. Theilt man jede Wellenlänge l′ in 6 gleiche Theile, so ist die Lage

der größeren Wellen leicht zu ermitteln, und es wird ersichtlich, daß die verdichteten Schichten der ersten Welle von K und K′ zusammenfallen, wodurch eine verstärkte Verdichtung und daher auch ein verstärkter Impuls auf das Gehörorgan entsteht; von der zweiten Welle von K′, die bei 2 beginnt, fallen verdichtete Schichten mit den verdünnten der ersten Welle von K, und verdünnte von K′ mit verdichteten von K zusammen; auch sind die Geschwindigkeiten der Wellentheilchen einander entgegengesetzt, daher heben sich die Bewegungen der Theilchen theilweise auf, und der Impuls auf das Gehörorgan wird schwächer; dieß ist in noch höherem Grade bei der dritten Welle der Fall, die in 3 ihren Anfang hat; hier fällt der verdichtete Theil von K′ vollständig in den verdünnten von K, und der verdünnte von K′ in den verdichteten von K; mit der vierten Welle von K′, von welcher ein verdichteter Theil mit einem verdichteten von K zusammenfällt, fängt der Impuls an, wieder stärker zu werden und erreicht beim Ankommen der 5. Welle von K′, deren Verdichtung mit der Verdichtung der vierten Welle von K eben so wie im Beginne bei 1 zusammenfällt, die größte Stärke, worauf dieselben Aenderungen in der Stärke des Eindruckes sich wiederholen, wie in der ersten Periode, und so kommt es, daß man während einer Secunde 6 mal ein Anschwellen und ein darauf eintretendes Nachlassen des Tons, einen sogenannten Stoß (Schwebung) wahrnehmen wird. Man hört diese Stöße sehr deutlich, wenn man z. B. zwei Stimmgabeln oder zwei Orgelpfeifen, die nahe im Einklange stehen, zum Tönen bringt. Sind die Schwingungszahlen der beiden Töne nur um wenige Einheiten verschieden, so ist die Zahl der in einer Secunde entstehenden Stöße klein, so daß man sie zählen kann; werden die Unterschiede der Schwingungszahlen größer, so folgen die Stöße rasch aufeinander; sind sie so rasch, daß der Eindruck des ersten noch fortdauert, wenn der des zweiten beginnt, so bringen sie einen Ton hervor, den man Combinationston oder Tartini'schen Ton nennt.

Sind M und N die Schwingungszahlen zweier consonirenden Töne, $N > M$, mithin $\frac{N}{M}$ die relative Höhe des höhern Tones bezüglich des tieferen, und ist ϱ das gemeinschaftliche Maß der beiden Zahlen, so daß

$$\frac{N}{M} = \frac{\varrho n}{\varrho m} = \frac{n}{m},$$

so gibt $\varrho n - \varrho m = \varrho (n - m)$ den Unterschied in der Anzahl der Schwingungen, die bei den Tönen in einer Secunde Statt finden; dieser Unterschied ist gleich der Anzahl der in einer Secunde vorkommenden Stöße oder Schwebungen; daher wird das Verhältniß des aus den Stößen hervorgehenden Combinationstones zu dem tieferen Tone M durch den Quotienten $\frac{\varrho m}{\varrho (n - m)} = \frac{m}{n - m}$ ausgedrückt. Bringt man z. B. zwei Saiten an einer Violin gleichzeitig zum Tönen, und die Töne verhalten sich wie 2 : 3 d. i. wie der Grundton zur Quint, so hört man einen dritten Ton, der sich zum Grundton verhält, wie 1 : 2, mithin die tiefere Octave des Grundtones. — Verhalten sich diese Töne zu einander, wie der Grundton zur Quart d. i. wie 3 : 4, so entsteht der Combinationston $\frac{3}{1}$, mithin ein tiefer Ton, bezüglich dessen der Grundton als die Quinte von der Octave desselben erscheint. Sind M und N consonirende Töne, so steht auch der Combinationston mit ihnen in einem einfachen Verhältnisse. Tartini untersuchte zuerst die Combinationstöne und machte von ihnen in der Musik Gebrauch. Scheibler machte von den Stößen die schönsten

Anwendungen für die Stimmung der Orgel und des Claviers; soll z. B. die Länge einer Saite ermittelt werden, bei welcher die Saite genau denselben Ton gibt, wie eine Stimmgabel, die 216 Schwingungen in einer Secunde macht, so stellt man den Steg so, daß bei gleichzeitigem Tönen bei der 4 Stöße in einer Secunde gezählt werden; die Saite macht dann entweder 220 oder 212 Schwingungen, darum muß noch ein zweiter Punkt nahe an dem ersten zu finden sein, der die Beschaffenheit hat, daß wenn man den Steg dahin stellt, abermals 4 Stöße wahrgenommen werden; die Mitte zwischen den beiden Punkten ist nun der Ort, an dem man den Steg anbringen muß, um den beabsichtigten Einklang zwischen der Stimmgabel und der Saite zu erhalten. — Eine vollständige Theorie der Anwendung der Stöße zur Stimmung der Instrumente hat neuestens Vincent aufgefunden.

Savart ist der Ansicht, daß die Stöße durch die tönenden Körper selbst entstehen, weil man bei zwei Orgelpfeifen, die Stöße geben, bei jedem Stoße eine Erschütterung beobachtete, und bei zwei Saiten, die während des Schwingens Stöße geben, bemerkte, daß die Schwingungsweiten abwechselnd größer und kleiner werden, und der Stoß immer mit der größten Schwingungsweite der einen und mit der kleinsten der andern zusammentrifft. Es scheint, daß die Interferenz der Wellen auf den tönenden Körper zurückwirkt, wie bei Zungenpfeifen die schwingende Luftsäule auf die schwingende Zunge.

Ein sogenannter kreischender Ton besteht aus mehreren in demselben Körper entstandenen Tönen, die gemeinschaftlich eine unangenehme Wirkung erzeugen.

Vom Lichte.

§. 133. Undulations-Theorie. Die Erklärung der Lichterscheinungen beruht auf Hypothesen, unter denen gegenwärtig die Undulations-Theorie das größte Ansehen behauptet, da sie die Erscheinungen auf das Genügendste erklärt. Nach ihr ist der ganze Weltraum mit einem sehr feinen elastischen Stoffe, Aether genannt, erfüllt; er durchdringt alle Körper, nimmt die Zwischenräume derselben ein, besitzt wohl die Eigenschaft der Trägheit, aber die Eigenschaft der Schwere, falls er sie auch besitzen sollte, kann bezüglich der andern Kräfte, von welchen die Lichterscheinungen abhängen, unbeachtet bleiben, und der Aether in einem leeren Raume an allen Stellen als gleichförmig dicht angenommen werden. Die Feinheit des Aethers ist so groß, daß er durch die feinsten Zwischenräume durchzugehen vermag, und der Bewegung der sehr dichten Körper nicht merklich widersteht, jedoch bei der Bewegung der Kometen von sehr geringer Dichte einen merklichen Widerstand äußern kann. — Die Aethertheilchen stehen durch Molecularkräfte mit einander in Wechselwirkung, so daß sich keines bewegen kann, ohne zugleich eine Bewegung der benachbarten Theilchen zu veranlassen.

Der Aether ist vollkommen elastisch, so daß jedes Aethertheilchen, welches durch irgend eine äußere Kraft aus seiner Gleichgewichtslage gebracht wird, mit einer der geschehenen Verschiebung proportionalen Kraft dahin zu kommen strebt, weshalb die Schwingung eines Aethertheilchens, so wie die Bildung und Fortpflanzung der Aetherwellen nach den für die elastischen Stoffe aufgestellten Gesetzen vor sich geht. — Auf den in den Zwischenräumen eines Körpers befindlichen Aether üben die Körpertheilchen eine Anziehung aus, in Folge deren seine absolute Elasticität vermindert wird, weshalb zur Herstellung des Gleichgewichts mit dem Aether der Umgebung ein Theil des letzteren in die Poren eindringt, den hier vorhandenen Aether verdichtet, und die Elasticität desselben so weit steigert, bis sie

der Elasticität des äußeren gleich geworden ist; diese Anziehung des Aethers durch die Körpertheilchen begründet daher eine Verschiedenheit der spezifischen Elasticität, d. i. des Verhältnisses der absoluten Elasticität zur Dichte, und hängt von der Anordnung der Molecüle eines Körpers ab, kann daher auch nach verschiedenen Richtungen einen verschiedenen Werth haben.

Ein leuchtender Punkt befindet sich in einer schwingenden Bewegung, die in dem ihn umgebenden Aether die Bildung von Wellen (Lichtwellen) veranlaßt, welche sich nach allen Richtungen fortpflanzen, so bis zur Netzhaut unseres Auges gelangen, und hier durch Einwirkung auf den Sehnerven das Sehen des leuchtenden Punktes erzeugen. Die Schwingungen des Aethers geschehen, wie die Theorie lehrt, sowohl in der Richtung, in welcher die Welle fortschreitet, als auch in Ebenen, die auf dieser Richtung senkrecht stehen; sie sind somit sowohl longitudinal als transversal; allein die Wirkung der ersteren auf unser Auge ist bezüglich der durch die transversalen Schwingungen erzeugten, verschwindend klein, weshalb wir nur diese beachten werden, während wir beim Schalle nur die longitudinalen berücksichtigt haben. — Von der Schwingungsdauer ist bei schallenden Körpern die Tonhöhe, bei leuchtenden die Farbe abhängig; die Fortpflanzungsgeschwindigkeit ist für Licht von jeder Farbe die nämliche, indem sie eben so wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Schallwelle der Quadratwurzel aus der spezifischen Elasticität des Mittels proportional ist.

Selbstleuchtende Körper sind solche, welche die Eigenschaft besitzen, den Aether in schwingende Bewegung zu versetzen, also Lichtwellen zu erzeugen; die dunklen werden nur dadurch sichtbar, daß sie die von selbstleuchtenden Körpern kommenden Lichtwellen zurückwerfen. Nach den Gesetzen der Wellenbewegung sind die in einem gleichförmig elastischen Mittel erzeugten Wellen kugelförmig; jeder Halbmesser einer kugelförmigen Lichtwelle ist ein Lichtstrahl, dessen Richtung die Richtung angibt, in welcher die Welle an dem Punkte fortschreitet, den der Lichtstrahl trifft. In einem gleichförmig elastischen Mittel müssen die Lichtstrahlen geradlinig bleiben, weil die Lichtwellen ihre kugelförmige Gestalt fortdauernd behalten. Bei einem gewöhnlichen Lichtstrahle schwingen die ihm zugehörigen Aethertheilchen in allen möglichen durch den Strahl gehenden Ebenen, daher haben alle Seiten des Strahls die nämliche Beschaffenheit, und keine ist durch etwas ausgezeichnet, was nicht alle anderen hätten. Schwingen sämmtliche Aethertheilchen eines Lichtstrahls in parallelen Richtungen, somit in einer und derselben durch den Strahl gelegten Ebene, so heißt der Lichtstrahl ein polarisirter; die Ebene, in welcher die Schwingungen Statt finden, heißt die Schwingungsebene, und die darauf senkrechte die Polarisationsebene des Strahls. Von zwei Strahlen, deren Polarisationsebenen senkrecht auf einander stehen, sagt man, daß sie nach entgegengesetzten Richtungen, oder auch, daß sie unter einem rechten Winkel polarisirt sind. Die Thatsache, daß zwei entgegengesetzt polarisirte Lichtstrahlen von gleichen Amplituden sich bei der Interferenz unter Umständen nicht vernichten, ja nicht einmal schwächen, unter welchen nicht polarisirte sich vollständig aufheben, nöthiget zur Annahme der transversalen Schwingung der Aethertheilen, weil dann ein Aethertheilchen, in welchem zwei entgegengesetzt polarisirte und nach derselben Richtung fortschreitende Lichtstrahlen zusammentreffen, von beiden Strahlen bei jedem Phasenunterschiede

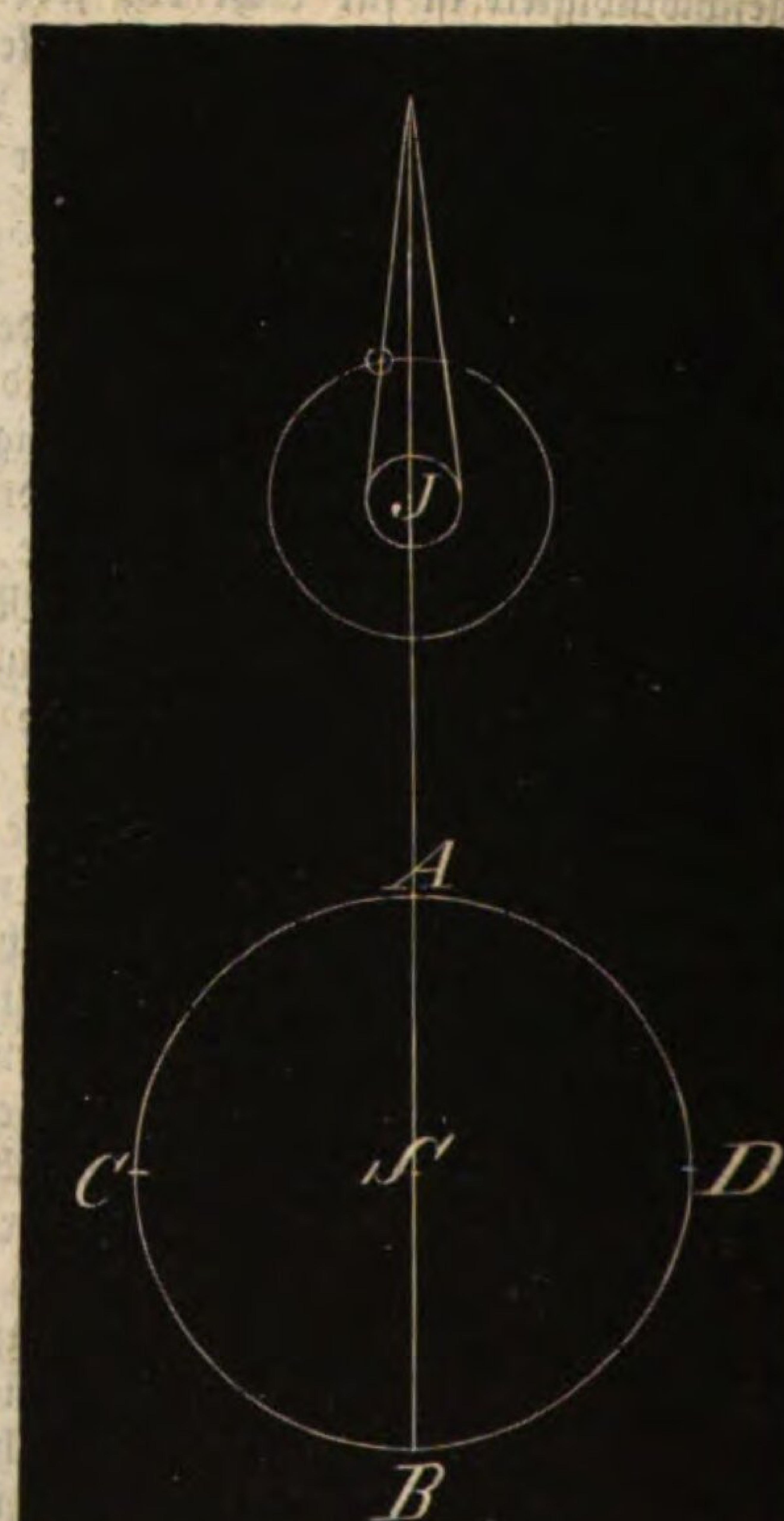
nur in Richtungen zur Bewegung angeregt wird, die einen rechten Winkel bilden, daher die resultirende Bewegung niemals gleich Null werden kann.

Encke hat bei dem nach ihm benannten Cometen nachgewiesen, daß die große Axe seiner elliptischen Bahn und daher auch seine Umlaufszeit, die einen Zeitraum von 3 1/3 Jahren umfaßt, immer kleiner wird, was man dem Widerstande des Aethers zuschreibt, der die Tangentialkraft schwächt, und dadurch bewirkt, daß die Centripetalkraft der Sonne den Cometen näher zu sich ziehen, und seine Bewegung beschleunigen kann. — Die chemischen Wirkungen des Lichtes wollte man mit der Undulations-Theorie unvereinbar finden; allein man kann sie leicht erklären, wenn man bedenkt, daß die Körper auch auf die Aethertheilchen anziehend wirken, und die Wirksamkeit der bei den chemischen Wirkungen thätigen Kräfte durch die bei der schwingenden Bewegung vorkommende Annäherung der Theilchen befördert wird. — An den Stellen, wo sich die Wirkungen zweier Lichtwellen aufheben, findet keine chemische Wirkung Statt; denn Arago fand, daß an diesen Stellen Chlorsilber nicht geschwächt wird.

Die Urheber der Undulations-Theorie waren: Huyghens, Descartes und Euler; ausgebildet wurde sie erst im laufenden Jahrhundert durch Young, Fresnel, Fraunhofer, Herschel, Airy und insbesondere durch Cauchy.

§. 134. **Geschwindigkeit des Lichtes.** Der Planet Jupiter J Fig. 171. wirft, indem er von der Sonne S erleuchtet wird, wie jede undurchsichtige, erleuchtete Kugel hinter sich einen kegelförmigen Schatten; tritt nun einer seiner um ihn herumkreisenden Trabanten in diesen Schattenkegel, so wird er für uns unsichtbar, er erscheint verfinstert. Die Zeit zwischen dem Anfange, Mitte oder Ende einer Verfinsterung bis zu demselben Zeitmomente der nächsten darauf folgenden heißt die synodische Umlaufszeit des Trabanten. Die Verfinsterungen der Jupiterstrabanten waren ehemals für die Bestimmung der geographischen Länge eines Ortes sehr wichtig, deshalb war man bemüht, die Zeitpunkte ihrer auf einander folgenden Eintritte oder Austritte mit Genauigkeit zu ermitteln; dieß schien möglich, sobald der mittlere Werth der synodischen Umlaufszeit eines Trabanten, genau bekannt geworden ist; man erhielt ihn, indem man das Zeitintervall zwischen zwei weit von einander entfernten gleichartigen Momenten der Verfinsterung durch die Anzahl der während dieser Zeit stattgehabten Umläufe dividirte. So fand man, daß der erste, das ist der dem Jupiter nächste Trabant bei jedem Umlaufe verfinstert wird, und daß seine synodische Umlaufszeit 42 Stun-

Fig. 171.



den, 27 Minuten und 33 Secunden beträgt; hat man nun den Zeitpunkt T des Eintritts einer Verfinsterung beobachtet, so findet man, falls das Licht keine merkliche Zeit braucht, um von dem Trabanten bis auf die Erde zu kommen, den Zeitpunkt für die 1., 2., 3.... nachfolgende Verfinsterung, wenn man die einfache, die doppelte, die dreifache,... Umlaufszeit zu T addirt. Allein hat man den Zeitpunkt T eines Moments der Verfinsterung für den Fall bestimmt, wo die Erde in A, also dem Jupiter am nächsten stand, und vergleicht die beobachteten Zeitpunkte der gleichartigen Momente der darauf folgenden Verfinsterungen mit den berechneten; so ergibt sich während der Bewegung der Erde von A durch D nach B, wo die Erde am weitesten vom Jupiter entfernt ist, eine zunehmende Verspätung der beobachteten Zeitpunkte hinter den berechneten; diese Verspätung ist für alle vier Trabanten gleich groß und beträgt, wenn die Erde in B sich befindet, 16 Minuten, 26 Secunden. Es war der dänische Astronom Olof Römer, dessen Scharfsinn um das Jahr 1675 sogleich erkannte, daß die Ursache der Nicht-Uebereinstimmung der Beobachtung mit der Rechnung nur darin liege, daß man bei der Rechnung auf die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes keine Rücksicht nahm; an dem Orte B sind wir um den ganzen Durchmesser der Erdbahn vom Jupiter weiter entfernt, als in A, und sehen daher den Anfang oder das Ende der Verfinsterungen um so viele Secunden später, als in B, wie viele Secunden das Licht braucht, um den Durchmesser der Erdbahn von 41,316,000 Meilen zurückzulegen. Die Thatsache, daß die Verspätung der Finsterniß genau in demselben Verhältnisse zunimmt, in welchem die Entfernung der Erde vom Jupiter wächst, beweiset, daß die Bewegung des Lichtes eine gleichförmige ist; auch die Erscheinungen der Aberration des Lichtes, die wir in der Astronomie besprechen wollen, lehren, daß das Licht, mag es von einem näheren oder entfernteren Weltkörper kommen, immer mit der nämlichen Geschwindigkeit zu uns gelangt, was nur möglich ist, wenn seine Bewegung gleichförmig vor sich geht. Man braucht daher nur den Durchmesser der Erdbahn durch $16' \, 26'' = 986''$ zu dividiren, um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes zu finden; es ergibt sich, daß der Weg, den das Licht während einer Secunde zurücklegt, 41,518 geogr. Meilen zählt.

In der neuesten Zeit hat Fizeau durch ein sehr sinnreiches Verfahren die Geschwindigkeit des von einem irdischen Gegenstande z. B. von einer Lampe ausgestrahlten Lichtes gemessen, und sie beinahe eben so groß gefunden, wie die oben angegebene. Pogg. Ann. 79 Bd.

§. 135. Stärke der Erleuchtung. 1. Die Wirkung, die eine kugelförmige Welle, mithin die Erleuchtung, die eine Lichtwelle an einer Fläche, welche sie in senkrechter Richtung trifft, hervorbringt, wird den Gesetzen der Wellenbewegung gemäß, in dem nämlichen Verhältnisse kleiner, in welchem das Quadrat der Entfernung der erleuchteten Fläche von der Lichtquelle abnimmt. Dieß wird ohne Berücksichtigung der Wellenbewegung ersichtlich, wenn man sich einen leuchtenden Punkt im Mittelpunkte einer Hohlkugel denkt, und beachtet, daß alle Punkte der innern Kugelfläche, indem sie sämmtlich von senkrecht auffallenden Strahlen getroffen werden, gleichmäßig erleuchtet erscheinen; geht die Hohlkugel in eine größere vom Halbmesser D über, so ist die Erleuchtung noch immer an allen Stellen von der nämlichen, jedoch geringeren Stärke als früher, weil jetzt das Licht auf

einer größeren Fläche ausgebreitet erscheint, daher die eine Flächeneinheit treffenden Lichtstrahlen nicht so dicht aneinander sich vorfinden, als bei der früheren kleineren Kugelfläche; die Stärke der Erleuchtung wird offenbar in demselben Maße abnehmen, in welchem die Größe der Kugelfläche zunimmt, mithin so, wie das Quadrat des Halbmessers, d. i. der Entfernung der erleuchteten Fläche von der Lichtquelle wächst.

Bezeichnet man mit J die Beleuchtungsstärke einer Flächeneinheit der Kugelfläche bei dem Halbmesser = 1, und mit J' jene bei dem Halbmesser D; so ist

$$J' : J = 1 : D^2 \text{ und } J' = \frac{J}{D^2}.$$

Die Größe J ist das Maß der Erleuchtungskraft eines Punktes der Lichtquelle, und wird der wirkliche Glanz derselben genannt.

2. Ist BC Fig. 172. ein so kleines und schmales Stück einer Fläche, daß man die von einer Lichtquelle darauf fallenden Strahlen als parallel betrachten kann, und stehen diese Strahlen auf BC senkrecht, so ist die Erleuchtungsstärke $J' = \frac{J}{D^2}$;

Fig. 172.



es sei nun AB ein von denselben Lichtstrahlen beleuchtetes Stück einer Fläche, die mit den Lichtstrahlen den Winkel φ einschließt, so erscheint die Erleuchtung derselben, die wir mit E bezeichnen wollen, so viele Mal schwächer als an BC, wie viele Mal das Flächenstück AB größer ist, als das Flächenstück BC, mithin

$$J' : E = AB : BC = 1 : \sin. \varphi,$$

mithin $$E = \frac{J}{D^2} \sin. \varphi,$$

woraus zu ersehen ist, daß die Erleuchtung einer Fläche desto schwächer wird, je mehr der Winkel, unter welchem die Lichtstrahlen auffallen, vom rechten abweicht.

3. Wenn die Lichtquelle nicht ein Punkt ist, so nimmt die Erleuchtung, die sie erzeugt, in dem Maße an Stärke zu, in welchem die leuchtende Oberfläche der Lichtquelle größer wird; heißt A die Größe dieser Oberfläche, so wird die Beleuchtungsstärke E einer in der Entfernung D stehenden, und mit den auffallenden Lichtstrahlen den Winkel φ einschließenden Fläche durch die Formel

$$E = \frac{A\,J}{D^2} \sin. \varphi \text{ ausgedrückt.}$$

4. Es sei MN Fig. 173. ein Theil eines kreisförmigen Durchschnittes einer kugelförmigen oder cylindrischen Lichtquelle, in O das Auge des Beobachters; AB und BC seien sehr kleine Bogenstücke, die von O aus unter dem nämlichen Sehwinkel α gesehen werden, so ist:

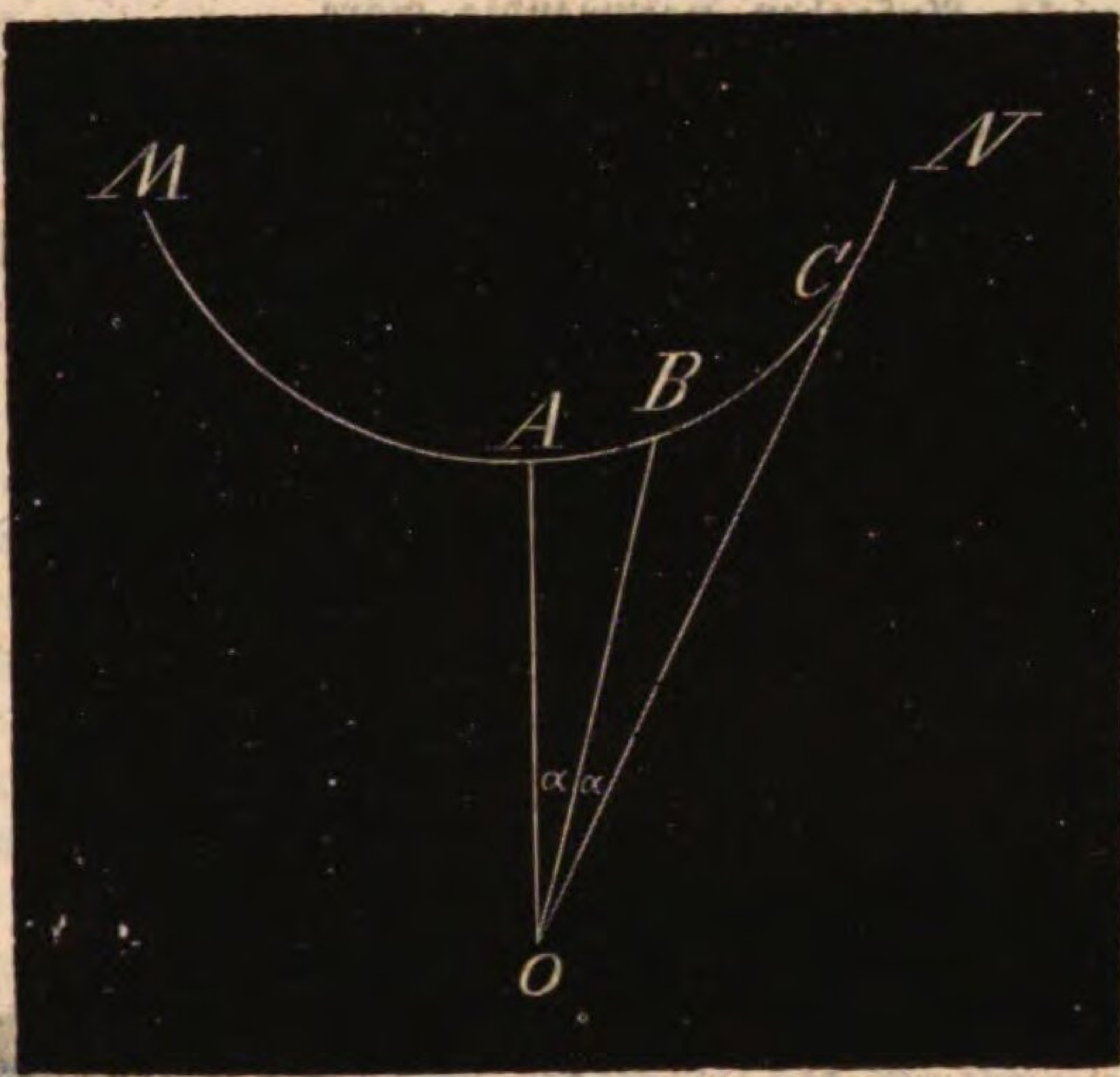
$$AB : AO = \sin. \alpha : \sin. ABO \text{ und } BC : BO = \sin. \alpha : \sin. BCO;$$

da man die geringen Unterschiede in den Entfernungen der einzelnen Stücke von O vernachläßigen, somit AO = BO setzen kann; so ist

$$AB : BC = \sin. BCO : \sin. ABO.$$

BCO und ABO sind Winkel, welche die austretenden Lichtstrahlen mit der leuchtenden Oberfläche bilden; man nennt sie Ausfluß- oder Ausstrahlungswinkel. Die letzte Proportion sagt daher, daß die unter gleichen Sehwinkeln gesehenen Theile der angenommenen Lichtquelle den Sinussen der Ausstrahlungswinkel umgekehrt proportionirt, und daher desto größer sind, je weiter sie von der Mitte A abstehen. Die Erfahrung lehrt aber, daß diese unter gleichen Sehwinkeln erscheinenden Bogenstücke ungeachtet sie von der Mitte an gegen den Rand zu, an Größe zunehmen, dennoch den nämlichen Glanz besitzen, also dieselbe Erleuchtung zu erzeugen vermögen; so z. B. sehen wir die Sonne an ihrer ganzen Ausdehnung von gleichem Glanze; ein glühender Cylinder erscheint in einem verfinsterten Zimmer am Rande eben so glänzend, als in der Mitte. Wenn nun das größere Stück BC die nämliche Erleuchtung erzeugt, wie das kleinere AB, so muß die Erleuchtungsstärke E' der von BC kommenden, mithin schiefer austretenden Strahlen in dem nämlichen Verhältnisse kleiner sein, als die Erleuchtungsstärke E der von AB ausgehenden Strahlen, in welchem BC größer ist, als AB; man hat daher

Fig. 173.



$$E' : E = AB : BC$$

mithin mit Rücksicht auf die obige Proportion:

$$E' : E = \sin. BCO : \sin. ABO$$

d. h. die Lichtstärke der in schiefer Richtung vom leuchtenden Körper austretenden Strahlen ist den Sinussen ihrer Ausstrahlungswinkel direkt proportionirt.

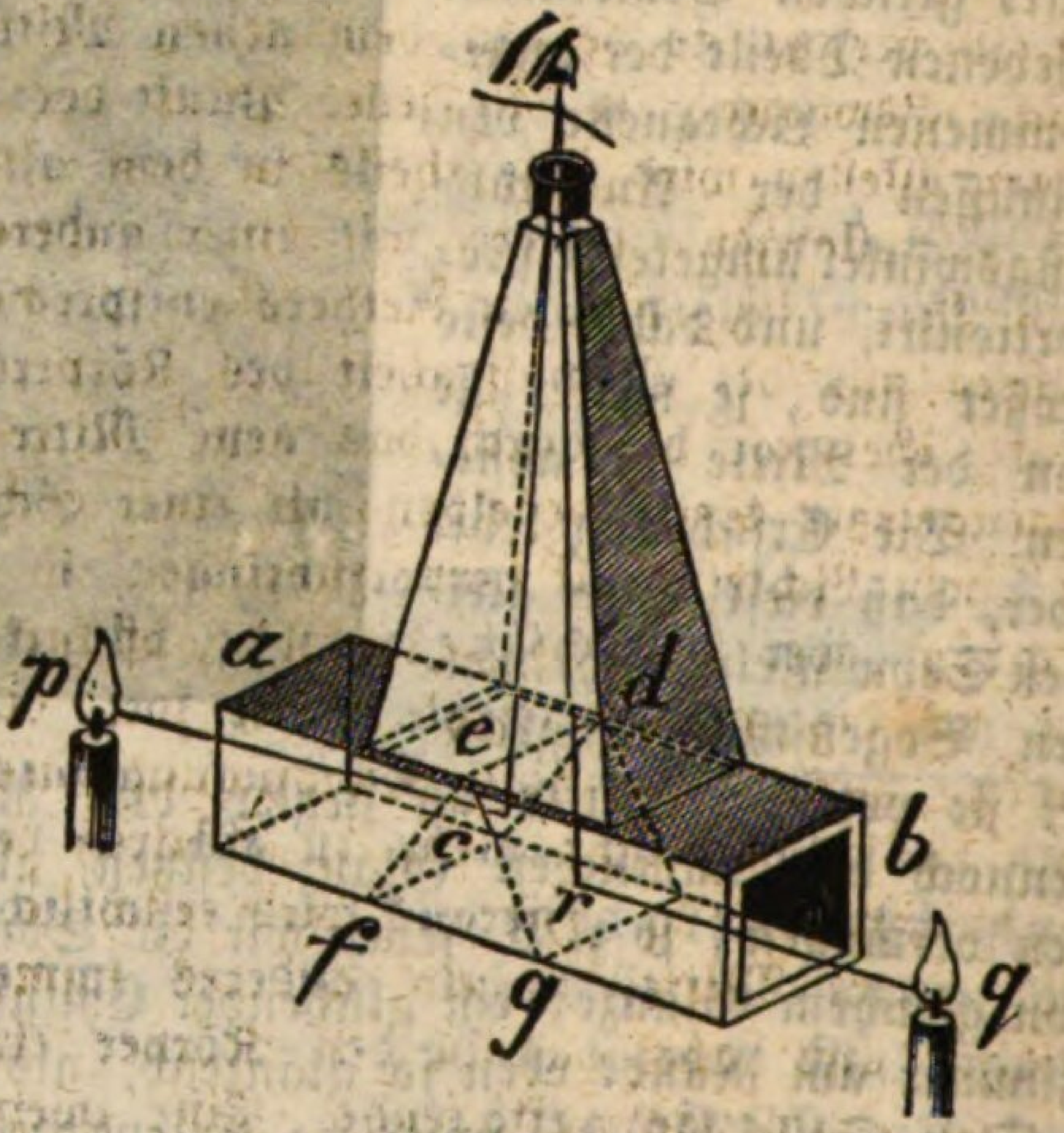
Aus dem Gesagten wird ersichtlich, daß die durch Sonnenlicht auf der Erdoberfläche bewirkte Erleuchtung mit der Größe des Winkels zunimmt, unter dem die Strahlen auffallen, daher mit der Sonnenhöhe sich ändert, an jedem Tage zur Mittagszeit, und im Laufe eines Jahres zur Zeit des Sommersolstitium am stärksten ist. Eben so ist die Beleuchtung, die das Mondlicht hervorbringt, sehr verschieden, je nachdem der Mond zur Zeit seiner Culmination höher oder niedriger bezüglich des Horizontes steht.

§. 136. Photometer. Die Messung der Lichtstärke erfordert, wie jede andere Messung einen unveränderlichen, mit der zu messenden Größe gleichartigen Maßstab; nun kennen wir keine Lichtquelle, deren Intensität zu allen Zeiten und unter allen Umständen unveränderlich bliebe; auch ist die Färbung des Lichtes sehr mannigfaltig und jede Farbenverschiedenheit begründet eine Art von Ungleichartigkeit. Aus diesen Gründen finden wir

bei der Lichtmessung (Photometrie) nicht die Genauigkeit, die zur Lösung vieler Aufgaben nothwendig wäre.

Die gebräuchlichsten Photometer beruhen auf der Eigenschaft des Auges, die Gleichheit oder Ungleichheit zweier gleichzeitig betrachteten Erleuchtungen mit Sicherheit zu erkennen. Ein recht bequemes Photometer hat Ritchie construirt; es besteht aus einem rechtwinklichten, inwendig geschwärzten Käſtchen Fig. 174. das an den Enden offen ist, und in dessen Mitte zwei aus einem Stücke geschnittene Spiegel unter 45° gegen die Axe des Käſtchens befestigt sind, wo dann der Winkel an der gemeinschaftlichen Kante e d ein rechter ist; diese Kante halbirt eine über ihr befindliche Oeffnung, die mit einem Streifen von mattgeschliffenem Glase bedeckt wird; eine längs der Kante e d gezogener schwarzer Strich theilt den Glasstreifen in zwei gleiche Theile. Will man zwei Lichtquellen p und q rücksichtlich ihrer Stärke mit einander vergleichen, so stellt man die eine auf eine Seite, die andere auf die andere Seite des Käſtchens, und bewegt sie so lange hin und her, bis das matte Glas, auf das man durch eine über ihm angebrachte und inwendig geschwärzte Röhre sieht, auf beiden Seiten von e d gleich stark erleuchtet erscheint, worauf man die Entfernungen der Lichter von der Mitte des Instrumentes mißt und das Verhältniß der Lichtstärke von p und q dem Verhältnisse der Quadrate dieser Entfernungen gleich setzt. Beträgt die Entfernung der einen Lichtquelle 3 Fuß, die der andern 5, so verhält sich die Stärke der ersten zur Stärke der zweiten wie 9 : 25. — Anstatt der Spiegel kann man auch zwei glatte, weiße, und aus denselben Stücke geschnittene Papierstreifen nehmen.

Fig. 174.



Bunsens Photometer ist ein Kasten zur Aufnahme einer Argand'schen Lampe mit einem an der ihr gegenüberstehenden Wand angebrachten Auszugsrohr, dessen äußere Oeffnung mit einer weißen Papierfläche verschlossen ist; diese Papierfläche macht man bis auf einen Kreis in der Mitte mit warmem Stearin durchscheinend. Will man die Lichtstärke einer Lichtquelle B mit der Lichtstärke der Argand'schen Lampe vergleichen, so stellt man B vor die Papierfläche in eine solche Entfernung, daß der ungetränkte Theil dieser Papierfläche eben so hell erleuchtet erscheint, wie der durchscheinende; bei dieser gleichen Helligkeit wird derjenige Theil des von B kommenden Lichtes, welchen der transparente Theil der Papierfläche durchläßt, durch den von der Lampe kommenden und durchgelassenen vollkommen ersetzt; was nur möglich ist, wenn die von B erzeugte Erleuchtung eben so stark ist, wie die von der Lampe hervorgebrachte; mißt man nun die Entfernungen der

beiden Lichtquellen von der erleuchteten Papierfläche, so gibt das Verhältniß ihrer Quadrate das Verhältniß der Intensitäten beider Lichtquellen. Der Kasten läßt sich auf einer mit einer Maßeintheilung versehenen Rinne hin und her schieben, so daß die jedesmalige Entfernung der Lichtquelle B von der Papierfläche leicht anzugeben ist.

§. 137. **Durchsichtige und undurchsichtige Körper. Abnahme der Lichtstärke beim Durchgange der Strahlen durch ein Mittel.** Kommt eine Lichtwelle an die Trennungsfläche zweier Mittel, so versetzt sie den in dem neuen Mittel befindlichen Aether in schwingende Bewegung, so daß jeder Punkt der Trennungsfläche der Mittelpunkt neuer Wellen wird, die theils in dem alten, theils in dem neuen Mittel sich fortpflanzen; letztere mit einer anderen der spezifischen Elasticität des dem Mittel angehörigen Aethers entsprechenden Geschwindigkeit, und einer andern von der Beschaffenheit des Körpers abhängigen Schwingungsintensität. Gelangt die durch das neue Mittel fortgehende Welle auf die entgegengesetzte Seite desselben mit einer Schwingungsintensität, die geeignet ist, einen Lichteindruck hervorzubringen, so erscheint das neue Mittel **durchsichtig** oder **durchscheinend**; pflanzt sich die Wellenbewegung nicht bis auf die entgegengesetzte Seite fort, oder nur dergestalt, daß die Amplituden, mithin auch die Schwingungsintensitäten zu unbedeutend werden, und das Auge nicht mehr zu affiziren vermögen, so erscheint der Körper **undurchsichtig**. Hieraus wird ersichtlich, daß das Licht beim Uebergange aus einem Mittel in ein anderes immer eine theilweise Zurückwerfung erfährt, und daher das in den Körper eindringende von geringerer Stärke erscheint, als das auffallende. Eine zweite Schwächung erleidet das Licht beim Austritte auf der entgegengesetzten Seite des Körpers, wo abermals eine theilweise Zurückwerfung Statt findet. Wegen Mangel an Continuität und Gleichartigkeit des Mittels wird das durchgehende Licht beinahe in jeder Schichte geschwächt. (Sieh §. 202 in der Experimentalphysik).

Um das Gesetz zu finden, nach welchem die Stärke des durch ein Mittel gehenden Lichtes abnimmt, wollen wir ein Mittel annehmen, das in seiner ganzen Ausdehnung dieselbe Beschaffenheit in jeder Rücksicht besitzt, von dem daher gleich dicke Schichten denselben aliquoten Theil des eintretenden Lichtes absorbiren; es sei J die Stärke des Lichtes beim Eintritte in die erste Schichte, und es gehe beim Durchgange durch eine Schichte der n^{te} Theil von J, also $\frac{J}{n} = J\,\mu$ verloren, wo $\mu = \frac{1}{n}$ ist, und **Absorptionscoeffizient** heißt; so tritt das Licht in die zweite gleich dicke Schichte nur mit der Stärke $J - J\,\mu = J\,(1 - \mu)$ ein, und da es daselbst abermals um den n^{ten} Theil geschwächt wird, somit den Verlust $\frac{J}{n}\,(1 - \mu) = J\,\mu\,(1 - \mu)$ erleidet, gelangt es in die dritte Schichte nur noch mit der Stärke

$$J\,(1 - \mu) - J\,\mu\,(1 - \mu) = J\,(1 - \mu)^2.$$

Der Verlust beim Durchgange durch die dritte Schichte beträgt $J\,\mu\,(1 - \mu)^2$, mithin ist die Stärke des austretenden, und in die vierte Schichte übergehenden Lichtes

$$J(1-\mu)^2 - J\mu(1-\mu)^2 = J(1-\mu)^3$$

u. s. f. Beim Austritte aus der m^{ten} Schichte ist die Lichtstärke $= J(1-\mu)^m$.

Die Lichtstärke nimmt also in einer geometrischen Progression ab, wenn der zurückgelegte Weg in einer arithmetischen wächst. Der Werth von μ hängt nicht nur von der materiellen Beschaffenheit des Mittels, sondern auch von der Brechbarkeit der Lichtstrahlen und selbst von der Temperatur des Mittels ab.

Wenn der Absorptionscoeffizient für Strahlen gewisser Brechbarkeit größer ist, als für andere; so erscheint das austretende Licht nicht nur bezüglich der Lichtstärke, sondern auch bezüglich seiner Farbe verändert. Bezeichnen wir mit $J, J', J'' \ldots$ die Intensitäten, und $\mu, \mu', \mu'' \ldots$ die Absorptionscoeffizienten der im weißen Lichte befindlichen Strahlen verschiedener Brechbarkeit, so ist die Intensität des aus der m^{ten} Schichte austretenden Lichtes

$$J(1-\mu)^m + J'(1-\mu')^m + J''(1-\mu'')^m + \ldots$$

mithin niemals gleich Null; allein wenn der ächte Bruch $(1-\mu)$ für irgend einen Strahl eine sehr kleine Größe ist, so wird die Lichtstärke desselben schon bei einer geringen Dicke des Mittels unmerklich. Ist das Mittel unendlich dünn, daher m nahe gleich Null, so ist $J(1-\mu)^m$ nahe $= J$, d. h. es läßt alle Farbenstrahlen durch und erscheint farblos; so sind z. B. sehr dünne Kugeln aus gefärbtem Glase farblos. — Eine Auflösung von Saftgrünn hat die Eigenschaft das äußerste Roth (Dunkelroth) und Grün leichter durchzulassen als andere Strahlen, das Roth sogar viel leichter als Grün; da jedoch das Dunkelrothe ein sehr schwaches, Grün aber ein viel lebhafteres Licht ist, so erscheint uns eine weiße Wand, die wir durch eine dünne Schichte dieser Auflösung ansehen, nur grün; eine dickere Schichte absorbirt fast alles grüne Licht, während das Roth fast ungeschwächt durchgeht, daher sieht man die weiße Wand durch eine dickere Schichte von Saftgrün dunkelroth. Betrachtet man eine Lichtlinie, nachdem die von ihr kommenden Strahlen durch ein Glasprisma durchgegangen sind, mit einem ebenen und polirten Smalteglase von blauer Farbe, so erblickt man, wenn das Glas sehr dünn ist, alle Farben des Spectrums; wird das Glas dicker, so verschwinden manche Farben gänzlich, und man sieht viele schwarze Zwischenräume; bei einer gewissen Dicke sieht man nur das äußerste Roth und Violett.

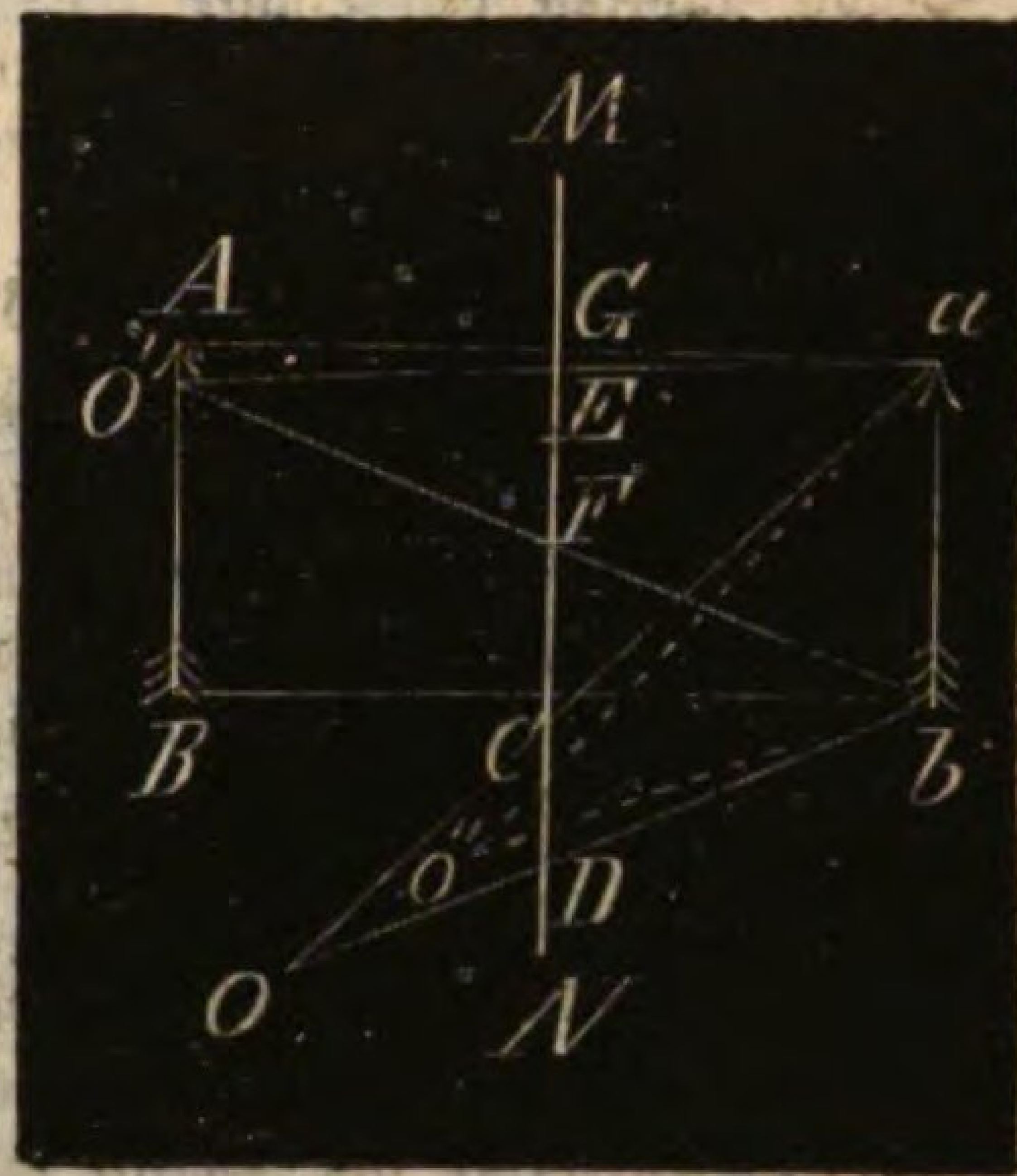
§. 138. Reflexion des Lichtes; Erscheinungen an ebenen Spiegeln. 1. Die Zurückwerfung der Lichtwellen an der Trennungsfläche zweier Mittel erfolgt genau nach den nämlichen Gesetzen, wie die Reflexion der Schallwellen; ist diese Fläche sehr glatt, so setzen sich die von den einzelnen Punkten ausgehenden Elementarwellen zu einer einzigen Hauptwelle zusammen; es erscheint der einfallende und reflectirte Strahl mit dem Einfallslothe in der nämlichen Ebene, und der Einfallswinkel ist gleich dem Reflexionswinkel.

Ist die Fläche, auf welche die Lichtwellen auffallen, rauh; so sind die einzelnen kleinen Stückchen derselben verschiedenartig gegen die einfallenden Strahlen geneigt, und die von den einzelnen Stellen ausgehenden Elementarwellen setzen sich nicht mehr zu einer Hauptwelle zusammen, sondern es gehen von jedem Punkte Strahlen nach allen Richtungen aus, deren jeder nur eine sehr geringe Lichtstärke besitzt; dieses Licht heißt zerstreutes Licht, und ist dasjenige, welches jeden Punkt einer Fläche sichtbar macht. Die Sichtbarkeit der vom Lichte getroffenen Stellen eines Körpers, man mag sie von einer beliebigen Seite betrachten, beweiset, daß die Aethertheilchen an diesen Stellen als Mittelpunkte neuer Wellen angesehen werden können, und daß das Licht vom Auffallspunkte nach allen Seiten zerstreut wird. Die von einer glatten Fläche regelmäßig reflectirten Strah-

len machen die Lichtquelle sichtbar, und wirken daher als Spiegel; allein selbst bei einer sehr vollkommenen Politur verbleiben kleine unmerkliche Erhabenheiten und Vertiefungen, welche eine schwache Zerstreuung des auffallenden Lichtes veranlassen, weshalb es möglich ist, den vom Lichte erleuchteten Theil eines wohl polirten Metallspiegels in einem verfinsterten Zimmer von allen Seiten zu sehen.

2. In der Experimentalphysik wurde bewiesen, daß das Bild eines vor einem Planspiegel stehenden Gegenstandes eben so weit hinter dem Spiegel erscheint, wie weit der Gegenstand vom Spiegel entfernt ist, daß Bild und Gegenstand dieselbe Größe haben und gegen die spiegelnde Ebene gleich geneigt sind. Ist AB Fig. 175. die eine Dimension eines vor dem ebenen Spiegel MN stehenden Gegenstandes und ab sein Bild; so sieht ein in O befindliches Auge das Bild mittelst des Spiegelstückes CD, welches von den Durchschnittspunkten der von a und b zu O gezogenen Strahlen mit dem Spiegel begrenzt, und offenbar desto kleiner ist, je näher das Auge am Spiegel steht. Ist MN vertikal und AB die Höhe eines Menschen, dessen Auge in O′, so ist EF der Theil des Spiegels, der dem Menschen seine ganze Höhe sichtbar macht; nun ist $EF : ab = EO' : aO' = AG : Aa = 1 : 2$;

Fig. 175.

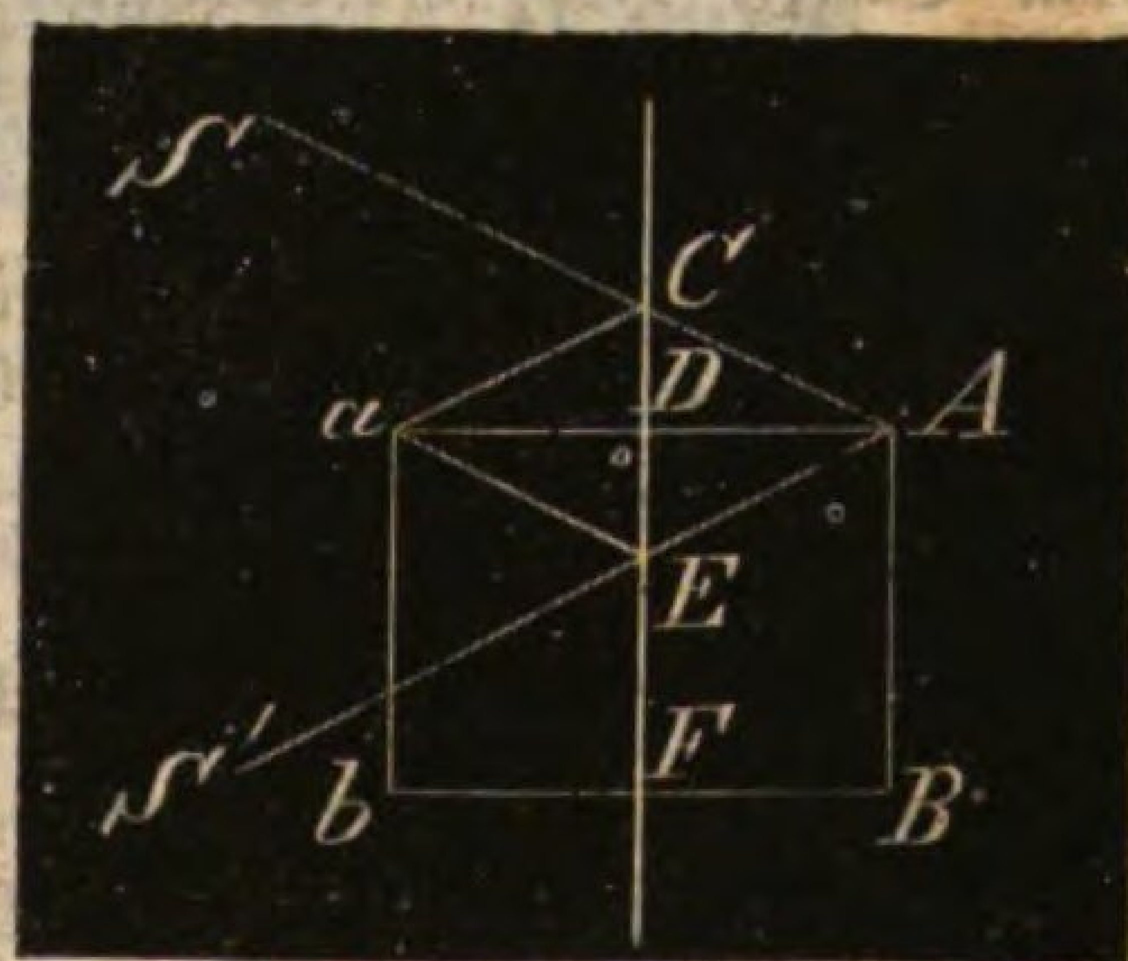


$$\text{somit } EF = \frac{ab}{2} = \frac{AB}{2}$$

d. h. der wirksame Theil des Spiegels ist halb so groß, als die Höhe des Menschen.

3. Fallen die Strahlen SC, S′E Fig. 176. auf einen Planspiegel MN convergirend auf, so daß sie ohne Spiegel in einem Punkte A sich vereinigen würden, so zieht man von A eine Senkrechte AD auf die Ebene des Spiegels, und verlängert sie so weit, bis sie von dem in C reflektirten Strahl im Punkte a geschnitten wird; aus der Congruenz der Dreiecke ACD und aCD folgt, daß AD = aD ist. Auf gleiche Weise läßt sich zeigen, daß auch der Strahl S′E nach der Reflexion die von A gezogene Senkrechte in a schneidet, und daß somit alle Strahlen, die sich ohne Spiegel in dem Punkte A vereinigt hätten, nach der Reflexion in einem Punkte a zusammentreffen, dessen Abstand vom Spiegel eben so viel beträgt, als der des Punktes A. Würde ohne Spiegel ein Bild eines ausgedehnten Gegenstandes in AB entstanden sein, so wird vermittelst des ebenen Spiegels ein gleich großes Bild ab vor dem Spiegel erzeugt. Dieser Fall kommt bei mehreren optischen Instrumenten vor.

Fig. 176.



4. Läßt sich ein Spiegel um eine in seiner Ebene liegende Axe dre-

hen, und ist C Fig. 177. ein Punkt dieser Axe, s das Bild eines leuchtenden Punktes S, wenn der Spiegel die Lage MN hat, und s' das Bild desselben, wenn während der Drehung der Spiegel in die Lage M'N' kommt, so ist der Drehungswinkel des Bildes

$$sCs' = BCs' - BCs = SCB - BCs;$$

da nun der Winkel

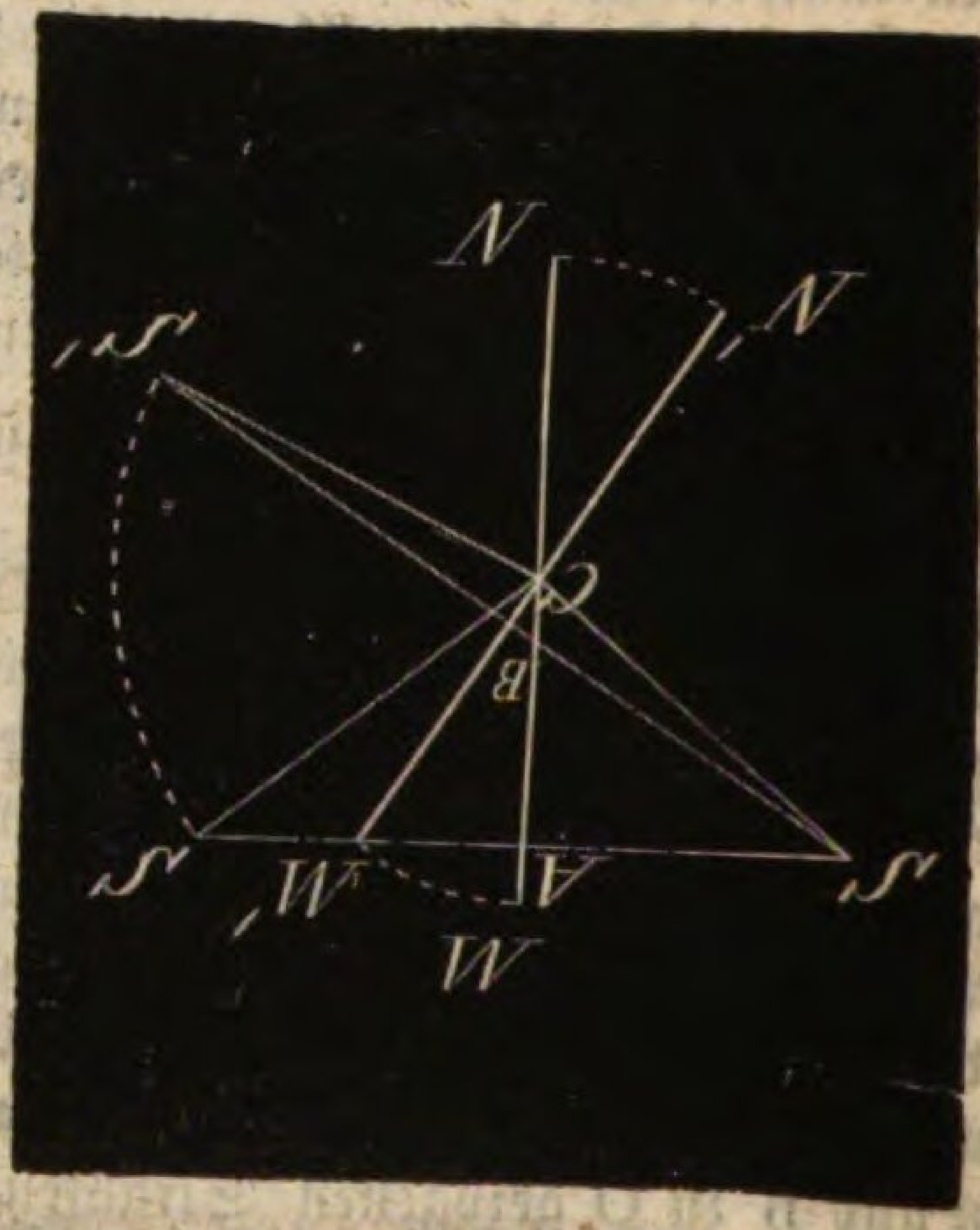
$$SCB = SCA + ACB = ACs + ACB$$
$$= 2\,ACB + BCs,$$

so ist

$$sCs' = 2\,ACB + BCs - BCs = 2\,ACB$$

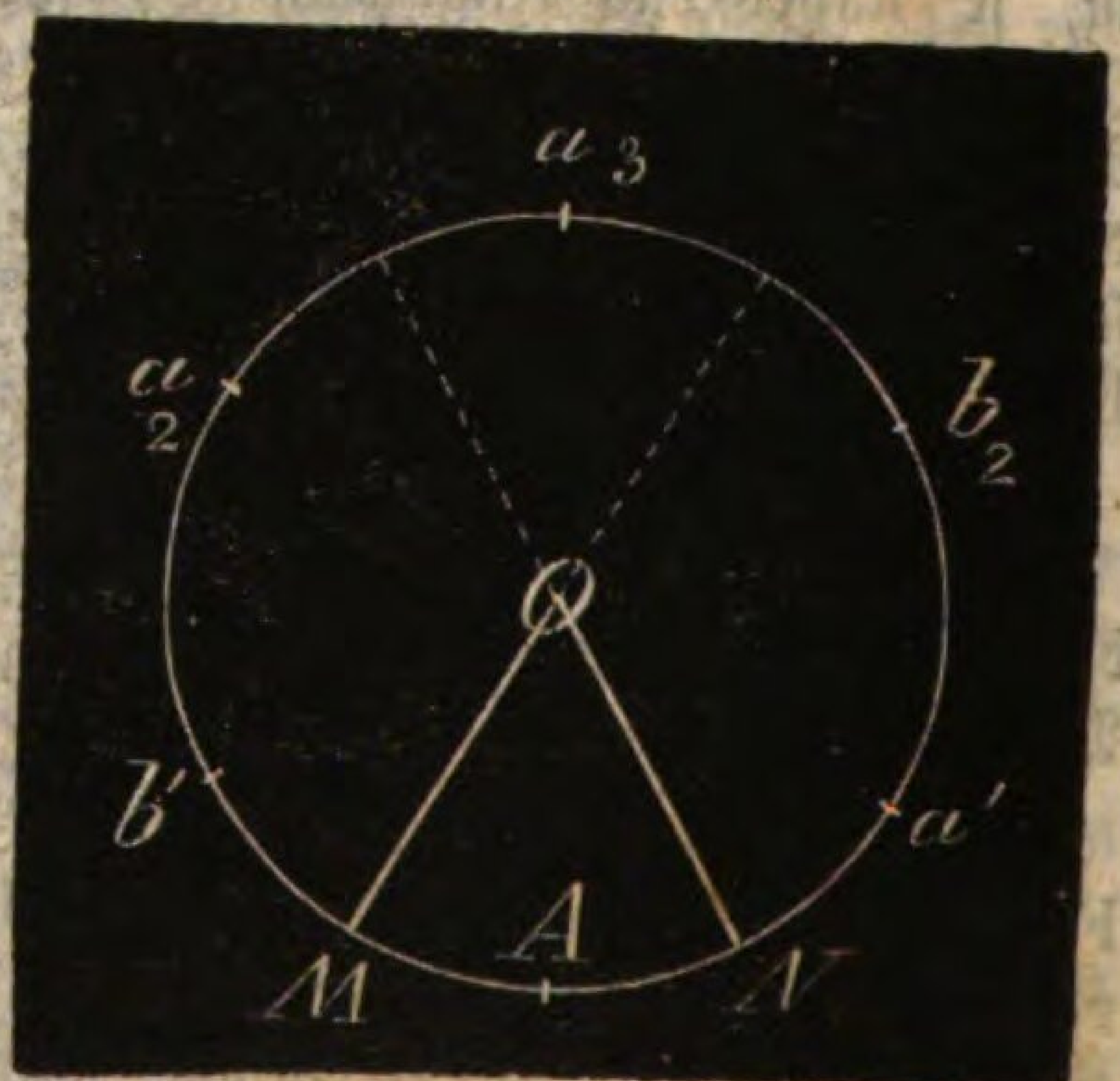
d. h. der Drehungswinkel des Bildes ist doppelt so groß, als jener des Spiegels.

Fig. 177.



5. Es sei A Fig. 178. ein Lichtpunkt, liegend innerhalb eines von den Planspiegeln MO und ON eingeschlossenen Winkels; nehmen wir an, dieser Winkel zähle 60° und A sei in der Mitte des Winkels. Man beschreibe mit dem Halbmesser AO einen Kreis und berücksichtige, daß jedes in einem Spiegel erscheinende Bild von A bezüglich des andern Spiegels als Objekt zu betrachten ist, sobald es vor diesem Spiegel steht, und daß die Sehne eines Bogens auf dem Halbmesser, der diesen Bogen halbirt senkrecht steht, und von ihm halbirt wird; so ersieht man, daß, wenn man den Bogen Na_1 gleich macht dem Bogen NA, die Sehne Aa_1 auf ON senkrecht steht und durch ON halbirt, mithin a_1 der Ort des Bildes von A im Spiegel ON ist. Nimmt man $\widehat{Ma_2} = \widehat{Ma_1}$, so ist a_2 der Ort des Bildes von a_1 im Spiegel OM; a_2 erscheint noch vor dem Spiegel ON, macht man $\widehat{Na_3} = Na_2$, so erscheint in a_3 das Bild von a_2 im Spiegel ON. Das Bild a_3 erscheint bereits hinter dem Spiegel MO, daher ist von ihm kein weiteres Bild mehr möglich. Im Spiegel MO erscheint von A auch ein Bild, dessen Ort b_1 man erhält, wenn man $\widehat{Mb_1} = \widehat{MA}$ macht; von b_1 erscheint hinter dem Spiegel ein Bild b_2, dessen Lage sich ergibt, wenn man den Bogen Nb_2 gleich nimmt dem Bogen Nb_1. Das Bild b_2 erscheint noch vor dem Spiegel OM, mithin gibt dieser davon noch ein Bild, das an den Ort a_3 fällt, weil der Bogen Mb_2 gleich dem Bogen Ma_3 ist. Aus diesem Beispiele ist zu ersehen, daß sämmtliche Bilder in der Peripherie erscheinen, und bei dem angenommenen Winkel und der angenommenen Lage von A nur 5 Bilder möglich sind.

Fig. 178.



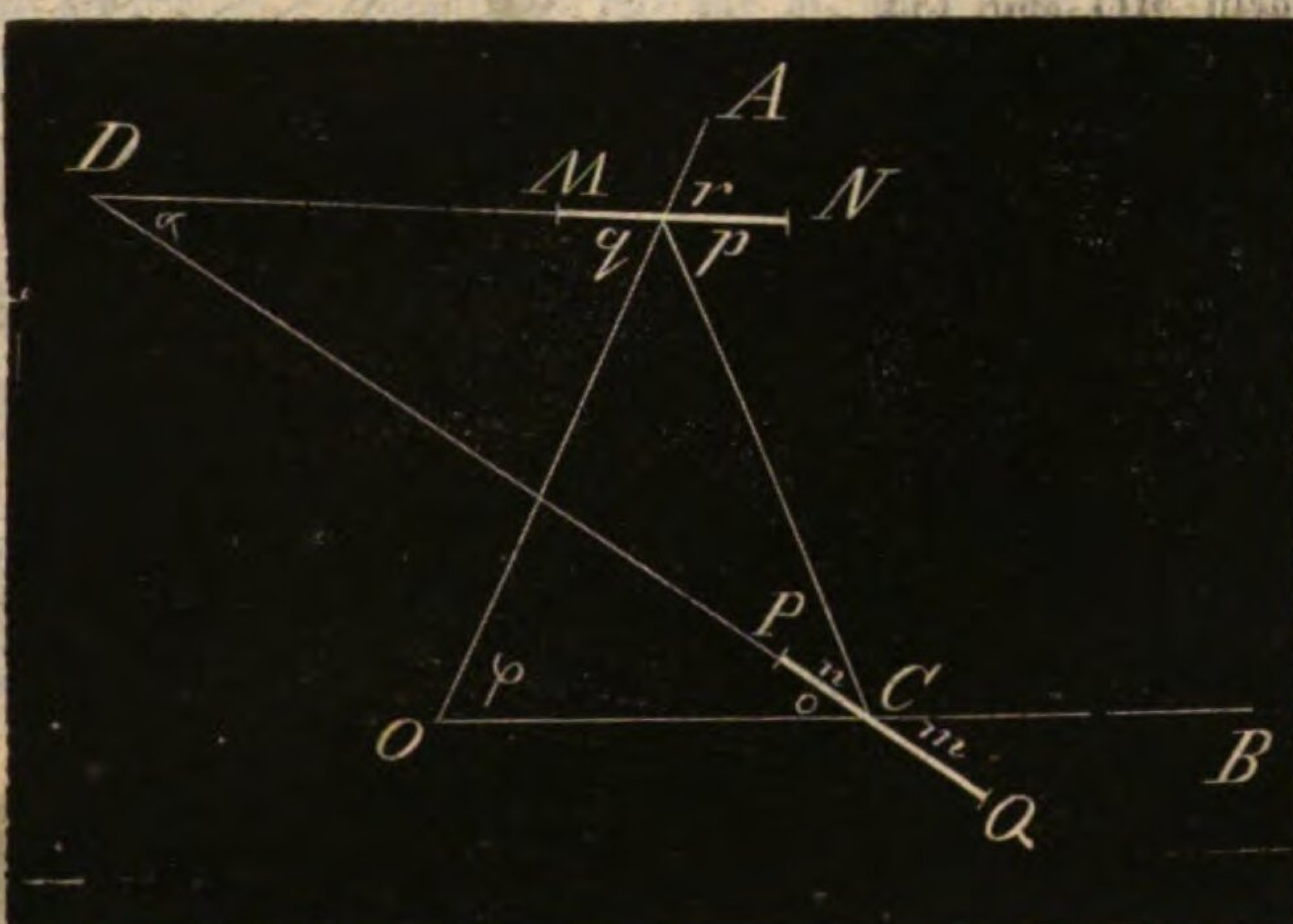
Man kann allgemein beweisen, daß die Anzahl der Bilder von der Größe des Winkels, den die Spiegel einschließen, aber auch von der Lage des Gegenstandes

innerhalb dieses Winkels abhängt; ist die Peripherie durch diesen Winkel theilbar, und n der Quotient, den man bei der Division erhält, so ist falls A in der Mitte des Bogens MN steht, die Zahl der Bilder gleich n — 1; steht A nicht in der Mitte und ist n eine ungerade Zahl, so ist die Anzahl der Bilder um 1 größer; wenn jedoch die Peripherie durch den Winkel MON nicht theilbar ist und n die ganze Zahl die bei der Division herauskommt, bedeutet, so kann die Anzahl der Bilder n — 1, n + 1, n + 2 sein.

In meiner im Jahre 1836 erschienenen Lehre vom Lichte habe ich allgemein bewiesen, daß die Anzahl der Bilder nicht immer = n — 1, wie man immer behauptete, sondern auch um Eins größer sein kann; und doch hieß es in mehreren Zeitschriften, daß erst Bertin im Jahre 1850, auf diesen Umstand aufmerksam gemacht habe. Man kann auf dem Wege, auf dem ich die Anzahl der Bilder für den Fall, daß die Peripherie durch den Winkel der Spiegel theilbar ist, ermittelte, leicht die Anzahl für den Fall finden, wenn diese Theilbarkeit nicht Statt findet.

6. Vermittelst zweier Spiegel, wovon der eine MN Fig. 179. eine

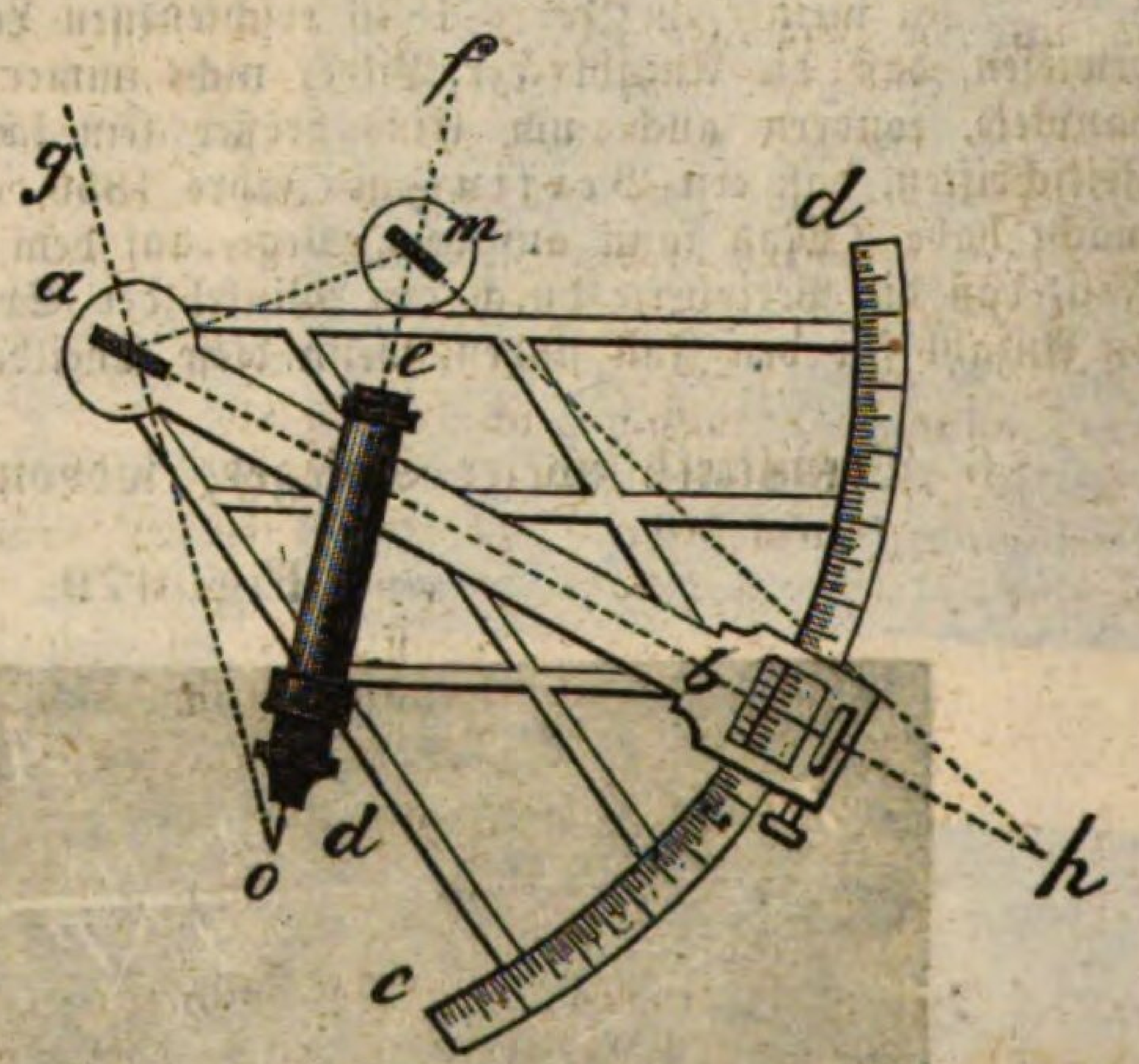
Fig. 179.



unverrückbare Lage hat, nur zur Hälfte mit Amalgam belegt, und oben durchsichtig gelassen, der andere PQ dagegen drehbar eingerichtet ist, wird es möglich den Winkel φ, den die von zwei entfernten Gegenständen A und B zum Auge O gezogenen Visirlinien mit einander einschließen, mit Genauigkeit zu bestimmen; man braucht nur den Spiegel PQ so lange zu drehen, bis der Strahl BC, der daselbst gegen den zweiten Spiegel MN reflectirt wird, nach der Reflexion durch den spiegelnden Theil von MN in der Richtung AO, also in der nämlichen Richtung zum Auge gelangt, in welcher der von A kommende und durch den durchsichtigen Theil von MN gehende Strahl das Auge trifft; dieß findet Statt, wenn sich die Bilder der beiden Visirpunkte decken, und es ist in diesem Falle der Winkel φ gleich dem doppelten Winkel α, den die Richtungen beider Spiegel mit einander bilden; denn da $m = n = o$, $p = q = r$, so ist
$p + r = \varphi + o + n$; oder $2p = \varphi + 2n$, und $p = \alpha + n$, mithin
$$2\alpha = \varphi.$$

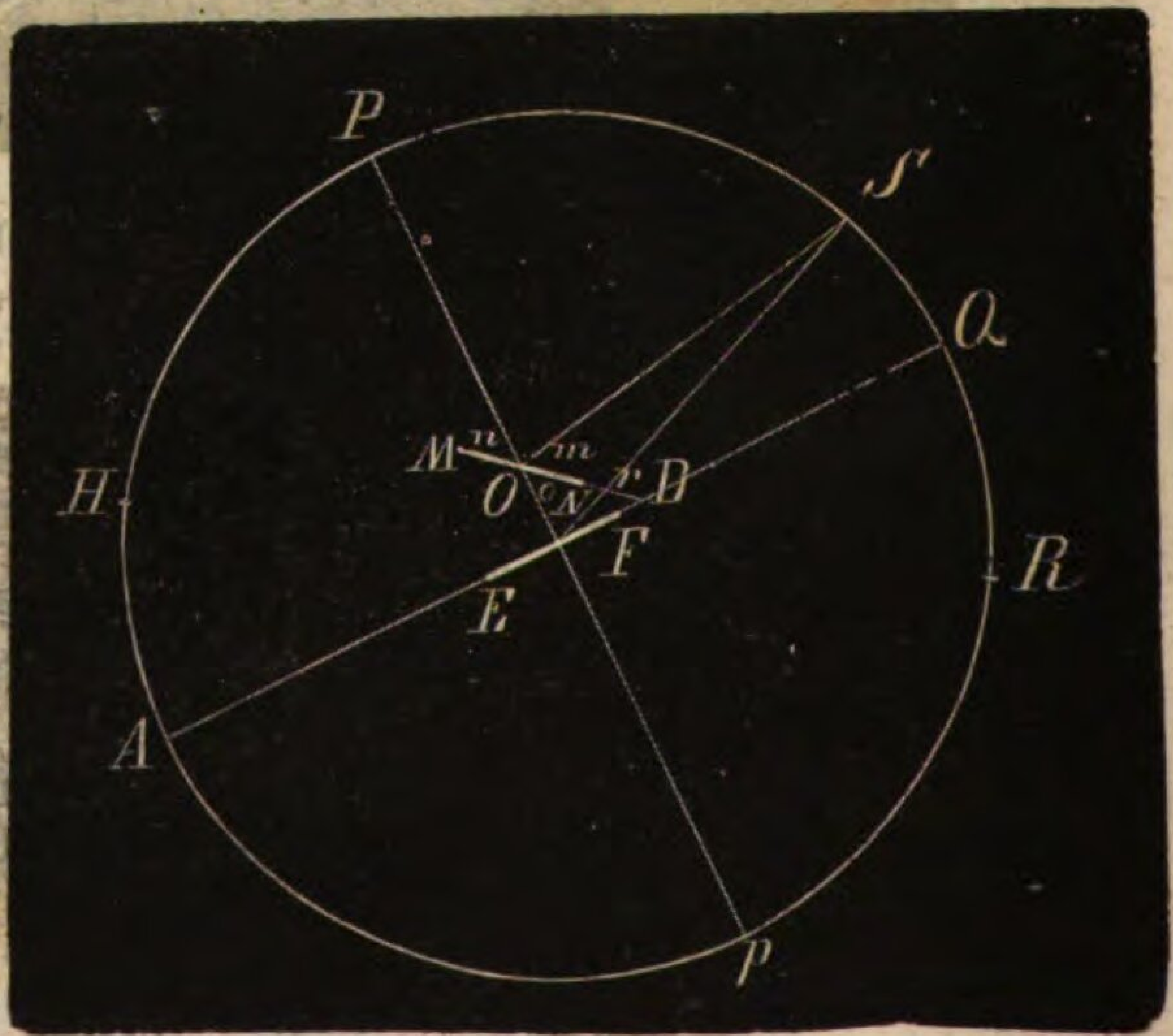
Hierauf beruht der Spiegelsextant von Hadley, dessen man sich bedient, um den Winkel, welchen die von zwei entfernten Punkten zum Auge gezogenen Linien miteinander bilden, zu messen, mag die Ebene dieses Winkels eine beliebige Lage gegen den Horizont haben; die Messung ist selbst dann möglich, wenn der Beobachter keinen festen Stand hat, z. B. wenn er auf einem bewegten Schiffe steht. Er besteht aus einem metallenen Kreissektor, bei welchem der Bogen nur wenig größer ist, als der sechste Theil der Peripherie, und dessen Centrum bei a Fig. 180. der Drehungspunkt einer Alhidade a b ist, mit der sich, wenn sie gedreht wird, auch der an ihr senkrecht befestigte Spiegel PQ dreht; dieser Spiegel hat eine solche Lage, daß er, wenn die Alhidade auf den Nullpunkt der Scale eingestellt ist, vollkommen zu dem zweiten unverrückbaren Spiegel m parallel ist. An der Alhidade ist ein Nonius und zur genauen Einstellung auch eine Micrometerschraube; auf der Ebene des Sectors ist ein Fernrohr dergestalt befestiget, daß seine Axe gerade durch die Linie geht, welche die Grenze zwischen dem belegten und unbelegten Theile des Spiegels m bildet.

Fig. 180.



Will man nun den Winkel f o g messen, so faßt man das Instrument bei dem Handgriffe, womit es versehen ist, bringt die Ebene des Sectors in die Ebene des Winkels fog und dreht, indem man dabei den Punkt f in der Axe des Fernrohres fest hält, die Alhidade so lange, bis sich die Bilder von f und g decken; der Gradbogen, der angibt, um wie viele Grade die Alhidade vom Nullpunkte an gedreht worden ist, gibt die Größe des Winkels α an, den im Momente der Deckung beider Bilder die Spiegel einschließen, und der die Hälfte des Winkels f o g beträgt.

Fig. 181.



Ist es bei einem optischen Versuche nothwendig, einen in ein verfinstertes Zimmer getretenen Lichtstrahl längere Zeit in einer und der nämlichen Richtung zu erhalten, so bedient man sich eines Heliostats, der in seiner einfachen Form aus einem in der Art aufgestellten und von einem Uhrwerk bewegten Spiegel besteht, daß der darauf fallende direkte Sonnenstrahl, ungeachtet der beständigen Bewegung der Sonne am Himmelsgewölbe, beständig in der Richtung der Weltaxe, deren Lage unveränderlich ist, gegen einen zweiten Spiegel

reflectirt, und von diesem dorthin geleitet wird, wo man ihn braucht. Um die richtige Lage des ersten Spiegels zu ermitteln, sei Pp Fig. 181. die Weltaxe, S die Sonne am Himmelsgewölbe; der durch die beiden Pole und durch S gehende Kreis ist dann der Declinationskreis, dessen Ebene die Ebene des Aequators in der Geraden AQ schneidet; der Bogen QS $= \delta$ ist die Declination der Sonne, und das Maß des Centriwinkels SCQ. Ein Uhrwerk werde so aufgestellt, daß sein Zifferblatt in die Ebene des Aequators zu liegen kommt; mithin mit dem Horizonte einen der Aequatorhöhe des Ortes gleichen Winkel einschließt; EF sei die Gerade, in welcher das Zifferblatt von dem Declinationskreise geschnitten wird, so muß EF mit AQ zusammenfallen, und die Zeigeraxe CO, die auf dem Zifferblatte senkrecht steht, in der Richtung der Weltaxe liegen. Die Zeigeraxe, die innerhalb 24 Stunden eine Umdrehung macht, trägt den Spiegel M, dessen Lage zu ermitteln ist; dieser Spiegel ist um eine in seiner Ebene liegende und zum Zifferblatte parallele Axe drehbar, und wird gegen die Sonne so gestellt, daß der einfallende Sonnenstrahl SO in der Richtung OP d. i. in der Richtung der Weltaxe reflectirt wird; in diesem Falle liegt der einfallende Strahl sammt dem reflectirten in der Ebene des Declinationskreises. Diese steht senkrecht auf der Drehungsaxe, mithin auch auf der Ebene des Siegels, und der Winkel MDE $=$ p, den die Durchschnittslinien des Spiegels und des Zifferblattes mit der Ebene des Declinationskreises bilden, gibt die Größe der Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt an, und ist um die jedesmalige halbe Declination der Sonne kleiner als 45°; denn da die auffallenden Sonnenstrahlen SO und SC als parallel zu betrachten sind, so sind die Winkel m und r einander gleich; nun ist der äußere Winkel $r = \delta + p$, mithin auch $m = \delta + p$, oder da $m = n = o$, auch $o = \delta + p$. Aus dem rechtwinkeligen Dreiecke ODC ergibt sich, das $o + p = 90°$, mithin

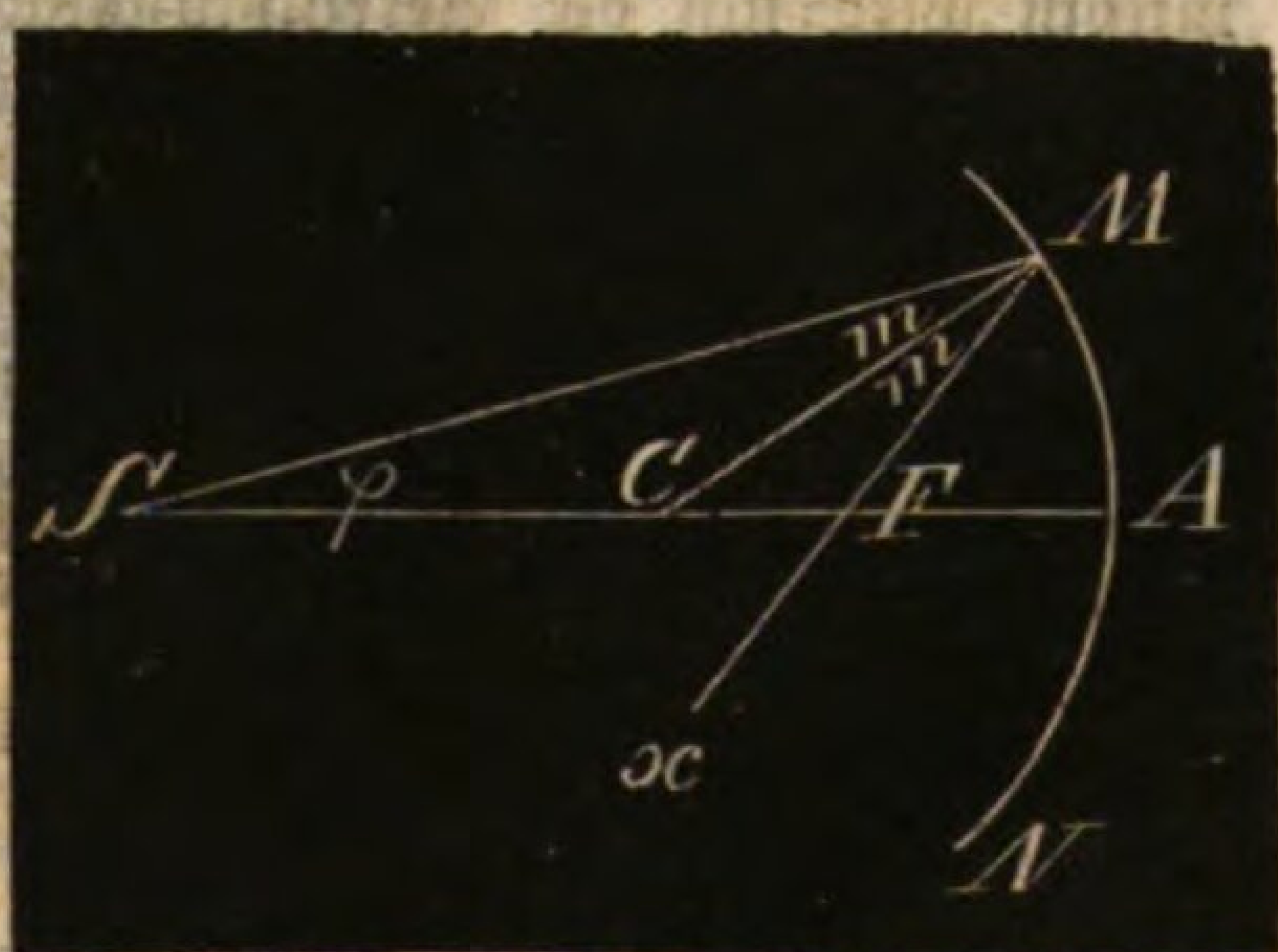
$$\delta + p = 90 - p, \text{ und } p = 45° - \frac{\delta}{2}.$$

Bei dieser Bestimmung des Winkels p ist die Sonne über dem Aequator, mithin die Declination derselben nördlich oder positiv angenommen worden; hat die Sonne eine südliche Declination, so beträgt die Neigung des Spiegels gegen das Zifferblatt $45° + \frac{\delta}{2}$.

An der Axe des Zifferblattes befindet sich der Stundenzeiger, den man nach der wahren Sonnenzeit richtet, nachdem man dem Zifferblatte eine Stellung gegeben hat, bei der die Zahl 12 in die Meridianebene zu liegen kommt. Haben das Zifferblatt, der Spiegel und der Stundenzeiger die richtige Stellung erhalten, so wird die Uhr in Gang gesetzt, und nun der Spiegel stets so bewegt, daß der einfallende und der reflectirte Sonnenstrahl beständig in der Ebene des Declinationskreises, dessen Stellung sich mit dem Stande der Sonne ändert, verbleibt, und die Reflexion wegen der unveränderlichen Neigung des Spiegels immer in der Richtung der Weltaxe OP erfolgt.

§. 139. **Sphärische Hohlspiegel.** Es sei MN Fig. 182. der Durchschnitt eines sphärischen Hohlspiegels mit einer durch den Krümmungsmittelpunkt C gehenden Ebene; S sei ein leuchtender Punkt, und SCA sein Hauptstrahl; SM sei ein anderer von S kommender Strahl, der mit dem Hauptstrahle nur einen sehr kleinen Winkel MSA $= \varphi$ einschließt; das in M errichtete Einfallsloth ist bekanntlich der Krümmungshalbmesser MC $=$ r selbst. Zieht man nun die Gerade MF so, daß der Winkel CMF

Fig. 182.



dem Winkel SMC = m gleich wird; so gibt MF die Richtung des reflectirten Strahls, und F ist der Punkt, in welchem er sich mit seinem Hauptstrahle vereinigt, und in dem alle andern denselben Winkel φ mit dem Hauptstrahle einschließenden Strahlen des leuchtenden Punktes nach der Reflexion zusammentreffen; der Abstand des Punktes F vom Spiegel, nämlich AF = α, heißt bekanntlich die Vereinigungweite der reflektirten Strahlen. Um α zu finden, setzt man SA = a, und berücksichtigt, daß nebst φ auch die Winkel m und MFA sehr klein sein müssen, so daß man anstatt ihrer Sinusse immer die Bögen, die ihre Maße sind, setzen kann; man erhält aus den Dreiecken SCM und MCF:

$$SC : CM = \sin. m : \sin. \varphi \text{ und}$$
$$CF : CM = \sin. m : \sin. (\varphi + 2m), \text{ oder}$$
$$a - r : r = m : \varphi, \text{ und } \varphi = \frac{m\,r}{a - r};$$

ferner $$r - \alpha : r = m : \varphi + 2m = m : \frac{m\,r}{a - r} + 2m,$$

oder $$r - \alpha : r = 1 : \frac{r}{a - r} + 2;$$

hieraus ergibt sich

$$a\,r + \alpha\,r = 2\,a\,\alpha, \text{ und } \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{2}{r},$$

oder wenn man $\frac{r}{2} = p$ setzt:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p}$$

d. h. die Summe aus den reciproken Werthen des Abstandes des leuchtenden Punktes vom Spiegel und der Vereinigungsweite der reflectirten Strahlen ist gleich dem reciproken Werthe des halben Krümmungshalbmessers.

Da der Werth von α von der Größe des Winkels φ, wenn dieser sehr klein ist, unabhängig ist; so folgt, daß sämmtliche von S kommende und mit dem Hauptstrahle kleine Winkel einschließende Strahlen durch den Spiegel in einem Punkte vereinigt werden, der das Bild des leuchtenden Punktes darstellt, weshalb sein Abstand vom Spiegel auch Bildweite heißt. Für einen und denselben Spiegel ist p eine unveränderliche Größe, mithin wird sich die Vereinigungsweite α nur dann ändern, wenn a einen andern Werth erhält.

1. Ist der leuchtende Punkt sehr weit entfernt, also a eine unendlich große Zahl, mithin $\frac{1}{a} = o$; so kann man die von S kommenden und den Spiegel treffenden Strahlen als parallel betrachten; ihre Vereinigungsweite heißt Brennweite, und ist offenbar = p d. h. dem halben Krümmungshalbmesser gleich.

2. Aus $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$ folgt, daß α so lange positiv, mithin das Bild vor dem Spiegel bleibt, wie lange a > p ist. Läßt man in diesem Falle a beständig abnehmen, so wird α beständig wachsen, d. h. Bild und Gegenstand werden sich einander nähern. Die Brennweite ist demnach die kleinste Vereinigungsweite.

3. Ist $a = 2p$, so ist α auch $= 2p$; d. h. ist der Abstand des leuchtenden Punktes vom Spiegel gleich dem Krümmungshalbmesser, so hat auch die Vereinigungsweite denselben Werth; während also der leuchtende Punkt den Weg von einer unendlich großen Entfernung bis zu der des Krümmungshalbmessers macht, legt das Bild nur einen dem halben Krümmungshalbmesser gleichen Weg zurück; allein das Gegentheil stellt sich ein, wenn $a < 2p$, aber noch immer größer als p ist.

Denn ist $a < 2p$, so ist $\frac{1}{a} > \frac{1}{2p}$, und

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{a} < \frac{1}{2p}, \text{ mithin } \alpha > 2p;$$

das Bild erscheint in dem letzten Falle vor dem Krümmungsmittelpunkte, und sein Abstand vom Spiegel nimmt in starken Verhältnissen zu, wenn der leuchtende Punkt dem Brennpunkte näher gerückt wird, so zwar, daß, wenn

$$a = p \text{ ist, } \frac{1}{\alpha} = o \text{ wird,}$$

mithin α einen unendlich großen Werth erlangt. Stellt man also den leuchtenden Punkt S in den Brennpunkt, so erscheinen die reflectirten Strahlen parallel zu einander.

4. Ist der Abstand $a < p$, so ist $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$, mithin α negativ, d. h. befindet sich S innerhalb der Brennweite, so werden die reflectirten Strahlen divergirend, so daß sie rückwärts verlängert in einem Punkte hinter dem Spiegel zusammentreffen; sie gelangen demnach in das Auge eines vor dem Spiegel stehenden Beobachters genau so, wie sie dahin kommen würden, wenn sich S in diesem Vereinigungspunkte hinter dem Spiegel wirklich befände; daher erscheint dieser Punkt als das Bild von S.

5. Fallen die Strahlen convergirend auf den Hohlspiegel auf, so daß sie ohne Spiegel in einem Punkte hinter diesem Spiegel sich vereinigen würden; so ist a negativ zu nehmen, und man hat

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a}, \text{ daher immer } \alpha < a$$

d. h. die Strahlen vereinigen sich nach der Reflexion vor dem Spiegel, und früher als ohne Reflexion.

2. Ist AB Fig. 183. eine Dimension irgend eines vor dem Krümmungsmittelpunkte befindlichen Gegenstandes, und a b ihr umgekehrtes Luftbild, so ist

$$\frac{ab}{AB} = \frac{2p - \alpha}{a - 2p} \ (1)$$

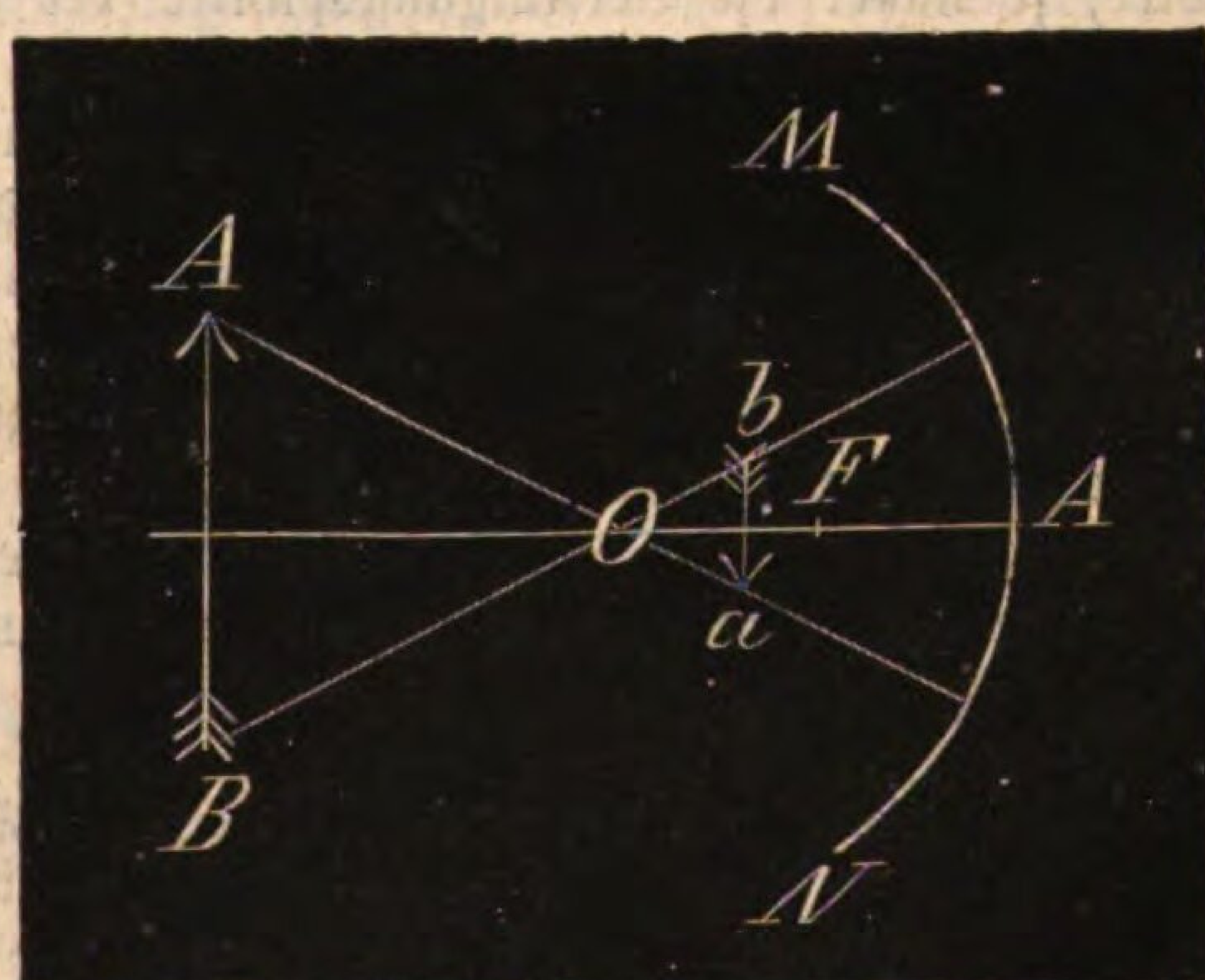
aber $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$,

und $\alpha = \frac{ap}{a-p}$;

setzt man in (1) für α diesen Werth, so erhält man:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{p}{a-p} \ (2).$$

Fig. 183.



Hieraus wird ersichtlich, daß $ab < AB$, so lange $a > 2p$, mithin $a - p > p$; daß $ab = AB$, wenn $a = 2p$, mithin $a - p = p$, und daß $ab > AB$ wird, wenn $a < 2p$, daher $a - p < p$; in allen diesen Fällen ist das Bild vor dem Spiegel, im ersten Falle zwischen dem Krüm-

mungsmittelpunkte und der Brennweite; im letzten erscheint es vor dem Krümmungsmittelpunkte, und wird desto größer, je kleiner a — p wird, d. h. je näher der Gegenstand an den Brennpunkt rückt. Für den Fall, daß der Gegenstand innerhalb der Brennweite steht, also $a < p$ ist, bringt man die Gleichung (2) durch Multiplikation mit — 1 in die Form

$$\frac{ab}{AB} = - \frac{p}{p - a};$$

das negative Zeichen deutet an, daß das Bild, das hier kein wirkliches, sondern ein sogenanntes geometrisches ist, hinter dem Spiegel erscheint, und zwar, weil $p - a < p$, desto mehr vergrößert, je geringer der Unterschied zwischen der Brennweite und dem Abstande des Gegenstandes vom Spiegel ist.

3. Bei jedem Bilde eines ausgedehnten Gegenstandes haben wir die Eigenschaften der Helligkeit und der Deutlichkeit zu berücksichtigen; erstere hängt von der Menge der in einem Punkte sich vereinigenden Lichtstrahlen ab, letztere aber fordert, wenn sie vollkommen sein soll, daß die von einem Punkte kommenden Strahlen nach geschehener Reflexion oder Brechung sich wieder in einem Punkte vereinigen; dieß findet bei den ebenen Spiegeln wirklich Statt und die Bilder erscheinen daher hier vollkommen deutlich, allein in Folge der sphärischen Gestalt der Hohlspiegel geschieht die Vereinigung der von einem Punkte kommenden Strahlen nach der Reflexion nicht in einem einzigen Punkte, indem diejenigen, deren Auffallspunkte nahe dem des Hauptstrahls liegen, und die Centralstrahlen heißen, sich in einem weiteren Abstande mit ihrem Hauptstrahle vereinigen, als diejenigen, die mit dem Hauptstrahle einen größeren Winkel einschließen und daher den Spiegel am Rande treffen, und deshalb Randstrahlen genannt werden. Diese Abweichung des Vereinigungspunktes der Randstrahlen von dem der Centralstrahlen, die man sphärische Abweichung nennt, hat zur Folge, daß das Bild eines leuchtenden Punktes dem Beobachter nicht mehr als ein Punkt, sondern als ein kleiner Kreis erscheint, der jedoch desto kleiner wird, je näher die Vereinigungspunkte der Rand- und Centralstrahlen an einander liegen. Da nun ein ausgedehnter leuchtender Gegenstand als ein Aggregat von leuchtenden, stetig an einander liegenden Punkten zu betrachten ist, so wird sein Bild als ein Aggregat von kleinen Kreisen erscheinen, die sich theilweise decken, weshalb die einzelnen Punkte nicht mehr scharf von einander unterschieden werden können, und daher das Bild nicht mehr scharf und deutlich gesehen wird. Indessen ist zur Erzielung großer Deutlichkeit schon hinreichend, daß die Bilder der einzelnen Punkte sich als sehr kleine Kreise darstellen, was dann Statt findet, wenn die Oeffnung des Hohlspiegels, d. i. die wirksame Fläche desselben klein, und der Krümmungshalbmesser recht groß ist.

Da die der Axe eines Hohlspiegels näher liegenden Lichtstrahlen sich später, als die von ihr weiter entfernten mit ihr vereinigen, so muß ein jeder reflectirte Strahl durch den weiter von der Axe abstehenden durchschnitten werden; es entsteht eine Reihe stetig an einander liegender Durchschnittspunkte, die eine helle krumme Linie von der Beschaffenheit bilden, daß sie alle reflectirten Strahlen tangirt. Man nennt sie die Brennlinie oder kaustische Linie desjenigen Punktes, von dem die Lichtstrahlen auf den Hohlspiegel kommen. Eine polirte, kreisförmig gebogene Stahlfeder oder die hohle Fläche einer cylindrischen Porzellantasse, die von einem nahe stehenden Lichte erleuchtet wird, machen diese Brennlinie anschaulich. — Hohlspiegel leisten einen wichtigen Dienst auf Leuchtthürmen, indem sie von den Lichtstrahlen, welche von einer in ihrem Brennpunkte befindlichen intensiven Lichtquelle auffallen, einen großen Theil in einer zur Axe parallelen Richtung zurückwerfen, die Divergenz eines andern Theils

stark vermindern, und auf diese Art bewirken, daß diese Lichtstrahlen noch in bedeutenden Entfernungen im Stande sind, einen hinreichend starken Lichteindruck zu erzeugen.

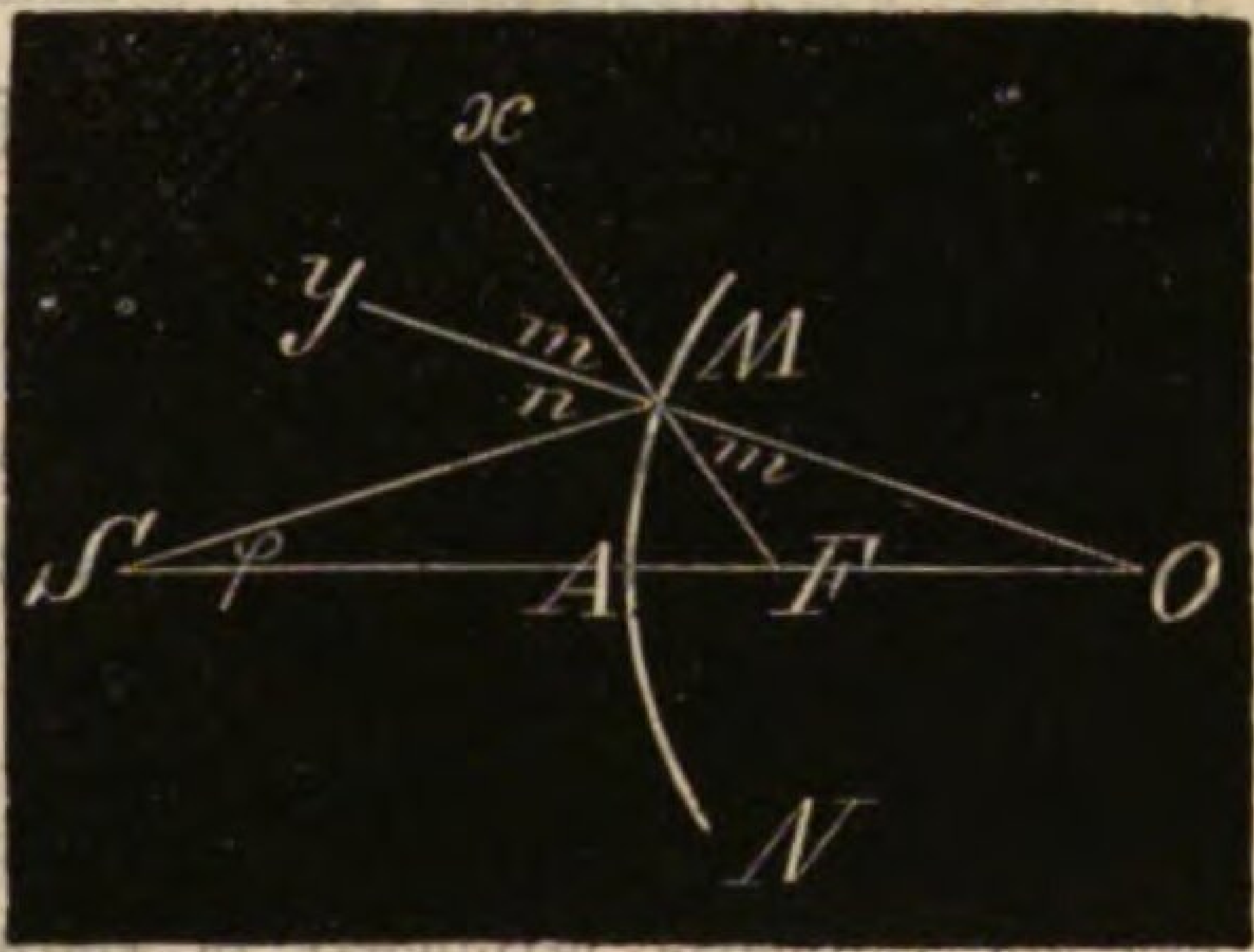
Die Hohlspiegel, die von directen Sonnenstrahlen getroffen werden, erzeugen in ihrer Brennweite ein kleines Sonnenbild; in dem kleinen Raume, den dieses Bild einnimmt, erscheinen alle die Spiegelfläche treffenden Sonnenstrahlen vereinigt, und bringen daselbst eine so bedeutende Hitze hervor, daß brennbare Körper entzündet werden, weshalb dieser Raum **Brennraum** und der Hohlspiegel **Brennspiegel** genannt wird. Die Hitze des **Brennraums** nimmt mit der Größe der Spiegelöffnung im geraden und mit dem Quadrate der Brennweite im umgekehrten Verhältnisse zu; mit Brennspiegeln von bedeutender Wirkung wird es möglich, selbst schwerflüssige Metalle, wie Gold und Platin, zu schmelzen und selbst zu verflüchtigen.

Die Wirksamkeit parabolischer und elliptischer Hohlspiegel ist bezüglich der Lichtstrahlen die nämliche, wie die rücksichtlich der Schallstrahlen, da beide Arten von Strahlen nach denselben Gesetzen reflectirt werden.

§. 140. Sphärische Convexspiegel.

1. Ist MN, Fig. 184., der Durchschnitt eines Convexspiegels mit einer durch den Krümmungsmittelpunkt O gehenden Ebene, S der leuchtende Punkt, SM ein Lichtstrahl, der in der auf die andere Seite des Einfallslothes Oy fallenden Richtung Mx reflectirt wird, und rückwärts verlängert mit dem Hauptstrahle SO in dem hinter dem Spiegel liegenden Punkte F zusammentrifft, so ist AF die scheinbare Vereinigungsweite der von S kommenden Strahlen, und F der geometrische Ort des Bildes von S. Man findet unter der Voraussetzung, daß die den Convexspiegel treffenden Strahlen nur sehr kleine Winkel mit dem Hauptstrahle bilden, den Ausdruck zur Berechnung der Vereinigungsweite AF $= \alpha$ auf dieselbe Art wie beim Hohlspiegel; es ergibt sich nämlich aus den Dreiecken SMO und MOF;

Fig. 184.



$$a + r : r = m : \varphi, \text{ daher } \varphi = \frac{m\,r}{a + r}$$

und $r - \alpha : r = \sin. m : \sin. (180 - 2m - \varphi) = m : 2m - \varphi$,

oder $r - \alpha : r = m : 2m - \frac{m\,r}{a + r} = 1 : \frac{2a + 2r - r}{a + r}$;

daraus folgt $a\,r = 2\,a\,\alpha + \alpha\,r$ und $\frac{1}{\alpha} = \frac{2}{r} + \frac{1}{a}$, oder

wenn $\frac{2}{r} = p$ gesetzt wird:

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a} \quad (1).$$

Berücksichtigt man, daß hier der Vereinigungspunkt der divergirend auffallenden Strahlen immer hinter den Spiegel fällt, und daher die Vereinigungsweite bezüglich jener bei Hohlspiegeln negativ ist; so kann man auch setzen:

$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{a}\right) \quad (2)$$

ein Ausdruck, den man aus dem bei den Hohlspiegeln abgeleiteten erhält, wenn man berücksichtigt, daß der Hohlspiegel in einen Converspiegel übergeht, wenn man ihn umkehrt, also den Halbmesser negativ nimmt.

Aus der Formel (2) wird ersichtlich, daß für parallel auffallende Strahlen wegen $\frac{1}{a} = 0$

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p} \text{ und } \alpha = -p = \frac{r}{2} \text{ ist}$$

d. h. die Brennweite der Converspiegel, die man imaginäre Brennweite nennt, ist abermals gleich dem halben Krümmungshalbmesser.

Je mehr sich der leuchtende Punkt dem Spiegel nähert, je mehr also a abnimmt, desto kleiner wird auch α; mithin nähert sich auch das Bild dem Spiegel. Die Brennweite ist daher bei den Converspiegeln größer, als jede andere Vereinigungsweite.

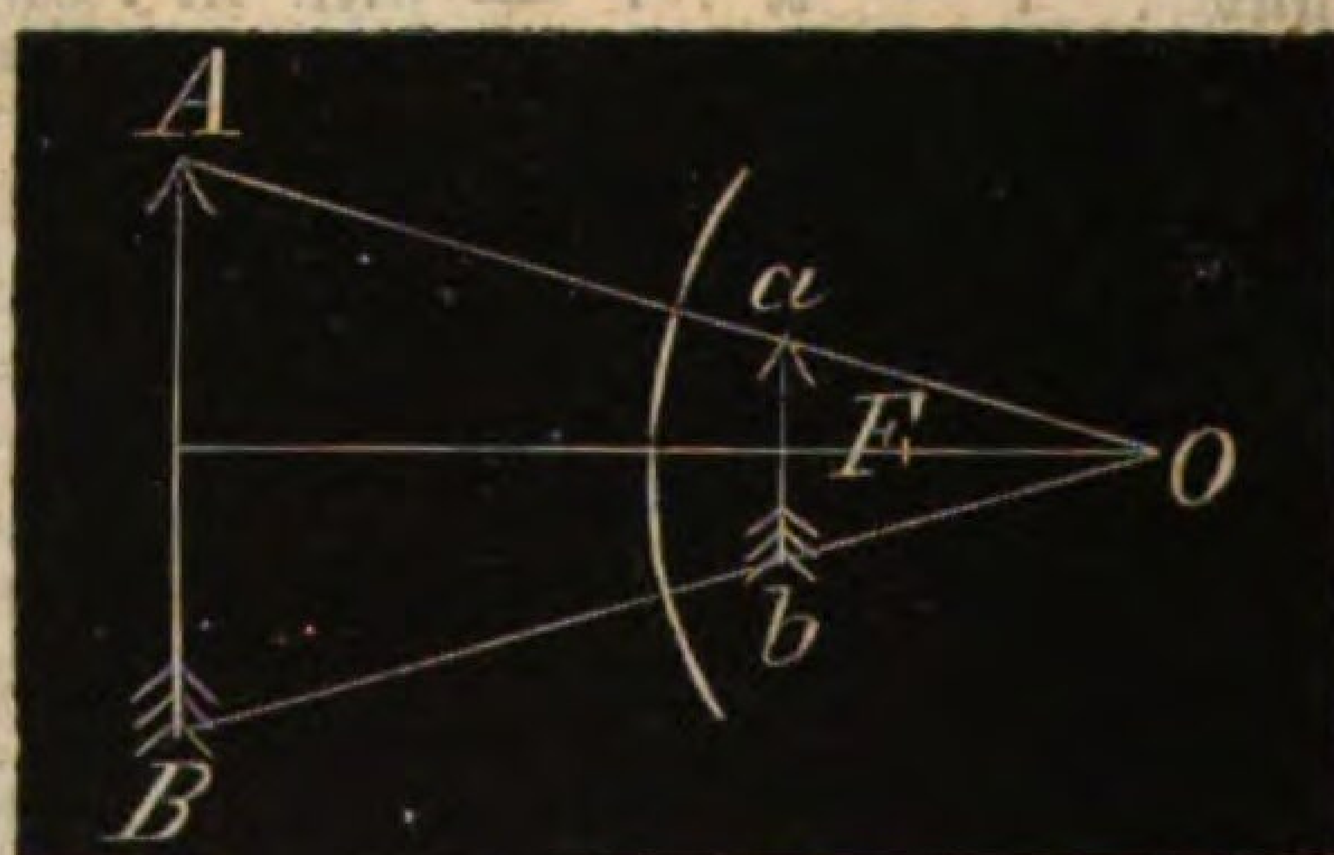
Fallen die Lichtstrahlen auf den Spiegel convergirend auf, jedoch so, daß sie ohne Vorhandensein des Spiegels in einem hinter diesem Spiegel liegenden Punkte sich vereinigen würden; so ist a negativ zu nehmen, wo dann

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p} + \frac{1}{a}$$

und daher drei Fälle zu unterscheiden sind. Entweder ist $a = p$, oder $a > p$ oder $a < p$; im ersten Falle ist $\frac{1}{\alpha} = o$ mithin α unendlich groß; kommen also die convergirenden Lichtstrahlen dergestalt auf den Converspiegel, daß ihr Vereinigungspunkt mit dem Brennpunkte des Spiegels zusammenfällt, so sind die Richtungen derselben nach der Reflexion zu einander parallel. — Im zweiten Falle ist $\frac{1}{a} < \frac{1}{p}$ mithin bleibt α negativ; da jedoch der Rest $\frac{1}{\alpha}$ kleiner, als der Minuendus $\frac{1}{p}$ so ist $\alpha > p$ d. h. die Strahlen werden nach der Reflexion divergirend und vereinigen sich rückwärts verlängert in einem Punkte hinter dem Spiegel, der weiter vom Spiegel entfernt ist, als der imaginäre Brennpunkt. — Im dritten Falle, wo $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$, wird α positiv d. h. die Strahlen erscheinen nach der Reflexion convergirend, so daß sie in einem Punkte vor dem Spiegel sich vereinigen.

2. Ist AB Fig. 185. die Dimension eines ausgedehnten vor einem Converspiegel befindlichen Gegenstandes, AO und BO die den Endpunkten zugehörigen Hauptstrahlen, F der imaginäre Brennpunkt, und a b das aufrecht stehende Bild dieser Dimension; so ist

Fig. 185.



$$\frac{a\,b}{AB} = \frac{2\,p - \alpha}{a + 2\,p}; \text{ da}$$

$$\alpha = \frac{a\,p}{a + p}, \text{ so wird,}$$

wenn man für α den Werth setzt

$$\frac{a\,b}{AB} = \frac{p}{a + p}$$

woraus ersichtlich wird, daß a b immer kleiner erscheint, als AB, und dieß desto mehr, je größer a wird. Kommen die Lichtstrahlen in conver-

girenden Richtungen auf den Convexspiegel, so daß, falls sie durchgehen könnten, ein Bild zwischen dem Spiegel und dem imaginären Brennpunkte entstehen würde, daher $a < p$ ist, und das Bild vor den Spiegel fällt; so erhält die letzte Formel die Form

$$\frac{ab}{AB} = \frac{p}{p - a};$$

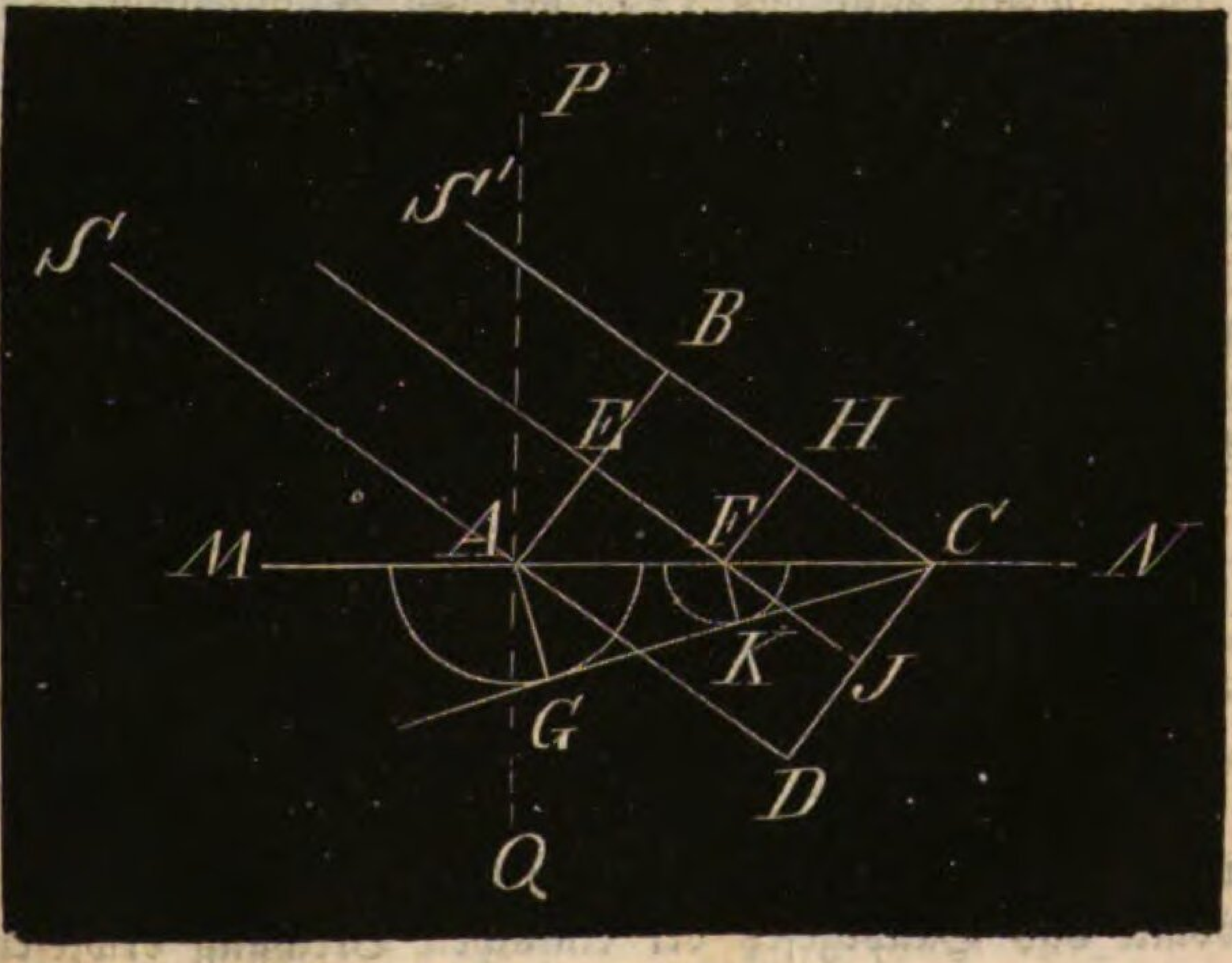
und man ersieht, daß nun das Bild a b größer wird, als der Gegenstand, und in aufrechter Lage sich zeigt.

Auch bei den Convexspiegeln erscheinen die Bilder wegen der sphärischen Abweichung nicht vollkommen deutlich. Man macht von Convexspiegeln selten einen andern Gebrauch, als den, daß man sich derselben zur Abzeichnung von Landschaften oder andern Gegenständen, die man im verkleinerten Maßstabe haben will, bedient.

Cylinderspiegel, bei denen die erhabene Seite die spiegelnde Fläche ist, wirken in der Richtung der Axe wie ebene und in der darauf senkrechten, wie convexe; die Bilder von ausgedehnten Gegenständen erscheinen daher der Höhe nach in ihrer wahren Größe, der Breite nach dagegen verkleinert. — Eben so wirken conische oder Kegelspiegel in der Richtung einer Seite wie ebene, in den zur Grundfläche parallelen Richtungen wie convexe Spiegel, deren Krümmungshalbmesser mit der Entfernung von der Grundfläche beständig abnimmt, daher erscheinen die Gegenstände in ihrer natürlichen Höhe, aber in einer nach oben zu abnehmenden Breite. — Katoptrische Anamorphosen oder Zerrbilder sind Bilder von Gegenständen, welche diese Gegenstände dem freien Auge sehr verzerrt, in unnatürlichen Verhältnissen darstellen, in Cylinder- oder Kegelspiegeln dagegen sie in ihren regelmäßigen Gestalten zeigen.

§. 141. **Entwicklung der Gesetze der einfachen Brechung des Lichtes nach der Undulations-Theorie.** Da in Folge der Anziehung, welche die Molecüle eines Körpers gegen die Aethertheilchen äußern, und deren Stärke bei Mitteln von verschiedener materieller Beschaffenheit verschieden ist, die spezifische Elasticität des Aethers in jedem Mittel eine andere ist, so pflanzen sich die Lichtwellen in jedem mit einer andern Geschwindigkeit fort. Diese Aenderung der Fortpflanzungsgeschwindigkeit hat jedesmal eine Ablenkung des Lichtstrahls von seiner geradlinigen Richtung d. i. eine Brechung desselben zur Folge. Nehmen wir zuerst an, S, Fig. 186., sei ein leuchtender Punkt, von dem Lichtwellen ausgehen, und es kommen die Wellen aus einem leeren Raume, wo freier Aether ist, in ein Mittel, worin der Aether wegen größerer Verdichtung eine geringere spezi-

Fig. 186.



fische Elasticität besitzt; SA und SB seien zwei nahe aneinander liegende Strahlen, so daß man das zwischen ihnen befindliche Wellenstück AB als eine ebene Fläche betrachten kann; könnte sich die Welle in dem neuen Mittel unterhalb MN mit der nämlichen Geschwindigkeit, wie im luftleeren Raume fortpflanzen, so würde AB parallel mit sich fortschreiten, in dem Augenblicke, wo sie den Punkt C trifft, in der zu AB parallelen Lage CD sich befinden, und die von den einzelnen Punkten der Trennungsfläche, wie von A, F ausgehenden Elementarwellen berühren; allein die Fortpflanzungsgeschwindigkeit unterhalb MN ist eine kleinere; daher werden auch die Elementarwellen Wege zurücklegen, die in dem nämlichen Maße abnehmen, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit v im neuen Mittel kleiner ist, als die im leeren Raume, die wir mit V bezeichnen wollen. Heißt x der Weg, welchen die von A ausgehende Welle unterhalb MN in der nämlichen Zeit macht, in der sie oberhalb MN den Weg BC = AD zurücklegt, so ist

$$x : AD = v : V, \text{ und } x = \frac{v}{V} \cdot AD;$$

setzt man das constante, nur von dem Verhältnisse der spezifischen Elasticität in den beiden Mitteln abhängige Verhältniß

$$\frac{V}{v} = n, \text{ so ist } x = \frac{AD}{n}.$$

Beschreibt man um A mit dem Halbmesser x, und um F mit dem Halbmesser $y = \frac{HC}{n} = \frac{FJ}{n}$ u. s. f. Halbkugeln unterhalb MN, so geben diese die Lage der von diesen Punkten ausgegangenen Wellen für den Augenblick an, wo die Hauptwelle in C ankommt. Da alle diese Elementarwellen genau in dem nämlichen Verhältnisse kleiner sind, als die, welche von der CD berührt werden, so wird es auch jetzt eine durch den Punkt C gehende Welle geben, welche die Elementarwellen sämmtlich berührt, deren Theilchen daher sämmtlich aus Theilchen der Elementarwellen von der nämlichen Schwingungsphase bestehen, und die man die gebrochene Welle nennt; sie kann wieder als Ebene angenommen werden, deren Lage man erhält, wenn man von C zu der um A mit dem Halbmesser x beschriebenen Halbkugel eine tangirende Ebene zieht; diese fällt offenbar oberhalb DC, und da die von A und F zu den Berührungspunkten gezogenen Halbmesser der Elementarwellen auf ihr senkrecht stehen, so müssen letztere die Richtungen AG, FK annehmen, also den in A, E . . . errichteten Einfallslothen der Strahlen sich nähern. Da die Halbmesser AG, FK die Fortpflanzungsrichtungen der gebrochenen Welle angeben, so zeigen sie auch die Richtungen an, welche die einfallenden Strahlen SA, SF in dem neuen Mittel annehmen; sie sind somit die gebrochenen Strahlen.

Nun ist $AD = AC \cos. CAD$ und
$AG = AC \cos. CAG$
oder da CAD gleich ist dem Winkel SAM, der mit dem Einfallswinkel SAP = a, 90° bildet, und CAG auch complementär zu dem Brechungswinkel QAG = b ist; so ist

$$AD : AG = \sin. a : \sin. b;$$

und setzt man für AG den Werth, so erhält man: $\sin. a : \sin. b = n : 1$, womit das Hauptgesetz der einfachen Brechung erwiesen ist.

Es ist leicht einzusehen, daß auch in dem Falle, wo die Welle nicht aus einem leeren Raume, sondern aus was immer für einem Mittel kommt und in ein neues Mittel tritt, in welchem sie mit einer geringeren Fortpflanzungsgeschwindigkeit fortschreitet, sie eine ähnliche Wendung erhalten muß, der Strahl wird in solchem Falle immer zum Einfallslothe gebrochen; dagegen geschieht die Brechung vom Einfallslothe, wenn sich die Welle im neuen Mittel mit einer größeren Geschwindigkeit fortpflanzen kann. Der Brechungsexponent n gibt im Allgemeinen das Verhältniß an, in welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwelle in dem Mittel, aus dem sie kommt, zu der in dem Mittel steht, in das sie eintritt.

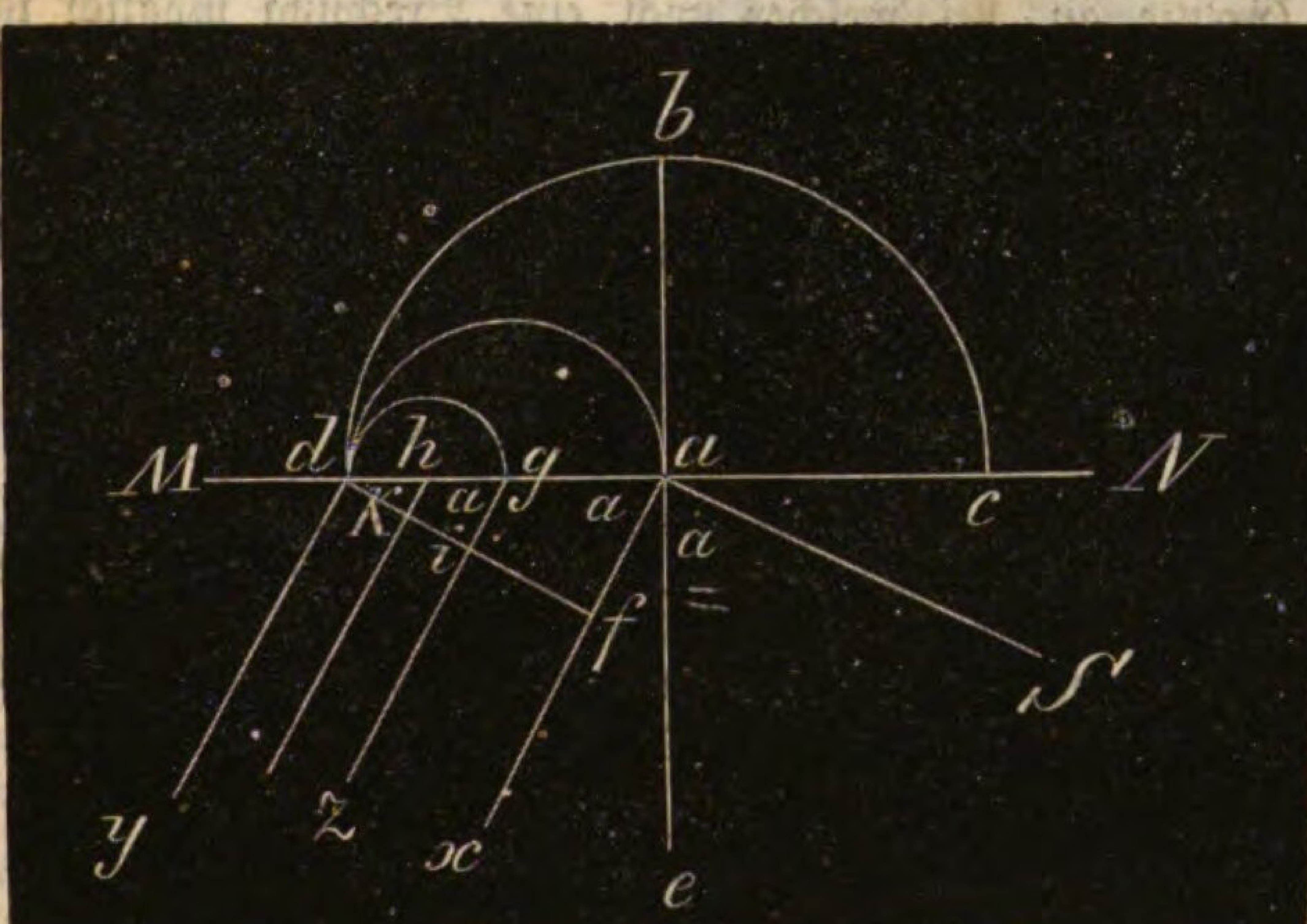
Die von den einzelnen Punkten der Trennungsfläche ausgehenden und in ihren Richtungen von den Richtungen der reflectirten und gebrochenen Lichtstrahlen abweichenden Strahlen schwächen und vernichten sich durch Interferenz.

Fällt ein Strahlenbündel senkrecht auf die Trennungsfläche auf, so geht die zugehörige Welle parallel zu dieser Fläche, so daß alle Punkte derselben gleichzeitig von der Welle getroffen und gleichzeitig Mittelpunkte neuer Wellen werden, so daß die Elementarwellen immer gleich groß, und daher die sie berührende Welle stets parallel zur Oberfläche, folglich der Strahl auf ihr senkrecht bleibt.

Fizeau und Brequet haben durch ein von Arago angeregtes sehr scharfsinniges Verfahren dargethan, daß sich das Licht durch Wasser, das bekanntlich die Strahlen zum Einfallslothe bricht, wirklich langsamer fortpflanzt, als durch die Luft.

2. Betrachten wir den Fall, wo die Lichtwelle aus einem Mittel, worin sie mit der Geschwindigkeit v, Fig. 187., fortschreitet, in ein anderes,

Fig. 187.



oberhalb MN befindliches tritt und daselbst mit der größeren Geschwindigkeit V fortgeht; es sei in diesem Falle

$$\frac{\sin. a}{\sin. b} = n = \frac{v}{V}.$$

Nehmen wir an, ein Lichtstrahl S a falle auf MN unter einem solchen Einfallswinkel auf, daß die ihm zugehörige Lichtwelle a x während der Zeit, in welcher die in a entstandene und in dem leeren Raume ober-

halb MN kugelförmig fortschreitende Welle die Lage d b c annimmt, in dem Mittel unterhalb MN von der Lage a x in die parallele Lage d y kommt und daher den Weg d f zurücklegt, den man erhält, wenn man von d auf a x eine Senkrechte d f fällt. Offenbar ist in diesem Falle der Winkel d a f = a, und

$$\frac{d\,f}{a\,d} = \frac{v}{V} = n = \sin.\ a;$$

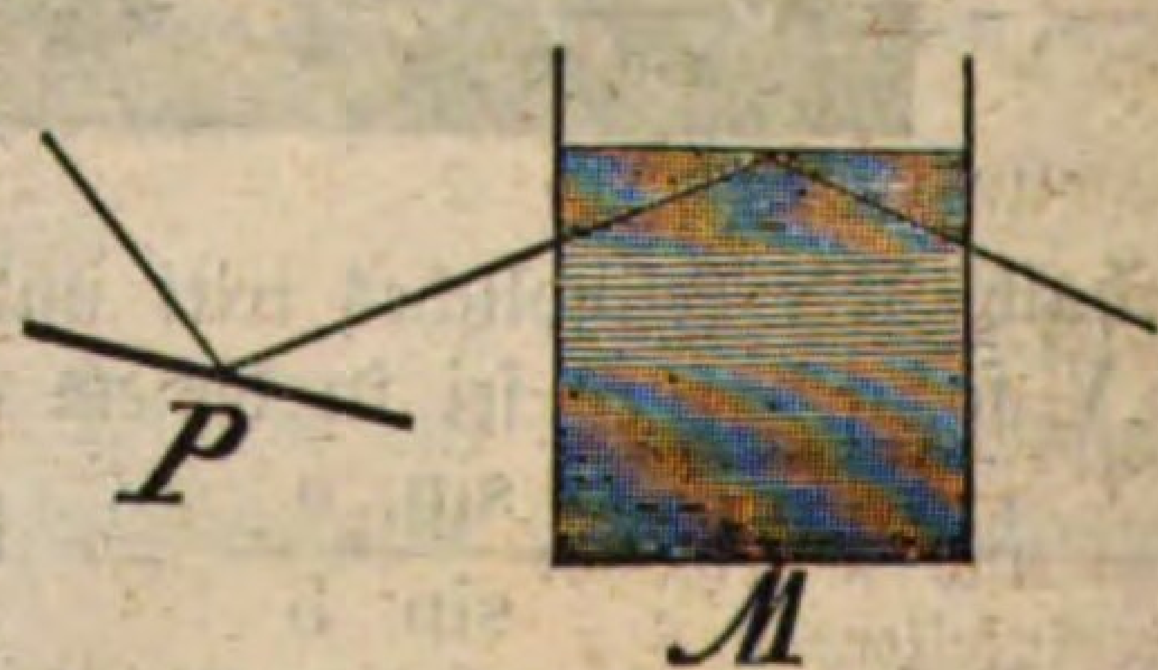
mithin $\sin.\ b = 1$ und $b = 90^{\circ}$.

Ist g die Mitte zwischen d und a, so wird der Halbmesser der von g ausgegangenen Elementarwelle in dem Momente, wo a x den Punkt d erreicht, halb so groß sein, als a d, und der Halbmesser der von h d. i. der Mitte zwischen d und g ausgegangenen Welle in demselben Augenblicke nur halb so groß sein, als d g; daher kommen in dem Augenblicke, wo die Welle a x in d anlangt, alle an den zwischen d und a liegenden Punkten entstandenen Elementarwellen, zugleich in d an, und da diese Elementarwellen sich an keinem andern Punkte durchschneiden; so entsteht nur eine längs der Trennungsfläche MN der beiden Mittel fortschreitende Welle, und es geht, außer dem längs a d sich fortpflanzenden Lichte scheinbar kein Licht in den leeren Raum über, indem die Elementarwellen für sich keinen bemerkbaren Lichteindruck zu erzeugen vermögen.

Demnach tritt in dem angenommenen Falle der Lichtstrahl S a in der Richtung a M heraus und der Brechungswinkel ist wirklich ein rechter; der Einfallswinkel, dessen Sinus gleich ist dem Brechungsexponenten, gibt dann die Grenze an, bei welcher noch eine Brechung möglich ist; überschreitet der Einfallswinkel diese Grenze, so liegen, wie man sich leicht durch die Zeichnung überzeugt, die Elementarwellen über der Oberfläche so in einander, daß keine mehr die andere berührt, und daher in keiner Richtung mehr über MN ein wirksamer Lichtstrahl wahrgenommen wird; aber der reflectirte Antheil von S a erscheint stärker, als bei kleineren Einfallswinkeln, weshalb man glaubte, daß in diesem Falle alles Licht reflectirt wird, und nannte diesen Vorgang totale Reflexion.

Die Grenze des Einfallswinkels beim Uebergange eines Lichtstrahls aus dem Wasser in die Luft beträgt 48° 27′ 40″; dieser Winkel ist zugleich der Brechungswinkel für den Fall, daß ein Lichtstrahl aus der Luft ins Wasser nahe unter dem Winkel von 90° eintritt. — Füllt man ein weites cylindrisches Glasgefäß M Fig. 188. mit Wasser, das man mit Kreidepulver getrübt hat, und leitet mittelst eines Planspiegels P in einem verfinsterten Zimmer directes Sonnenlicht in recht schiefer Richtung gegen die Oberfläche der Flüssigkeit, so wird es entweder längs der Oberfläche fortgehen, oder nach abwärts reflectirt werden; das Licht erleuchtet die Kreidetheilchen, und macht auf solche Art den Weg, den es nimmt, sichtbar.

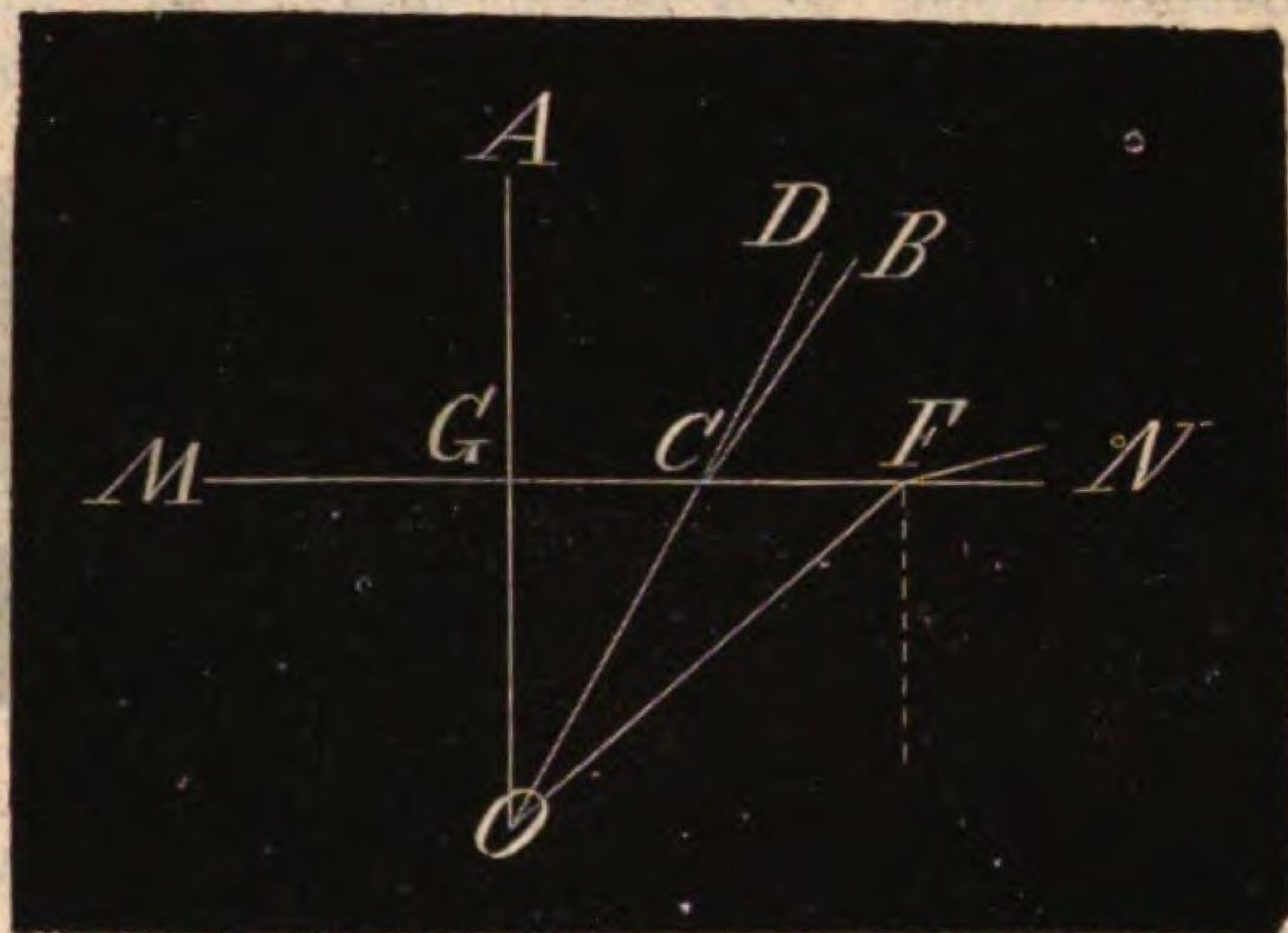
Fig. 188.



Ein Taucher in O unter der Oberfläche eines stillstehenden Wassers sieht nur den Punkt A, der in der durch O gehenden Vertikalen liegt, an seinem wahren Orte; jeden anderen Punkt, z. B. B, dessen schief auffallender Strahl BC nach CO gebrochen wird, sieht er höher in D, und alle

über dem Wasser befindliche Gegenstände bis zum Horizonte herab erscheinen ihm innerhalb einer kreisförmigen Oeffnung, deren Halbmesser GF Fig. 189. er unter dem Winkel GOF $= 48^\circ\, 27'\, 35''$ erblickt. Die dem Horizonte nahe liegenden Gegenstände sieht er sehr verzerrt, und vorzüglich in der Richtung der Höhe sehr zusammengezogen.

Fig. 189.



Ist n das Brechungsverhältniß für den Fall, wo das Licht aus dem Körper M in den Körper N tritt, so gibt n an, wie vielmal die Geschwindigkeit des Lichtes in M größer ist als in N; bezeichnet n' das Brechungsverhältniß, wenn das Licht aus M in den Körper P tritt, so ist die Geschwindigkeit in M n' mal größer, als in P. Sind V, v, v' die Geschwindigkeiten des Lichtes in M, N und P, so ist $V = n\, v$, und $V = n'\, v'$, mithin

$$n\, v = n'\, v', \text{ und } \frac{v}{v'} = \frac{n'}{n}.$$

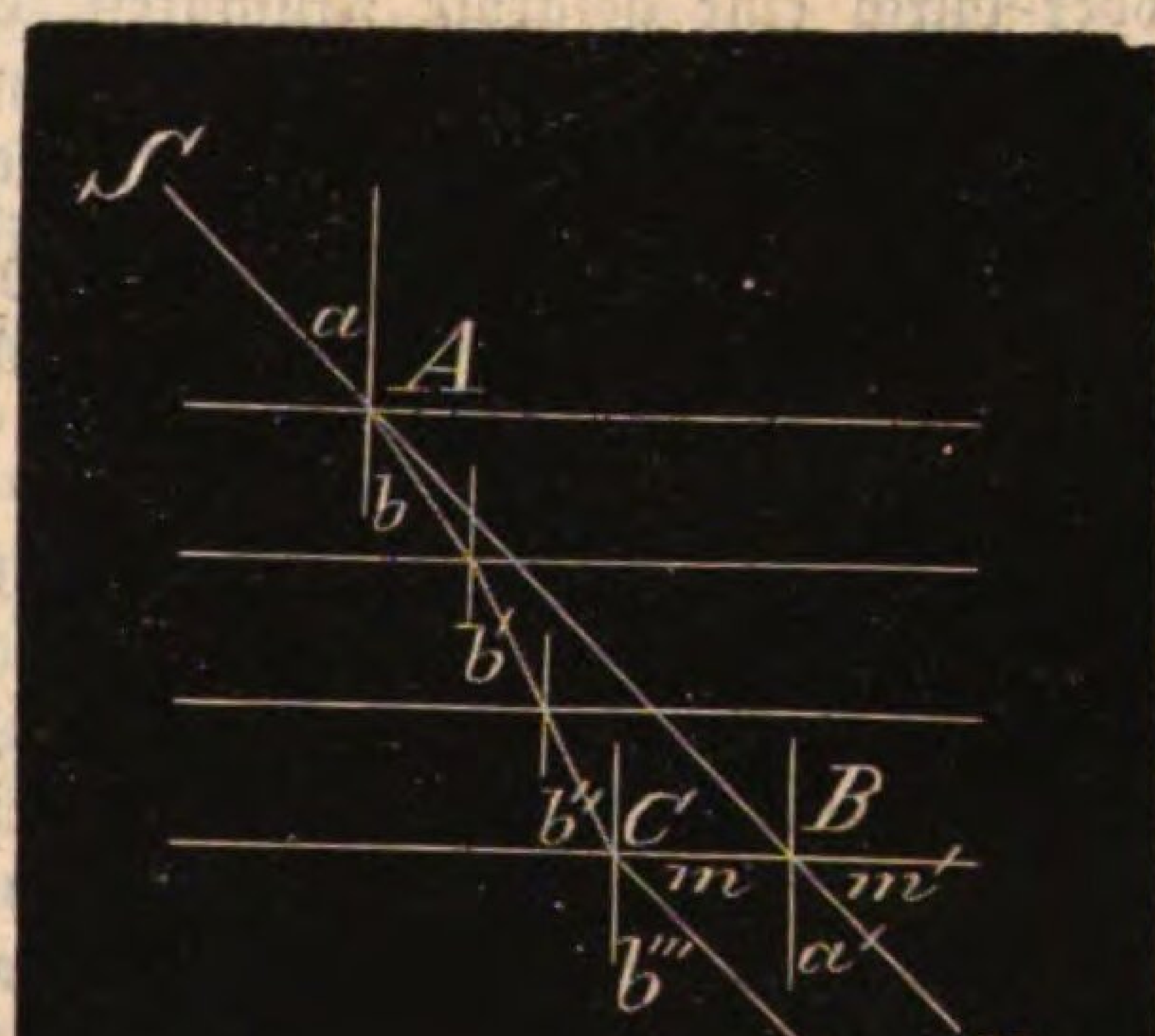
Heißt a Fig. 190. der Einfallswinkel eines aus N in P eintretenden Lichtstrahls und b der Brechungswinkel, so ist

$$\frac{\sin.\ a}{\sin.\ b} = \frac{v}{v'}, \text{ mithin}$$

$$\text{auch } \frac{\sin.\ a}{\sin.\ b} = \frac{n'}{n};$$

man findet also das Brechungsverhältniß für den Uebergang des Lichtes aus N in P, wenn das von einem dritten Körper M zu N, und von M zu P bekannt ist, indem man das letztere durch das erstere dividirt.

Fig. 190.



Geht ein Lichtstrahl SA durch drei verschiedene Mittel M, N, P, deren Trennungsflächen parallele Ebenen sind, und sind n, n', n'' die Brechungsverhältnisse des Lichtes, welches aus der atm. Luft in M, N, P übergeht, so ist:

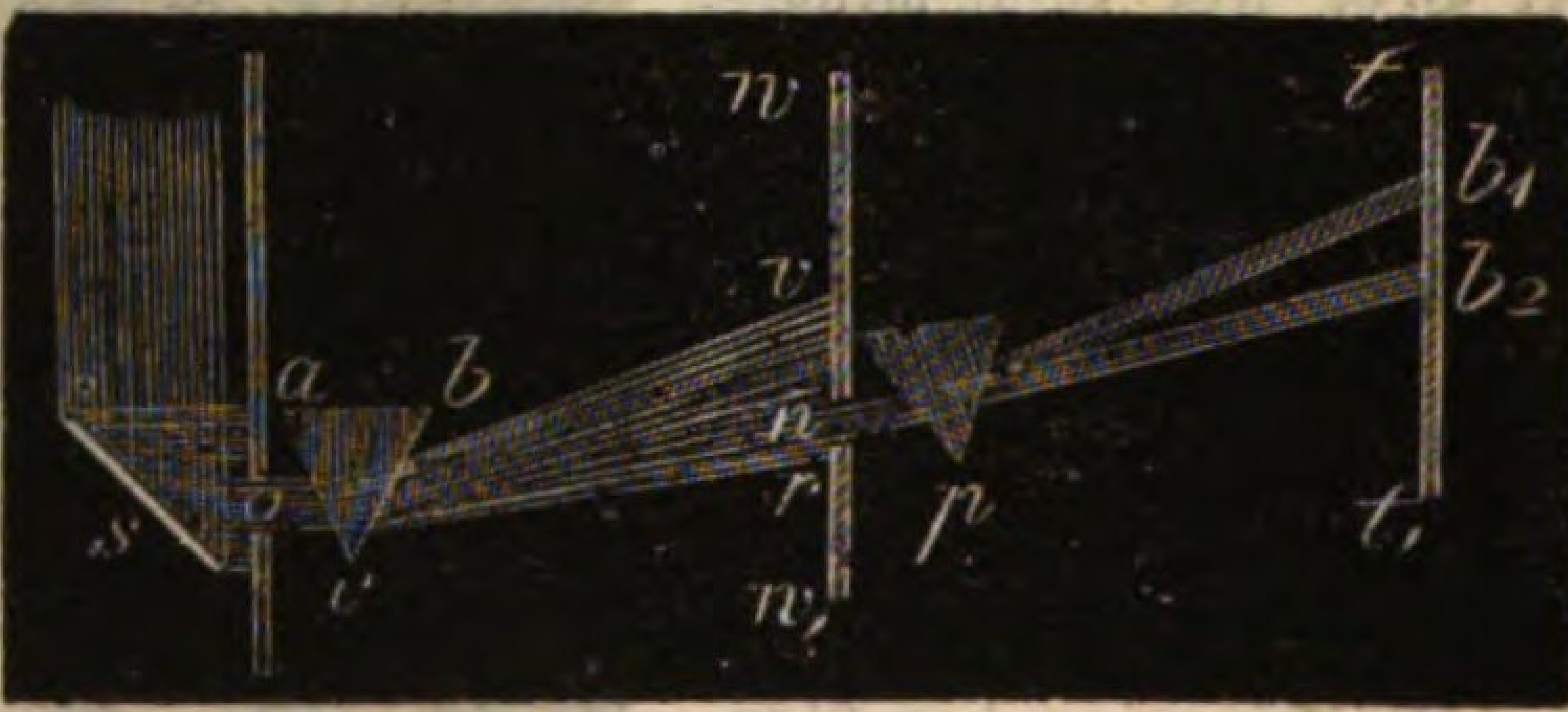
$$\frac{\sin.\ a}{\sin.\ b} = n,\ \frac{\sin.\ b}{\sin.\ b'} = \frac{n'}{n},\ \frac{\sin.\ b'}{\sin.\ b''} = \frac{n''}{n'},\ \frac{\sin.\ b''}{\sin.\ b'''} = \frac{1}{n''};$$

multiplicirt man diese vier Gleichungen mit einander, so erhält man $\frac{\sin.\ a}{\sin.\ b'''} = 1$, folglich $\sin.\ a = \sin.\ b'''$, und da die Winkel spitzig sind, auch $a = b'''$. Verlängert man den einfallenden Lichtstrahl SA, nach AB x, errichtet in B eine Senkrechte; so ist offenbar $a = a'$, mithin $a' = b'''$, daher sind auch ihre complementären Winkel m und m' einander gleich, und somit der austretende Strahl C y parallel zu dem einfallenden S x.

§. 142. Farbenzerstreuung. In der Experimentalphysik §. 201 wurde bereits angegeben, daß die Strahlen des Farben-Spectrums die

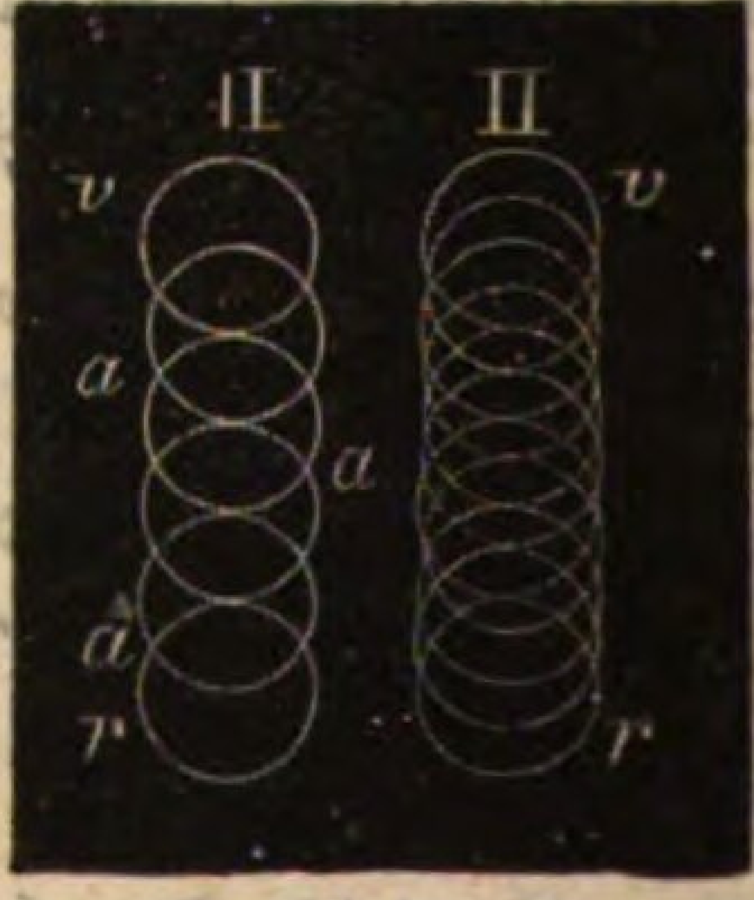
Eigenschaft, eine bestimmte Farbenempfindung zu erzeugen, durch eine neue Brechung nicht mehr verlieren, und auch nicht mehr in andere verschiedenfarbige Theile zerlegt werden. Davon überzeugt man sich, wenn man das Farbenbild auf eine weiße Tafel, wie Fig. 191., fallen läßt, in welcher eine kleine kreisrunde Oeffnung n angebracht ist; durch diese Oeffnung gehen die Strahlen derjenigen Farbe, die darauf fällt, hindurch, und werden, wenn sie mit einem zweiten gehörig gestellten Prisma p aufgefangen werden, wohl von ihrer Richtung abgelenkt, und zwar desto stärker, je brechbarer sie sind, aber sie erleiden bezüglich ihrer Farbe keine weitere Veränderung. — Die Zerstreuung erfolgt nur in der Ebene, in welcher das Licht gebrochen wird, indem das Spectrum die nämliche Breite hat, wie das Sonnenbild, das in der nämlichen Entfernung auf der Tafel erscheint, wenn es durch kein Prisma geleitet wird.

Fig. 191.



Um die Begrenzung des prismatischen Farbenbildes zu begreifen, leite man das Licht, bevor es das Prisma trifft, durch ein gefärbtes Glas oder durch eine gefärbte Flüssigkeit, die nur eine Farbengattung durchläßt; man wird auf der weißen Tafel immer ein kreisrundes Sonnenbild von der Farbe der durchgelassenen Strahlen wahrnehmen, und zieht hieraus den Schluß, daß Strahlen von der nämlichen Brechbarkeit ein vollständiges kreisrundes Sonnenbild geben, dessen Lage auf der Tafel sich mit der Brechbarkeit des Lichtes ändert, so daß, wenn der brechende Winkel nach abwärts gekehrt ist, das orangegelbe Bild über dem rothen, das gelbe über dem orangefarbigen liegt u. s. f., wobei sie sich theilweise decken und ein längliches Farbenbild entsteht. Dieses kann nicht etwa nur aus 6 verschiedenfarbigen Strahlen bestehen; denn, wäre dieß der Fall, so müßten die über einander befindlichen und sich theilweise deckenden kreisförmigen Sonnenbilder an den Seiten kreisförmig gebogene Einschnitte zeigen, wie aus der Fig. 192. zu ersehen ist; allein das Farbenbild ist an den Seiten von geraden Linien begrenzt, was nur dann möglich ist, wenn die Anzahl der kreisförmigen Sonnenbilder unendlich groß ist; denn vermehrt man die Zahl der Bilder bedeutend, so verschwinden die Einschnitte an der Seite gänzlich, wie man es deutlich an der Figur II sieht. Hieraus folgt, daß das directe weiße Sonnenlicht aus unzählig vielen Strahlen, deren jeder eine andere Brechbarkeit besitzt, zusammengesetzt ist. Jeder Strahl erzeugt eine seiner Brechbarkeit entsprechende Farbenempfindung; daher sollte unser Auge im Spectrum unendlich viele Farben wahrnehmen, allein da es einen Unterschied in der Farbe erst bei einem größeren Unterschiede der Brechbarkeit zu bemerken vermag, so unterscheiden wir im Spectrum nur 6 Hauptfarben, sind

Fig. 192.



aber doch auch im Stande, in jedem Farbenantheile viele Abstuffungen der nämlichen Farbe wahrzunehmen.

Die Lichtstrahlen, die von einem Punkte des Spectrums, das man durch Zerlegung des directen Sonnenlichtes mittelst eines Prisma erhält, in unser Auge kommen, sind nicht sämmtlich von der nämlichen Brechbarkeit, mithin das Spectrum nicht homogen; dieß ist schon aus dem Umstande zu ersehen, daß das Spectrum nur ein Aggregat von verschiedengefärbten und sich theilweise deckenden Sonnenbildern ist. — Eine andere Ursache der Ungleichartigkeit der in einem Punkte des Spectrums zusammentreffenden Strahlen liegt in der Größe der Oeffnung im Fensterladen, durch die das directe Sonnenlicht auf das Prisma geleitet wird; durch diese Oeffnung tritt immer ein aus sehr vielen parallelen Strahlen bestehendes Lichtbündel ein; jeder dieser Strahlen wird zerlegt und erzeugt ein Farbenbild, welches auf der Tafel einen gewissen Raum einnimmt. Indem die Farbenbilder der einzelnen Lichtstrahlen nicht denselben Raum einnehmen, da die der höher durch die Oeffnung gehenden Strahlen auch höher liegen, als die der tiefer im Bündel befindlichen; so müssen sie sich theilweise decken, so daß an dieselbe Stelle der Tafel Strahlen fallen, die verschiedenen Theilen der Spectra angehören, somit eine verschiedene Brechbarkeit besitzen. — Die gewöhnlichen Prismen enthalten viele Streifen und Bläschen, die das Licht unregelmäßig zerstreuen, und dadurch veranlassen, daß sich an einer Stelle des Spectrums Strahlen mit einander mengen, die verschiedenen Theilen desselben angehören, somit von ungleicher Brechbarkeit sind.

Um ein möglichst reines Spectrum zu erhalten, muß man möglichst reine Glasprismen anwenden, die Lichtstrahlen nahe an der Kante durchleiten, weil sie da nur einen dünnen Theil der Materie durchlaufen und weniger Streifen und Bläschen antreffen; bevor man die Strahlen auf das Prisma fallen läßt, fängt man sie mit einer Sammellinse auf, und erhält im Brennpunkte ein sehr kleines Sonnenbild, die von diesem Bilde ausgehenden Lichtstrahlen läßt man erst auf eine Tafel mit einer sehr kleinen Oeffnung auffallen, hinter der das Prisma aufgestellt ist. Hat das Prisma einen hinreichend großen brechenden Winkel, und steht die weiße Tafel ziemlich weit vom Prisma; so erscheint das Farbenbild lang genug, um es in allen einzelnen Theilen, die immer einen hohen Grad der Gleichartigkeit besitzen, untersuchen zu können. Nach der Undulationstheorie ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der mehr brechbaren Strahlen kleiner, als der minder brechbaren, also ist sie bei den violetten am kleinsten, bei den rothen am größten; die Wellen des violetten Lichtes haben die kleinste Länge, die des äußersten rothen dagegen die größte. Die Lichtwelle des weißen Lichtes zerfällt bei der Farbenzerstreuung in Wellen von verschiedener Länge, deren jede im brechenden Mittel mit einer andern Geschwindigkeit fortschreitet. Cauchy hat bewiesen, daß in der That die Geschwindigkeit der Fortpflanzung auch von der Wellenlänge abhänge, sobald die Molecüle so gelagert sind, daß ihre gegenseitigen Abstände ein merkliches Verhältniß zur Wellenlänge haben.

§. 143. Homogenes Farbenbild. Um ein solches zu erhalten, leitet man directes Sonnenlicht durch eine schmale, rechteckige im Fensterladen angebrachte Spalte, oder was noch zweckmäßiger ist, man leitet es zuerst auf einen halben vertikal stehenden Glascylinder, der es zu einer Lichtlinie vereinigt, und hierauf erst durch eine enge Spalte auf ein in einem verfinsterten Zimmer befindliches reines Prisma, dessen Kante zu der Spalte parallel, somit auch vertikal steht; die gleich brechbaren, aber verschiedenen Strahlen des auffallenden Lichtbündels zugehörigen Theile er-

leiden beim Durchgange durch das Prisma die nämliche Ablenkung, und treten somit eben so, wie sie auffallen, in parallelen Richtungen heraus, weshalb sie durch das Objectiv eines achromatischen Fernrohres, mit dem man sie auffängt, in der Brennweite zu einer mit der Spalte parallelen Linie vereinigt werden; da jedoch die Strahlen von verschiedener Brechbarkeit in verschiedenen Richtungen aus dem Prisma austreten, und daher auch in verschiedenen Richtungen das Objectiv treffen, so fallen die vertikalen Lichtlinien, die jede Strahlengattung bildet, neben einander und zwar in die nämliche Entfernung vom Objectiv, da dieses achromatisch ist, und daher die Brennweite für Strahlen jeder Brechbarkeit gleich groß ist. Auf diese Art entsteht ein horizontal liegendes Farbenbild, das vollkommen homogen ist, indem in jeder vertikalen Linie desselben nur Strahlen einer Brechbarkeit vorkommen. An diesem homogenen Farbenbilde nimmt man merkwürdige Eigenschaften wahr, wenn man es mit einem stark vergrößernden Oculare ansieht, dieses aber, bevor das Prisma vor das Objectiv aufgesetzt wird, so einstellt, daß die Spalte scharf und deutlich erscheint; es ist

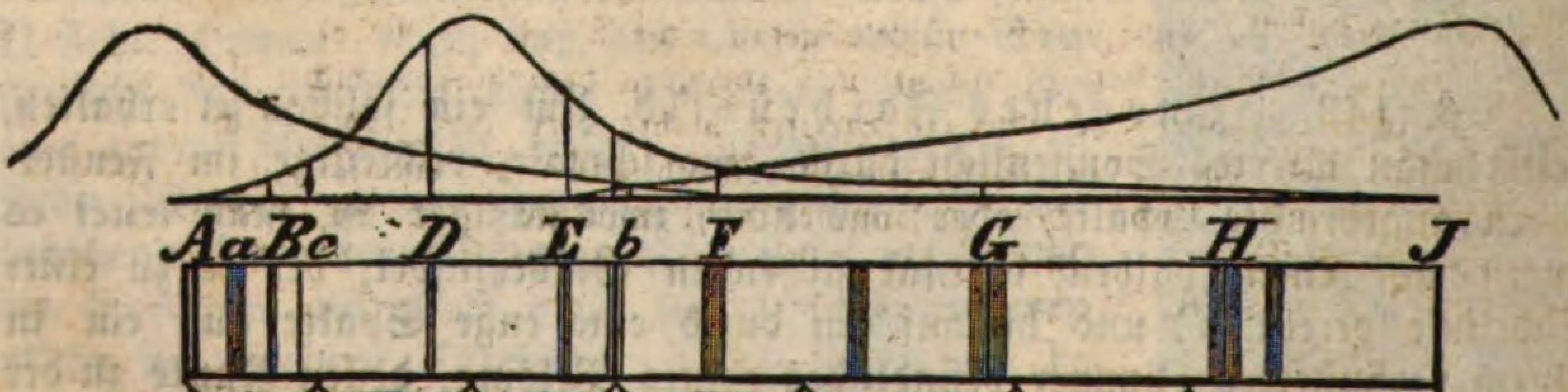
a) von unzählig vielen dunklen und mehreren völlig schwarzen, vertikalen Streifen durchschnitten, die auf eine unregelmäßige Art im Spectrum vertheilt, und verschieden breit sind, die dickeren lösen sich bei stärkeren Vergrößerungen in zwei oder mehrere Linien auf. Hieraus folgt, daß in der Reihenfolge der ungleich brechbaren Strahlen des weißen Lichtes vom äußersten Roth bis zum äußersten Violett keine vollkommene Stetigkeit herrsche, sondern daß Strahlen von gewissen Graden der Brechbarkeit gänzlich fehlen, weshalb an den Stellen des Spectrums, wo sie erscheinen sollten, dunkle Linien entstehen. Diese dunklen Linien heißen nach ihrem Entdecker Fraunhofer'sche Linien.

b) Die dunklen Linien liegen immer in einerlei Theilen des Spectrums, und so lange man sich nur des Sonnenlichtes bedient, erscheint das Verhältniß ihrer gegenseitigen Abstände, so wie die Ordnung ihrer Aufeinanderfolge unabhängig von dem brechenden Winkel und von der materiellen Beschaffenheit des Prisma; daraus läßt sich schließen, daß sie dem Spectrum des ungetrübten Sonnenlichtes eigen sind.

c) Man beobachtet einen auffallenden Unterschied in der Intensität der verschiedenen Theile des Spectrums; am intensivsten sind die zwischen Gelb und Orange befindlichen, am schwächsten die violetten Strahlen.

Die Fig. 193. stellt ein mit einem Flintglasprisma hervorgebrachtes Spectrum vor, bei dem in A die Strahlen der geringsten Brechbarkeit vorkommen;

Fig. 193.



die mit den großen Buchstaben B, C, D, E, F, G, H bezeichneten dunklen Linien sind die hervorragendsten und daher am leichtesten erkennbar; die auf MN bis

zu der krummen Linie MJN errichteten Senkrechten geben nach Fraunhofer's Messungen das Verhältniß der Lichtintensitäten der unterhalb befindlichen Stellen des Farbenbildes an; die krumme Linie W, deren Ordinaten über A am größten sind, gibt auf die nämliche Art die Intensität der Wärmewirkung, und die dritte rechts die Intensität der chemischen Wirkung des Spectrums an.

Beim Auf- und Untergange der Sonne verschwinden die blauen und violetten Strahlen, und die Zahl der dunklen Linien wird größer. — Man kann mittelst einer achromatischen Linse von großer Brennweite, die hinter dem Prisma aufgestellt ist, die dunklen Linien auf einem Schirme sichtbar machen.

d) Die Farbenzerstreuung, die Anordnung und Beschaffenheit der dunklen Linien im homogenen Lichte ist beim Sonnenlichte anders, als bei anderen Lichtquellen. Es gibt auch selbstleuchtende Körper, welche nur homogenes Licht ausstrahlen, so daß das Spectrum nur einfarbig erscheint.

So sind beim electrischen Lichte hellglänzende Linien zu sehen; im Spectrum vom gewöhnlichen Kerzenlichte sieht man zwischen Roth und Gelb einen lichten Streifen, und einen schwächeren im Grün; bei Fixsternen von völlig weißem Lichte sind die dunklen Linien nicht dieselben; überhaupt bietet jede Lichtquelle ein Spectrum mit einem eigenthümlichen Systeme von Streifen, welches, da es unverändert bleibt, zur Unterscheidung einer Lichtquelle von einer andern dienen kann.

Nach Talbot bekommt man ein homogenes gelbes Licht, wenn man auf den Docht einer Weingeistflamme ein Stück Kochsalz legt, und darauf Sauerstoffgas leitet; aber auch ohne diesen Strom von Sauerstoffgas ist das Licht fast homogen gelb, jedoch minder intensiv. In Farbenbildern, welche unvollkommen brennende Körper liefern, ist Gelb vorherrschend. Leitet man Sonnenlicht durch ein Glasgefäß mit parallelen Wänden, das mit einer Auflösung von Kupfervitriol gefüllt ist, der man so lange Ammoniak zusetzt, bis der anfängliche Niederschlag sich wieder auflöset, so erhält man homogenes blaues Licht.

Betrachtet man die rothe Strontianflamme durch ein Prisma, so sieht man nebst einem orangenfarbigen und einen hellblauen Streifen eine große Anzahl von rothen durch dunkle Zwischenräume von einander getrennten Streifen; das Spectrum von der rothen Lithionflamme ist durchaus roth.

Wheatston fand, daß das Farbenspectrum des electrischen Funkens von der Beschaffenheit des Metalls abhängt, aus dem er gezogen wird, so daß man aus der Farbe und der Anordnung der dunklen Linien die Beschaffenheit des Metalls erkennen kann; die Erscheinungen des electrischen Funkens sind im luftleeren Raume dieselben, wie in der Luft, daher entstehen sie nicht in Folge eines Verbrennungsprocesses.

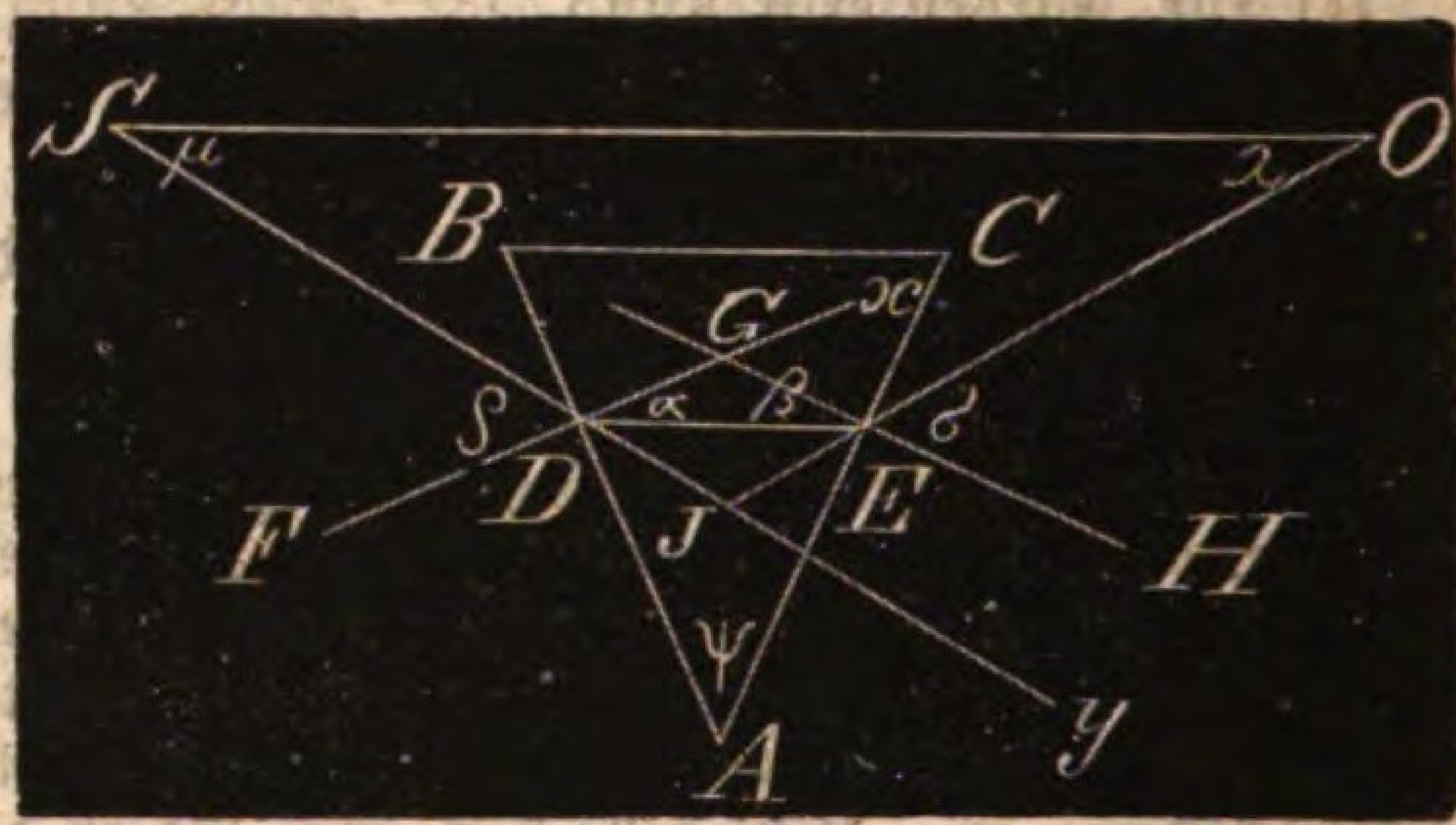
Die Fraunhofer'schen dunklen Linien im homogenen Spectrum sind wohl nur dem Umstande zuzuschreiben, daß gewisse Strahlenarten beim Durchgange durch die Atmosphäre in dieser absorbirt werden; denn leitet man das Sonnenlicht durch eine Schichte von salpetrigsaurem Gas, hierauf durch ein Prisma, und betrachtet das Spectrum durch ein Fernrohr, so sieht man es von unzählig vielen dunklen Linien durchschnitten. Geht das Licht durch ein Glasgefäß (mit parallelen Wänden), in dem man Jod allmälig erwärmt hat, so nimmt man zuerst in dem blauen Lichte nahe am violetten gleich weit abstehende schwarze Streifen wahr, wird der Dampf dichter, so sieht man sie in allen Theilen des Spectrums, im Roth näher bei einander als im Violett; bei einer gewissen Dichte des Joddampfes sieht man nur noch etwas Roth mit sehr viel dunklen Linien. — Offenbar in allen diesen Fällen, ist es das Mittel, welches Strahlen von gewisser Brechbarkeit absorbirt.

§. 144. Ablenkung, die ein Lichtstrahl bei seinem Durchgange durch ein Prisma erfährt. Man versteht in der Optik unter einem Prisma ein jedes durchsichtige brechende Mittel, an welchem zwei

ebene, einen Winkel einschließende Flächen vorkommen; die grade Linie, in welcher sich diese Flächen oder ihre Erweiterungen schneiden, heißt die **Kante**, der Winkel, den sie einschließen, der **brechende Winkel**, und jeder auf die Kante senkrecht geführte Schnitt ein **Hauptdurchschnitt** des Prisma.

Es sei SD Fig. 194. der einfallende Strahl, SDF = ρ der Einfallswinkel, GDE = α der Brechungswinkel an der Vorderfläche, DEG = β der Einfalls- und OEH = σ der Brechungswinkel an der Hinterfläche, und BAC = ψ der brechende Winkel des Prisma; verlängert man sowohl den einfallenden als den austretenden Strahl, so gibt der Winkel O J y, den sie einschließen, die Größe der Ablenkung, welche das Prisma in der Richtung des einfallenden Strahls bewirkt; dieser Winkel O J y = D ist ein äußerer Winkel des Dreiecks DJE, somit

Fig. 194.



$$D = \rho - \alpha + \sigma - \beta = \rho + \sigma - (\alpha + \beta);$$

nun ist in der vierseitigen Figur DGEA

$$\psi + DGE = 180^0 \text{ und } x\,GE + DGE = 180^0, \text{ mithin}$$

$$\psi = x\,GE = \alpha + \beta, \text{ folglich}$$

$$D = \rho + \sigma - \psi \;(1).$$

Diese Ablenkung D erhält ihren kleinsten Werth, sie wird ein Minimum, wenn der Einfallswinkel ς dem Austrittswinkel σ gleich, daher auch $\alpha = \beta$ wird *); bezeichnen wir mit d dieses Minimum der Ablenkung, so hat man:

$$d = 2\rho - \psi, \text{ und } \rho = \frac{d + \psi}{2},$$

ferner $\psi = 2\alpha$, mithin $\alpha = \frac{\psi}{2}$.

Da nun $\frac{\sin.\, \varsigma}{\sin.\, \alpha} = n$, so ist auch

$$n = \frac{\sin. \frac{(d + \psi)}{2}}{\sin. \frac{\psi}{2}} \;(2).$$

Dieser Ausdruck (1) ist ganz vorzüglich geeignet, den Brechungsexponenten zu berechnen, wenn die Werthe von d und ψ bekannt sind. Der Ablenkungswinkel OJy ist aber auch ein äußerer Winkel des Dreieckes SOJ mithin d = $\mu + \lambda$, und daher

*) Einen einfachen elementaren Beweis dieses Satzes findet man in meiner Lehre vom Lichte §. 40.

$$n = \frac{\sin. \frac{(\mu + \lambda + \psi)}{2}}{\sin. \frac{\psi}{2}} \quad (3).$$

Ist der Lichtpunkt S sehr weit entfernt, mithin der Strahl SO parallel zu dem Strahl SD, so ist $\mu = o$, $d = \lambda$, mithin

$$n = \frac{\sin. \frac{(\lambda + \psi)}{2}}{\sin. \frac{\psi}{2}} \quad (4).$$

Wenn der brechende Winkel eines Prisma vergrößert wird, während ρ, α ungeändert bleiben, so muß, da $\alpha + \beta = \psi$, auch der Winkel β um eben so viel als ψ, und wegen $\sin. \sigma = n \sin. \beta$, der Austrittswinkel σ in einem viel stärkeren Verhältnisse, als ψ wachsen, folglich, wie die Gleichung (1) ersichtlich macht, der Ablenkungswinkel D größer werden.

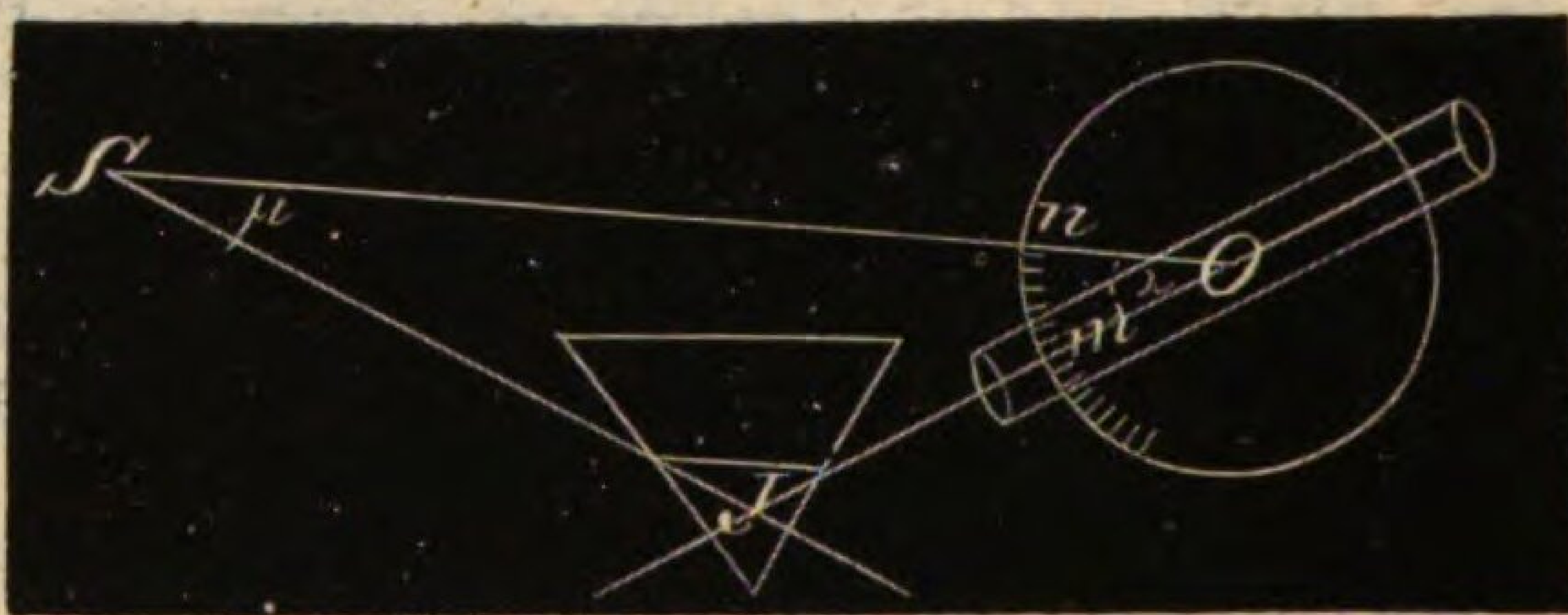
Man kann dem Prisma leicht jene Lage geben, bei welcher die Ablenkung eines durchgehenden Lichtstrahls ein Minimum wird; wenn man die Kante des Prisma's horizontal stellt, den brechenden Winkel nach abwärts kehrt, und das Auge so hält, daß man einen auf schwarzem Papier befindlichen Punkt durch das Prisma und zugleich mit dem freien Auge sehen kann; durch das Prisma sieht man den Punkt um den Ablenkungswinkel tiefer, als mit dem freien Auge. Man dreht nun das Prisma um seine Achse langsam nach der Richtung, bei welcher sich das durch das Prisma gesehene Bild dem Gegenstande nähert, bis man wahrnimmt, daß seine Lage einige Augenblicke beim Drehen ungeändert bleibt; diese Lage ist die, bei welcher die Ablenkung ein Minimum ist; denn man überzeugt sich bald, daß bei weiter fortgesetzter Drehung das Bild sich vom Gegenstande zu entfernen beginnt.

§. 145. Bestimmung des Brechungsverhältnisses der durchsichtigen Körper.

1. Man schleift aus dem festen, durchsichtigen Körper, dessen Brechungsverhältniß bezüglich der Luft man erfahren will, ein kleines dreiseitiges Prisma mit möglichst ebenen Flächen, und leitet (nach Fraunhofer's Methode) durch eine vertikale, enge aber hoch liegende und hinreichend weit entfernte Spalte Licht in ein verfinstertes Zimmer; das Prisma ist auf einer drehbaren horizontalen Scheibe so aufgestellt, daß seine Kante zur Spalte parallel, also vertikal steht. Das aus dem Prisma austretende Licht fängt man mit einem nahe an dem Prisma befindlichen Fernrohre auf, welches um den Mittelpunkt eines in Grade getheilten horizontalen Kreises beweglich ist. Würden sämmtliche Strahlen des auffallenden Lichtes die nämliche Brechbarkeit besitzen, so hätte man nur nöthig, dem Prisma durch Drehung der Scheibe eine solche Stellung zu geben, daß die Ablenkung des durchgehenden Lichtes ein Minimum werde, und dann das Fernrohr so zu stellen, daß man die Spalte zuerst vermittelst des gebrochenen

Lichtes JO, Fig. 195., sieht, dann es direct gegen die Spalte S zu richten und an der Gradtheilung den Bogen m n zu bestimmen, der das Maß des Winkels SOJ = λ ist. Aus der bekannten mehrere hundert Fuß betragenden Entfernung SO und der Entfernung JO, die nur wenig Zolle zählt, läßt sich, da auch der eingeschlossene Winkel bekannt ist, der Winkel μ berechnen. Kennt man die Winkel μ, λ, so braucht man nur noch den brechenden Winkel des Prisma zu finden, was leicht möglich ist, wenn man das Prisma mit seiner senkrecht auf der Kante stehenden Grundfläche auf eine Tafel stellt, zuerst an eine, dann an die andere Seitenfläche ein Lineal anlegt, längs diesem Linien zieht und sie dann verlängert, bis sie in einem Punkte zusammentreffen, worauf sich der Winkel auf der Tafel messen läßt. — Käme das Licht von einem sehr weit entfernten Punkte S, so braucht man nur den Winkel λ zu bestimmen und die Berechnung von n nach der Formel (4) des vorigen §. vorzunehmen.

Fig. 195.

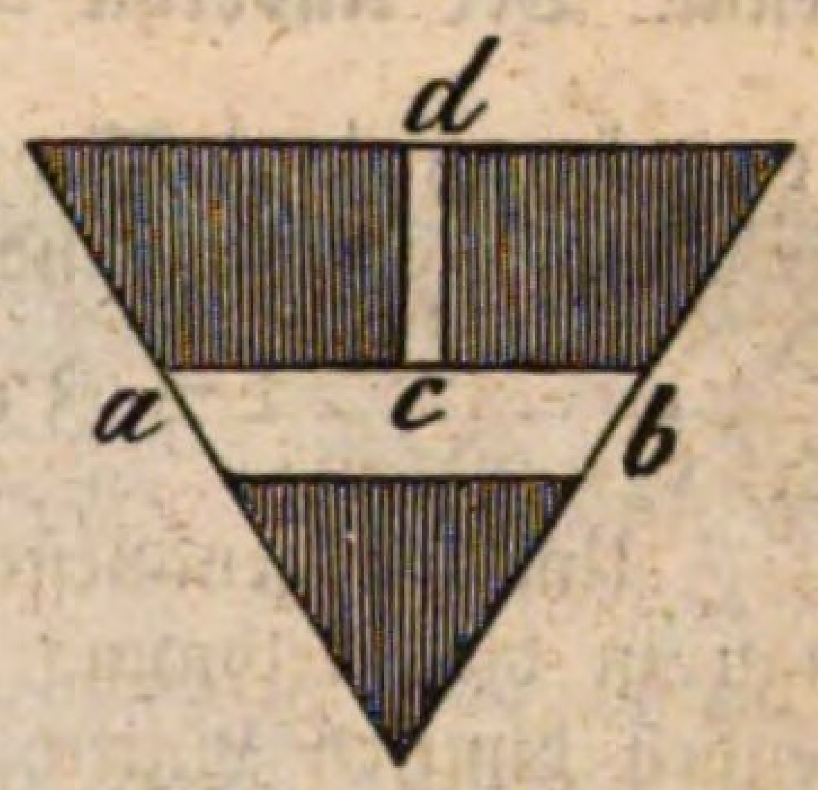


Allein mit der Brechung ist immer eine Farbenzerstreuung verbunden, daher wird der in das Prisma eintretende weiße Lichtstrahl in farbige Theile zerlegt, deren jeder eine andere Brechbarkeit besitzt, so daß der Werth von n für jeden anders gefärbten Strahl ein anderer wird. Man sollte also das Fernrohr so stellen, daß einmal der rothe, dann der oranggelbe, der gelbe u. s. f. Farbenantheil durch das Fernrohr durchgeht, und in jedem Falle sollte die Größe der Ablenkung oder der Winkel SOJ gemessen werden. Allein jede Farbe nimmt im Farbenbilde einen gewissen Raum ein, und geht unmerklich in eine andere über, so daß die Grenzen der einzelnen Farbenstreifen nicht scharf hervortreten; will man aber eine Vergleichung der Brechungsverhältnisse verschiedener Körper haben, so ist es unerläßlich, daß man die Größe der Ablenkung jedesmal bei dem nämlichen Strahle im Spectrum messe. Fraunhofer's Entdeckung der dunklen Linien setzte uns erst in den Stand, die Messungen mit größter Genauigkeit auszuführen. Man wählt nach Fraunhofer die mit den Buchstaben B, C, D, E, F, G, H bezeichneten dunklen Linien, die das Spectrum in nicht sehr ungleiche Theile theilen, als Vergleichungsstellen, und bestimmt das Brechungsverhältniß bei irgend einem Körper nicht für den rothen, gelben, grünen . . . Strahl, sondern für diese fehlenden Strahlen, indem man das Fernrohr so richtet, daß die Streifen B, C, D . . . nach einander in die Mitte des Gesichtsfeldes zu liegen kommen, und in jeder Stellung den Winkel mißt, den der fehlende Strahl mit dem directen einschließt. Da das Prisma jedesmal in der Lage der kleinsten Abweichung sich befinden muß, diese jedoch nur dann Statt findet, wenn der Austrittswinkel des Lichtsstrahls dem Einfallswinkel gleich ist, der Austrittswinkel aber mit der Brechbarkeit des Lichtstrahls sich ändert; so muß

für jeden andern dunklen Streifen der Einfallswinkel geändert und daher in jedem einzelnen Falle das Prisma etwas anders gestellt werden.

2. Das Brechungsverhältniß tropfbarer Körper bestimmt man auf ähnliche Weise, wie jenes der festen Körper; man bohrt in einem Glasprisma ein Loch a b von einer Seitenfläche zur andern durch, wie Fig. 196. zeigt, und führt von der dritten Seite einen engeren Kanal c d in dieses Loch; auf jede der Seitenflächen a und b legt man Spiegelplatten, die von parallelen Ebenen begrenzt sind, und verhindert ihr Herabgleiten durch eine angemessene Metallfassung. Durch den Kanal c d wird die Höhlung a b mit der Flüssigkeit, deren Brechungsverhältniß man kennen will, gefüllt, und der Kanal mittelst eines Glasstöpsels geschlossen. Die Flüssigkeit hat offenbar die Form eines Prisma's; die von parallelen Ebenen begrenzten Platten sind ohne Einfluß auf den durchgehenden Strahl, so daß dieser nur durch die Flüssigkeit in seiner Richtung abgelenkt wird; man bestimmt die Größe der Ablenkung und berechnet den Brechungsexponenten nach obigen Formeln.

Fig. 196.



Man drückt, während man die Höhlung a b füllt, die Plangläser an die Seitenflächen des Prisma an, wo sie dann nach geschehener Füllung vermöge Haarröhrchenwirkung fest halten.

3. Auch bei gasförmigen Körpern bedient man sich eines hohlen Prisma, dessen Seitenflächen von parallelflächigen Plangläsern gebildet werden; das Prisma muß aber, um eine meßbare Ablenkung zu bewirken, einen großen brechenden Winkel haben, und mit einer Einrichtung versehen sein, die es möglich macht, die Dichtigkeit des in der Höhlung befindlichen Gases, mithin sowohl seine Temperatur als seine absolute Expansivkraft zu messen.

Die Größe $n^2 - 1$ nennt man die lichtbrechende Kraft oder das absolute Brechungsvermögen des Mittels; heißt d die Dichte dieses Mittels, so ist $\frac{n^2 - 1}{d}$ das spezifische Brechungsvermögen. Die Größe $n^2 - 1$ ist dem Verluste oder dem Gewinne an lebendiger Kraft beim Uebergange des Lichtstrahls in ein anderes Mittel, mithin der Wirkung des Lichts auf das Mittel proportionirt.

Der Werth von n bezieht sich in der Regel auf den Strahl von mittlerer Brechbarkeit, der dem gelben Farbenantheil des Spectrums angehört. Die Untersuchungen lehren, daß die brennbaren Körper, wie z. B. Harze und Oele das Licht sehr stark brechen; Newton schloß aus der großen lichtbrechenden Kraft, die der Diamant und das Wasser äußern, daß auch sie aus brennbaren Stoffen bestehen. — Eine Aenderung in der Dichte eines Stoffes bewirkt, daß auch der Brechungsexponent sich ändert. — Die brechende Kraft eines Gases ist seiner Dichte proportionirt, aber das spezifische Brechungsvermögen bleibt bei jeder Temperatur und jedem Drucke gleich. — Die brechende Kraft eines gemengten Gases läßt sich berechnen, wenn man die der Bestandtheile kennt. Aus der lichtbrechenden Kraft und der Dichte des Biers läßt sich nach einem von Steinheil angegebenen Verfahren der Gehalt an Alcohol und an Extract im Biere ermitteln.

§. 146. Größe der Farbenzerstreuung und des Farbenzerstreuungsvermögens. Bezeichnet man mit a den Einfallswinkel

eines Lichtstrahls, mit B den Brechungswinkel und mit N v den Brechungsexponenten für den äußersten violetten Strahl, und dieselben Größen mit b und N r für den äußersten rothen, und mit b′, N g für den Strahl von mittlerer Brechbarkeit; so gibt B — a die Ablenkung des violetten, b — a die Ablenkung des rothen, und der Ablenkungsunterschied B — b die Größe der Zerstreuung; diese wird gewöhnlich bestimmt durch den Unterschied N v — N r, den man das Maß der Farbenzerstreuung nennt. Der Ausdruck $\frac{N v - N r}{N g - 1}$ heißt das Farbenzerstreuungsvermögen eines Körpers. Bedeutet N′ v und N′ r die Brechungsexponenten für den violetten und rothen Strahl in einem andern Medium, so ist $\frac{N v - N r}{N' v - N' r}$ das Zerstreuungsverhältniß zweier Medien.

Um die genauesten Bestimmungen dieser Größen zu erhalten, bringt man in die Rechnung die Brechungsexponenten der zur Vergleichung dienenden dunklen Linien.

In Betreff der Größe der Farbenzerstreuung lehren die Versuche:

1. Vergrößert man bei einem und demselben Prisma den Ablenkungswinkel des Strahls von mittlerer Brechbarkeit entweder durch Aenderung des Einfallswinkels, oder durch Vergrößerung des brechenden Winkels, oder, falls es möglich, durch Verstärkung der Dichte des Prisma's, so erscheint die Größe der Zerstreuung in demselben Verhältnisse größer, in welchem der genannte Ablenkungswinkel wächst; mit andern Worten bei einem und demselben Medium wächst die Zerstreuung in demselben Maße wie die Brechung.

2. Bei verschiedenen Medien ist die Farbenzerstreuung von der Brechung unabhängig und befolgt andere Gesetze, so daß man niemals aus der Größe der Brechung auf die Größe der Farbenzerstreuung schließen kann. Das Flintglas z. B. bricht das Licht etwas stärker, als das Crownglas; gibt man jedoch dem brechenden Winkel eines Flintglasprisma eine solche Größe, daß der Ablenkungswinkel des mittleren Strahls eben so groß wird, als wenn er bei dem nämlichen Einfallswinkel durch ein Crownglasprisma durchgeht, so erscheint doch die Zerstreuung beim ersteren Prisma größer, als bei dem letzteren. Das Farbenzerstreuungsvermögen verschiedener Flintglassorten ist wieder sehr verschieden.

Die Zerstreuungsverhältnisse der Flintglassorten, die Fraunhofer mit Nr. 13, 3, 30, und 23 bezeichnet, sind bezüglich des Crownglases Nr. 9

2.09 , 1.84 , 2.04 , 2.08

und ihre Dichten

3.723 , 3.512 , 3.695 , 3.724.

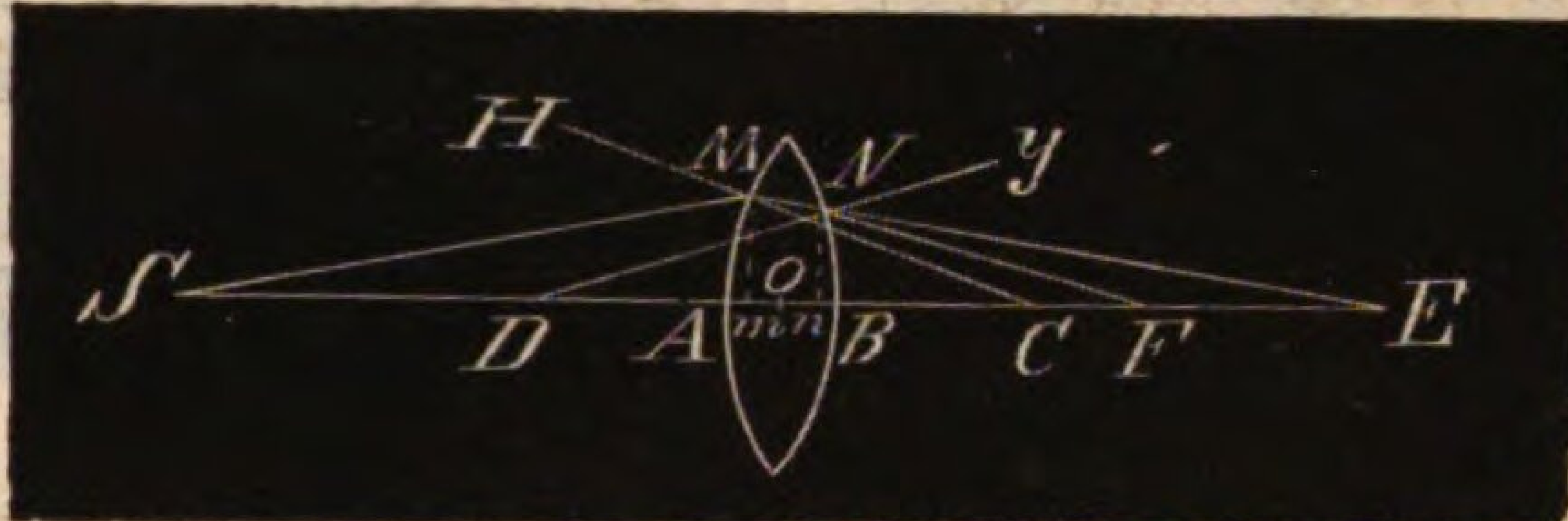
3. Untersucht man bei verschiedenen Medien die Größe der Zerstreuung für jede Farbengattung, oder den Unterschied der Brechungsverhältnisse von je zwei aufeinander folgenden dunklen Streifen im Spectrum, so ergibt sich, daß die Zerstreuungen der einzelnen Farben nicht im gleichen Verhältnisse wachsen und abnehmen, in welchem die totale Zerstreuung der Strahlen im Prisma wächst und abnimmt, sondern es kann bei einem die eine Farbe mehr, die andere weniger zerstreut werden, als es nach dem Zerstreuungsverhältnisse dieses Mittels gegen ein anderes Mittel geschehen

sollte. So z. B. beobachtet man, daß das Flintglas die violetten Strahlen in einem größeren, die rothen in einem geringeren Verhältnisse zerstreut, als die Strahlen der mittleren Brechbarkeit.

§. 147. **Bestimmung der Vereinigungsweite der Lichtstrahlen nach ihrem Durchgange durch eine biconvexe Linse.**

1. Es sei der leuchtende Punkt S, Fig. 197., in der Axe SOE, um die herum die Theile der Linse vollkommen symmetrisch geordnet sind; C und D seien die Krümmungsmittelpunkte der beiden convexen Kugelflächen, welche die Linse bilden, der Krümmungshalbmesser AC = MC = f und DB = BN = g; die Dicke AB der Linse wird gewöhnlich so klein angenommen, daß man sie bezüglich der andern Größen vernachläßigen kann. Wir betrachten den Gang nur derjenigen Strahlen, welche mit der Axe sehr kleine Winkel bilden, so daß wir ihre Sinusse den Bögen, durch die sie gemessen werden, gleich setzen können. Es sei der Winkel MSA $= \varphi$; der Winkel MEB $= \varphi'$, und NFB $= \psi$, ferner der Abstand des Punktes S von der Linse SA = a, AE = BE = d, und BF $= \alpha$.

Fig. 197.



In dem Dreiecke SMC ist: $\dfrac{a+f}{f} = \dfrac{\sin. SMH}{\sin. \varphi}$,

und im Dreiecke MCE ist: $\dfrac{d-f}{f} = \dfrac{\sin. CME}{\sin. \varphi'}$

mithin $\dfrac{a+f}{d-f} = \dfrac{SMH \ \sin. \varphi'}{\sin. CME . \sin. \varphi}$ oder

da $\dfrac{\sin. SMH}{\sin. CME} = n$,

wo n der Brechungsexponent der Linse ist, so hat man, wenn man für die Sinusse die Bögen selbst setzt:

$$\frac{a+f}{d-f} = n \, \frac{\varphi'}{\varphi}.$$

Fällt man von M die M m senkrecht auf die Axe, so ist

$$M\,m = a\,\varphi \quad \text{und} \quad M\,m = d\,\varphi', \text{ mithin}$$

$$\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{a}{d} \quad \text{und} \quad \frac{a+f}{d-f} = \frac{n\,a}{d};$$

aus der letzten Gleichung findet man

$$d = \frac{n\,a\,f}{na - a - f} \quad (1).$$

An der Hinterfläche tritt der Lichtstrahl in N aus der Linse in die Luft und wird vom Einfallslothe D N y in der Richtung NF gebrochen; daher ist

$$\frac{\sin. MND}{\sin. FN\,y} = \frac{1}{n}, \text{ und}$$

im Dreiecke DNE: $\frac{d+g}{g} = \frac{\sin. MND}{\sin. \varphi'}$

" " DNF: $\frac{\alpha+g}{g} = \frac{\sin. FN\,y}{\sin. \Psi}$,

mithin $\frac{d+g}{\alpha+g} = \frac{1}{n} \; \frac{\sin. \Psi}{\sin. \varphi'} = \frac{\Psi}{n\,\varphi'}$

Fällt man von N auf die Axe die Senkrechte Nn, so ist

$$N\,n = d\,\varphi' = \alpha\,\Psi, \text{ mithin } \frac{\Psi}{\varphi'} = \frac{d}{\alpha}, \text{ und}$$

$$\frac{d+g}{\alpha+g} = \frac{d}{n\,\alpha};$$

aus dieser Gleichung erhält man

$$d = \frac{n\,\alpha\,g}{\alpha + g - n\,\alpha} \quad (2).$$

Setzt man die für d gefundenen Ausdrücke (1) und (2) einander gleich, so ist

$$\frac{n\,a\,f}{n\,a - a - f} = \frac{n\,\alpha\,g}{\alpha + g - n\,\alpha}.$$

Dividirt man mit n, und schafft hierauf die Nenner weg, so wird

$$a\,f\,\alpha + a\,f\,g - n\,a\,f\,\alpha = n\,a\,g\,\alpha - a\,g\,\alpha - g\,f\,\alpha, \text{ und,}$$

$$a\,f\,g + g\,f\,\alpha = (n-1)\,a\,f\,\alpha + (n-1)\,a\,g\,\alpha;$$

wird nun die ganze Gleichung mit a f g α dividirt, so ergibt sich

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \quad (3).$$

Der Quotient $\frac{1}{f}$, gibt die Krümmung der vorderen und $\frac{1}{g}$ die der hinteren Fläche der Linse; daher ist in dem angenommenen Falle:

Die Summe aus dem reciproken Werthe der Vereinigungsweite der Strahlen und des Abstandes des leuchtenden Punktes von der Linse gleich der Summe der Krümmungen der beiden Kugelflächen multiplicirt mit dem um Eins verminderten Brechungsexponenten.

Aus dem Ausdrucke (3) wird ersichtlich, daß der Werth von α von der Größe des Winkels φ nicht abhängt, sobald dieser sehr klein ist.

Fallen die Lichtstrahlen parallel zur Axe auf, so ist a unendlich groß und die Vereinigungsweite wird zur Brennweite $=$ p; man hat also für die Brennweite der biconvexen Linse den Ausdruck

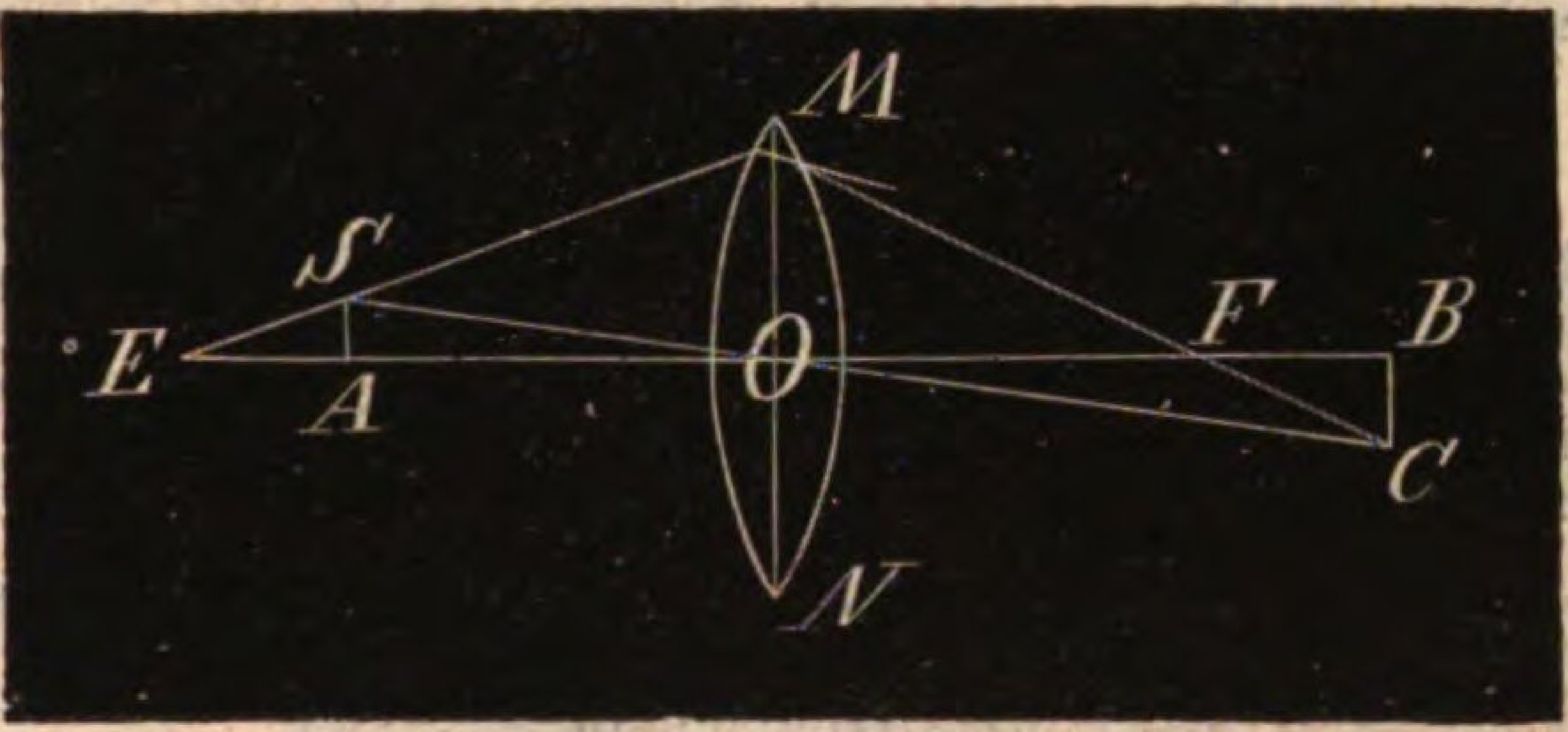
$$\frac{1}{p} = (n-1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right) \quad (4),$$

und die Formel (3) übergeht in folgende:

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{a} = \frac{1}{p} \quad (5).$$

2. Es liege der leuchtende Punkt S, Fig. 198., außerhalb, aber doch nahe an der Axe AB, SOC sei der Hauptstrahl, der, da er durch den optischen Mittelpunkt O der Linse geht, keine Brechung erleidet, und SM sei ein anderer Strahl, der mit dem Hauptstrahle nur einen sehr kleinen Winkel einschließt; da die Dicke der Linse vernachlässigt werden kann, so kann sie durch die Grade MN vorgestellt werden.

Fig. 198.



Verlängert man den Strahl SM rückwärts, bis er die Axe in E schneidet, so wird klar, daß SM durch die Linse genau so gebrochen wird, wie der von dem in der Axe liegenden Punkte E kommende Strahl EM; letzterer vereinigt sich nach der Brechung in der Linse mit der Axe im Punkte F, also geht auch ersterer nach der Brechung durch F, und trifft mit seinem Hauptstrahle im Punkte C zusammen; dieser Punkt C ist der Vereinigungspunkt aller von S auf die Linse kommenden Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse, daher ist OC ihre Vereinigungsweite.

Nun ist: $MO : AS = EO : AE$, und $\frac{MO - AS}{MO} = \frac{AO}{EO}$,

hieraus folgt $\frac{1}{EO} = \frac{MO - AS}{MO \,.\, AO}$;

ferner $MO : BC = OF : BF$, und $\frac{MO + BC}{MO} = \frac{BO}{OF}$,

daher $\frac{1}{OF} = \frac{MO + BC}{MO \,.\, BO}$;

nun ist $EO = a$, und $OF = \alpha$, mithin

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{AO} - \frac{AS}{MO \,.\, AO} + \frac{1}{BO} + \frac{BC}{MO \,.\, BO};$$

da $\frac{AS}{AO} = \frac{BC}{BO}$, so folgt, daß

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{AO} + \frac{1}{BO}.$$

Wegen der Nähe des Punktes B und C an der Axe kann man $AO = SO$, $BO = CO$ setzen, und da

$\frac{1}{a} + \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p}$, so ist

$$\frac{1}{SO} + \frac{1}{CO} = \frac{1}{p}$$

d. h. es ist auch in diesem Falle die Summe aus den reciproken Werthen des Abstandes des leuchtenden Punktes von der Linse und der Vereinigungsweite der Strahlen gleich dem reciproken Werthe der Brennweite.

Aus dem Ausdrucke

$$\frac{1}{p} = (n - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right)$$

ist zu ersehen, daß die Brennweite positiv, mithin die Linse eine Sammellinse ist, wenn beide Krümmungshalbmesser f und g positiv sind, mithin die Linse eine biconvexe ist; ferner wenn ein Krümmungshalbmesser z. B. g unendlich groß, also $\frac{1}{g} = 0$ ist, in welchem Falle die Linse planconvex ist, aber auch noch in dem dritten Falle, wo g negativ, jedoch $\frac{1}{g} < \frac{1}{f}$, mithin die Linse concav-convex ist, wo jedoch der Krümmungshalbmesser der concaven Kugelfläche größer ist als jener der converen. Heißen p', und p'' die Brennweiten der zweiten und der dritten Linse, so ist:

$$\frac{1}{p'} = \frac{n-1}{f} \text{ und } \frac{1}{p''} = (n - 1)\left(\frac{1}{f} - \frac{1}{g}\right),$$

daher $p'' > p' > p$.

Linsen, bei welchen die Brennweiten negativ sind, heißen Zerstreuungslinsen; zu diesen gehören: die biconcave Linse, in welche die biconvexe verwandelt erscheint, wenn man die Krümmungshalbmesser der beiden Kugelflächen umkehrt, also negativ nimmt; man hat in diesem Falle;

$$\frac{1}{p} = -(n - 1)\left(\frac{1}{f} + \frac{1}{g}\right);$$

dann die planconcave, bei welcher g unendlich groß und f negativ, und die converconcave, wo der Krümmungshalbmesser g der concaven Fläche kleiner ist, als der converen; heißt die Brennweite der erstern p', die der andern p'', so ist

$$\frac{1}{p'} = -\frac{(n-1)}{f}, \frac{1}{p''} = -(n - 1)\left(\frac{1}{g} - \frac{1}{f}\right), \text{ und}$$

$p'' > p' > p$.

§. 148. Erscheinungen erzeugt durch Linsen. Für Sammellinsen ist: $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}$;

hieraus ist zu ersehen, daß α den kleinsten Werth hat und gleich p ist, wenn der leuchtende Punkt sehr weit entfernt ist, daß aber α beständig wächst, wenn a abnimmt; wird $a = 2p$, so ist auch $\alpha = 2p$, mithin steht Bild und Gegenstand gleich weit vom optischen Mittelpunkte der Linse ab; von da an nimmt α bei Annäherung des Gegenstandes an den Brennpunkt in einem viel stärkeren Verhältniße zu, als a abnimmt, und wird unendlich groß, mithin die austretenden Strahlen unter sich parallel, wenn $a = p$ also der leuchtende Punkt in der Brennweite steht.

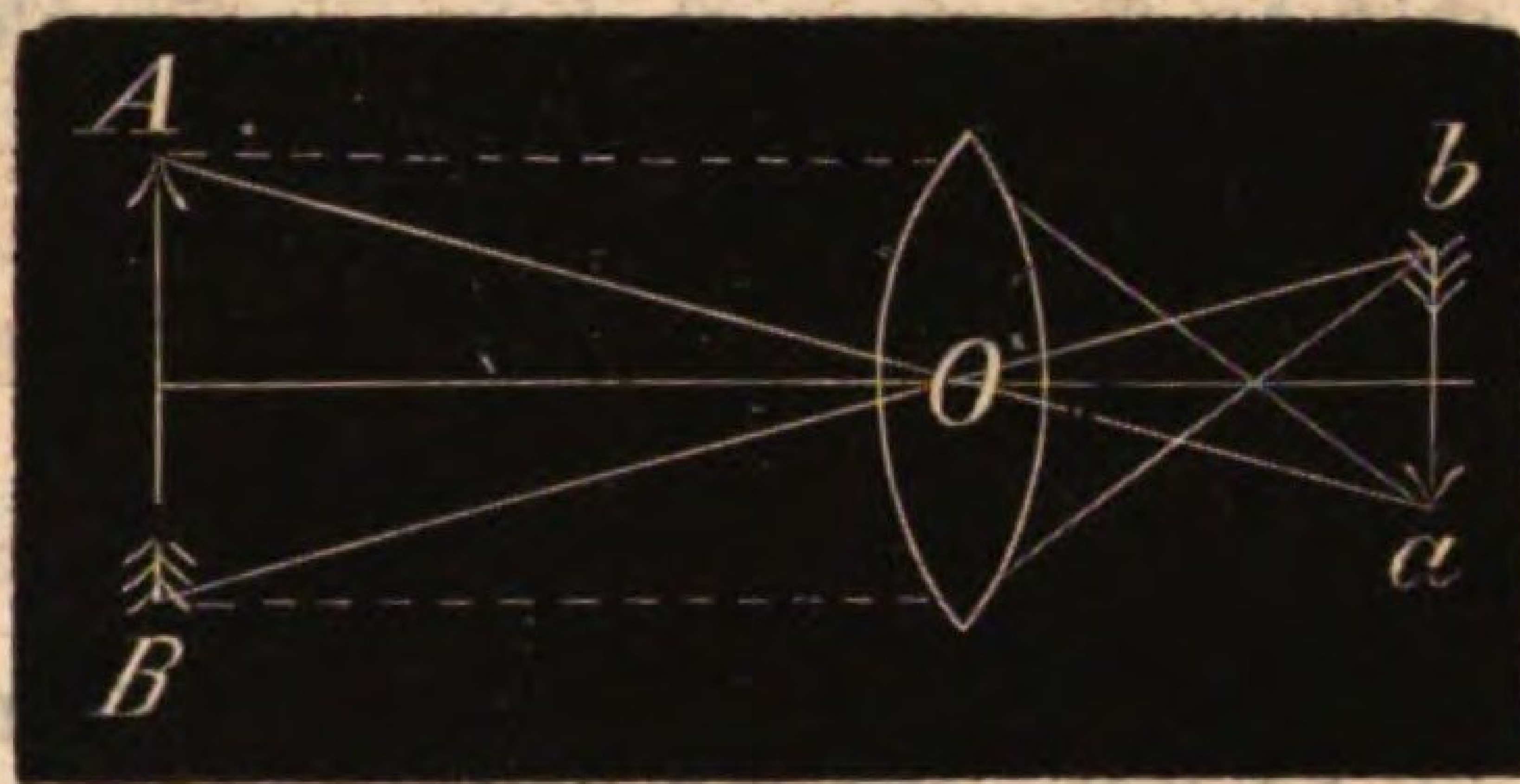
Ist $a < p$ d. h. befindet sich der leuchtende Punkt innerhalb der Brennweite, so ist $\frac{1}{a} > \frac{1}{p}$, mithin α negativ, aber der Minuendus $\frac{1}{a}$ ist größer, als der Rest $\frac{1}{\alpha}$, mithin $\alpha > a$; demnach treten in diesem Falle die Strahlen in divergirenden Richtungen aus der Linse heraus, sind aber weniger divergirend, als beim Eintritt in die Linse, so daß sie rückwärts verlängert in einem Punkte vor der Linse sich schneiden, dessen Abstand vom optischen Mittelpunkte der Linse größer ist, als der des leuchtenden Punktes.

Fallen die Strahlen auf eine Sammellinse convergirend auf, so ist a negativ zu nehmen, daher ist

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p} + \frac{1}{a}, \text{ somit } \frac{1}{\alpha} > \frac{1}{a}, \text{ und } \alpha < a$$

d. h. convergirend auffallende Strahlen werden durch die Linse noch stärker convergirend, so daß sie sich früher vereinigen, als ohne Linse.

Fig. 199.



2. Ist AB Fig. 199. die Dimension eines außerhalb der Brennweite einer Linse befindlichen Gegenstandes, und a b sein Bild; so ist:

$$\frac{ab}{AB} = \frac{Oc}{OC} = \frac{\alpha}{a} = \frac{p}{a - p};$$

hieraus folgt, daß, so lange $a > 2p$, also $a - p > p$, auch $AB > ab$ d. h. so lange der Abstand des Gegenstandes vom optischen Mittelpunkte größer ist, als die doppelte Brennweite, erscheint das Bild kleiner als der Gegenstand; es wird aber gleich dem Gegenstande, wenn dieser Abstand gleich ist der doppelten Brennweite, dagegen größer, wenn er die doppelte Brennweite übersteigt; denn ist $a = 2p$, also $a - p = p$, so ist auch $ab = AB$, und ist $a < 2p$, also $a - p < p$, so ist $ab > AB$; im letzterem Falle nimmt die Größe des Bildes desto mehr zu, je kleiner $a - p$ wird, also je mehr der Gegenstand an den Brennpunkt rückt.

Ist der Gegenstand innerhalb der Brennweite, also $a < p$, so ist $\frac{ab}{AB} = -\frac{p}{p - a}$, mithin immer $ab > AB$. Sieht also ein Beobachter durch eine Sammellinse auf einen Gegenstand, so erscheint ihm das Bild desselben vor der Linse vergrößert und weiter vom Auge entfernt. Im letzten Falle ist das Bild in aufrechter, in den früheren Fällen in umgekehrter Stellung.

3. Die Brennweite der Zerstreuungslinsen ist negativ, daher

$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{a}\right);$$

die Vereinigungsweite der Lichtstrahlen bleibt daher negativ, solange der leuchtende Punkt vor der Linse steht, und daher die Strahlen auf die Linse divergirend auffallen; da $\frac{1}{\alpha} > \frac{1}{a}$, mithin $\alpha < a$, so treten die Strahlen aus der Linse in solchen divergirenden Richtungen heraus, daß, sie rückwärts verlängert in einem Punkte vor der Linse sich schneiden, welcher dem optischen Mittelpunkte näher steht, als der leuchtende Punkt. Demnach haben die Zerstreuungslinsen die Eigenschaft, das Bild des Gegenstandes dem Auge, das durch diese Linsen sieht, näher zu bringen.

Fallen die Strahlen convergirend auf die Zerstreuungslinse auf, so daß, wenn sie ohne Brechung durchgingen, sie sich in einem Punkte vereinigen wür-

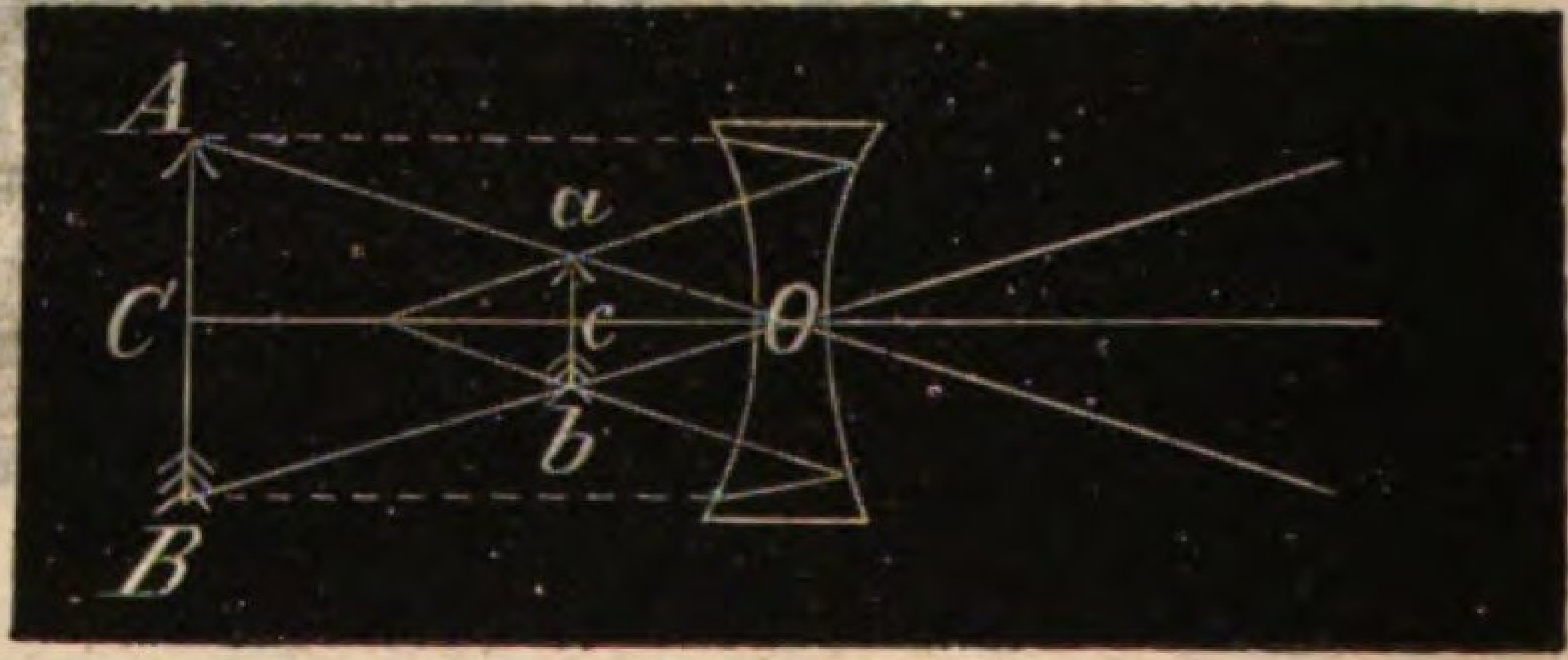
den, dessen Abstand vom optischen Mittelpunkte gleich a ist, so ist a negativ mithin

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{a} - \frac{1}{p};$$

und nun sind drei Fälle zu unterscheiden; entweder ist $a = p$, oder $a < p$ oder $a > p$. Im ersten Falle, wo der Abstand des Punktes, in welchem sich die convergirend gehenden Strahlen ohne Linse vereinigen würden, gleich der Brennweite ist, treten die Strahlen in parallelen Richtungen aus der Linse heraus, da $\frac{1}{\alpha} = o$, mithin α unendlich groß wird.

Im zweiten Falle wird $\frac{1}{\alpha}$, mithin auch α positiv, aber $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{a}$, mithin $\alpha > a$ d. h. die Strahlen treten noch immer convergirend aus der Linse heraus, vereinigen sich aber erst in einem weiter von der Linse entfernten Punkte, als es ohne Linse geschehen würde. — Im dritten Falle erscheint α negativ, mithin erscheinen die Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse divergirend, so daß sie rückwärts verlängert in einem Punkte vor der Linse sich vereinigen.

Fig. 200.



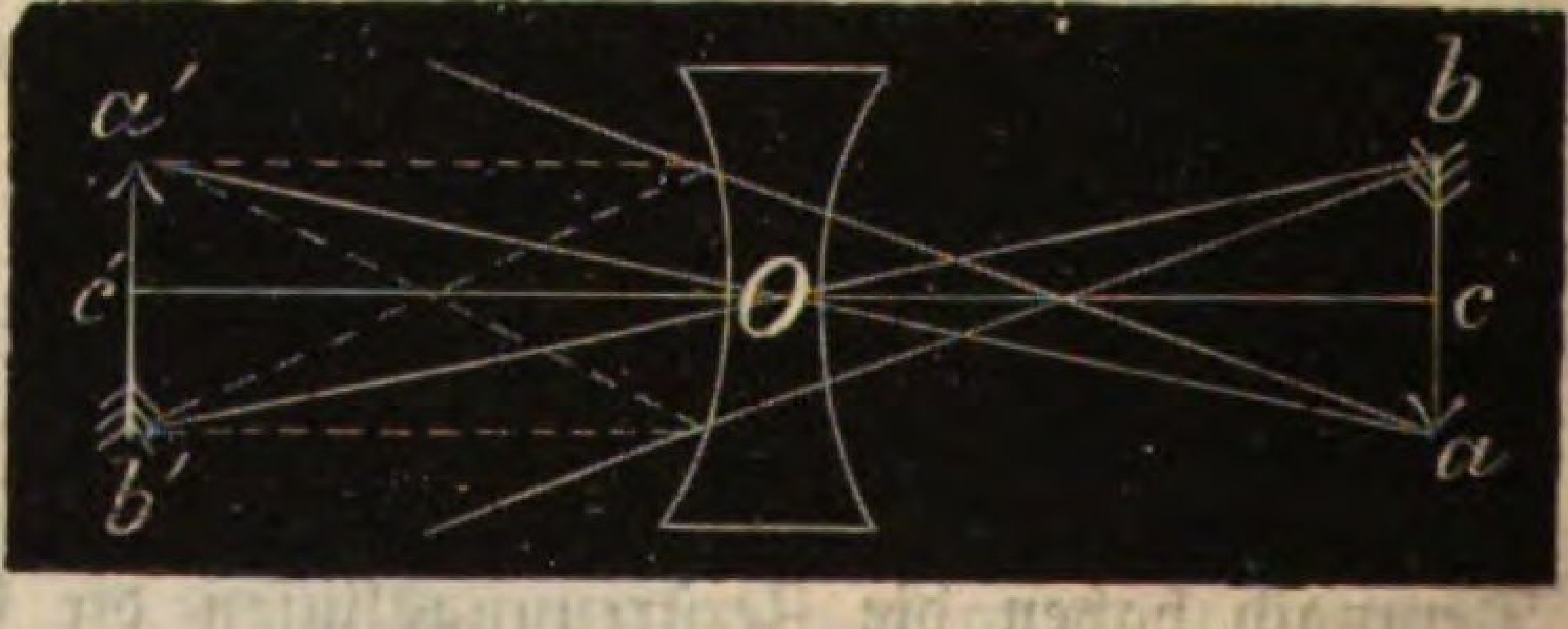
Ist AB Fig. 200. die Dimension eines Gegenstandes, den man mit einer Zerstreuungslinse ansieht, und ist a b das Bild derselben, so ist

$$\frac{ab}{BA} = \frac{Oc}{OC} = \frac{\alpha}{a} = -\frac{p}{a+p},$$

mithin ist $ab < AB$; das Bild ist kleiner, dem Auge näher als der Gegenstand und die Stellung aufrecht; je größer a ist, desto mehr erscheint a b verkleinert.

Fallen die Strahlen convergirend auf, so daß sie ohne Linse ein Bild a b Fig. 201. in dem Abstande $Oc > p$ erzeugen würden, so treten die einem Punkte angehörenden Strahlen divergirend aus der Linse heraus, so daß diejenigen, die sich in a vereiniget hätten, nun in einem Punkte a′ des durch O gehenden Strahles, a a′ und die, deren Vereinigung in b Statt gefunden hätte, nun in dem Punkte b′ des durch O gehenden Strahls b b′ vereinigt erscheinen; ein an der Hinterfläche der Linse ruhendes Auge erblickt dann ein Bild vor der Linse,

Fig. 201.



das rücksichtlich a b verkehrt erscheint; da in diesem Falle a negativ ist, so hat man

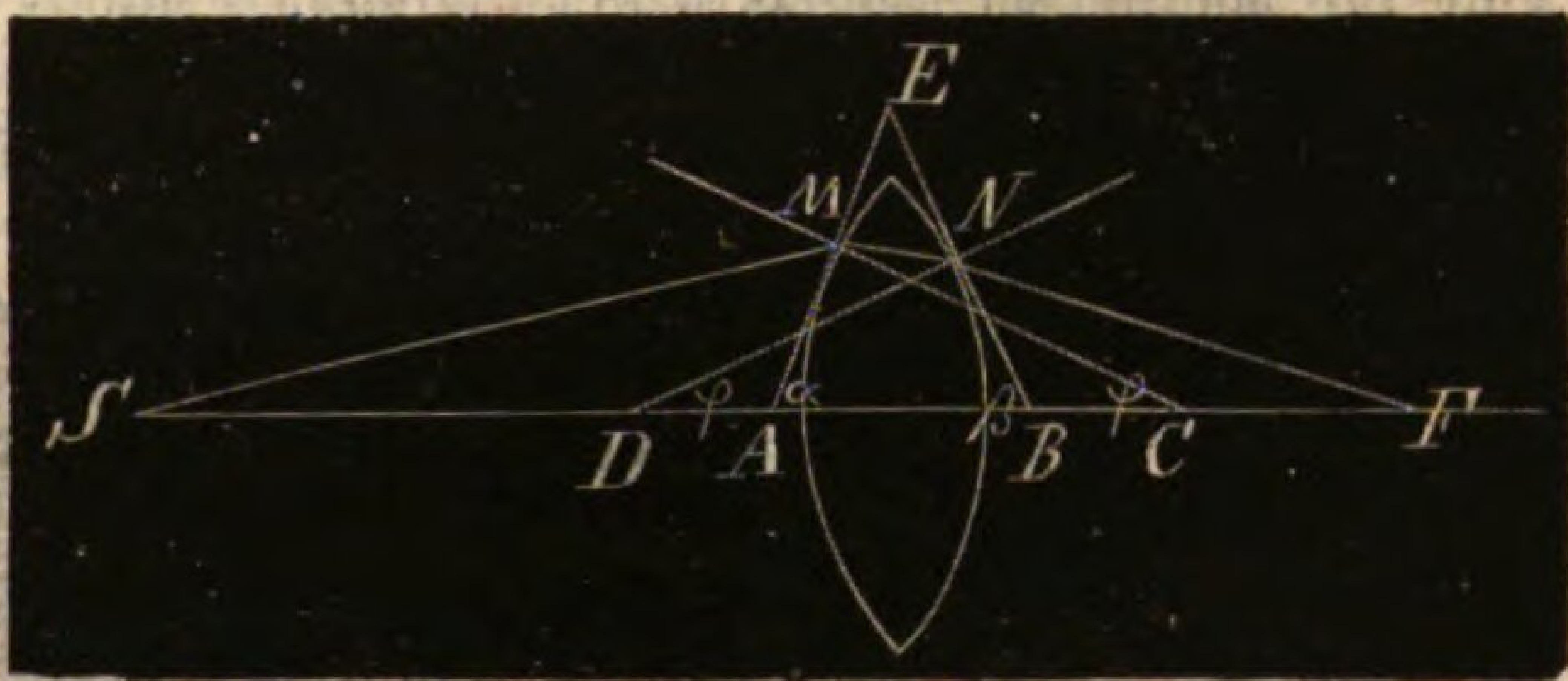
$$\frac{a' b'}{a b} = - \frac{p}{p - a} = \frac{p}{a - p};$$

so lange $a - p < p$, mithin $a < 2p$ ist, erscheint das Bild a′ b′ größer, als a b.

Zur größeren Deutlichkeit der Bilder ist es erforderlich, daß der Stoff, woraus die Linse verfertigt wird, vollkommen gleichartig und jede Oberfläche genau kugelförmig sei, weil sonst die Strahlen aus ihrer geometrischen Richtung kommen und Verwirrung erzeugen.

§. 149. Sphärische Abweichung bei den Linsen. Die für die Vereinigungsweite der Strahlen nach ihrer Brechung in Linsen gefundene Formel gilt nur für solche Strahlen, welche eine Linse nahe an der Axe treffen; diejenigen, welche in einem weiteren Abstande von der Axe auf die Linse auffallen, haben andere Vereinigungspunkte. Denn jeder Lichtstrahl wie z. B. SM, Fig. 202. der in M in die Linse eintritt, und in N heraustritt, wird durch die Linse genau so gebrochen, wie in dem Prisma AEB, das man erhält, wenn man durch die Punkte M und N Ebenen legt, welche die Kugelflächen berühren; der Strahl wird vom brechenden Winkel E dieses Prisma abgelenkt und schneidet die Axe in einem Punkte F.

Fig. 202.



Offenbar ist der Winkel $E = 180 - (\alpha + \beta)$;

aus dem Dreiecke AMC folgt, daß $\alpha = 90 - \psi$ und

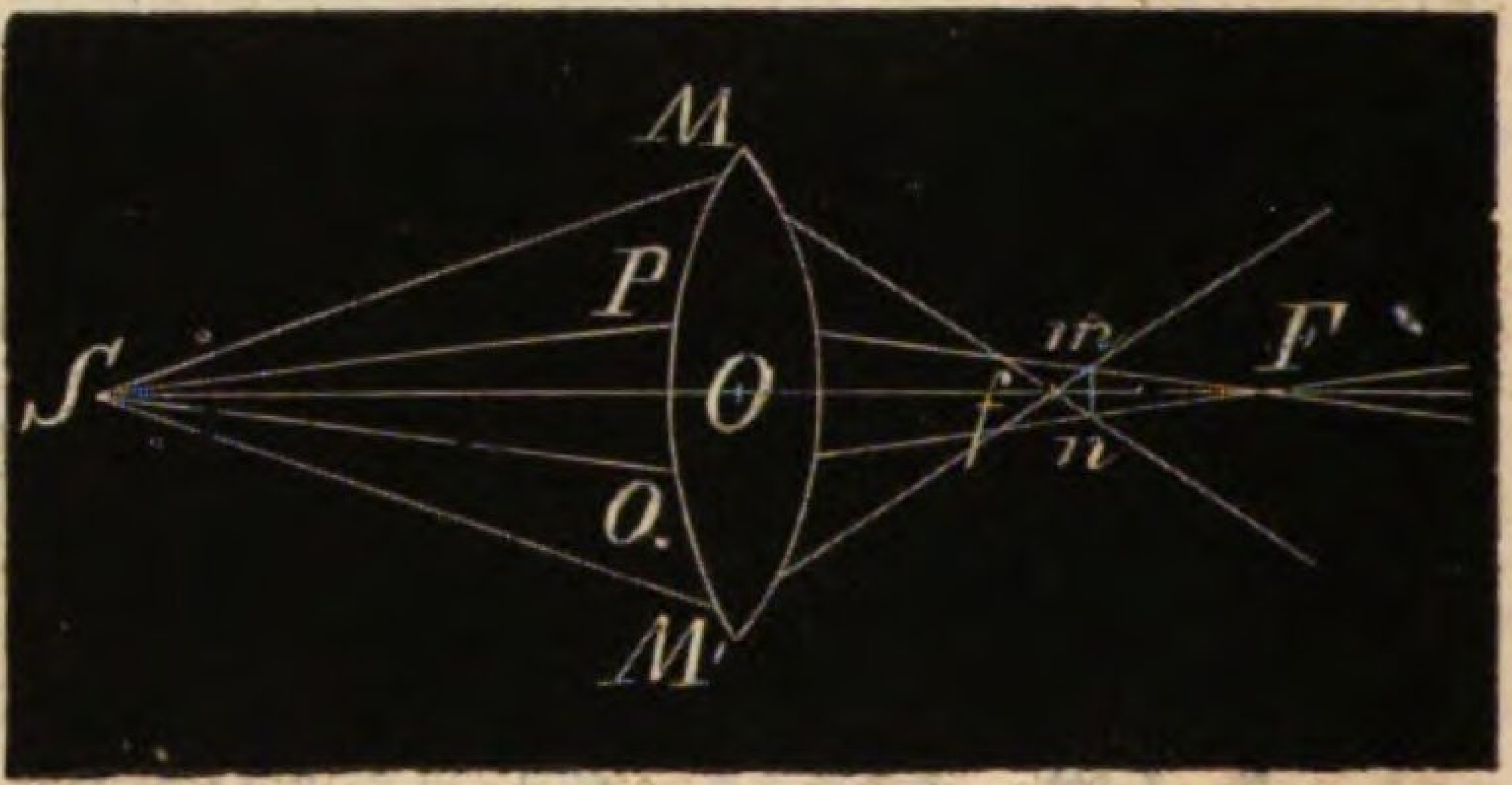
„ „ „ BDN „ „ $\beta = 90 - \varphi$,

mithin ist $E = \varphi + \psi$,

woraus folgt, daß, je größer die Centriwinkel φ und ψ, also je weiter die Berührungspunkte der Prismaflächen mit den Kugelflächen der Linse von der Axe entfernt sind, desto größer wird der brechende Winkel des Prisma; da nun laut §. 145. ein Strahl durch ein Prisma desto stärker von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt wird, je größer sein brechender Winkel ist; so müssen die Strahlen, welche die Linse in Punkten treffen, die weiter von der Axe abstehen, eine stärkere Ablenkung erleiden und daher mit der Axe sich früher vereinigen, als diejenigen, welche nahe an der Axe in die Linse eintreten. Dieß ist auch der Fall bei den Zerstreuungslinsen, bei denen jedoch der Winkel, den die durch den Ein- und Austrittspunkt des Strahls gezogenen Berührungsebenen einschließen, nach abwärts zu liegen kommt, und daher der Strahl nach aufwärts abgelenkt wird. Strahlen, die in demselben Abstande von der Axe die Linse treffen, vereinigen sich in demselben Punkte. Ist F Fig. 203. der Vereinigungspunkt der Centralstrah-

len SP, SQ, so fällt der Vereinigungspunkt der Randstrahlen SM, SM', näher an den optischen Mittelpunkt O z. B. nach f; die Vereinigungspunkte anderer Strahlen, welche zwischen P und M, oder zwischen Q und M' die Linse treffen, fallen zwischen F und f. Die Verschiedenheit der Vereinigungsweiten der Rand- und Centralstrahlen, deren Ursache in der Kugelgestalt der Linse liegt, nennt man **sphärische Abweichung**. Schneidet man den austretenden Strahlenkegel irgendwo durch eine Ebene, so ist der Durchschnitt stets ein Kreis, der am kleinsten erscheint, wenn diese Ebene durch mn gelegt wird, dieser kleinste Kreis heißt **Abweichungskreis**; er enthält sämmtliche durch die Linse durchgehende Strahlen des leuchtenden Punktes S im kleinsten Raume zusammengedrängt, und stellt deshalb am deutlichsten und hellsten das Bild des leuchtenden Punktes vor; wenn nun die Bilder der einzelnen Punkte als Kreise sich darstellen, so muß das Bild eines ausgedehnten Gegenstandes undeutlich erscheinen, indem die kreisförmigen Bilder der einzelnen Punkte theilweise übereinander fallen, so daß eine scharfe Begrenzung kleinster Theile unmöglich wird. Untersuchen wir die Erleuchtung der Fläche des Abweichungskreises, so ergibt sich, daß der Rand alle Centralstrahlen und auch die Randstrahlen enthält; letztere bilden aber den größten Strahlenkegel, somit muß dieser Rand am intensivsten erleuchtet erscheinen; vom Rande gegen das Centrum nimmt die Stärke der Erleuchtung ab, und ist im Centrum selbst am kleinsten, da sich daselbst nur die in einem gewissen Abstande von der Axe zwischen den Central- und Randstrahlen durchgehenden Lichtstrahlen vereinen. Diese Beschaffenheit in der Helligkeit des Abweichungskreises vergrößert bedeutend die Undeutlichkeit der Bilder; der Halbmesser des Abweichungskreises darf daher dem Auge niemals unter einem Winkel erscheinen, der größer ist, als eine Secunde. — Je weniger die Punkte F und f von einander entfernt sind, desto kleiner wird der Abweichungskreis und daher das Bild deutlicher; daher muß man sich bemühen, diesen Kreis möglichst zu verkleinern, um deutliche Bilder von Gegenständen zu erzielen. Dieß geschieht:

Fig. 203.



a) Durch **Verkleinerung der Oeffnung** mittelst einer sogenannten Blendung (Diaphragma) d. i. mittelst eines undurchsichtigen Ringes, womit man den Rand der Linse bedekt, weil dann der Vereinigungspunkt der am weitesten von der Axe durchgehenden Strahlen offenbar dem Punkte F näher liegt; diese Verkleinerung darf nicht zu weit gehen, weil die Helligkeit des Bildes leidet.

b) Durch **Verminderung der Krümmungen** beider Kugelflächen also durch Vergrößerung der Brennweite der Linse; denn denkt man sich zwei Linsen, welche dieselbe Axe und denselben optischen Mittelpunkt haben, aber die eine stärker gekrümmt ist, als die andere, so bilden die tangirenden Ebenen, die in denselben Abständen von der Axe an

die Ein- und Austrittspunkte der Strahlen gelegt werden, bei den stärker gekrümmten Linsen größere Winkel, weshalb letztere Linsen die Randstrahlen stärker von ihrer ursprünglichen Richtung ablenken und früher mit der Axe vereinen, als Linsen von schwächerer Krümmung; also liegen die Punkte F und f bei Linsen von geringerer Krümmung näher bei einander, als bei den stärker gekrümmten.

c) Durch Aenderung des Verhältnisses der beiden Krümmungshalbmesser kann man bei ungeänderter Oeffnung und Brennweite der Linse die sphärische Abweichung auf ein Minimum bringen; Linsen, bei denen die Abweichung ein Minimum ist, heißen Linsen von bester Form. Planconvexe und planconcave Linsen wirken beinahe so gut, wie Linsen von bester Form, wenn die gekrümmte Fläche dem Objekte zugekehrt wird. —

§. 150. Achromatische Prismen und Linsen; aplanatische Linsen. In der Experimentalphysik §. 206 wurde die chromatische Abweichung und ihr Einfluß auf die Deutlichkeit und Färbung der Bilder, die durch Linsen erzeugt werden, bereits besprochen; wir wollen nun erfahren, in welcher Art es möglich ist, die Wirkung der Farbenzerstreuung bei Prismen und Linsen aufzuheben, und dennoch durch Brechung eine Ablenkung des Lichtstrahls von seiner ursprünglichen Richtung zu bewirken; Prismen und Linsen, welche diese Eigenschaften besitzen, heißen achromatische.

1. Es ist für sich klar, daß die durch ein Prisma bewirkte Farbenzerstreuung nur durch ein zweites Prisma, welches das Licht eben so stark, aber nach entgegengesetzter Richtung zerstreut, aufgehoben werden kann; allein das zweite Prisma darf die durch das erste erzeugte Ablenkung des durchgehenden Lichtstrahls nicht ganz aufheben, so daß der Strahl nach seinem Austritte aus dem zweiten Prisma noch immer von seiner ursprünglichen Richtung abgelenkt erscheint. Dieß alles ist nur möglich zu erreichen, wenn man hinter ein Prisma ein zweites bringt, dessen brechender Winkel eine Lage hat, die der im ersten Prisma entgegengesetzt ist, wo dann das zweite das Licht in entgegengesetzter Richtung bricht und zerstreut; da jedoch das zweite Prisma eine eben so große Farbenzerstreuung, aber eine kleinere Brechung erzeugen soll, und bei gleichförmigen Stoffen die Größe der Zerstreuung mit der Größe der Brechung wächst, so kann es nicht aus dem Stoffe des ersten Prisma's bestehen, sondern aus einem solchen, dessen farbenzerstreuende Kraft in einem größeren Verhältnisse wächst, als die brechende, damit es schon bei einem kleineren brechenden Winkel, bei welchem die durch das erste Prisma erzeugte Ablenkung nicht aufgehoben werden kann, eben so stark in entgegengesetzter Richtung die Strahlen zerstreue, wie das erste. Besteht das erste Prisma aus Crownglas, so ist es möglich, durch ein zweites Prisma aus Flintglas, dessen brechender Winkel zu dem des Crownglasprisma im gehörigen Verhältnisse steht, den Zweck zu erreichen, also das erste Prisma durch das zweite zu achromatisiren.

Um die Bedingungen zu ermitteln, unter welchen eine Linse achromatisch wird, wollen wir an eine Sammellinse von der Brennweite p eine Zerstreuungslinse von der negativen Brennweite p′ anlegen, und mit Ver-

nachläßigung der Linsendicke zuerst die Vereinigungsweite dieser Doppellinse für parallel auffallende Strahlen bestimmen. Die aus der ersten Linse austretenden Strahlen fallen auf die Zerstreuungslinse dergestalt auf, daß sie sich ohne diese Linse in einem Punkte vereinigen würden, dessen Abstand a vom optischen Mittelpunkte gleich ist p, dieser Abstand ist bezüglich der Zerstreuungslinse, die von convergirenden Strahlen getroffen wird, negativ zu nehmen; daher hat man für die Vereinigungsweite α der aus der zweiten Linse austretenden Strahlen den Ausdruck

$$\frac{1}{\alpha} = -\frac{1}{p'} + \frac{1}{p};$$

die Brennweite α der Doppellinse ist demnach gleich der Summe der Brennweiten der Bestandlinsen; ist nun $p < p'$, so ist die Brennweite der Doppellinse nämlich α positiv; dann ist $\frac{1}{\alpha} < \frac{1}{p}$, mithin $\alpha > p$, d. h. diese Doppellinse ist eine Sammellinse, deren Brennweite größer ist, als die der sammelnden Bestandlinse.

Die Zerstreuungslinse muß, obgleich sie die Größe der Ablenkung des aus der Sammellinse austretenden Strahls nicht aufhebt, dennoch die durch die Sammellinse bewirkte Farbenzerstreuung aufheben; da sie, falls die convergirend auffallenden Strahlen nach ihrem Austritte noch convergirend bleiben, die violetten in einem entfernteren Punkte vereinigt, als die rothen, mithin entgegengesetzt zerstreut als die Sammellinse, so braucht man nur, wenn die Sammellinse von Crownglas ist, die Zerstreuungslinse aus Flintglas oder einem andern Stoffe von großem Farbenzerstreuungsvermögen zu verfertigen, und sie so zu gestalten, daß die Brennweite der Doppellinse für die äußersten Strahlen des Spectrums eben so groß wird, wie die für die Strahlen der mittleren Brechbarkeit. Es sei K die Summe der Krümmungen bei der Crownglaslinse, und K' die der Krümmungen bei der Flintglaslinse; n sei das Brechungsverhältniß für den mittleren, $n + d$ das für den äußersten Strahl des Spectrums bei der ersteren Linse, und n', dann $n' + d'$ seien die Brechungsverhältniße für dieselben Strahlen in der Flintglaslinse; so ist die Brennweite der Doppellinse für die mittleren Strahlen

$$(n - 1)\,K - (n' - 1)\,K'$$

und für die äußersten Strahlen des Spectrums:

$$(n + d - 1)\,K - (n' + d' - 1)\,K';$$

da nun die Vereinigungspunkte der mittleren und der äußersten Strahlen nach ihrem Austritte aus der zweiten Linse zusammenfallen sollen, so ist

$$(n + d - 1)\,K - (n' + d' - 1)\,K' = (n - 1)\,K - (n' - 1)\,K',$$

mithin $dK = d'K'$, oder,

da $K = \frac{1}{p\,(n - 1)}$ und $K' = \frac{1}{p'\,(n' - 1)}$,

$$\frac{d}{p\,(n - 1)} = \frac{d'}{p'\,(n' - 1)}; \text{ daher } \frac{\frac{d}{n - 1}}{\frac{d'}{n' - 1}} = \frac{p}{p'}.$$

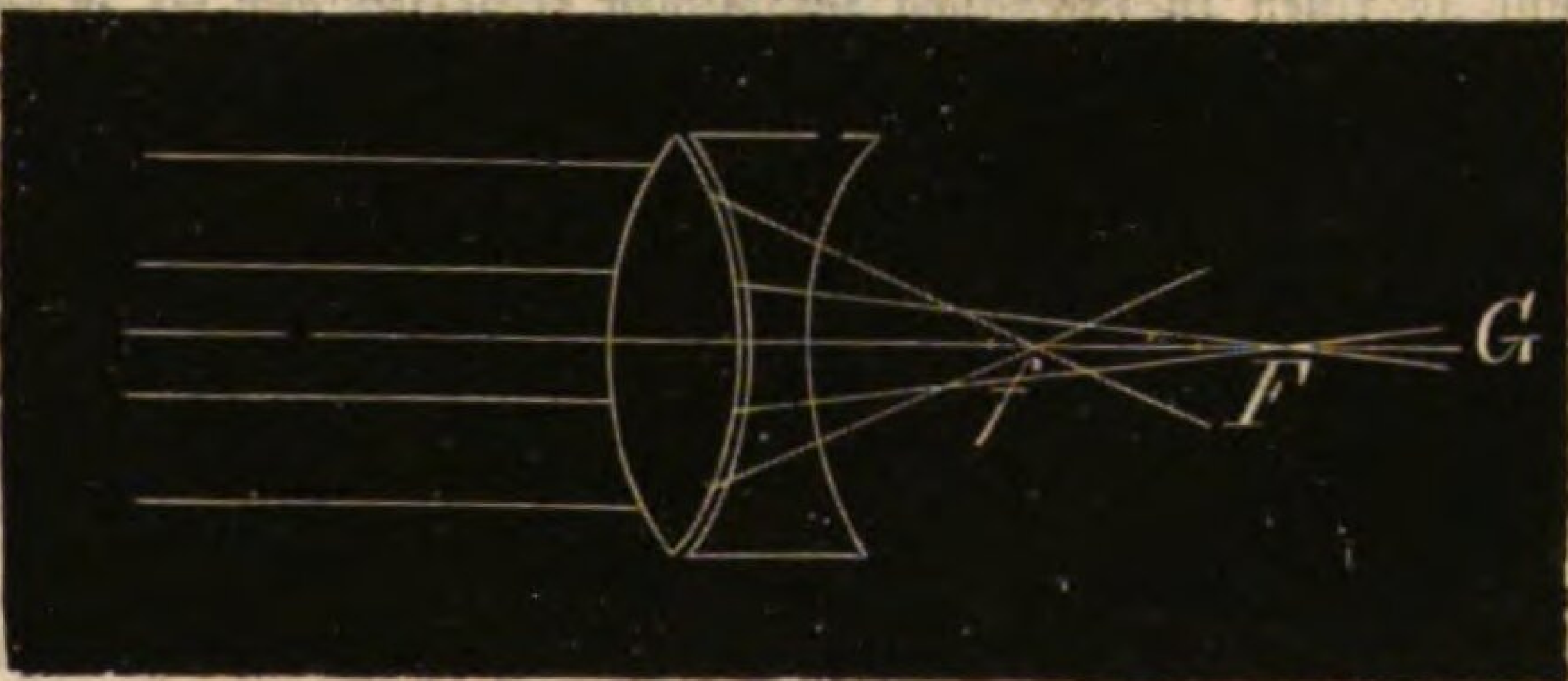
Da d und d' die Unterschiede der Brechungsexponenten für die mittleren und äußersten Strahlen in den Bestandlinsen bedeuten, so drückt die letzte

Gleichung aus, daß bei einer achromatischen Linse die *Brennweiten der Bestandlinsen ihren Zerstreuungsvermögen proportionirt sein müssen.*

Gewöhnlich besteht eine achromatische Linse aus einer biconvexen Linse von Crownglas und einer biconcaven Linse von Flintglas; eine solche Doppellinse vereinigt jedoch nur zwei Strahlen, einen äußersten mit dem mittleren in einem Punkte, dem die Vereinigungspunkte der andern Strahlen sehr nahe liegen, aber nicht mit ihm genau zusammenfallen; dazu kommt noch, daß Flintglas die Strahlen nach einem andern Gesetze zerstreut, als Crownglas; beide Umstände haben zur Folge, daß die chromatische Abweichung durch zwei Linsen nicht vollkommen aufgehoben erscheint, sondern ein sogenanntes secundäres Spectrum sich bildet, das jedoch nur einen unbedeutenden Einfluß auf die Deutlichkeit der Bilder äußert, den man noch dadurch vermindert, daß man die lebhaftesten Farben, nämlich das an das Orange gränzende Roth und das lebhafte Dunkelblau vereinigt, so daß in dem secundären Spectrum nur die schwächsten Farben verbleiben.

3. Eine Zerstreuungslinse, die von convergirenden Strahlen dergestalt getroffen wird, daß diese Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse sich wieder, obwohl in einem entfernteren Punkte, vereinigen, bewirkt, daß die Vereinigung der Randstrahlen später, die der Centralstrahlen früher erfolgt, mithin ist ihre Wirksamkeit bezüglich dieser Strahlen entgegengesetzt jener der Sammellinse, welche die von einem Punkte kommenden Centralstrahlen später und die Randstrahlen früher zur Vereinigung bringt; daher wird es möglich die Kugelabweichung der Sammellinse von Crownglas durch dieselbe Zerstreuungslinse von Flintglas, welche sie achromatisch macht, aufzuheben; denn ist f Fig. 204. der Vereinigungspunkt der Randstrahlen und F jener der Centralstrahlen nach der Brechung in der Sammellinse; so wird nach der Brechung in der Zerstreuungslinse, welche die Strahlen weniger convergirend macht, jeder dieser Punkte von der Linse entfernt, aber der Vereinigungspunkt der Randstrahlen in größerem Maße, als jener der Centralstrahlen. Wählt man nun die Krümmungshalbmesser der Flintglaslinse in der Art, daß der Vereinigungspunkt der Randstrahlen dem Vereinigungspunkte der Centralstrahlen um eben so viel genähert wird, um wie viel beide Punkte nach der Brechung in der Crownglaslinse von einander entfernt wurden, so werden sich die Rand- und Centralstrahlen nach ihrem Austritte aus der Doppellinse in einem Punkte z. B. in G vereinigen und die sphärische Abweichung erscheint aufgehoben. Nun läßt sich die Größe der sphärischen Abweichung durch Veränderung der Werthe der Krümmungshalbmesser mannigfaltig verändern, ohne die Brennweite selbst zu ändern; daher kann man das Verhältniß der Brennweiten der Crown- und Flintglaslinse immer so nehmen, wie es die Aufhebung der chromatischen Abweichung erheischt, und die Verhältnisse der Krümmungshalbmesser so verändern, daß die Gleichheit der entgegengesetzten sphärischen Abweichungen in beiden Linsen erzielt und so auch die sphärische Abweichung aufgehoben, somit die Doppellinse eine *aplanatische* wird.

Fig. 204.



Es ist einleuchtend, daß man durch eine Doppellinse die Randstrahlen mit den Centralstrahlen vereinigen kann, aber damit noch nicht die Vereinigung der dazwischen liegenden Strahlen erzielt wird, weshalb auch bei einer aplanatischen Linse noch ein Rest der sphärischen Abweichung übrig bleibt.

§. 151. **Vom Auge.** Die wesentlichen Bedingungen des Sehens sind: die Entstehung der Bilder von den Gegenständen, die wir sehen sollen, auf der Netzhaut, dann die Empfindlichkeit der Netzhaut und des Sehnervens; denn werden letztere gelähmt, so entsteht Blindheit, wenn auch das Auge offen bleibt, und die Feuchtigkeiten ihre Durchsichtigkeit behalten. Zum Sehen eines Gegenstandes ist aber noch erforderlich, daß das Bild auf der Netzhaut die gehörige Helligkeit und eine gewisse Größe habe, ferner, daß der Eindruck eine gewisse Zeit fortdauere, nicht allzuschnell sei, weil sonst der Gegenstand nicht wahrgenommen wird; so wird z. B. eine abgeschossene Kugel im Fluge nicht gesehen. — Die Bilder auf der Netzhaut, obgleich sie durch Brechung der Lichtstrahlen in Linsen entstanden sind, erscheinen sehr rein und deutlich, sind somit frei von den Unvollkommenheiten der sphärischen und der chromatischen Abweichung. — Der Eindruck auf der Netzhaut verbreitet sich rings herum um den Vereinigungspunkt der von einem Punkte kommenden Lichtstrahlen, jedoch nur auf eine sehr geringe Entfernung, weshalb z. B. das Bild eines Fixsternes nicht als ein Punkt sondern als ein Scheibchen von merklicher Größe erscheint. Man nennt diese Erscheinung **Irradiation**.

Die Pupille hat die Eigenschaft, bei starkem Lichtreiz sich zusammenzuziehen, und so einen zu intensiven schädlichen Eindruck auf die Netzhaut zu hindern, dagegen bei schwacher Erleuchtung des betrachteten Gegenstandes sich zu erweitern, dadurch den Eintritt einer größeren Lichtmenge von jedem Punkte des Gegenstandes, und so die Entstehung eines hinreichend hellen Bildes auf der Netzhaut zu ermöglichen. Treten wir von der Tageshelle in einen finsteren Raum, so sehen wir Anfangs nichts; nach und nach erweitert sich die Pupille, und wir werden fähig, die Gegenstände um uns wahrzunehmen. Bei einem langen Aufenthalte an einem finsteren Orte kann sich die Pupille sehr stark erweitern, so daß bei einem plötzlichen Uebergange von diesem finsteren Orte an einen intensiv erleuchteten sogar eine fortdauernde Blindheit eintreten kann. Die Grenzen der Helligkeit, innerhalb welcher wir sehen, liegen sehr weit auseinander, da es uns möglich ist, sowohl beim Sonnenlichte als bei dem mehr als 300.000 Mal schwächeren Lichte des Vollmondes zu sehen.

Der Sehwinkel, unter welchem ein Gegenstand dem bloßen Auge erkenntlich wird, beträgt bei einem mäßig erleuchteten Gegenstande eine halbe Minute, hängt aber von der Farbe, von der Lichtstärke, von dem Contraste mit dem Hintergrunde ab, von dem sich der Gegenstand abhebt, dann von der Bewegung oder Ruhe des Gegenstandes und von der Natur der Luftschichten, in denen man sich befindet. So werden hellleuchtende Gegenstände auf dunklem Hintergrunde wie z. B. die Fixsterne noch gesehen, wenn dieser Winkel wegen seiner Kleinheit nicht mehr meßbar ist; so werden schwache Schatten erst bemerkt, wenn mann ihnen eine Bewegung geben kann. Jeder Lichteindruck braucht eine gewisse Zeit zu seiner Entwicklung und zum gänzlichen Verschwinden, den dauerndsten Eindruck bringt weißes Licht hervor; die mittlere Dauer eines Lichteindruckes beträgt $0.''4$. Auf der Dauer des Lichteindruckes beruht auch das **Anorthoscop** von **Plateau**; dieses besteht aus einer schwarzen undurchsichtigen mit einer Spalte versehenen Scheibe, vor welcher eine zweite transparente sich befindet; beide lassen sich mittelst einer Vorrichtung um eine gemeinschaftliche Axe aber nach entgegengesetzten Richtungen in der Art drehen, daß die Geschwindigkeit der transparenten viermal größer ist als die der schwarzen. Sieht man durch die Spalte auf einen gegen überliegenden Punkt a an der transparenten Scheibe, und beginnt die Drehung, so wird die-

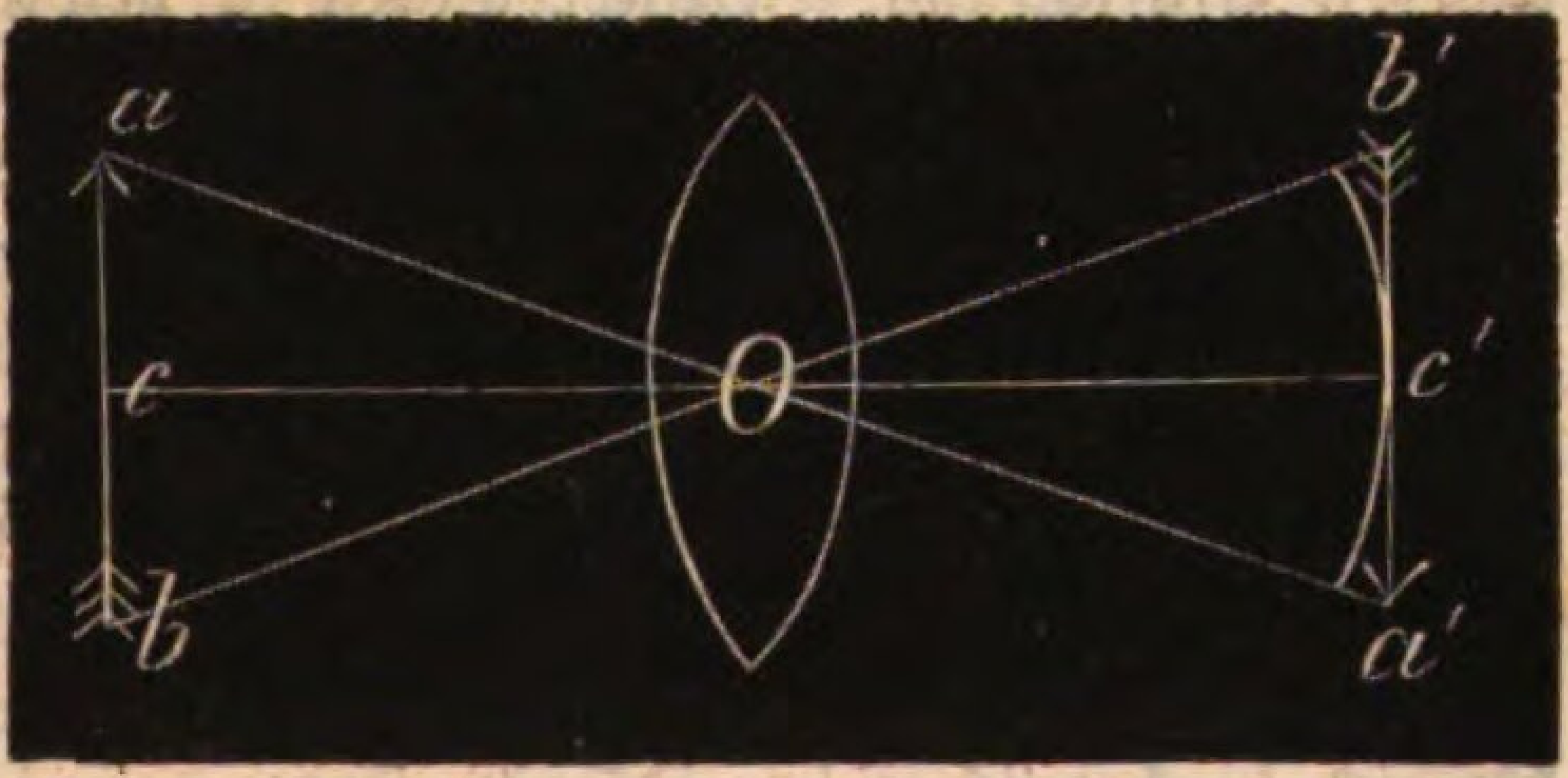
ser Punkt, während die Spalte $\frac{1}{5}$ der Peripherie zurücklegt, $\frac{4}{5}$ der Peripherie in der entgegesetzten Richtung beschreiben, somit abermals der Spalte gegenüberstehen; dieß findet jedesmal Statt, wenn die Spalte um $\frac{1}{5}$ der Peripherie weiter gerückt ist. Beim schnellen Drehen sieht das Auge wegen der Dauer des Lichteindruckes den Punkt a an fünf verschiedenen Stellen. — Verzeichnet man auf einen Sector, welcher den fünften Theil der Kreisfläche beträgt, eine regelmäßige Figur, theilt den Sector durch Radien in gleiche Theile und in eben so viele gleiche Theile eine zweite Scheibe, zieht an beiden eine gleiche Anzahl von concentrischen gleich weit abstehenden Kreisen, und überträgt die Theile der Figur, die in einem Vierecke des Sectors verzeichnet sind, in das entsprechende Viereck der zweiten Scheibe; so erhält man auf dieser letztern eine verzerrte, unkennbare Figur; macht man sie aber transparent, und setzt sie vor die schwarze Scheibe an die gemeinschaftliche Axe, so kommen beim Drehen alle Theile der verzerrten Figur nach einander vor die Spalte, während diese den fünften Theil der Kreisfläche durchläuft; die Figur erscheint daher genau auf einen Kreissector zusammengedrängt, der $\frac{1}{5}$ der Kreisfläche beträgt, und wird deshalb in ihren regelmäßigen Dimensionen gesehen, und zwar fünfmal. Man bringt an der schwarzen Scheibe 4 Spalten an, und erzielt damit eine größere Helligkeit, indem die Eindrücke die jede Spalte gibt, sich gegenseitig decken. Die im Auge vorhandenen Mittel zur Aufhebung der sphärischen Abweichung sind:

a) Der Bau der Krystalllinse; denn die beiden Oberflächen haben eine verschiedene Krümmung, wie es zur Verminderung der Kugelabweichung nöthig ist; die vordere Fläche ist ferner elliptisch gekrümmt, mithin in der Mitte flächer, als an den Rändern. Dieß hat zur Folge, daß die schief kommenden Strahlen unter kleinen Einfallswinkeln die Linse treffen, und daher keine bedeutende Abweichung erleiden können; außerdem nimmt die Dichte der Linse gegen die Mitte zu, wodurch die Vereinigungsweite der Centralstrahlen abgekürzt wird.

b) Die als Blendung wirkende Iris, deren Lage selbst von großem Einfluße ist, indem sie nahe an der Krystalllinse liegend, alle Lichtstrahlen zurückhält, welche wegen ihres schiefen Auffallens eine zu starke Abweichung veranlassen würden. Die hintere Fläche der Iris ist mit einem schwarzen Pigmente bedeckt, das alle von der Krystalllinse zurückgeworfenen Strahlen absorbirt.

c) Die Wölbung der Netzhaut trägt viel zur Deutlichkeit der Bilder bei; denn die Vereinigungsweite der Strahlen, die von einem außerhalb der Brennweite liegenden Punkte kommen, wird desto kleiner, je größer der Abstand des leuchtenden Punktes vom optischen Mittelpunkte ist; liegen daher a und b Fig. 205. von O weiter entfernt, als die Mitte c, so müssen die Bilder von a und b dem Punkte O näher liegen, als das Bild von c, folglich kann das Bild der geraden Linie ab nicht geradlinig erscheinen, sondern muß eine krumme Linie bilden, deren hohle Seite der Linse zugekehrt ist. Eine solche concave Gestalt hat auch die Netzhaut; sie nimmt alle Vereinigungspunkte auf, weshalb die Bilder nicht bloß in der Mitte, sondern auch an den Rändern sehr deutlich erscheinen.

Fig. 205.

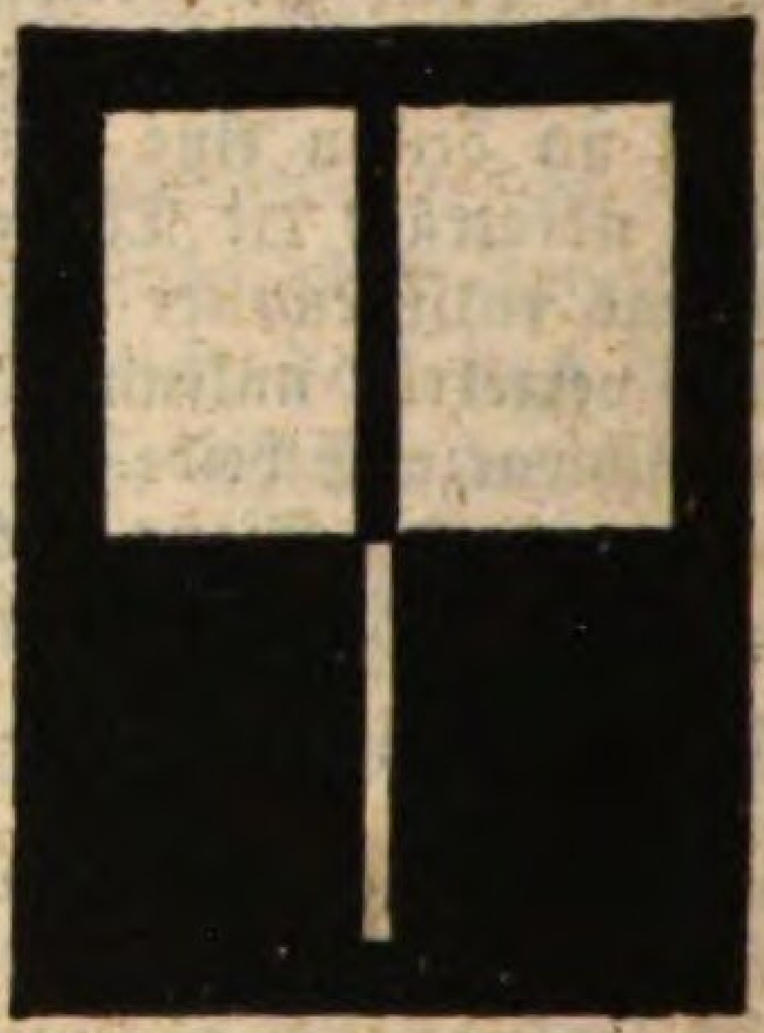


Der Achromatismus wird durch die verschiedenen im Auge befindlichen Feuchtigkeiten erzielt, die als Linsen wirken, und verschiedene lichtbrechende und farbenzerstreuende Kräfte besitzen, indessen ist, wie Fraunhofer zeigte, die Aufhebung der chromatischen Abweichung im Auge nicht vollkommen, da nur die Gegenstände, welche

in gewissen dem Auge anpassenden Entfernungen sich befinden, ohne Farbensäume erscheinen.

Ueber Irradiation hat in der neuesten Zeit Plateau viele Versuche angestellt; sie zeigt sich auffallend, wenn man die obere Hälfte eines viereckigen 8 Zoll hohen und 6 Zoll breiten Streifens zur Hälfte mit weißem Papier überzieht, und die andere Hälfte schwarz anstreicht; in der Mitte der weißen Hälfte zieht man einen schwarzen zwei Linien breiten Streifen, und in der Verlängerung desselben an der schwarzen Hälfte einen eben so breiten weißen Streifen, wie die Fig. 206. zeigt. Die so hergerichtete Scheibe wird dergestalt aufgestellt, daß sie recht hell erleuchtet erscheint; betrachtet man sie von einer Entfernung von 2 bis 2⅓ Klaftern, so sieht man den weißen Streifen stets breiter, als den schwarzen, und überzeugt sich auf diese Art, daß helle Gegenstände auf einem dunklen Grunde immer breiter, dagegen dunkle auf einem hellen Grunde immer schmäler erscheinen; deshalb scheint die Sichel des Mondes, den man mit freiem Auge betrachtet, einer größern Scheibe anzugehören, als der dunkle Theil desselben. Die Größe der Irradiation wächst mit dem Unterschiede in der Lichtstärke des hellen Gegenstandes und seiner dunklen Umgebung; sie zeigt sich bei allen Entfernungen, ist jedoch nicht bei allen Personen gleich groß.

Fig. 206.



§. 152. **Fähigkeit des Auges sich verschiedenen Entfernungen der Gegenstände anzupassen; Kurz- und Weitsichtigkeit; Brillen.** Der Grad des deutlichen Sehens richtet sich nach dem Grade der Deutlichkeit des Bildes auf der Netzhaut; diese erheischt, daß die Vereinigungspunkte der von den Punkten eines Gegenstandes kommenden Lichtkegel genau auf die Netzhaut fallen; denn fallen sie vor oder hinter die Netzhaut, so stellen sich die Bilder der einzelnen Punkte auf der Netzhaut als kreisförmige Scheiben dar, und daher erscheinen die Bilder der Gegenstände undeutlich. Wären alle beim Sehen wirksamen Bestandtheile des Auges rücksichtlich ihrer Lage und Gestalt unveränderlich, so könnten diese Vereinigungspunkte nur bei einem bestimmten Abstande des Gegenstandes vom Auge auf die Netzhaut fallen, also könnte das Bild nur bei diesem Abstande deutlich gesehen werden; aber der Erfahrung zufolge sieht ein gesundes Auge die Gegenstände bei verschiedenen Abständen recht deutlich, folglich besitzt das Auge die Fähigkeit, in seiner inneren Einrichtung Veränderungen zu bewirken, in Folge deren die Vereinigungspunkte der Strahlen bei verschiedenen Abständen des Gegenstandes auf die Netzhaut fallen, es hat also die Fähigkeit, sich den verschiedenen Abständen anzupassen. Man erkennt diese Veränderungen im Auge an einer gewissen Anstrengung, die man jederzeit empfindet, wenn man das Auge von einem nahen Gegenstande auf einen entfernten richtet; auch stellt sich bei längerer Anstrengung eine gewisse Müdigkeit ein; daher glaubt man, daß hiebei gewisse Muskeln thätig sind, welche eine Abänderung in der Gestalt oder in der Lage der Krystalllinse, oder in der Dichte des Glaskörpers zu bewirken im Stande sind.

Diese Accomodationsfähigkeit des Auges ist an gewisse Grenzen gebunden; ist die Entfernung eines Objects vom Auge kleiner, als 8 bis 10 Zoll, so vermag ein gesundes Auge das Object nicht mehr ohne Anstrengung mit gehöriger Deutlichkeit zu sehen; am deutlichsten erscheinen die Gegenstände an dieser Grenze, weshalb man die Entfernung von 8 bis 10

Zoll die Weite des deutlichen Sehens oder kurzweg, die Sehweite heißt. Es gibt Menschen, welche bei dieser Sehweite die Gegenstände deutlich zu sehen nicht vermögen, sondern die entweder eine größere oder eine kleinere Entfernung der Objecte, als die von 8 bis 10 Zoll ist, erfordern, um sie mit gehöriger Deutlichkeit zu sehen; erstere heißen Weitsichtige, letztere Kurzsichtige. Der Vereinigungspunkt der Strahlen, die von einem in der Sehweite des gesunden Auges befindlichen Objecte kommen, fällt bei den Weitsichtigen hinter, bei den Kurzsichtigen vor die Netzhaut, daher muß der Weitsichtige durch Vergrößerung des Abstandes des leuchtenden Punktes die Vereinigungsweite der Strahlen vermindern, der Kurzsichtige dagegen durch Annäherung des Gegenstandes an das Auge dieselbe vergrößern, um die Vereinigungspunkte auf die Netzhaut zu bringen, und so das Object deutlich zu sehen. Stellt der Weitsichtige vor sein Auge eine Sammellinse, und sieht durch sie einen innerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenstand an, so treten die Strahlen aus der Linse so heraus, als befände sich der Gegenstand in einem größeren Abstande vom Auge, weshalb es dem Weitsichtigen möglich wird, durch diese Linse den Gegenstand ganz deutlich zu sehen, sobald dieser in demjenigen Abstande von der Linse sich befindet, bei welchem sein Bild in der Sehweite des Weitsichtigen erscheint. Ein Kurzsichtiger kann einen in der Sehweite des gesunden Auges befindlichen Gegenstand deutlich sehen, wenn er ihn mittelst einer Zerstreuungslinse betrachtet, da diese die von einem Gegenstande kommenden Lichtstrahlen genau so in das Auge führt, wie sie dahin kommen würden, wenn der Gegenstand wirklich näher stände. Linsen, die den Zweck haben, dem Weitsichtigen nahe und dem Kurzsichtigen entfernte Gegenstände deutlich sichtbar zu machen, werden Augengläser oder Brillen genannt.

Der Winkel, welchen die Strahlen miteinander bilden, die von einem in der Sehweite befindlichen Punkte durch die Pupille auf die Krystalllinse auffallen, ist nur 33 Minuten groß, und er wird bei einem größeren Abstande des leuchtenden Punktes noch kleiner; deshalb nimmt man an, daß zum deutlichen Sehen parallele Strahlen erforderlich sind, was wohl nicht ganz richtig ist, aber die Rechnung oft erleichtert.

Kurz- und Weitsichtigkeit werden häufig durch Angewöhnung erzeugt; Menschen, die häufig in die Ferne sehen, wie z. B. die Jäger sind gewöhnlich weitsichtig, andere, die Arbeiten verrichten, die recht nahe ans Auge gehalten werden, wie z. B. die Uhrmacher, werden kurzsichtig. Häufiges und anhaltendes Lesen bei schwachem Lichte erzeugt Kurzsichtigkeit, weil sich dabei die Pupille erweitert, diese Erweiterung aber dem deutlichen Sehen naher Gegenstände sehr ungünstig ist, weshalb es dem Auge mehr Anstrengung kostet, dieser geringen Entfernung sich anzupassen; eine öftere Wiederholung dieser Anstrengung hat ein Verharren des Auges in diesem Zustande zur Folge. — Die Weitsichtigkeit stellt sich gewöhnlich im vorgerückten Alter ein, wo wegen Abnahme der Feuchtigkeiten im Auge, die Hornhaut und die Krystalllinse weniger convexe Formen bekommen.

Kurz- und Weitsichtigkeit haben verschiedene Grade, weshalb auch die Brillen, die diesen Uebeln abhelfen sollen, von verschiedener Beschaffenheit sein müssen. Ist a die Entfernung des deutlichen Sehens beim kranken Auge, p die Brennweite der Linse, A die Sehweite des gesunden Auges oder der Abstand, in welchem man den Gegenstand bei der Arbeit gewöhnlich hält, und berücksichtigt man, daß die Linse den innerhalb ihrer Brennweite befindlichen Gegenstand in der Entfernung a vor dem optischen Mittelpunkte zeigen muß, so hat man

$$-\frac{1}{a} = \frac{1}{p} - \frac{1}{A}, \text{ und } p = \frac{A\,a}{a - A}.$$

Die letzte Formel gibt die Brennweite der Linse, die für das kranke Auge am passendsten ist. Solange a > A, muß die Brennweite positiv, mithin die Linse eine Sammellinse, dagegen eine Zerstreuungslinse sein, wenn a < A, d. i. wenn das Auge kurzsichtig ist. Dividirt man Zähler und Nenner mit a, so ist

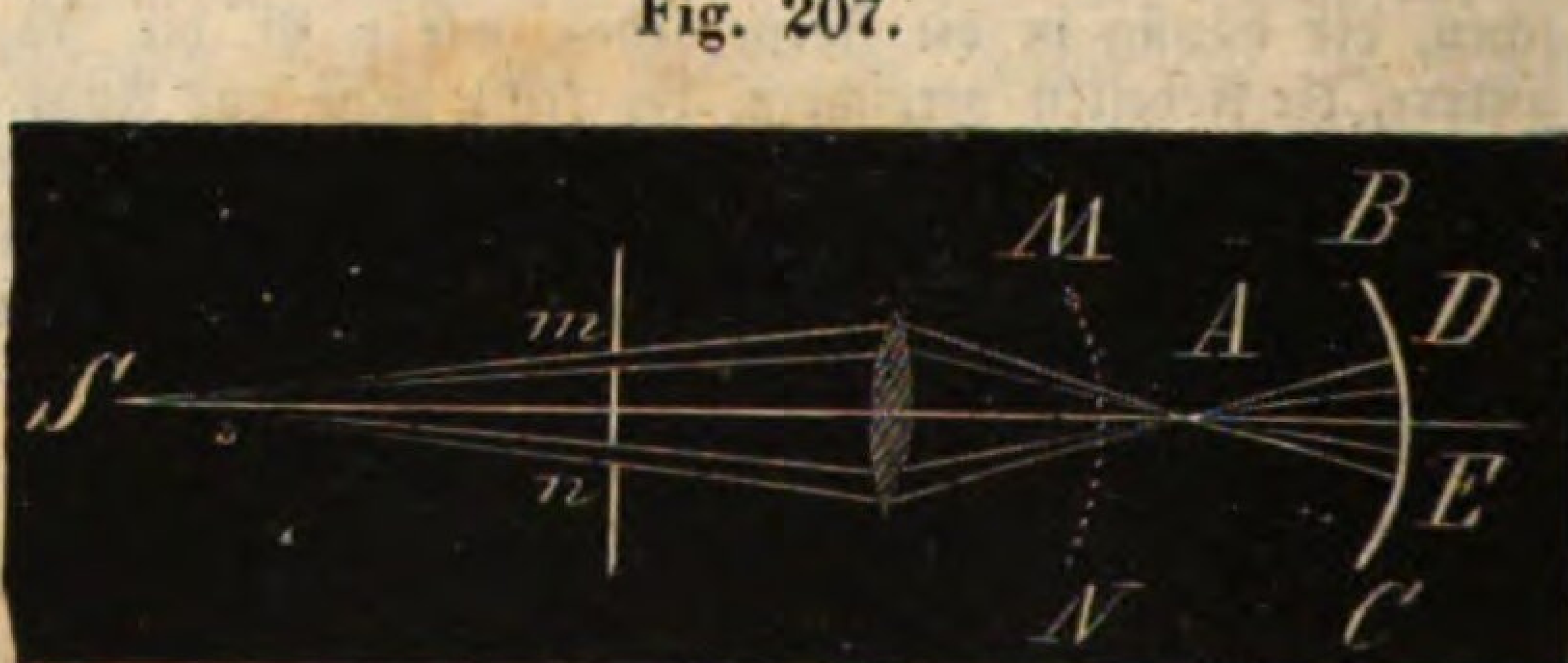
$$p = \frac{A}{1 - \frac{A}{a}} \text{ (1), oder } p = -\frac{A}{\frac{A}{a} - 1} \text{ (2).}$$

Man ersieht aus (1), daß bei größerem Werthe von a d. h. bei höherem Grade der Weitsichtigkeit die Brennweite abnimmt; die Gleichung (2) lehrt, daß bei geringerem Werthe von a d. i. bei einem höheren Grade der Kurzsichtigkeit die negative Brennweite der Brille ebenfalls kleiner werden muß.

Man gebrauche die Brillen nur dann, wenn es wirklich nöthig ist, und wähle stets solche, mit denen man die Gegenstände ohne Anstrengung deutlich, aber nicht größer und nicht kleiner sieht, als wie mit freiem Auge; immer soll man den schwächeren, d. i. denjenigen, die eine größere Brennweite haben, den Vorzug geben. Beginnt man Brillen zu gebrauchen, so wähle man Anfangs nur die von sehr großer Brennweite (Conservationsbrillen), und gehe nur nach und nach zu den schärferen über. Die Brillen sollen genau sphärische Krümmungen haben, daher nur von anerkannten Künstlern zu beziehen sein; sie sollen möglichst nahe an den Augen liegen, und sie ganz bedecken, damit man nicht über die Brille hinwegsehen könne; das Auge soll möglichst immer durch die Mitte sehen. — Sind die Brillen so gefaßt, daß man beliebig die eine oder die andere Seite dem Auge zuwenden kann, wie die Lorgnette, und sogenannten Stecher, so sollen die Flächen gleiche Krümmungen haben; wird aber immer die nämliche Fläche gegen das Auge gekehrt, dann sind sogenannte periscopische Brillen, nämlich convexconcave Linsen, die so gefaßt sind, daß die concave Seite dem Auge zugekehrt ist, vorzüglich zu empfehlen, weil sie den Vortheil gewähren, daß man auch die seitwärts gelegenen Gegenstände deutlich sieht; dem Uebel, daß die äußere Fläche für die von der inneren nach außen reflectirten Strahlen, wie ein Hohlspiegel wirkt und falsche Bilder veranlaßt, läßt sich dadurch abhelfen, daß der Krümmungshalbmesser der äußeren Fläche sehr groß genommen wird, weil dann die von ihr reflectirten Strahlen das Auge in Richtungen treffen, bei welchen sie sich erst hinter der Netzhaut vereinen. — Der Gebrauch Eines Brillenglases ist nachtheilig, weil dabei immer nur ein Auge thätig ist, was allmälig eine Ungleichheit in der Sehweite beider Augen herbeiführt.

Um die Weite des deutlichen Sehens ungefähr zu finden, bedient man sich des sogenannten Scheiner'schen Versuchs; man macht nämlich in einem Kartenblatte zwei Nadelstiche m, n, Fig. 207. neben einander, so daß sie nur $^3/_4$ Linien von einander entfernt sind; bringt man diese Oeffnungen dicht vor das Auge, und betrachtet durch sie eine feine in einem Kartenblatte gemachte Spalte S, die man recht nahe an die Oeffnungen bringt, so sieht man die Spalte doppelt, weil die beiden Lichtbündel, die durch die Oeffnungen gegangen sind, nach ihrem Austritte aus der Krystallinse sich erst hinter der Netzhaut MN in A vereinen, so daß auf dieser jedes Strahlenbündel einen kleinen Kreis bildet; entfernt man langsam die Spalte, so nimmt die Vereinigungsweite ab, und man findet bald den Abstand, bei dem die beiden Bilder zusammenfallen, und nur Ein deutliches Bild gesehen wird, indem die Vereinigung beider Lichtbündel auf der Netzhaut Statt findet; dieser Abstand der Spalte vom Auge ist die deutliche Sehweite. Entfernt man die Spalte noch weiter, so erscheint sie wieder doppelt, weil die Vereinigung der Lichtbündel vor der Netzhaut Statt findet, und nun jedes Lichtbündel ein Bild auf der Netzhaut erzeugt. — Stampfer hat ein auf den Scheiner'schen Versuch gegründetes Optometer construirt. — Durch

Fig. 207.



eine kleine Oeffnung sieht man nahe und ferne Gegenstände deutlich, weil das von einem Punkte ins Auge gelangende Lichtbündel immer nur in einem äußerst kleinen Kreise die Netzhaut trifft, mag der Punkt nahe oder ferne liegen.

§. 153. Sehen mit beiden Augen. Richtet man beide Augenaren nach einem bestimmten Gegenstande B, so erscheinen die Bilder desselben genau auf der Mitte der Netzhaut, beide Eindrücke sind daher vollkommen identisch, und man bezieht sie auf einen und denselben Ort, so daß der Gegenstand mit beiden Augen nur einfach gesehen werden kann; aber auch alle andern neben B Fig. 208. befindlichen Gegenstände wie z. B. A und C können nur einfach gesehen werden, da ihre Bilder in beiden Augen auf den nämlichen Stellen der Netzhaut erscheinen, indem beide Bilder von A rechts und die von C links von der Mitte entstehen. Fallen jedoch die Bilder eines Gegenstandes in den beiden Augen nicht auf gleich liegende Stellen der Netzhaut, so bezieht man den Eindruck in einem Auge auf einen ganz andern Ort, als den im andern, und erblickt den Gegenstand doppelt. Während z. B. die Augenaren auf einen in der deutlichen Sehweite befindlichen Gegenstand A Fig. 209. gerichtet sind, erscheint das Bild eines jeden Gegenstandes, der vor A, oder hinter A steht, wie B und C, in einem Auge rechts, im andern links von der Mitte und wird deshalb doppelt gesehen. — Ein Doppeltsehen stellt sich auch ein, wenn man das eine Auge mit dem Finger seitwärts drückt, während das andere auf einen Gegenstand gerichtet ist, weil im letzteren das Bild in der Mitte, im andern wegen Veränderung der Lage der Augenare seitwärts entsteht. — Bei manchen Menschen stellt sich ein Doppeltsehen selbst dann ein, wenn man nur mit einem Auge einen entfernten Gegenstand betrachtet, dieß geschieht öfters wenn das Auge längere Zeit einer Anstrengung z. B. bei mikroscopischen Untersuchungen ausgesetzt war, ist aber auch häufig Folge eines krankhaften Zustandes.

Fig. 208

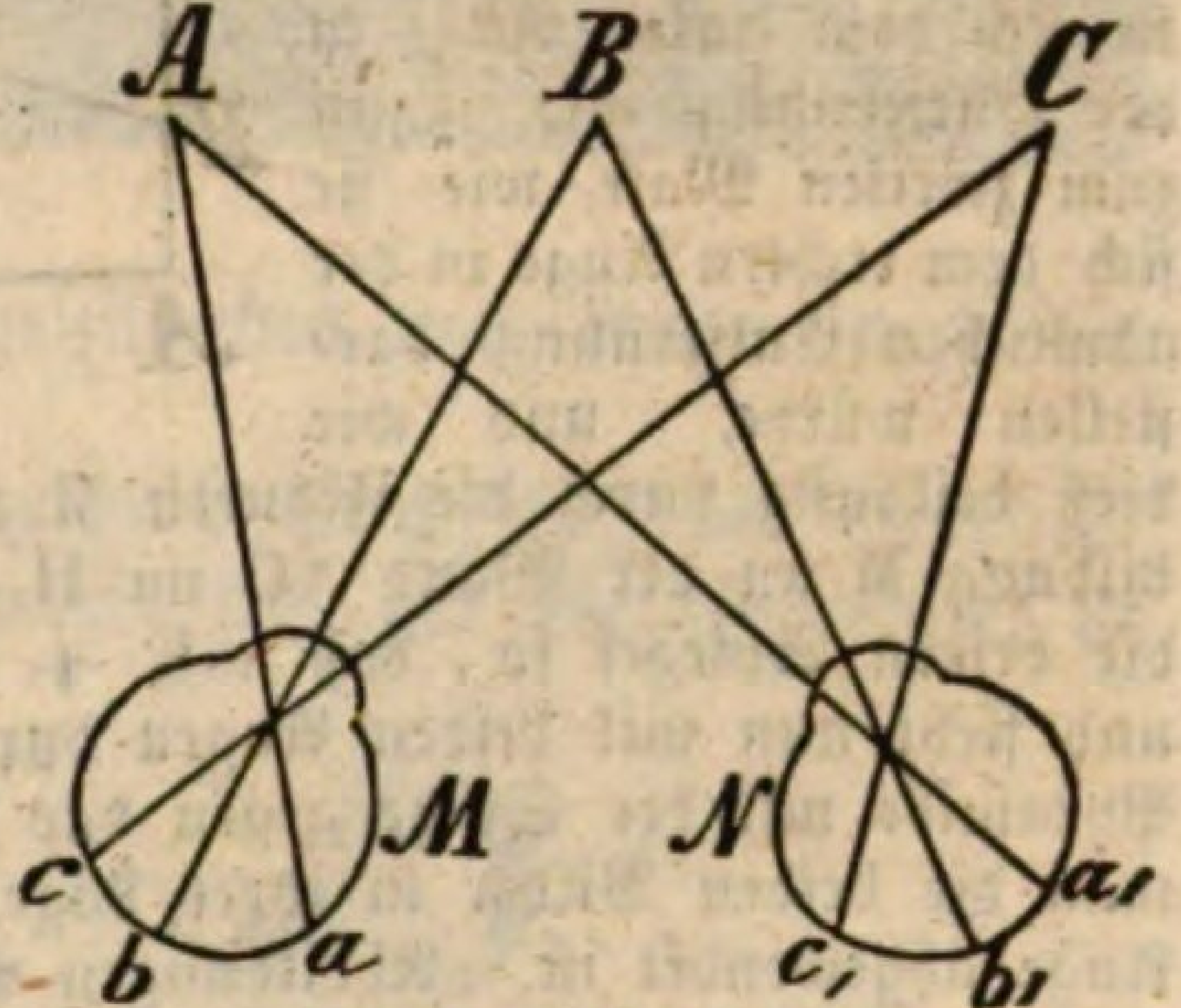
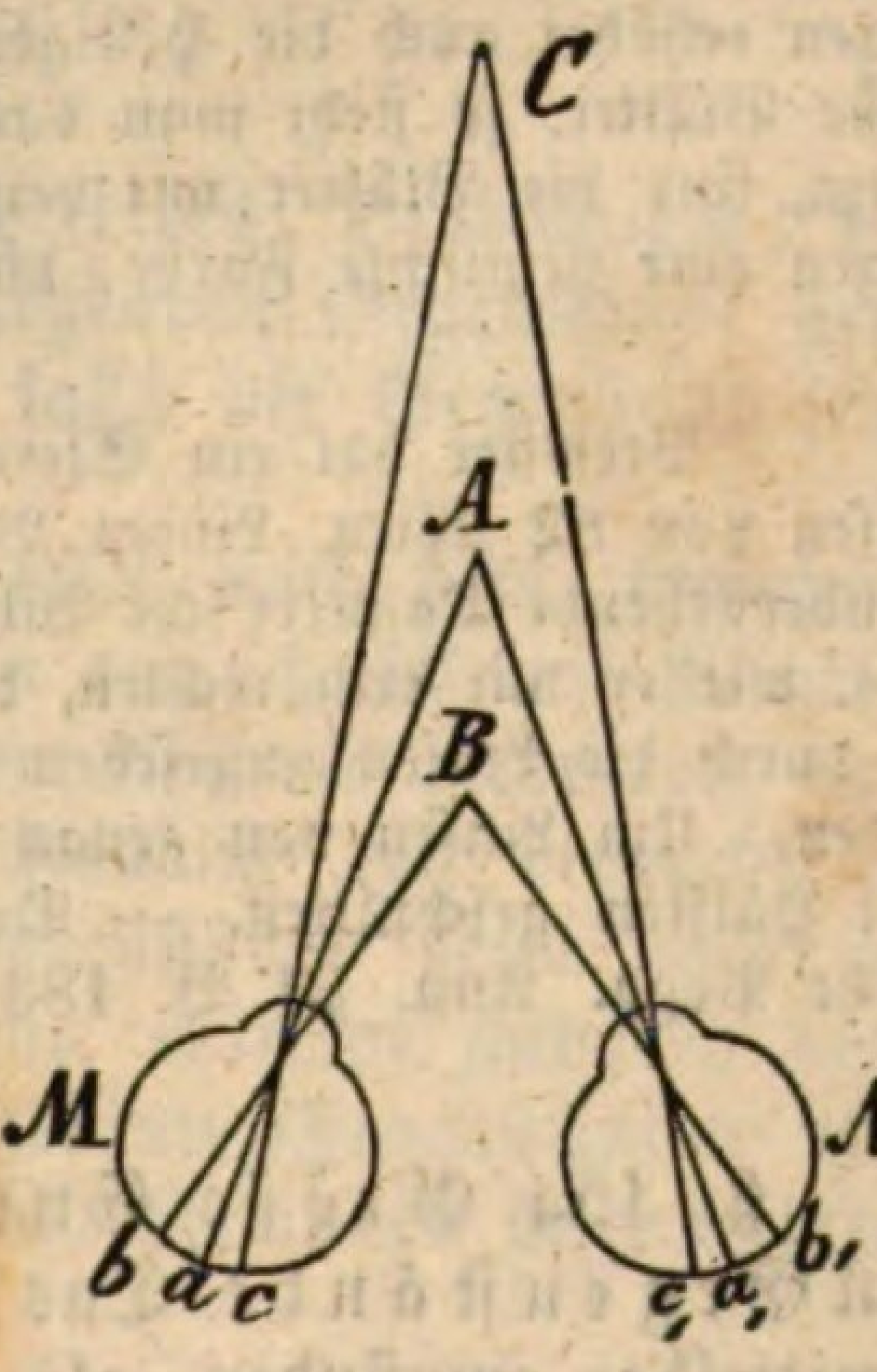


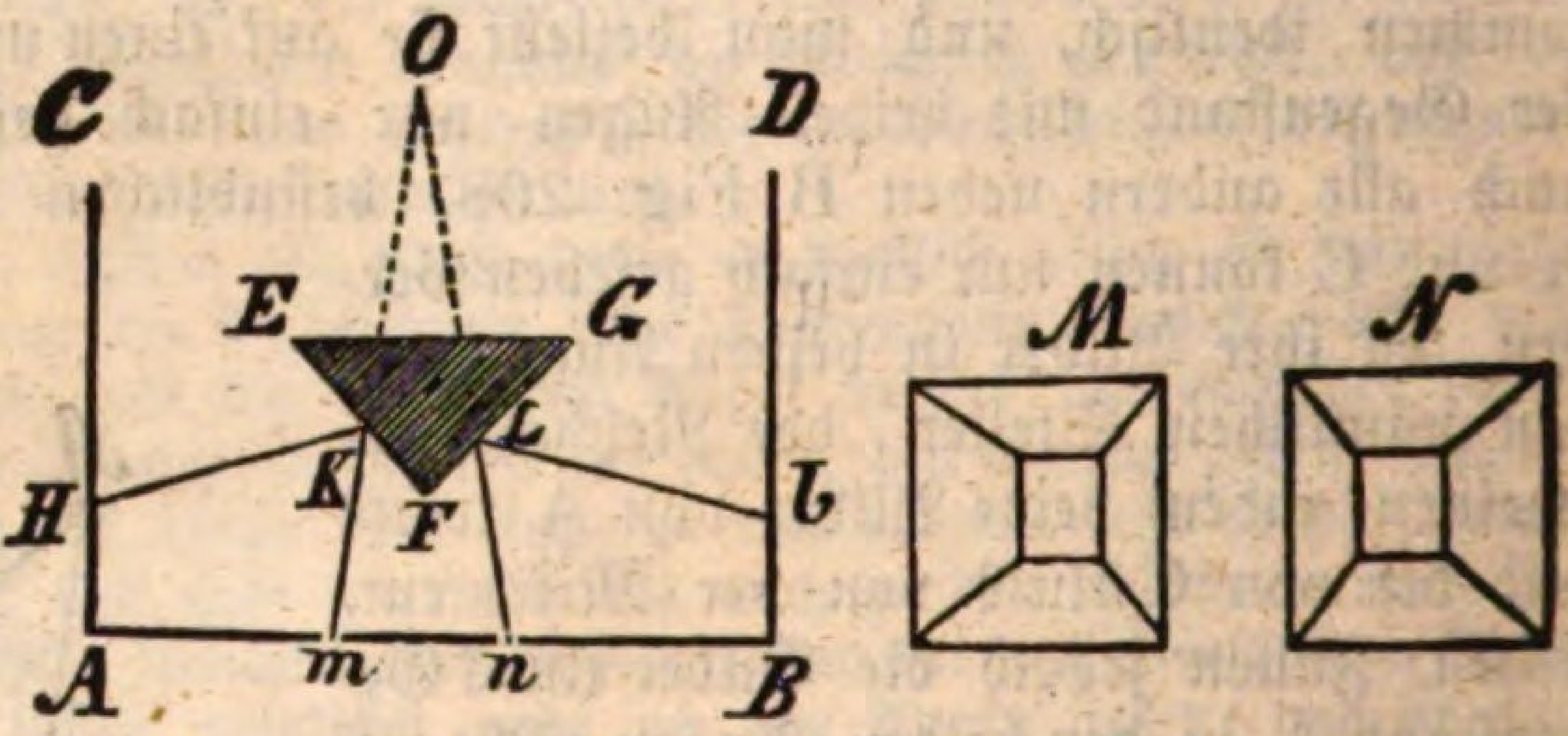
Fig. 209.



Der Gebrauch beider Augen leistet uns vortreffliche Dienste bei der Beurtheilung der Entfernung eines Gegenstandes; sehen wir mit einem Auge auf einen Gegenstand, so hat das Auge kein Mittel, um genau über dessen Entfernung in der Visirlinie zu urtheilen; wird aber auch das andere Auge auf denselben Gegenstand gerichtet, so tritt ein Umstand hinzu, der mit der Entfernung abgeändert wird, nämlich der Unterschied in der Richtung beider Augenaren, die desto mehr einwärts gekehrt sein müssen, je weniger der Gegenstand entfernt ist; bei nahen Gegenständen müssen wir uns empfindlich anstrengen, um den Augenaren die richtige Stellung zu geben. Man kann

aber auch mit einem Auge richtig über die Entfernung urtheilen, wenn man den Kopf merklich bewegt. — Die Wichtigkeit des Gebrauchs beider Augen ist erst durch das Stereoskop von Wheatstone, und noch auffallender durch das dioptrische Stereoscop von Brewster bewiesen worden. Das erstere hat folgende Einrichtung: Zwischen drei senkrecht auf einander stehenden Wänden ABCD Fig. 210. befinden sich zwei einen rechten Winkel EFG einschließende Planspiegel, und an der Vorderwand AB sind zwei Oeffnungen m und n für die beiden Augen angebracht. Bildet man z. B. eine abgestumpfte Pyramide, deren Spitze gegen das Auge gekehrt ist, zuerst so ab, wie sie sich dem linken Auge in der Entfernung mO, dann zum zweiten Male, wie sie sich dem rechten Auge in der nämlichen Entfernung darstellen würde, und wie dieß beiläufig durch die Figuren M und N dargestellt wird; befestigt hierauf die Abbildung M an der Wand AC im H, und die andere N an der Wand BD in J, rückt die beiden Spiegel so, daß mK + HK = mO, und auch nL + LJ = mO wird, und sieht nun mit beiden Augen durch die Oeffnungen, so glaubt man eine wirkliche Pyramide mit der Spitze gegen das Auge gekehrt vor sich zu haben. Verwechselt man die beiden Bilder in ihrer Lage, so sieht man eine Pyramide, deren Spitze vom Auge abgewendet ist. Abbildungen von Büsten, Statuen, Ornamenten und andern erhabenen Gegenständen, die nach den Regeln der Perspektive für jedes Auge aufgenommen werden, erscheinen wie Modelle. Einen überraschenden Eindruck erzeugen zwei Lichtbilder von dem nämlichen Gegenstande, die so aufgenommen wurden, wie sie in gehöriger Entfernung dem rechten und dem linken Auge erscheinen. — Der Gebrauch beider Augen erhöhet auch die Helligkeit, denn setzt man an die Stelle der Bilder bloß zwei weiße Blätter, so sieht man das Bild derselben mit beiden Augen viel heller, als mit einem, sind die Blätter mit verschiedenen Farben bemalt, so sieht man mit beiden Augen eine gemischte Farbe, diese wird weiß, sobald die Farben complementär sind.

Fig. 210.

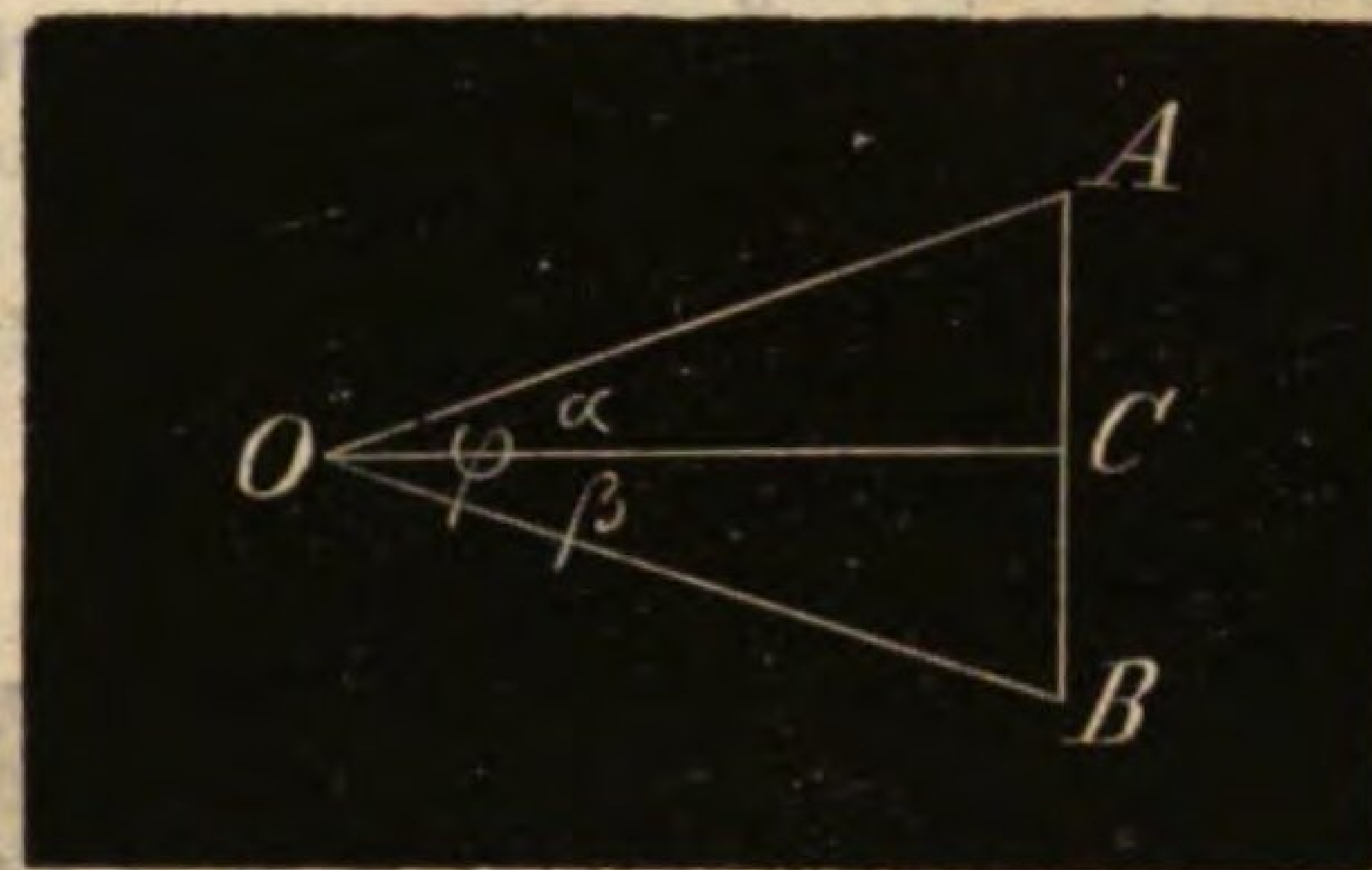


Brewster hat ein Stereoscop construirt, bei dem die beiden Oeffnungen mit Linsen von 82 Wien. Linien Brennweite versehen und so gerichtet sind, daß zwei gegenüberstehende Daguerr'sche Bilder desselben Körpers, wovon das eine den Körper darstellt, wie er mit dem rechten, das andere, wie er mit dem linken Auge gesehen würde, sich durch die Linsen angesehen zu dem Eindrucke eines Gegenstandes im Relief verbinden. Um Linsen von genau gleicher Brennweite zu erhalten, wird eine Linse in zwei Hälften geschnitten. — Dove hat neuestens mehrere neue Stereoscope construirt. Siehe Pogg. Ann. 84 B. 183.

§. 154. Größe, Entfernung, und Bewegung der gesehenen Gegenstände. Das Auge kann bei jedem Lichteindrucke nichts anderes unmittelbar empfinden, als die Richtung desselben und die von der Brechbarkeit des Strahls abhängige Verschiedenheit in der Affectionsweise der einwirkenden Strahlen, nämlich die Farbe; alle andern Eigenschaften der Körper, zu deren Kenntniß wir durch das Auge gelangen, ergeben sich erst in Folge von Urtheilen, die wir mit solcher Schnelligkeit fällen, das sie fast mit dem Sinneseindrucke zusammenfallen. In der Experimentalphysik sind bereits die Umstände angeführt, die uns bei der Beurtheilung der Größe, Entfernung, Bewegung der Gegenstände leiten, und wir haben zu dem Gesagten

nur Weniges noch hinzuzufügen. Ist $AOB = \varphi$ Fig. 211. der Gesichtswinkel, unter dem wir eine Dimension eines in der Entfernung $OC = a$ stehenden Gegenstandes $AB = r$ sehen, so ist

Fig. 211.



$$AC = OC \tan \alpha, \text{ und}$$
$$BC = OC \tan \beta, \text{ mithin}$$
$$r = a (\tan \alpha + \tan \beta);$$

ist der Sehwinkel sehr klein, wie dieß bei kleinen oder sehr entfernten Gegenständen immer der Fall ist, sohat man

$$r = a (\alpha + \beta) = a \varphi \text{ und } \varphi = \frac{r}{a}$$

woraus zu ersehen ist, daß der Sehwinkel der Entfernung des betrachteten Gegenstandes vom Auge umgekehrt proportionirt ist.

Nehmen wir an, die Entfernung übergehe dadurch, daß der Beobachter seinen Standort ändert, in a'. so verwandelt sich der Gesichtswinkel in φ' und man hat

$$\varphi' = \frac{r}{a'}, \text{ und } \varphi' - \varphi = r \left(\frac{a - a'}{a a'}\right).$$

Setzen wir die Aenderung in der Größe der Entfernung des Beobachters von dem betrachteten Gegenstande, nämlich $a - a' = d$, so ist die Aenderung in der scheinbaren Größe

$$\varphi' - \varphi = \frac{d r}{a (a - d)};$$

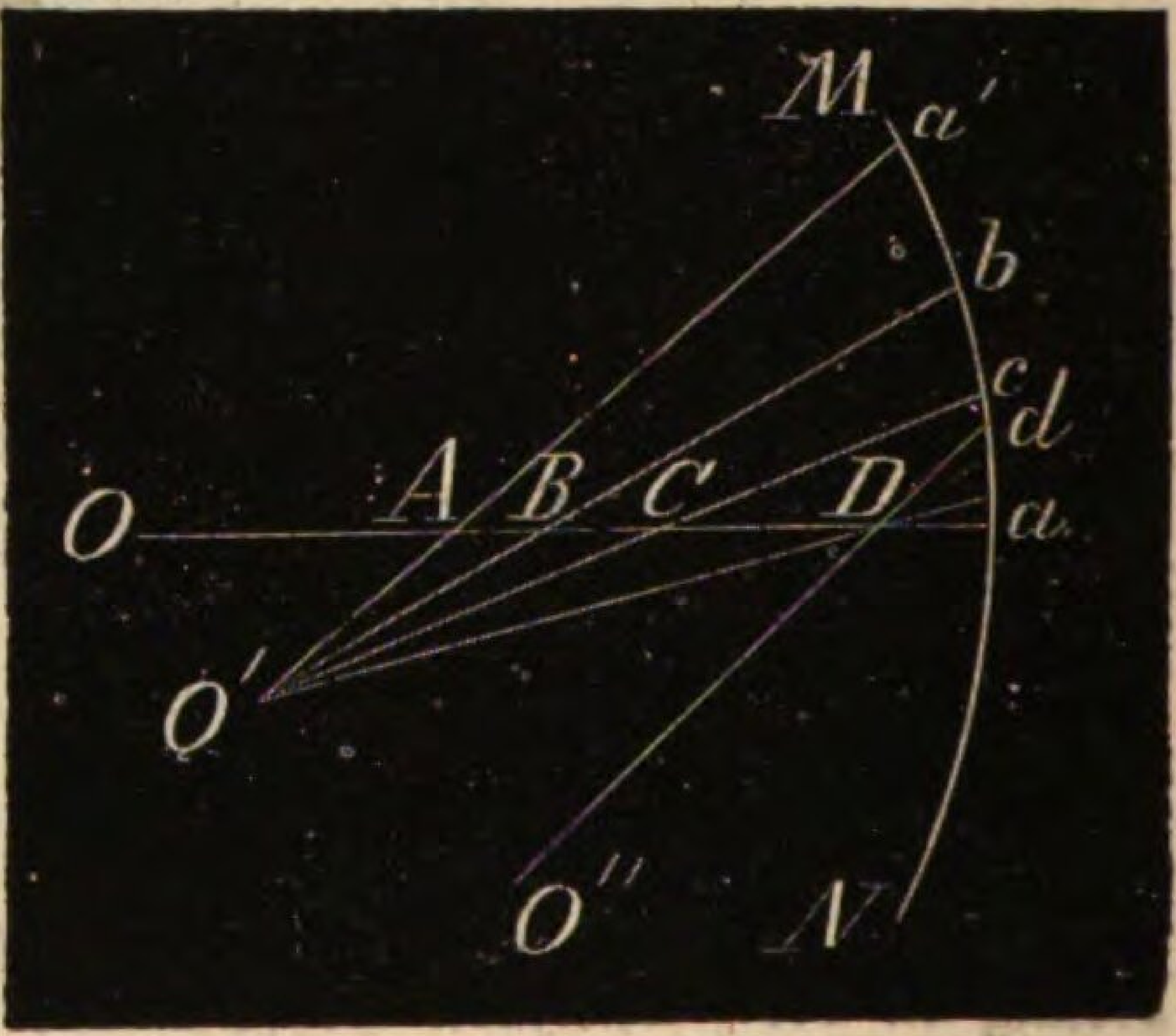
woraus folgt, daß bei derselben Ortsänderung d des Beobachters, die Aenderung in der scheinbaren Größe der näher liegenden Gegenstände größer ist, als die der weiter entfernten, so daß sie, falls der Gegenstand sehr weit entfernt ist, unmerklich wird.

Da wir den Abstand zweier Gegenstände auch nach dem Gesichtswinkel, unter dem er uns erscheint, und den man den scheinbaren Winkelabstand nennt, beurtheilen; so kann r auch diesen Abstand bedeuten, und es ist klar, daß dieser Winkelabstand mit der Entfernung der beobachteten Gegenstände vom Auge abnimmt, weshalb die Gegenstände desto näher an einander gerückt erscheinen, je weiter sie von uns entfernt sind; in dem Falle, wo sich der Beobachter zweien entfernt stehenden Gegenständen nähert, erscheint die Aenderung des scheinbaren Winkelabstandes desto kleiner, je größer ihre Entfernung vom Beobachter ist.

Die Sterne im Sternbilde der Plejaden erscheinen nur deshalb so nahe bei einander, weil ihre Entfernung von uns äußerst groß ist; so gibt es Tausende sogenannte Doppelsterne am Himmel, die uns paarweise und äußerst nahe an einander erscheinen, und doch viele Millionen Meilen von einander abstehen. — Wenn wir auf einer Reise die Gegenstände der Landschaft beobachten, nehmen wir leicht wahr, daß während der Aenderung unseres Standorts auch Veränderungen in der gegenseitigen Lage der Gegenstände Statt finden; die Gegenstände, denen wir uns nähern, rücken immer mehr auseinander, die näheren mehr, die entfernteren weniger, und bei den sehr weit im Hintergrunde stehenden wird selbst dann, wenn unsere Ortsänderung recht groß geworden ist, die Aenderung ihrer Winkelabstände unmerklich.

Den Standort eines Körpers beurtheilen wir nach seiner Lage gegen uns und gegen andere Körper, insbesondere gegen den sphärischen Hintergrund, auf den wir die beobachteten Objecte beziehen; nehmen wir eine Veränderung im Standorte eines Körpers wahr, so erscheint er uns in Bewegung, die entweder wirklich ist, wenn der Körper in der That seinen Standort ändert, oder nur scheinbar vor sich geht, wenn der Körper nur deshalb seine Lage geändert zu haben scheint, weil der Beobachter seinen Standort wechselte. Ein Beobachter, der in O Fig. 112. den Gegenstand A in der Gesichtslinie OA sieht, und auf den in dieser Linie liegenden Punkt a des Hintergrundes MN bezieht, erblickt vom Standorte O′ denselben Gegenstand in der Gesichtslinie O′A, mithin im Punkte a′ des Hintergrundes, der nun von A verdeckt erscheint; der Beobachter wird daher, falls er bei seiner Bewegung von O nach O′ den Gegenstand A beständig betrachtet, diesen nach einander an den zwischen a und a′ liegenden Stellen erblicken; daher wird es ihm vorkommen, daß sich der Gegenstand in einer Richtung bewege, die der Richtung seiner Bewegung entgegengesetzt ist. Bemerkt der Beobachter seine Bewegung nicht, so glaubt er den Körper A wirklich im Zustande der Bewegung.

Fig. 112.



Bei der Fahrt auf einer Eisenbahn oder auf einem Schiffe scheinen sich die Gegenstände in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen, die nähern am schnellsten, die entfernteren langsamer.

Die scheinbare Aenderung in der Lage eines von zwei verschiedenen Standorten O und O′ beobachteten Gegenstandes A heißt man **Parallaxe**; ihr Maß ist der Winkel OAO′, den die von O und O′ zu A gezogenen Gesichtslinien mit einander bilden. Die Parallaxe wird desto kleiner, je weiter der Gegenstand vom Beobachter absteht; so sieht der Beobachter in O′ den Gegenstand B in b, C in c u. s. f.; daher ist die scheinbare Ortsänderung von A der Bogen a a′, von dem weiter entfernten B der kleinere Bogen a b, und jene von C der noch kleinere Bogen a c; und so wird es einen Körper geben z. B. D, dessen Parallaxe unmerklich ist.

Die Parallaxe wächst, sobald die Ortsänderung des Beobachters vergrößert wird; so kann z. B. von O″ die scheinbare Ortsänderung von D, die in O′ unmerklich war, wahrgenommen und gemessen werden, allein auch für große Aenderungen der Standorte wird es Entfernungen der Körper geben, für welche die Parallaxe so klein wird, daß man sie nicht messen kann.

Aus der Größe der Parallaxe läßt sich die Entfernung eines Körpers bestimmen, diese muß desto größer angenommen werden, je kleiner sie bei derselben Aenderung der Standorte erscheint.

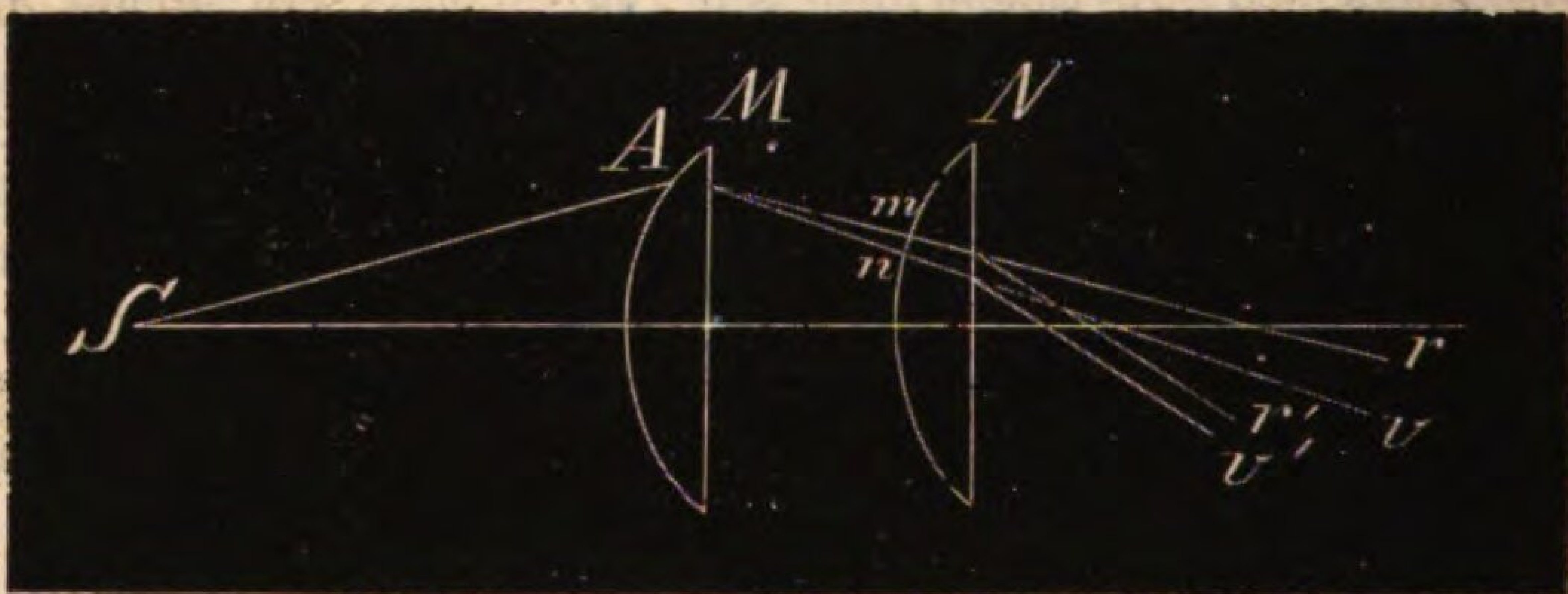
§. 155. **Optische Instrumente.** Man unterscheidet **dioptrische** und **catoptrische** Instrumente; erstere sind solche, die nur aus Linsen bestehen, letztere aber solche, die nebst Linsen auch Spiegel als Hauptbestandtheile enthalten. Die Hauptbestandtheile eines optischen Instrumentes sind in einer eigenen Röhre, die zur Abhaltung alles Seitenlichtes inwendig geschwärzt ist, dergestalt aufgestellt, daß sämmtliche Axen in einer geraden mit der Axe des Rohrs zusammenfallenden Linie liegen; dann heißt das Instrument ein richtig centrirtes. Die richtige Centrirung ist zur Deutlichkeit der Bilder wesentlich nothwendig. An dem Orte im Rohre, an welchem das vom Objectiv erzeugte Bild sich befindet, wird ein Diaphragma angebracht, um alles fremdartige Licht abzuhalten, das durch Zurückstrahlung von den Glasflächen und den Wänden des Rohrs an den Grenzen des Bildes die Deutlichkeit stören könnte; die Oeffnung des Diaphragma ist gleich der Größe des Bildes. Jedes optische Instrument muß eine Einrichtung bekommen, bei welcher das größtmögliche **Gesichtsfeld** und die größtmögliche **Deutlichkeit**, **Helligkeit** und **Vergrößerung** aller im Gesichtsfelde befindlichen Gegenstände erzielt wird.

Die **Deutlichkeit** erfordert, daß das Objectiv ein aplanatisches sei; da bei zusammengesetzten Mikroscopen die Brennweite des Objectivs klein sein muß, so sind auch die Dimensionen der Bestandlinsen sehr klein, deshalb die Ausführung eines aplanatischen Objectivs schwierig; daher pflegt man in der neuesten Zeit zwei oder auch drei von der chromatischen und sphärischen Abweichung möglichst befreite Doppellinsen mit ihren Fassungen an einander zu schrauben; sie vertreten die Stelle einer einzigen Linse von sehr kurzer Brennweite, und gewähren viel größere Helligkeit, Reinheit und Deutlichkeit der Bilder als eine einzige aplanatische Linse von kurzer Brennweite, weil man den einzelnen Bestandlinsen größere Oeffnungen und schwächere Krümmungen geben kann. Werden mehrere Objective übereinander geschraubt, so muß es immer in der vom Künstler angegebenen Ordnung geschehen. — Bei den Fernröhren ist die Anwendung mehrerer Objective nicht möglich, weil das Licht beim Durchgange durch so viele Linsen zu sehr geschwächt würde, und der Mangel an Helligkeit des Bildes nicht durch erhöhte künstliche Beleuchtung des Objects ersetzt werden kann, wie dieß bei den Mikroscopen stets möglich ist; man gebraucht daher bei Fernröhren immer nur ein, aber mit möglichster Genauigkeit ausgeführtes aplanatisches Objectiv.

Das durch das Objectiv erzeugte Bild wird mittelst eines vergrößernden Oculars betrachtet, und muß jedem Beobachter in der deutlichen Sehweite erscheinen; da diese bei verschiedenen Individuen verschieden groß ist, so muß das Ocular beweglich eingerichtet werden, damit es jeder Beobachter seiner Sehweite gemäß einstellen kann. Man kann dem Ocular einen desto größeren Antheil an der Vergrößerung überlassen, je vollkommener das Objectiv, also je größer die Reinheit und Deutlichkeit der von ihm erzeugten Bilder ist; darum gestatten aplanatische Objective viel schärfere Oculare als die nicht aplanatischen. — Das durch ein Ocular betrachtete Bild würde die gewünschte Deutlichkeit nicht besitzen, wenn man nicht auch bei der Ocularlinse sowohl die sphärische als die chromatische Abweichung aufhöbe. Die sphärische Abweichung vermindert man dadurch, daß man anstatt einer einfachen Linse eine eben so stark vergrößernde Verbindung von

zwei Linsen, ein sogenanntes Doppelocular gebraucht; denn indem jede einzelne Linse eine größere Brennweite, daher eine kleinere Krümmung hat, erlangt man den Vortheil einer größeren Oeffnung, und den einer verminderten Kugelabweichung; ja man hebt letztere fast vollständig auf, wenn das Ocular aus planconvexen, mit der Krümmung gegen das Object gewendeten Linsen besteht, und überdieß eine Blendung fast die halbe Oeffnung bedeckt. Bei einem gewissen Abstande der beiden Linsen des Doppeloculars erscheint auch die chromatische Abweichung aufgehoben; denn jeder vom Objectiv kommende Lichtstrahl, wie z. B. SA Fig. 213., gelangt an die Linse M,

Fig. 213.



ohne in die prismatischen Farben zerlegt zu werden, allein bei der Brechung im M wird er in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, so daß nach dem Austritte aus M der rothe Bestandtheil die Richtung A r und der violette, der stärker abgelenkt wird, die Richtung A v erhält; der erstere trifft die zweite Linse in einem Punkte m, der weiter von der Axe absteht, als der vom violetten Strahle getroffene Punkt n; da nun wegen der sphärischen Gestalt der Linse, die weiter von der Axe eintretenden Lichtstrahlen stärker zur Axe gebrochen werden, als die der Mitte naheliegenden; so kann dadurch die geringere Brechbarkeit des rothen Strahls ersetzt werden, dieß in einem desto höheren Grade, je weiter die Punkte m und n von einander entfernt sind, da mit der Größe von m n der Unterschied in der Brechung beider Strahlen wegen der Kugelgestalt der Linse wächst. Nun wird m n größer, wenn die Linse N weiter von M absteht; man kann daher durch Vergrößerung des Abstandes beider Linsen bewirken, daß der Unterschied in der Brechung der zwei äußersten Strahlen in Folge der Kugelgestalt der Linse gleich wird dem Unterschiede der Brechung dieser Strahlen wegen ihrer verschiedenen Brechbarkeit; ist diese Gleichheit erreicht, so treten beide Strahlen aus der Linse N in parallelen Richtungen heraus, und die chromatische Abweichung ist aufgehoben. Man nennt die Sammellinse M vorzugsweise Collectivlinse.

Campani führte, bei den zusammengesetzten Mikroscopen, die Anordnung ein, bei welcher das vom Objectiv erzeugte Bild zwischen die beiden Linsen des Oculars fällt. Bei den astronomischen Fernröhren sind an einem Ringe in einer Ebene die durch den Brennpunkt des Objectivs geht und senkrecht auf der Axe steht, zwei unter einem rechten Winkel sich kreuzende feine Fäden gespannt; der Durchschnittspunkt derselben bietet dem Beobachtet einen festen unveränderlichen Punkt dar, mit welchem man die Lage der Gestirne leicht und sicher vergleichen kann, indem man bei jeder Beobachtung den Stern in diesen Durchschnittspunkt bringt. Damit dieses Fadenkreuz

bei Einstellung des Oculars nach der Sehweite des Beobachters nicht in Bewegung komme, sondern eine feste Stellung im Rohre behalte, brachte Ramsden beide Oculare auf eine Seite des vom Objectiv erzeugten Bildes, bei welcher Anordnung jedoch der Achromatismus außerhalb der Axe nicht so vollständig erreicht wird, als bei der Campanischen. Der Optiker Kellner änderte neuestens die Ramsden'schen Anordnungen in der Art, daß er die zweite Linse N aplanatisch einrichtet, die Collectivlinse aber einfach läßt; diese Einrichtung gewährt ein größeres Gesichtsfeld und einen im ganzen Gesichtsfelde gleich hohen Grad der Deutlichkeit.

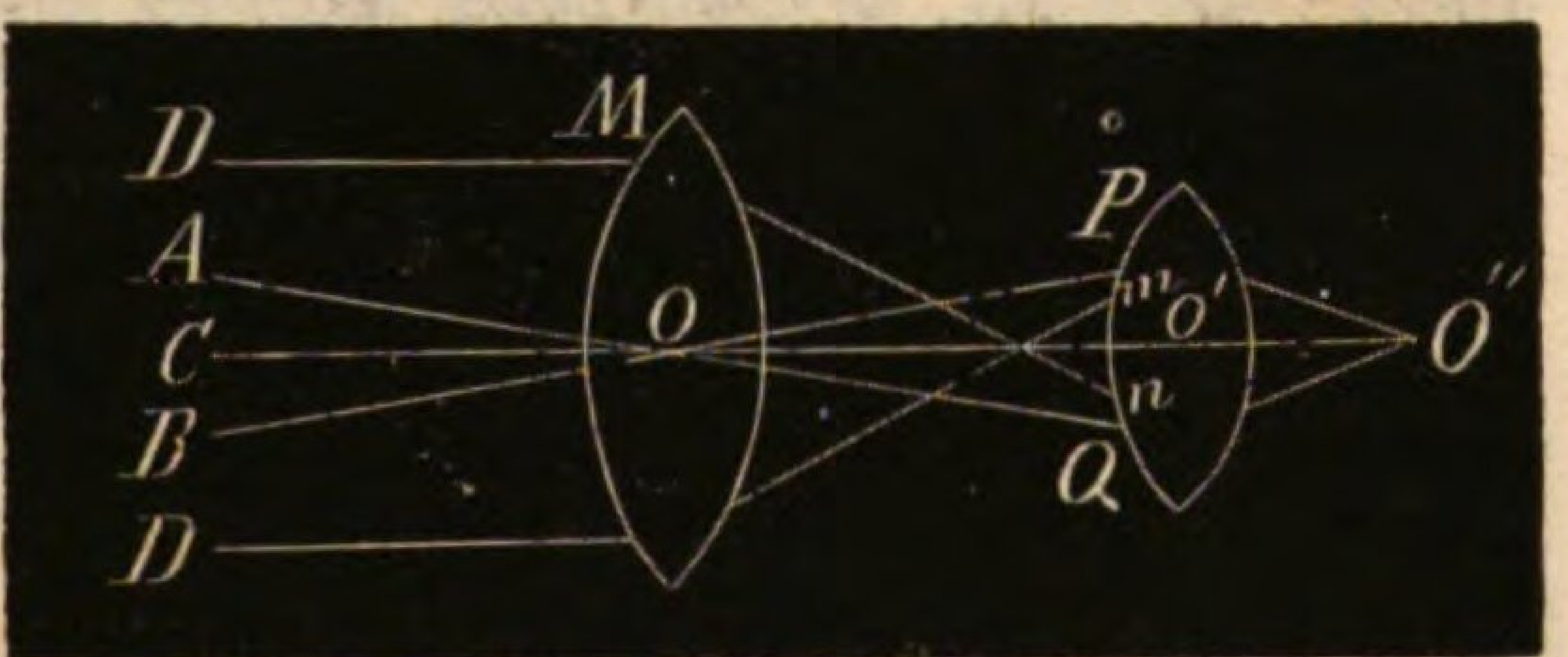
Daß die Brennweite eines Doppeloculars kleiner ist, als die der einzelnen Bestandlinsen, ist schon aus dem Umstande zu ersehen, daß in parallelen Richtungen auffallende Strahlen durch die erste Sammellinse M convergirend gemacht, und diese Convergenz durch die zweite Sammellinse N noch mehr verstärkt wird, so daß sie sich früher vereinigen, als es bei einer einzigen Linse geschehen wäre. Um die Brennweite P des Doppeloculars für den Fall zu finden, daß p und p' die Brennweiten der Bestandlinsen bedeuten, und der Abstand der Linse N von M gleich d ist, hat man zu beachten, daß die aus der Linse M austretenden Strahlen dergestalt convergirend auf N auffallen, daß der Abstand des Punktes, in welchem die Vereinigung ohne N Statt finden würde, gleich ist p — d, mithin ist

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{p'} + \frac{1}{p-d}, \text{ und } P = \frac{p'(p-d)}{p+p'-d}.$$

Liegen die Linsen ganz an einander, so daß sie nur durch ein dünnes an den Rändern liegendes Plättchen von einander getrennt sind, wie bei zusammengesetzten Loupen, so ist $d = o$, und $P = \frac{p\,p'}{p+p'}$. Bei achromatischen Doppellinsen ist nicht nur $d = o$, sondern p' auch negativ, daher $P = \frac{p\,p'}{p'-p}$ ist. Sind P, p, p' gegeben, so findet man d.

2. Dividirt man den Sehwinkel, unter welchem eine Dimension des betrachteten Gegenstandes vermittelst des Instruments gesehen wird, durch denjenigen Sehwinkel, unter dem diese Dimension dem freien Auge erscheint, so erhält man die lineare Vergrößerung des Gegenstandes.

Fig. 214.



3. Sind AOQ und BOP Fig. 214. die von den Grenzpunkten des Gesichtsfeldes kommenden Hauptstrahlen die noch durch die Ocularlinse durchzugehen vermögen, so ist der Winkel AOC, den wir φ nennen wollen, der Winkel, unter welchem der Halbmesser des Gesichtsfeldes erscheint, und O'Q gibt den Halbmesser der Oeffnung, welche das Ocular haben muß, damit alles innerhalb dieses Gesichtsfeldes Befindliche übersehen werde; O'Q heißt der Oeffnungshalbmesser wegen des Gesichtsfeldes. Es ist leicht einzusehen, daß das Gesichtsfeld desto größer wird, je mehr die Oeffnung des Oculars erweitert wird; da jedoch das Ocular eine kurze Brennweite, mithin eine starke Krümmung hat, so darf die Oeffnung des Oculars nur eine Größe haben, welche die Deutlichkeit nicht vermindert. — Um das durch den Winkel φ bestimmte Gesichtsfeld ganz zu übersehen, muß sich das Auge in dem Punkte O'' befinden, wo sich alle Hauptstrahlen der

im Gesichtsfelde liegenden Punkte nach ihrem Austritte aus dem Oculare vereinigen; der Abstand dieses Punktes von O′ ist gleich der Vereinigungsweite der von O kommenden Lichtstrahlen.

4. Die Helligkeit des Bildes nimmt mit der Menge der Lichtstrahlen zu, die von jedem Punkte des Objektes ins Auge gelangen. Beim Gebrauche eines Fernrohrs wird der Lichtcylinder, den die von einem Punkte des Objectes z. B. von der Mitte C Fig. 214. kommenden und das Objectiv treffenden Strahlen bilden, nach seinem Austritte aus dem Ocular bedeutend enger; ist x der Oeffnungshalbmesser MO des Objectivs, und y der Abstand desjenigen Punktes m von der Are, in welchem der Randstrahl DM das Ocular trifft, mithin y der Oeffnungshalbmesser des Oculars wegen der Helligkeit; so ist aus der Figur zu ersehen, daß

$$x : y = OF : O'F = p : p',$$

wenn p die Brennweite des Objectivs und p′ die des Oculars bezeichnet. Es ist somit das Licht in dem aus dem Ocular austretenden Lichtcylinder bedeutend verdichtet, daher bedeutend intensiver, als das natürliche auf das Objectiv auffallende und so erhält auch die Pupille von einem Punkte mehr Licht beim Gebrauche des Fernrohrs, als ohne dasselbe. Der günstigste Fall ist jener, wo der Durchmesser des austretenden Lichtbüschels dem der Pupille gleich ist, und wo daher alles austretende Licht ins Auge gelangt.

Sieht man ein Object mit dem freien Auge an, so tritt von jedem Punkte desselben ein Lichtkegel ins Auge, der nur die Pupille zur Basis hat; wird es aber vermittelst eines Fernrohrs betrachtet, so erhält das Auge von jedem Punkte einen Strahlenkegel, dessen Basis die Oeffnung des Objectivs ist, mithin verhält sich die Helligkeit H im letzten Falle zu der im ersten, die wir die natürliche Helligkeit nennen, und als Einheit annehmen, wie das Quadrat von x zum Quadrat des Halbmessers r der Pupille; daher ist $H = \frac{x^2}{r^2}$.

Dieß gilt jedoch nur bezüglich eines Punktes, also auch eines Firsternes; allein bei Gegenständen von angebbarem Durchmesser, wie z. B. bei Planeten, deren Bilder auf der Netzhaut vergrößert erscheinen, wird die Helligkeit in dem Maße vermindert, in welchem die Vergrößerung des Bildes wächst; ist m die Vergrößerung einer Dimension des Gegenstandes, so ist die Helligkeit desselben $H = \frac{x^2}{m^2 r^2}$.

Die erleuchtete Atmosphäre kann als ein Planet von unbestimmter Ausdehnung betrachtet werden; der Theil derselben, der im Gesichtsfelde des Fernrohrs sich befindet, erscheint in Folge der Vergrößerung nur sehr schwach erleuchtet; das Verhältniß der Helligkeit eines Planeten und der Luft im Gesichtsfelde bleibt sich bei allen Vergrößerungen gleich, so daß das Fernrohr das Sehen der Planeten nicht merklich rücksichtlich der Lichtstärke begünstigt. Anders ist es beim telescopischen Sehen der Firsterne; während die Luft im Gesichtsfelde des Fernrohrs bedeutend schwächer erleuchtet, mithin dem Auge verdunkelt erscheint, werden von jedem Firsterne, ohne merkliche Vergrößerung seines Bildes, eine Menge von Lichtstrahlen dem Auge zugeführt, und so kommt es, daß ein Firstern, selbst einer von der 9. Größe, an dem dunklen Grunde des Gesichtsfeldes auch am Tage gesehen werden kann. Das

Uebergewicht in der Lichtstärke der Fixsterne über das der Atmosphäre bei Beobachtungen mittelst der Fernröhre nimmt mit der vergrößernden Kraft des Fernrohrs zu. Es war Arago, der das telescopische Sehen der Sterne am Tage zuerst genügend erklärte.

Der franz. Astronom Morin hatte zuerst im Jahre 1634 den Gedanken gefaßt, das Fernrohr an die Alhidade eines Meßinstrumentes zu befestigen und die Gestirne am Tage telescopisch zu beobachten; im Jahre 1691 stellte Römer große Mittagsfernröhre auf, und seitdem sind Tagesbeobachtungen der Gestirne häufig und fruchtbar geworden

Es gibt nach Prof. Petzval noch mehrere, bei den durch Linsen-Combinationen erzeugten Bildern zu berücksichtigende Umstände, wie den geometrischen Ort (d. i. die Fläche, in welche die Vereinigungspunkte der gebrochenen Strahlen fallen), die Aehnlichkeit mit dem Objekte, oder die perspektivische Richtigkeit des Bildes, bei welchen die bisherige Theorie den Künstler jedesmal rathlos läßt, wo er durch eine Verbindung von Linsen ein großes in seiner ganzen Ausdehnung gleichförmig scharfes Bild zu Stande bringen soll, wie z. B. bei der Camera obscura, beim Sonnen-, Gas- oder Lampen-Mikroscop, beim Kometensucher und beim galiläischen Fernrohre. Das Fernrohr und das zusammengesetzte Mikroscop konnten leicht mit großer Vollkommenheit hergestellt werden, weil dazu nur die Erfüllung zweier Bedingungen hinreichte, nämlich Farblosigkeit und Schärfe der Bilder in der Mitte, was sich mit den bekannten Mitteln leicht erreichen ließ. Prof. Petzval kam bei seinen dioptrischen Untersuchungen zu folgenden merkwürdigen Ergebnissen:

a) Ein System aneinander liegender oder in sehr kleinen Abständen von einander angeordneter, wenn auch noch so zahlreicher brechender oder reflectirender Flächen kann niemals ein in seiner ganzen Ausdehnung vollkommen scharfes Bild erzeugen, daher gibt das achromatische Objektiv eines Fernrohres selbst dann, wenn es aus vielen einzelnen aneinander liegenden Linsen bestehen würde, nur ein Bild das an der Axe und sehr nahe daran scharf ist, aber desto deutlicher kommen die Mängel am Rande des Gesichtsfeldes zum Vorschein. Die Theorie lehrt, daß um ein deutliches, wenn auch kein vollkommen scharfes Bild zu erzeugen, zur Entstehung der verschiedenen Punkte desselben verschiedene Stellen der Oeffnung wirksam gemacht werden müssen; so darf zur Abbildung einer Stelle in der Mitte des Gesichtsfeldes nur eine Stelle in der Mitte der Oeffnung, zur Abbildung eines Punktes am Rande nur eine Stelle des Objectivs am Rande wirksam sein; zu diesem Behufe dient beim Feld- oder Theaterstecher ein Diaphragma zwischen dem Objektiv und dem Ocular; deshalb brachte Daguerre bei seiner Camera obscura ein Diaphragma in der Entfernung von 3 Zoll vor dem Objektiv an, wodurch dessen Oeffnung auf einen Zoll reducirt wurde. Allein diese Hilfsmittel sind unzureichend, wo das Bild durch eine große Schärfe, Lichtstärke und Treue der Abbildung in seiner ganzen Ausdehnung sich auszeichnen soll, wie beim Sonnen-Mikroscope und bei der Camera obscura zum Portraitiren mittelst Photographie.

b) Der reciproke Werth des Krümmungshalbmessers R des geometrischen Ortes des Bildes von einem planen auf der Axe des Systems senkrecht gestellten Gegenstande, und zwar am Scheitel desselben ist gleich der Summe der Produkte aus den reciproken Werthen der Brennweiten in die reciproken Werthe der Brechungsverhältnisse der einzelnen Bestandlinsen; mithin

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{np} + \frac{1}{n'p'} + \frac{1}{n''p''} \ldots$$

Will man also ein ebenes Bild haben, so muß $R = o$ sein, folglich

$$\frac{1}{nd} + \frac{1}{n'p'} + \frac{1}{n''p''} + \ldots = o$$

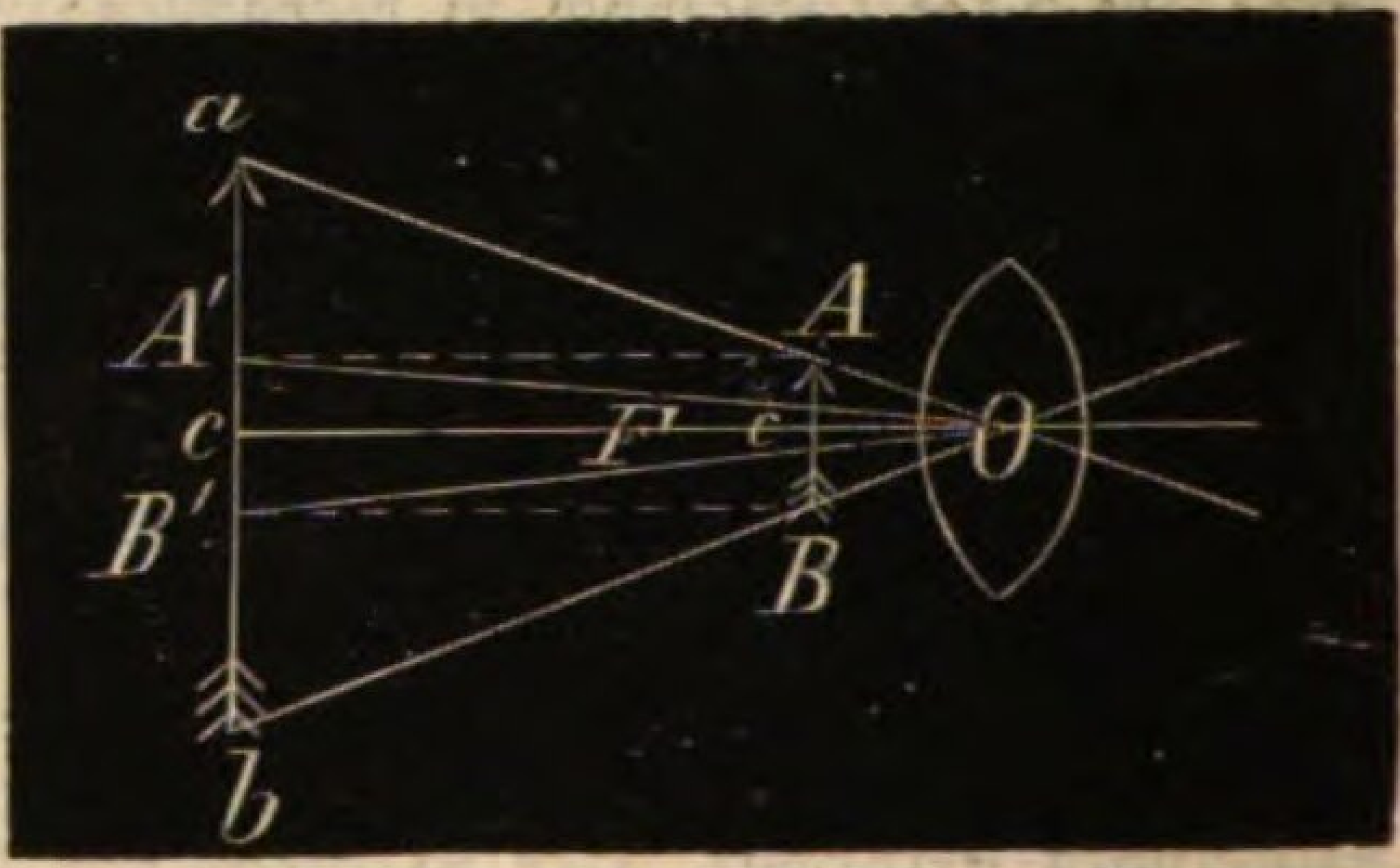
woraus ersichtlich wird, daß dieß nur durch ein gewisses Gleichgewicht zwischen Sammel- und Zerstreuungslinsen zu erreichen ist. Da beim Sonnen-Mikroscop die Sammellinsen den Vorzug haben, so kann es nur ein schlechtes Bild geben.

Das erste praktische Ergebniß von Petzval's dioptrischen Untersuchungen war die Construction einer zum Portraitiren dienlichen Camera obscura, in welcher die

Bilder durch eine aus zwei achromatischen Crown-Flintglas-Doppellinsen erzeugt werden und jeder Anforderung vollkommen entsprechen.

§. 156. **Einfaches Mikroskop.** Heißt φ der Sehwinkel, unter dem das freie Auge in O Fig. 216. die Dimension $AB = A'B'$ eines Gegenstandes in der deutlichen Sehweite $Oc = h$ sieht, und ψ der Sehwinkel AOB, unter dem das Auge vermittelst einer Sammellinse diese Dimension erblickt, wenn der Gegenstand innerhalb der Brennweite in einem solchen Abstande a vom optischen Mittelpunkte, also auch vom Auge sich befindet, daß das Bild a b auch in der deutlichen Sehweite erscheint; so ist bekanntlich, da beide Sehwinkel sehr klein sind,

Fig. 215.



$$A'B' = h\,\varphi, \text{ und } AB = a\,\psi, \text{ mithin}$$

$$a\,\psi = h\,\varphi, \text{ und } \frac{\psi}{\varphi} = \frac{h}{a}.$$

Da h die Bildweite ist, und diese negativ sein muß; so ist

$$-\frac{1}{h} = \frac{1}{p} - \frac{1}{a}, \text{ und } \frac{1}{a} = \frac{1}{p} + \frac{1}{h}; \text{ mithin,}$$

wenn wir die lineare Vergrößerungszahl $\frac{\psi}{\varphi} = m$ setzen;

$$m = \frac{h}{p} + 1.$$

Der gefundene Ausdruck macht ersichtlich, daß die Vergrößerung bei einem weitsichtigen Auge beträchtlicher, bei einem kurzsichtigen geringer ist, als bei einem gesunden, bei jedem aber desto bedeutender, je kleiner die Brennweite wird. Man verfertigt Linsen, deren Brennweite kleiner, als eine halbe Linie ist. Zur Erzielung einer großen Deutlichkeit wählt man eine Linse von der besten Form, hält die Randstrahlen durch eine Blendung ab, und vermindert die chromatische Abweichung dadurch, daß man die Linse aus einem Stoffe verfertigt, welcher ein großes Brechungs- aber ein kleines Zerstreuungsvermögen hat. Ganz vorzügliche einfache Mikroskope bilden Linsen aus Saphir, Rubin, Diamant und andern Edelsteinen. Man verfertigt auch achromatische Loupen.

Die Oeffnung des einfachen Mikroskops bleibt immer klein, deshalb erhält man die gehörige Helligkeit nur durch eine starke Beleuchtung des Objectes mittelst eines unter dem Objecte angebrachten Hohlspiegels, der dem Gegenstande Sonnen- oder Lampenlicht zuführt. — Man bedient sich auch eines kleinen metallenen Hohlspiegels, der in der Mitte eine Oeffnung hat, in die man ein einfaches Mikroskop einsetzt; das auf den Hohlspiegel auffallende Licht wird auf die vordere Fläche des vor der Linse stehenden Gegenstandes concentrirt zurückgeworfen, und so die nothwendige Erleuchtung hervorgebracht; solche Spiegel eignen sich vorzüglich für undurchsichtige Körper (opake Objecte.).

Nach Brewster ist es vortheilhaft, homogenes Licht zur Beleuchtung anzuwenden. Befände sich das Auge im optischen Mittelpunkte, so wäre die Größe des Gesichtsfeldes unbestimmt; da es jedoch nur hinter der Linse sein kann, so erscheint das Gesichtsfeld desto mehr beschränkt, je kleiner die Oeffnung der Linse und je weiter das Auge von der Linse entfernt ist.

Ein an beiden Enden convex geschliffener Glascylinder leistet die Dienste einer zusammengesetzten Loupe; auch kleine Glaskügelchen, ein Wassertropfen, hängend in der kreisförmigen Oeffnung einer Metallplatte, wirken als einfache Mikroskope.

§. 157. Zusammengesetztes Mikroskop. Sind φ und φ' die Sehwinkel, unter welchen das freie Auge die Dimensionen AB und a b in der deutlichen Sehweite h sehen würde; so ist

$$AB = h\,\varphi \text{ und } a\,b = h\,\varphi', \text{ mithin } \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{a\,b}{AB};$$

aus der Aehnlichkeit der Dreiecke AOB und a O b folgt, wenn die Bildweite $O\,c = \alpha$, und der Abstand des Objectes $CO = a$ gesetzt wird, daß

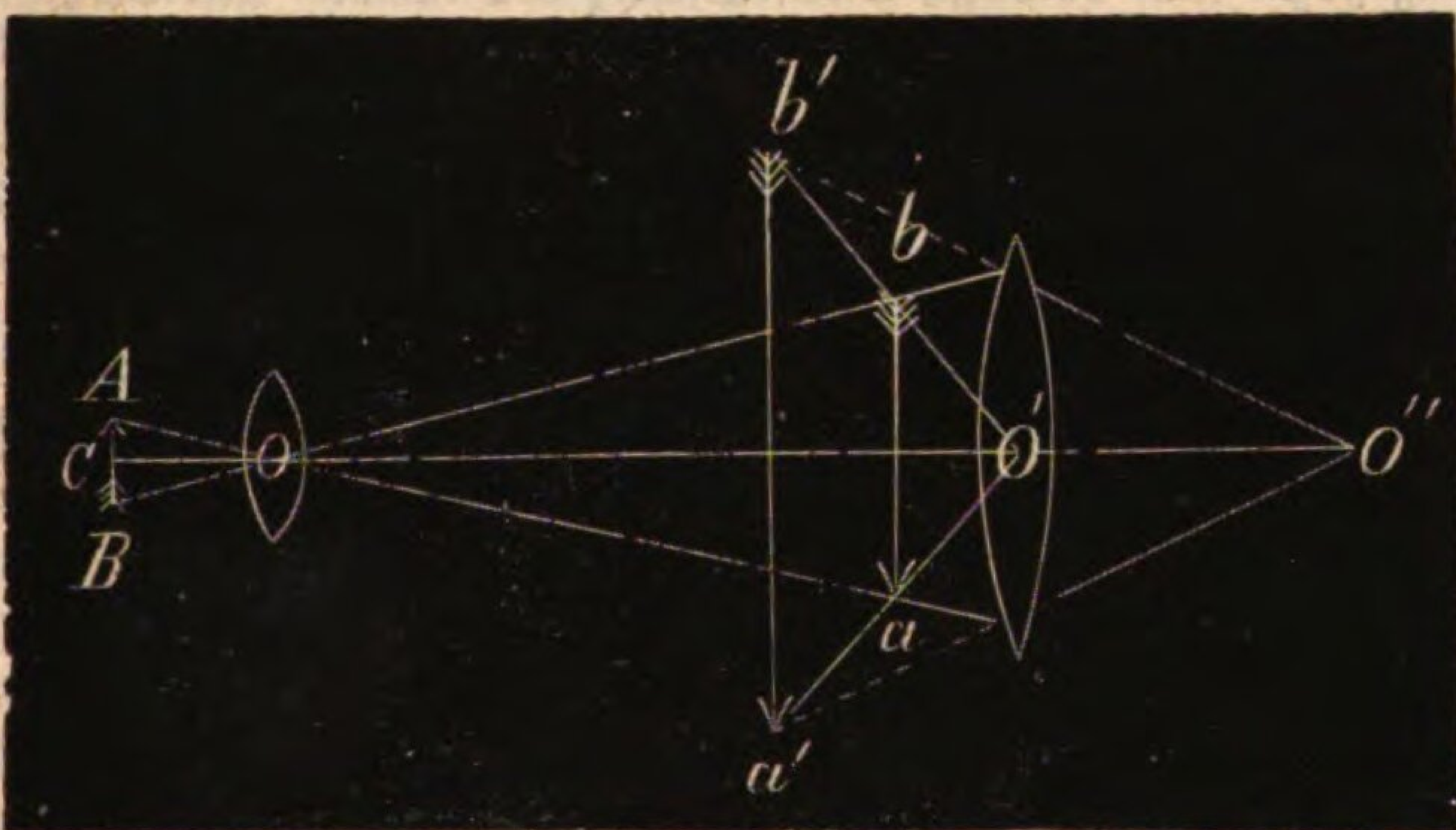
$$\frac{a\,b}{AB} = \frac{\alpha}{a}, \text{ mithin } \frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{\alpha}{a} \quad (1)$$

Da a b bezüglich des Oculars ein Object ist, und dieses wie ein einfaches Mikroskop wirkt, so ist

$$\frac{\psi}{\varphi'} = \frac{h}{p'} + 1 \quad (2)$$

wenn ψ der Sehwinkel ist, unter welchem a b Fig. 217. dem bewaffne-

Fig. 216.



ten Auge erscheint, und p' die Brennweite der Ocularlinse. Multiplicirt man die beiden Gleichungen (1) und (2) miteinander, so erhält man die lineare Vergrößerung

$$m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{\alpha}{a}\left(\frac{h}{p'} + 1\right),$$

und die Länge des Instruments $L = \alpha + p'$.

Man gibt dem Mikroskope eine zur Handhabung der Gegenstände, die man beobachtet, bequeme Länge; für denselben Werth von α wird der Werth von a desto kleiner, je kleiner die Brennweite des Objectivs wird, mithin wächst die lineare Vergrößerung des zusammengesetzten Mikroskops, wenn die Brennweiten des Objectivs und des Oculars kleiner werden. Man hat für dasselbe Objectiv mehrere Oculare von verschiedener Brennweite, um verschiedene Vergrößerungen zu bewirken, was man auch durch Anwendung verschiedener Objective und desselben Oculars er-

zielt. Hat das Objectiv eine kleinere Brennweite, so muß a kleiner werden, weshalb man dem Instrumente eine Einrichtung gibt, welche entweder eine Annäherung des Objectenträgers an das Objectiv, oder die Annäherung des Objectivs an den Objectenträger gestattet.

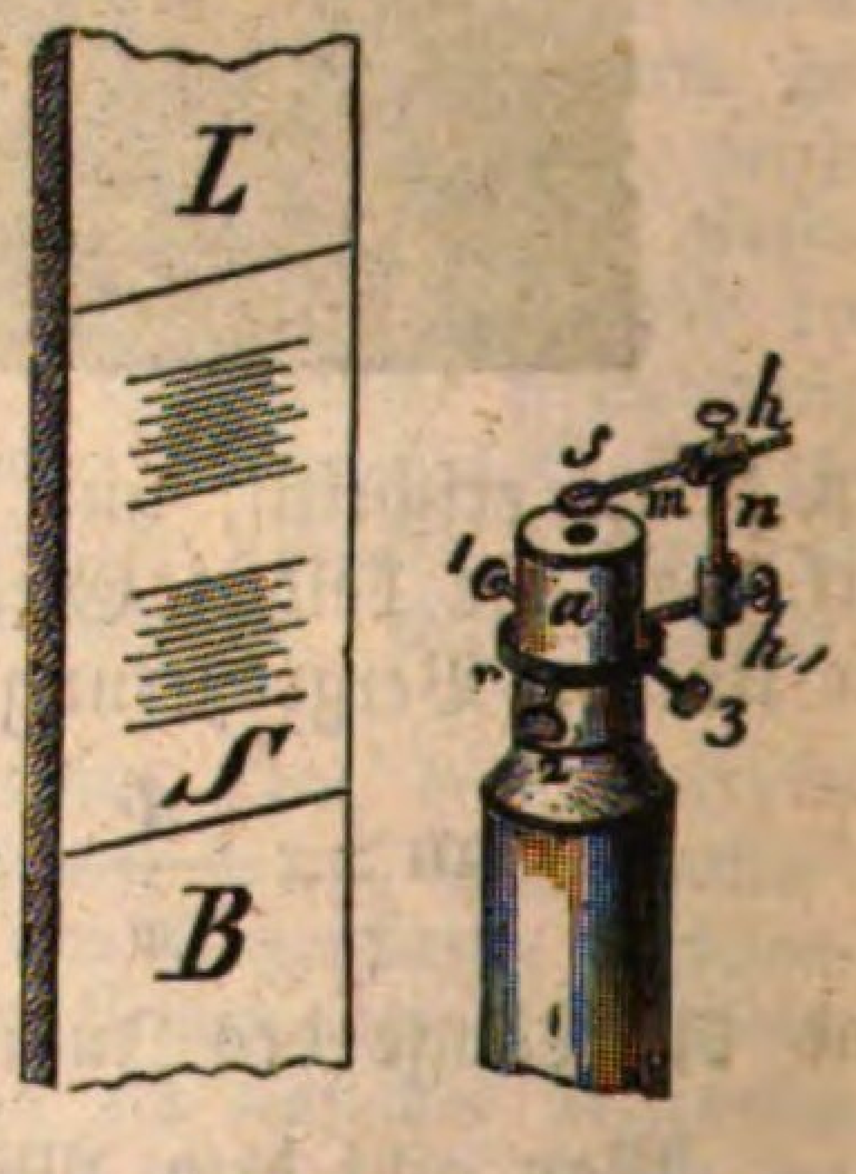
Die Einrichtung des Instruments, um sehr deutliche, hinreichend helle Bilder und ein großes Gesichtsfeld zu bekommen, ist schon früher besprochen worden.

Bei nicht starken Vergrößerungen gewährt das direct auf das Object auffallende Licht eine hinreichende Helligkeit, weshalb man die geschwärzte Rückseite des Hohlspiegels dem Objecte zuwendet. Zum deutlichen Sehen ist es nöthig, das von der Seite zum Oculare und zum Auge kommende Licht mit der Hand oder einem Schirme abzuhalten. — Die einem Mikroskope beigegebenen Probeobjecte hat man zwischen zwei dünnen, eben geschliffenen Glasplatten liegen; bei starken Vergrößerungen ist es nothwendig, sie auf eine Glasplatte zu legen, weil schon die Dicke des Glasdeckels die nöthige Annäherung des Gegenstandes an das Objectiv verhindern könnte. — Beim Einstellen des Mikroskops müssen die letzten Bewegungen sehr langsam geschehen; will man einen Gegenstand durch mikroskopische Betrachtungen genau kennen, so ist es räthlich, mit den kleinsten Vergrößerungen zu beginnen und stuffenweise zu den größeren überzugehen. — Zu Probeobjecten eignen sich vorzüglich: die Flügel der gemeinen Hausfliege, der Gelse, die Schuppen von einem Flügel des gemeinen weißen Schmetterlings (papilio Crataegi und Brassicae), derlei von dem brasilianischen Schmetterling (papilio Menelaus) und von der Kleidermotte. Mit einem guten Mikroskope sieht man schon bei 60maliger Vergrößerung an den Schuppen der Schmetterlingsflügel feine parallele Streifen scharf von einander gesondert.

Bei den größeren Mikroskopen von Plößl besteht der Objectenträger aus zwei übereinander befindlichen durchbohrten Platten, wovon die untere feststeht, die obere aber mittelst Schrauben nach zwei Richtungen, die einen rechten Winkel einschließen, beweglich ist; auf diese Art wird es möglich, den Gegenstand nach einer bebeliebigen Richtung in einer Ebene zu bewegen, ohne das Bild aus der Gesichtsweite zu verlieren.

Freiherr von Jacquin erfand ein sehr sinnreiches Verfahren zur Ermittlung der linearen Vergrößerung eines zusammengesetzten Mikroskopes. Ein kleines Metallspiegelchen S Fig. 218. (das sogenannte Sömmering'sche Spiegelchen) wird mittelst einer Fassung an den Theil des Mikroskops, welcher das Ocular trägt, befestigt und kann sowohl auf und ab in vertikaler, als auch in horizontaler Richtung bewegt, und auch um eine durch seine Ebene gehende horizontale Axe gedreht werden; man bringt das Spiegelchen nahe an das Ocular und neigt es gegen die Axe des Rohrs um 45°, gebraucht als Object ein Glasmikrometer, d. i. ein Glasgitter aus quadratisch gezogenen Linien, und stellt hinter das Spiegelchen in einer Entfernung, die vom Ocular aus gerechnet, gleich der Sehweite ist, ein vertikales Brett mit einer z. B. in Wiener Linien getheilten Skale so auf, daß das vergrößerte Bild einer gewissen Anzahl von Theilen des Mikrometers, dicht an der Skala gesehen wird. Hat man dem Mikrometer die Lage gegeben, bei welcher die Theilungslinien im Bilde mit denen der Skala parallel liegen; so wird es bei richtig gewählter Stellung des Auges leicht möglich, anzugeben, wie viel Skalentheile von dem Bilde der sichtbaren Mikrometertheile bedeckt erscheinen; dividirt man die an der Skala gemessene Länge des Bildes durch die wirkliche Länge aller wahrgenommenen Mikrometertheile, so gibt der Quotient die Vergrößerung an, die das Mikroscop zu bewirken vermag.

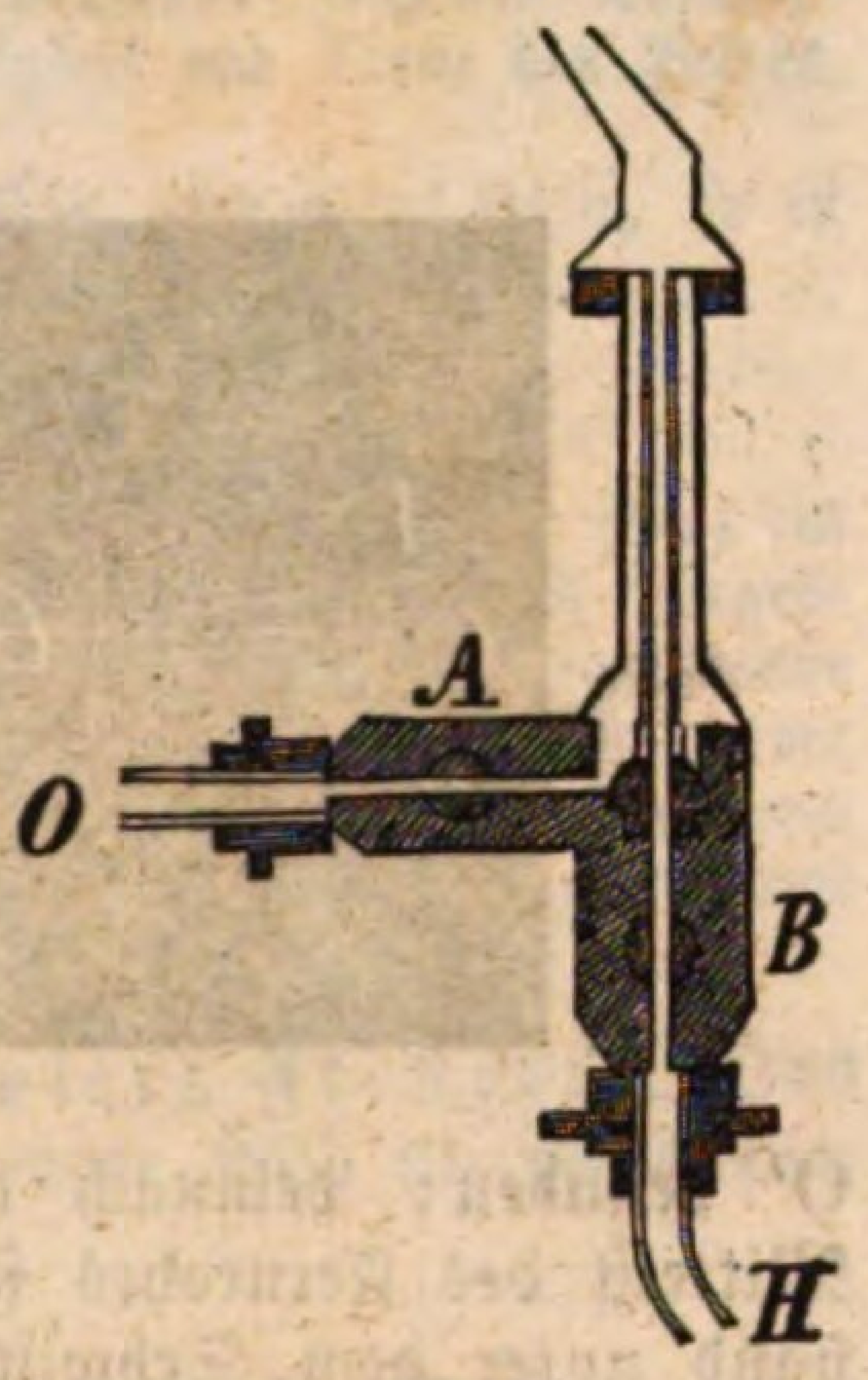
Fig. 217.



§. 158. **Hydro-Oxygengas-Mikroscop.** In der neuesten Zeit construirte man Mikroscope, bei denen das Sonnenlicht, das uns nicht

immer zu Gebote steht, durch das sogenannte Drümmond'sche, sehr intensive Licht ersetzt wird. Man erhält dieses Licht, wenn man eine Knallgasflamme auf einen Kalkcylinder leitet, wobei man sich des von Daniel construirten Doppelhahns Fig. 219. bedient. Zwei Hähne A und B sind an einem Messingstücke angebracht, an dem zwei Röhren O und H angeschraubt sind, wovon O mit einem durch Kautschuck luftdicht gemachten Sacke, der mit Sauerstoffgas gefüllt ist, und H mit einem andern, der Wasserstoffgas enthält, mittelst biegsamer luftdichter Röhren verbunden sind. Das Wasserstoffgas strömt zu der Spitze, die von Platin ist, durch eine besondere Röhre, die von einer andern concentrischen umgeben ist, durch die das Sauerstoffgas geht, so daß die Mengung beider Gase erst oben in dem angesetzten Winkelrohre vor sich geht, und dieß stets nur in geringer Menge, weshalb eine gefährliche Explosion unmöglich ist. Dem Winkelrohr gegenüber steht auf einem Stifte ein in der Mitte durchbohrter Cylinder von Kalk, der mit Gummi angemacht ist. Man belastet die Säcke mit großen Gewichten, öffnet zuerst den Hahn H und zündet das ausströmende Wasserstoffgas an, worauf man durch langsames Oeffnen des zweiten Hahnes die ausströmende Sauerstoffmenge vergrößert, so lange ein Zunehmen in der Lichtstärke des nun glühenden Kalkcylinders beobachtet wird; tritt das Maximum der Lichtstärke ein, so geschieht die Mengung genau in dem Verhältnisse, in welchem sie Knallgas bilden. Der Stift, welcher den Kalkcylinder trägt, ist mit einem Uhrwerke in Verbindung, das den Cylinder langsam um seine Axe dreht und zugleich in die Höhe schiebt und dadurch bewirkt, daß der Flammenspitze des Knallgases immer neue Stellen des Kalkcylinders dargeboten werden, so daß an jeder Stelle nur wenig und immer gleich viel Kalk verflüchtigt, mithin die Entfernung der Oberfläche von der Ausflußöffnung des Winkelrohrs nicht bedeutend geändert wird. Der Stift läßt sich sammt dem Uhrwerke in horizontaler Richtung hin und her bewegen, um den Kalkcylinder jedesmal in die Entfernung vor der Ausflußöffnung des Rohrs zu stellen, bei welcher die Lichtstärke am größten erscheint. Die Lichtstärke hängt aber auch von der Menge des in jeder Secunde ausströmenden Knallgases, mithin von der Belastung der Säcke ab.

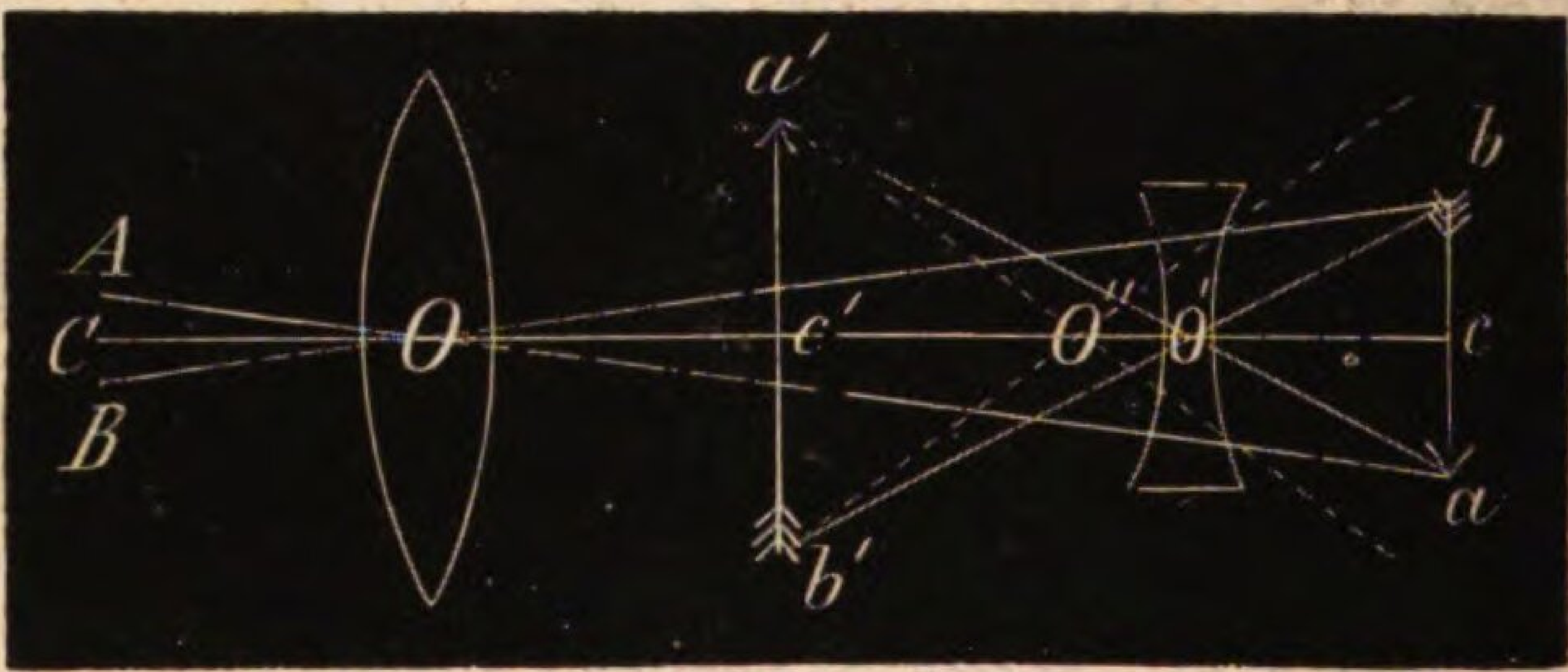
Fig. 218.



Das Kalklicht befindet sich in einem von allen Seiten verschließbaren, und mit Thüren versehenen Kasten, der an einer Seitenwand eine runde Oeffnung hat, in die man den Linsenapparat einsetzt; dieser besteht aus einer stark converen Beleuchtungslinse, in deren Brennpunkte der glühende Kalkcylinder steht, und die daher die von ihm kommenden Strahlen parallel macht. Durch eine zweite Sammellinse werden diese Strahlen convergirend, noch mehr durch eine dritte, die sie in einem kleinen Raume vereinigt, in den man das kleine Objekt stellt, dessen Bild durch ein aplanatisches Objectiv an einer Wand hervorgebracht wird. Die Helligkeit bleibt jedoch immer hinter der durch direktes Sonnenlicht erzeugten weit zurück.

§. 159. Das holländische oder galiläische Fernrohr. Da der Gegenstand den man durch das Fernrohr betrachtet, im Verhältnisse zur Länge des Rohrs sehr weit entfernt ist, so kann man immer annehmen, daß der Sehwinkel, unter welchem man eine Dimension desselben mit freiem Auge sieht, der nämliche ist, mag sich das Auge in O Fig. 220. oder in

Fig. 219.



O′ befinden; demnach ist $AOB = a\,O\,b = 2\,\varphi$ dieser Sehwinkel. Mittelst des Fernrohrs sieht das am Ocular anliegende Auge den Gegenstand unter dem Sehwinkel $a'\,O'\,b' = a\,O'\,b = 2\,\Psi$; somit ist die lineare Vergrößerung $m = \frac{\Psi}{\varphi}$.

Nun ist O′ c nahe der Brennweite p′ des Oculars, und

$$\tang \Psi = \frac{a\,c}{O'c} = \frac{a\,c}{p'}, \text{ und}$$

$$\tang \varphi = \frac{a\,c}{O\,c} = \frac{a\,c}{p};$$

wegen der Kleinheit der Winkel kann man auch setzen:

$$\Psi = \frac{a\,c}{p'} \text{ und } \varphi = \frac{a\,c}{p},$$

$$\text{mithin } m = \frac{\Psi}{\varphi} = \frac{p}{p'};$$

d. h. die lineare Vergrößerung ist gleich der Brennweite des Objectivs dividirt durch die Brennweite des Oculars.

Die Länge des Fernrohrs $L = p - p'$. Da bei diesem Fernrohre das Auge in dem Punkte O″, wo sich die von den Grenzpunkten des Gesichtsfeldes kommenden Lichtstrahlen, nach erlittener Brechung im Ocular, schneiden, nicht befinden kann; so ist das Gesichtsfeld jederzeit klein, und wird desto kleiner, je bedeutender die Vergrößerung, und je entfernter das Auge vom Oculare ist; daher muß das Auge so nahe als möglich am Oculare liegen. Das Ocular wird bei diesem Fernrohre gewöhnlich nicht durch ein Collectivglas achromatisirt, sondern bleibt einfach, weil die Wirkung der chromatischen Abweichung bei der geringen Vergrößerung der Gegenstände, die man damit betrachtet, und bei dem Umstande, daß man das Auge ganz nahe am Oculare hält, wo die zerstreuten Strahlen wenig divergiren, immer sehr unbedeutend ist, man verfertigt jedoch auch achro-

matische Oculare; bei diesen ist, da sie Zerstreuungslinsen sind, die Crownglaslinse biconcav und die Flintglaslinse biconvex. Zur Verminderung der sphärischen Abweichung macht man die Ocularlinse planconcav.

Plößl verfertigt ausgezeichnet gute galiläische Fernröhre, sogenannte Feldstecher, die er mit 3 oder 4 verschiedenen Ocularen versieht, die eine 4, 8, 13 und 20malige lineare Vergrößerung gestatten. Professor Petzvals Theaterstecher übertreffen alle andern an Lichtstärke, Gleichförmigkeit und Treue des Bildes, so wie an Größe des Gesichtsfeldes.

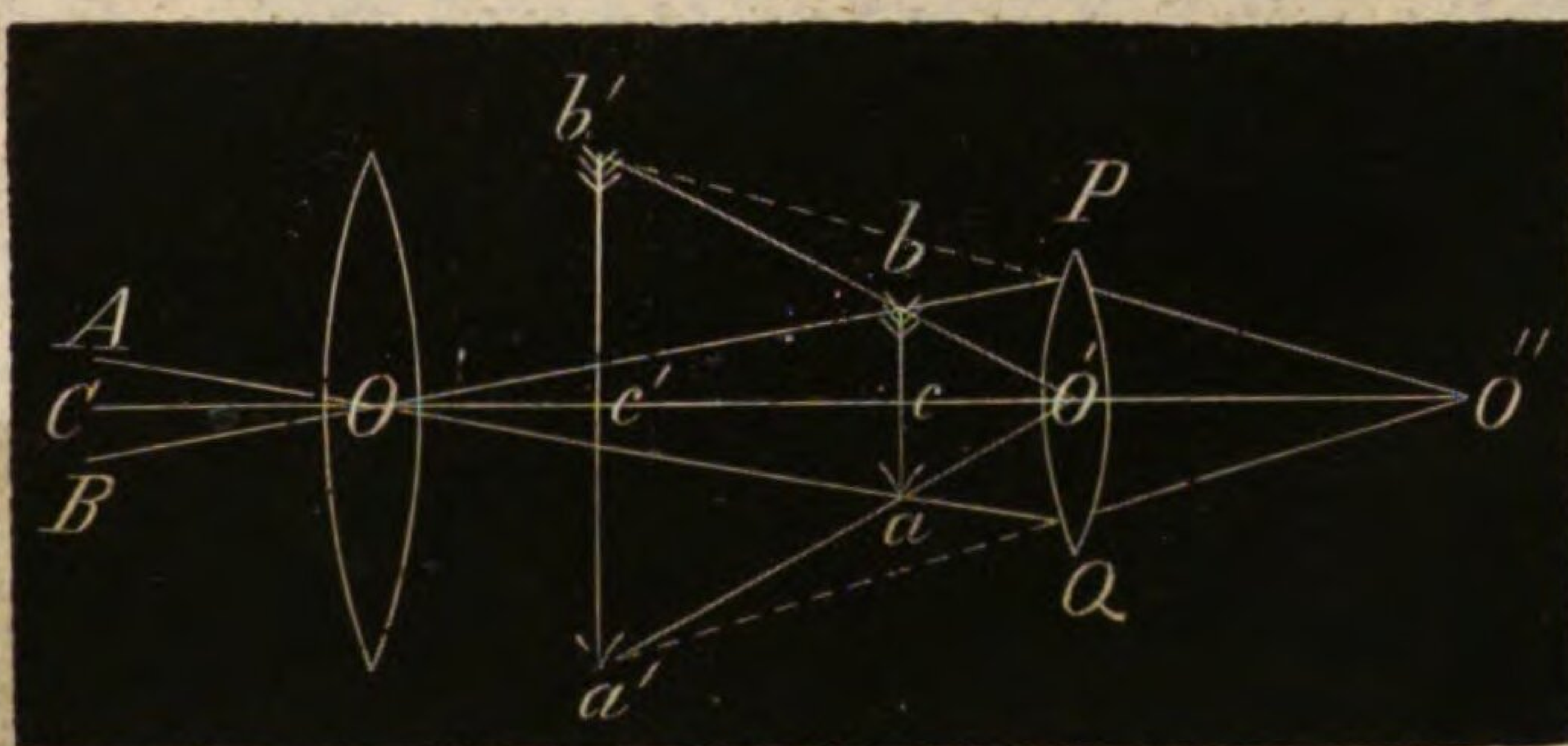
Ist a die Entfernung des Bildes a b vom Ocular, und $\alpha = O' c'$, so ist da die Brennweite $p' < a$ sein muß

$$\frac{1}{\alpha} = -\left(\frac{1}{p'} - \frac{1}{a}\right).$$

Die Bildweite α muß jederzeit der Sehweite des Beobachters gleich sein; ein Kurzsichtiger muß daher, um deutlich zu sehen, α verkleinern, was nur durch Vergrößerung des Werthes von a, mithin dadurch möglich wird, daß er das Ocular weiter in das Rohr schiebt. — Bedient sich ein Beobachter eines Oculars von kürzerer Brennweite, so wird, falls a unverändert bleibt, die Bildweite α kleiner; will er nun deutlich sehen, so muß er auch a verkleinern, was durch weiteres Herausziehen des Oculars bewirkt wird.

§. 160. **Das astronomische oder Keplers Fernrohr.** Das vom Objectiv in der Brennweite p Fig. 220. erzeugte Bild ab eines ent-

Fig. 220.



fernten Gegenstandes AB, den das freie Auge unter dem Sehwinkel $AOB = a\,O\,b = 2\,\varphi$ sieht, wird mittelst eines Oculars betrachtet, dem man eine solche Stellung gibt, daß das Bild in der deutlichen Sehweite $O'\,c' = h$ erscheint; da in diesem Falle, die von einem Punkte kommenden Strahlen beinahe in parallelen Richtungen austreten, so kann man den Winkel $P\,O''\,Q$, unter dem das durch das Fernrohr sehende Auge das Object wahrnimmt, dem Winkel $b\,O'\,a = 2\,\psi$ setzen; demnach ist die lineare Vergrößerung $m = \frac{\psi}{\varphi}$.

Beide Winkel sind klein, und lassen sich aus den Dreiecken a O c und a O' c berechnen; es ist

$$\psi = \frac{ac}{O'c} = \frac{ac}{a}, \text{ und } \varphi = \frac{ac}{p},$$

mithin
$$m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p}{a}; \text{ oder}$$

da der Unterschied zwischen a und der Brennweite p' der Ocularlinse immer nur sehr klein sein kann,

$$m = \frac{p}{p'}$$

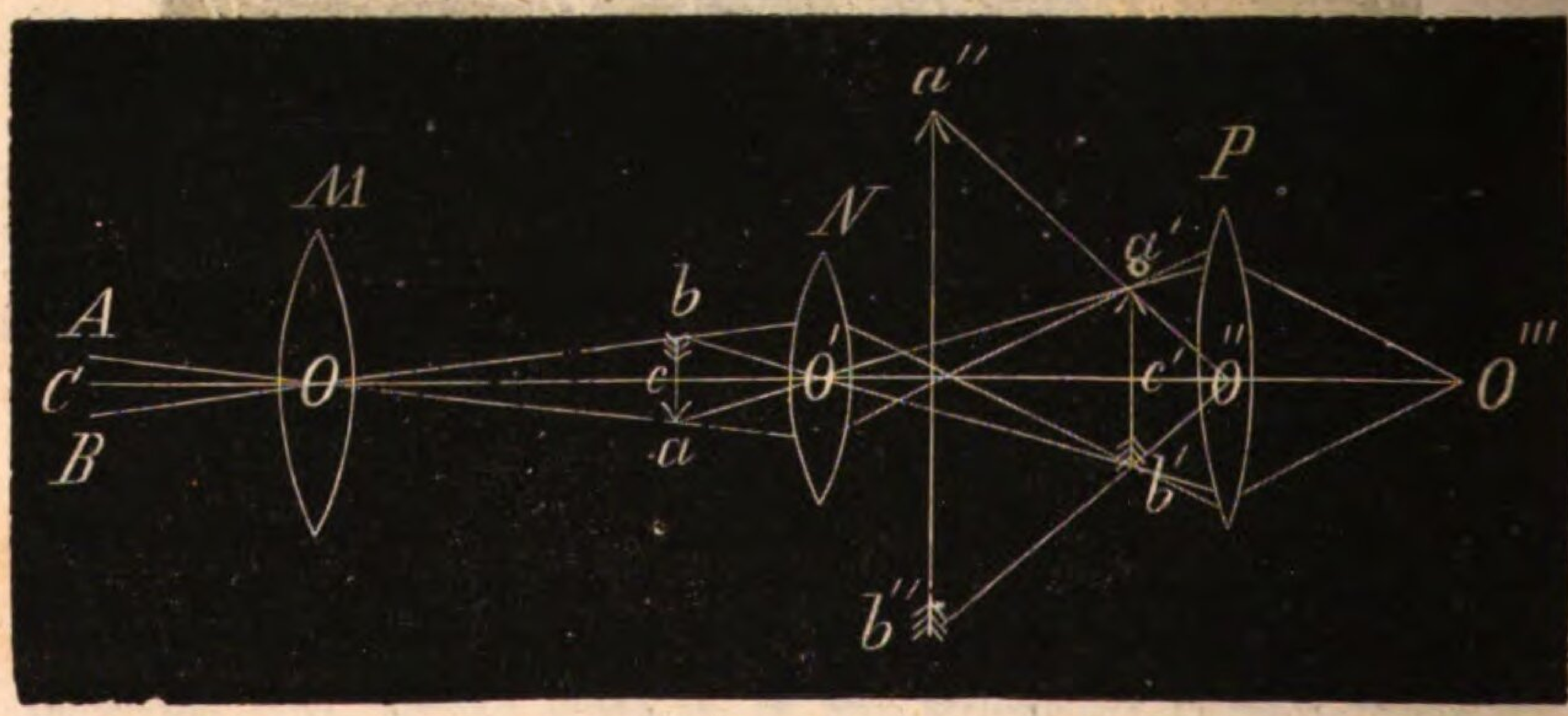
d. h. die lineare Vergrößerung eines astronomischen Fernrohrs ist gleich dem Quotienten aus der Brennweite des Oculars in die Brennweite des Objectivs. Die Länge des Fernrohrs $L = p + p'$.

Das astronomische Fernrohr wird mit der größten Sorgfalt ausgeführt, um die Himmelskörper nicht nur vergrößert, sondern auch mit der größtmöglichen Deutlichkeit und Reinheit zu sehen. Ein Fernrohr, das zur Aufsuchung der schwach leuchtenden Kometen gebraucht wird, heißt ein Kometensucher; bei einem solchen ist es nicht so sehr um Vergrößerung, als um eine große Lichtstärke und um ein großes Gesichtsfeld zu thun; darum bekommt es ein Objectiv mit einer großen Oeffnung, um von jedem Punkte des entfernten Körpers möglichst viel Lichtstrahlen ins Auge zu bringen.

Die Refractoren von Merz in München auf den Sternwarten zu Pulkawa und zu Cambridge (in Nordamerika) haben Objective von 14 Zoll Oeffnung und 21 Fuß Brennweite, die lineare Vergrößerung ist 2000. Eine Uhr regulirt die Bewegung des Rohrs um die Weltaxe so genau, daß ein Stern in der Mitte des Fernrohrs vollkommen unbewegt erscheint.

§. 161. Das Erdfernrohr. Mit dem astronomischen Fernrohre sieht man die Gegenstände in umgekehrter Stellung, was bezüglich der Himmelskörper gleichgültig, aber bezüglich der terrestrischen unangenehm ist. Um nun letztere in aufrechter Stellung wahrzunehmen, construirt man das Erdfernrohr, indem man eine zweite Linse N Fig. 221. so aufstellt,

Fig. 221.



daß das vom Objektive M in der Brennweite p erzeugte Bild ab vor ddie Brennweite p'' der Linse N fällt, und daher ein zweites Bild a' b' in aufrechter Lage entsteht, welches durch ein Ocular P von der Brennweite p' angesehen wird. Setzen wir $AOB = aOB = 2\varphi$, $aO'b = 2\varphi'$ $a'O''b' = 2\psi$, $cO' = a$ und $O'c' = \alpha$; so ist

$$\varphi = \frac{ac}{p},\ \varphi' = \frac{ac}{a},\ \varphi' = \frac{b'c'}{\alpha},\ \text{und}\ \psi = \frac{b'c'}{p'}$$

mithin ist $\frac{\varphi'}{\varphi} = \frac{p}{a}$, $\frac{\psi}{\varphi'} = \frac{\alpha}{p'}$, und $m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p\alpha}{p'a}$;

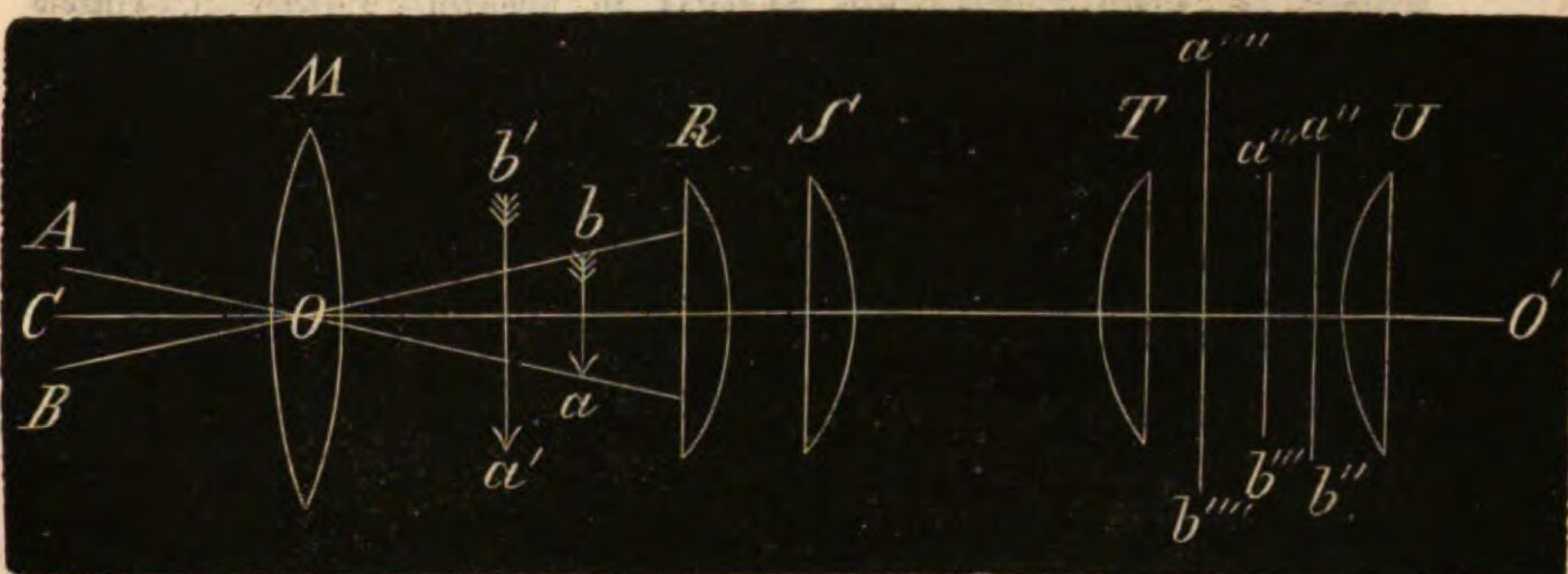
da nun $\frac{1}{\alpha} = \frac{1}{p''} - \frac{1}{a}$, und $\alpha = \frac{ap''}{a - p''}$, so ist

$$m = \frac{p\,p''}{p'(a - p'')};$$

demnach wächst die lineare Vergrößerung, wenn die Brennweite der bilderzeugenden Linsen größer und die der Ocularlinse kleiner wird, für $a = 2\,p''$ ist $m = \frac{p}{p'}$ wie beim astronomischen Fernrohr.

Bei vollkommener Einrichtung dieses Instruments wird sowohl die Linse N als die Linse P durch zwei planconvexe Linsen ersetzt; jedes Paar muß dieselbe Brennweite haben, wie die Linse an deren Stelle es gesetzt wird. Die gewöhnlich vorkommende Anordnung macht die Fig. 222. ersichtlich; das

Fig. 222.



durch das Objectiv hervorgebrachte Bild ab steht innerhalb der Brennweite der Linse R, weshalb die Strahlen aus ihr so heraustreten, als kämen sie von einem entfernteren Objecte a' b', das außerhalb der Brennweite der Linse S stehen muß, damit hinter S ein Bild a'' b'' entstehen könne; bevor sich die aus S austretenden Strahlen zu diesem Bilde vereinigen, fallen sie auf die Linse T, wodurch sie früher zur Vereinigung kommen und das Bild a'' b'' der Linse T näher, nach a''' b''' gebracht wird; dieses Bild wird nun mittelst der einfachen mikroscopischen Linse U angesehen, und in der deutlichen Sehweite vergrößert wahrgenommen.

Da die Brennweite eines jeden Linsen-Paares, wie die von R und S, von T und U nämlich p'', p', auch vom gegenseitigen Abstande der Bestandlinsen abhängt, und auf die lineare Vergrößerung auch der Abstand a vom Einfluße ist, so wird ersichtlich, daß man durch Aenderung der gegenseitigen Abstände der einzelnen Linsen die Vergrößerung vielfältig abändern kann; allein nur bei einer bestimmten Lage der Linsen wird die gewünschte Deutlichkeit des Bildes erzielt, deshalb werden die 4 planconvexen Linsen gewöhnlich in eine eigene Röhre so eingesetzt, daß ihr gegenseitiger Abstand unverrückbar bleibt; die Röhre selbst ist wie jedes Ocular beweglich, um sie der Sehweite des Beobachters gemäß einstellen zu können.

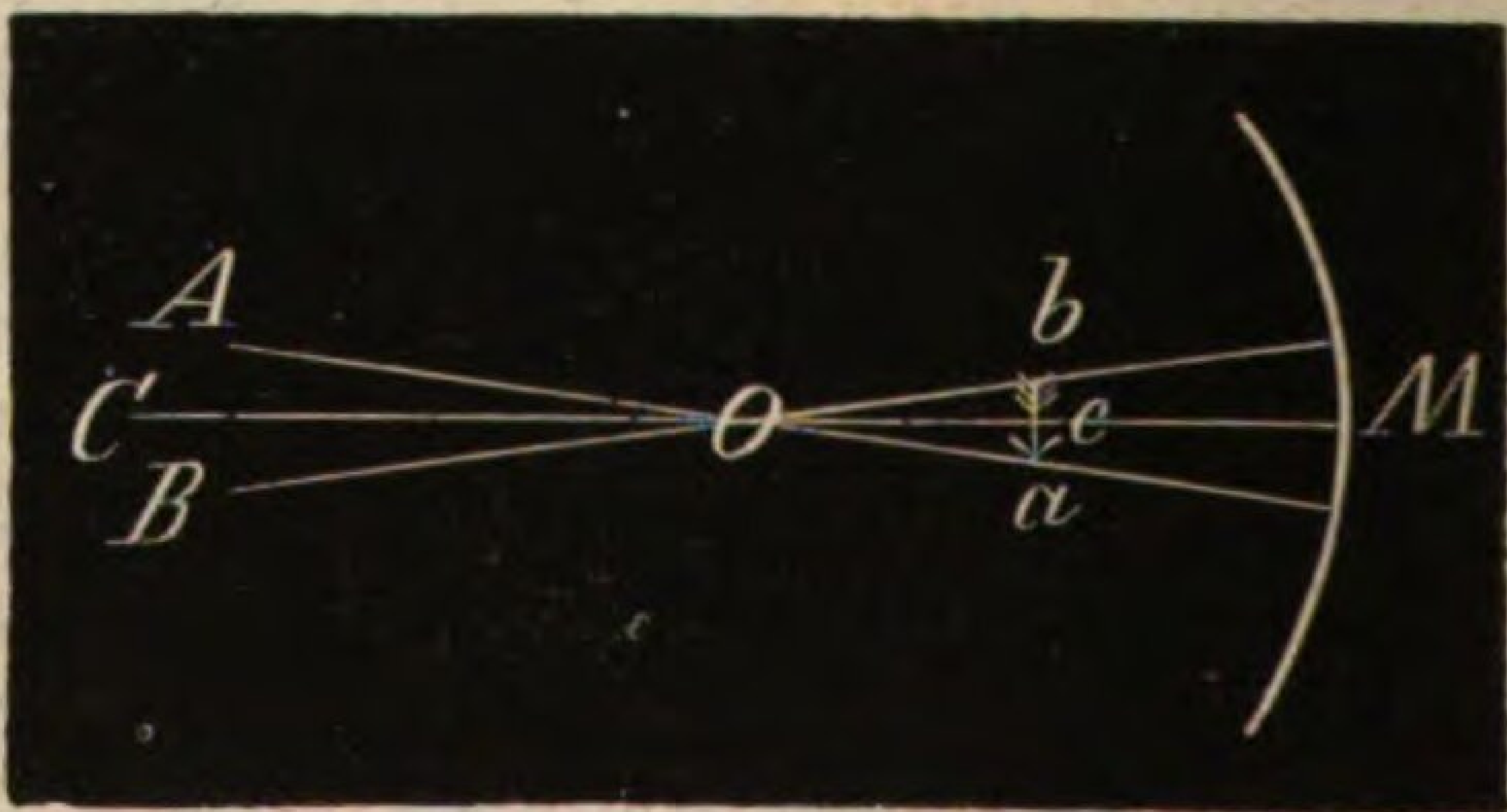
Kleinere Instrumente, deren Länge nicht über zwei Fuß beträgt, bestehen aus

mehreren in einander verschiebbaren Zugröhren, um sie bequem tragen zu können; bei größeren ist das nicht möglich, weil lange Zugröhren, wenn sie herausgezogen werden nicht ein vollkommen gerades Rohr bilden. Die Länge eines jeden Fernrohrs hängt von der Brennweite des Objectivs ab, und mußte zu jener Zeit sehr beträchtlich sein, wo man keine aplanatischen Objective zu construiren verstand, daher das Bild mit beiden Abweichungen behaftet erschien, und dem Ocular keine starke Vergrößerung überlassen werden konnte, weil dieses auch die im Bilde vorkommenden Fehler vergrößert. Die achromatischen Fernröhre zeichnen sich nicht nur durch eine große Reinheit und Deutlichkeit der Bilder aus, sondern gewähren auch den Vortheil, daß sie bei derselben Vergrößerung, welche die langen nicht achromatischen Fernröhre bewirken, viel kürzer sein können, indem man Oculare von sehr kurzer Brennweite anwenden kann; diese kürzere Länge hat ein größeres Gesichtsfeld zur Folge. Bei dem nicht achromatischen Fernrohre mußte zur Verminderung der sphärischen Abweichung die Oeffnung des Objectivs sehr vermindert werden; das achromatische verträgt eine weit größere Oeffnung und gewährt daher eine größere Helligkeit.

Obgleich die Länge der achromatischen Fernröhre im Vergleich mit der nicht achromatischen von gleicher vergrößernden Kraft bedeutend geringer ist, indem sie bei den größten, die man besitzt, nur 14 bis 15 Fuß beträgt, während die nicht achromatischen 100, 150, und auch 600 Fuß betrugen; so ist doch eine Verkürzung, zumal der großen Fernröhre, höchst wünschenswerth. Die Schwierigkeit, große, brauchbare Stücke von Flintglas zu erzeugen, machte auch das Bedürfniß fühlbar, die Achromatisirung durch kleinere Stücke von Flintglas zu bewirken. Director J. Littrow fand nun durch den Calcül, daß es in der That möglich ist, durch eine kleinere Flintglaslinse von einem gewissen Zerstreuungsvermögen, die in einer angemessenen Entfernung von der Crownglaslinse angebracht wird, die Achromatisirung zu bewirken, und dabei auch eine Verkürzung des Fernrohrs zu erzielen; Plößl in Wien führte ein solches Fernrohr im Jahre 1832 aus; da ihm jedoch die in der Theorie angenommenen Glasarten nicht zu Gebote standen, so ersetzte er die zweite innere Linse durch eine eigens construirte Doppellinse aus Crown- und Flintglas. Ein so eingerichtetes Fernrohr heißt ein dialytisches (von διαλυω trennen).

§. 162. **Catoptrische Fernröhre.** Das Objectiv dieser Fernröhre ist ein großer, sorgfältig ausgearbeiteter metallener Hohlspiegel, der von dem entfernten Objecte, dem er zugewendet wird, in seiner Brennweite p ein umgekehrtes Bild erzeugt.

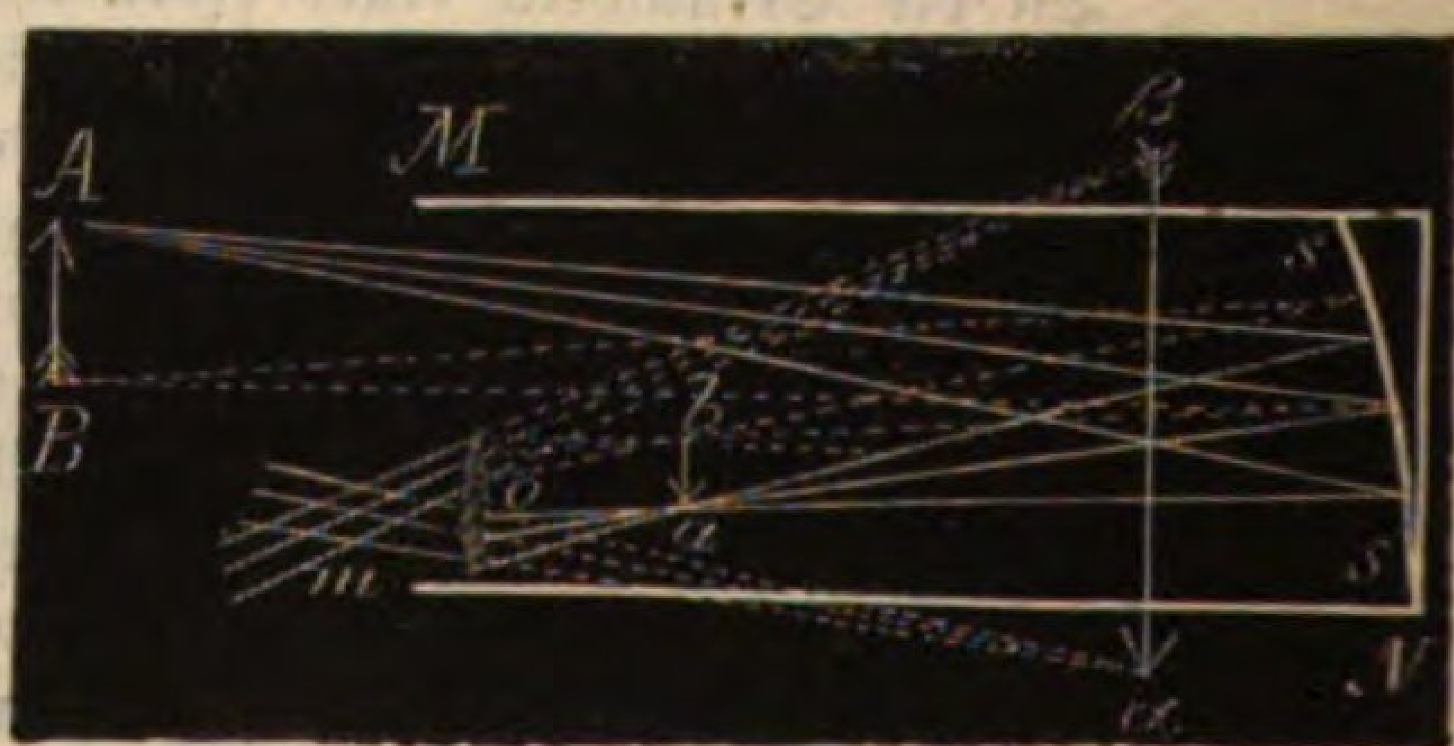
Fig. 223.



Ist AB Fig. 223. eine Dimension des entfernten Objectes und ab ihr Bild; O der Krümmungsmittelpunkt, Oc = Mc die Brennweite des Hohlspiegels; so kann man immer annehmen, daß der Winkel AOB = aOb = 2φ derjenige ist, unter dem die Dimension des Objects dem freien Auge erscheint; daher immer

$$2\varphi = \frac{ab}{Oc} = \frac{ab}{p}.$$

Fig. 224.



Wird nun dieses Bild vermittelst einer mikroscopischen Linse von der Brennweite p′ angesehen, wie z. B. beim Newton'schen und Herschel'schen Fig. 224. Fernrohre,

und ist ψ der Winkel, unter dem es nun erscheint, so ist

$$2\psi = \frac{ab}{p'} \text{ mithin}$$

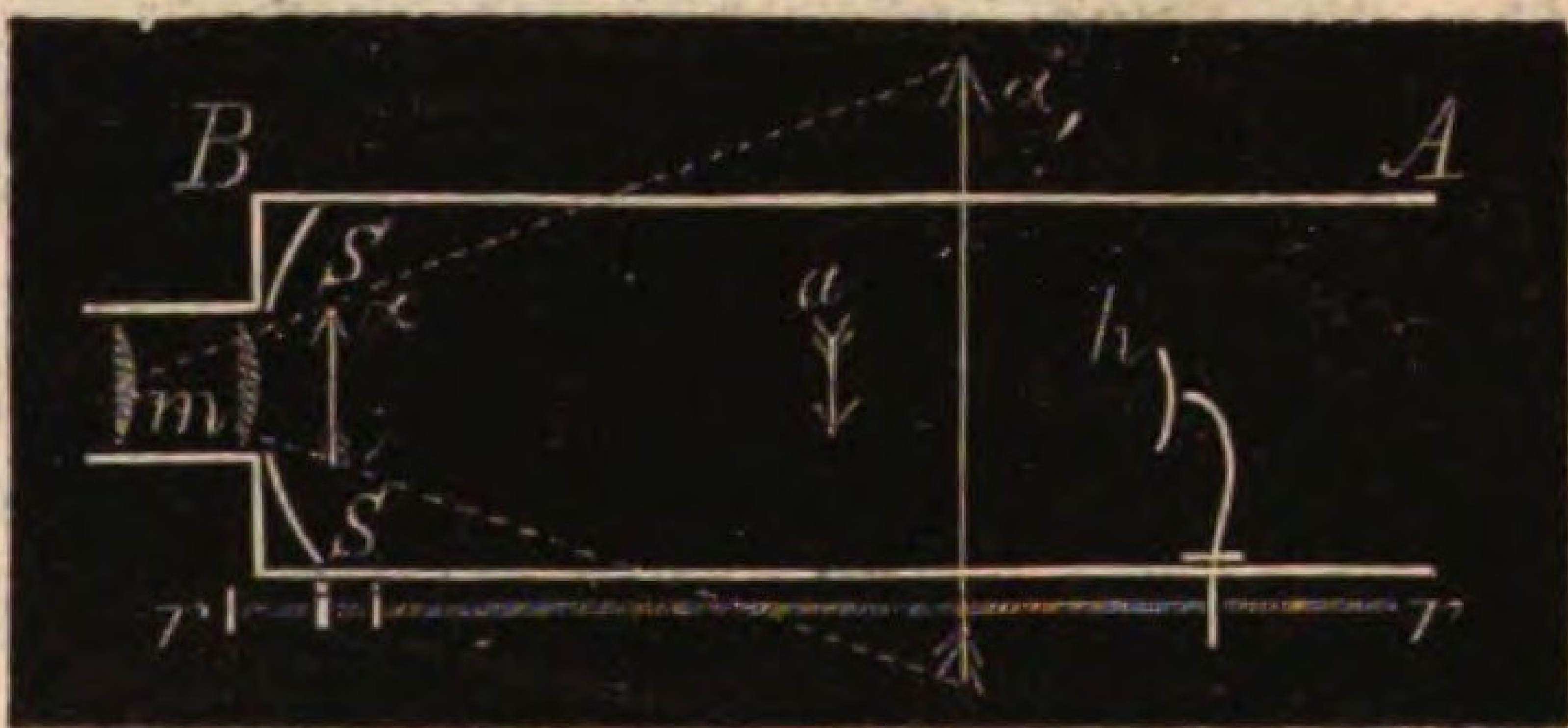
$$m = \frac{\psi}{\varphi} = \frac{p}{p'};$$

demnach erhält man bei diesen beiden Fernröhren die lineare Vergrößerung, wenn man die Brennweite des Hohlspiegels durch die des Oculars dividirt.

Earl of Rosse construirte in der neuesten Zeit ein catoptrisches Riesenteleskop, dessen parabolisch gekrümmter Spiegel 6 englische Fuß Oeffnung, und 50 englische Fuß Brennweite hat; die Art, das vom Spiegel erzeugte Bild anzusehen, ist die wie beim Newton'schen Fernrohr.

Das Gregory'sche Fernrohr dient zur Betrachtung irdischer Gegenstände, indem diese in aufrechter Stellung gesehen werden; dem großen Hohlspiegel SS wird ein kleiner h so gegenübergestellt, daß das vom ersteren in seiner Brennweite erzeugte umgekehrte Bild a eines entfernten Objectes zwischen den Brenn- und den Krümmungsmittelpunkt des zweiten fällt, so daß nach der Reflexion der Strahlen am Spiegel h ein Bild von a in α entsteht, das rücksichtlich a Fig. 225. umgekehrt, und rücksichtlich des Objectes in aufrechter Stellung und vergrößert erscheint, und zwar innerhalb der Brennweite eines Doppeloculars, das in einer Oeffnung in der Mitte des großen Hohlspiegels befestigt ist. Der kleine Spiegel läßt sich mittelst einer Schraube mn dem Bilde a nähern und von ihm entfernen, damit α jedesmal in demselben Abstande vom Oculare erscheine, den die Sehweite desjenigen Beobachters erheischt. — Dieses Fernrohr kann wegen der sphärischen Abweichung an den beiden Hohlspiegeln keine ausgezeichnet deutlichen Bilder erzeugen. Cassegrain suchte die sphärische Abweichung, die der große Spiegel bewirkt, vermittelst eines Convexspiegels aufzuheben, der die vom Hohlspiegel kommenden Strahlen aufnimmt, bevor sie sich zu einem Bilde vereinigen.

Fig. 225.

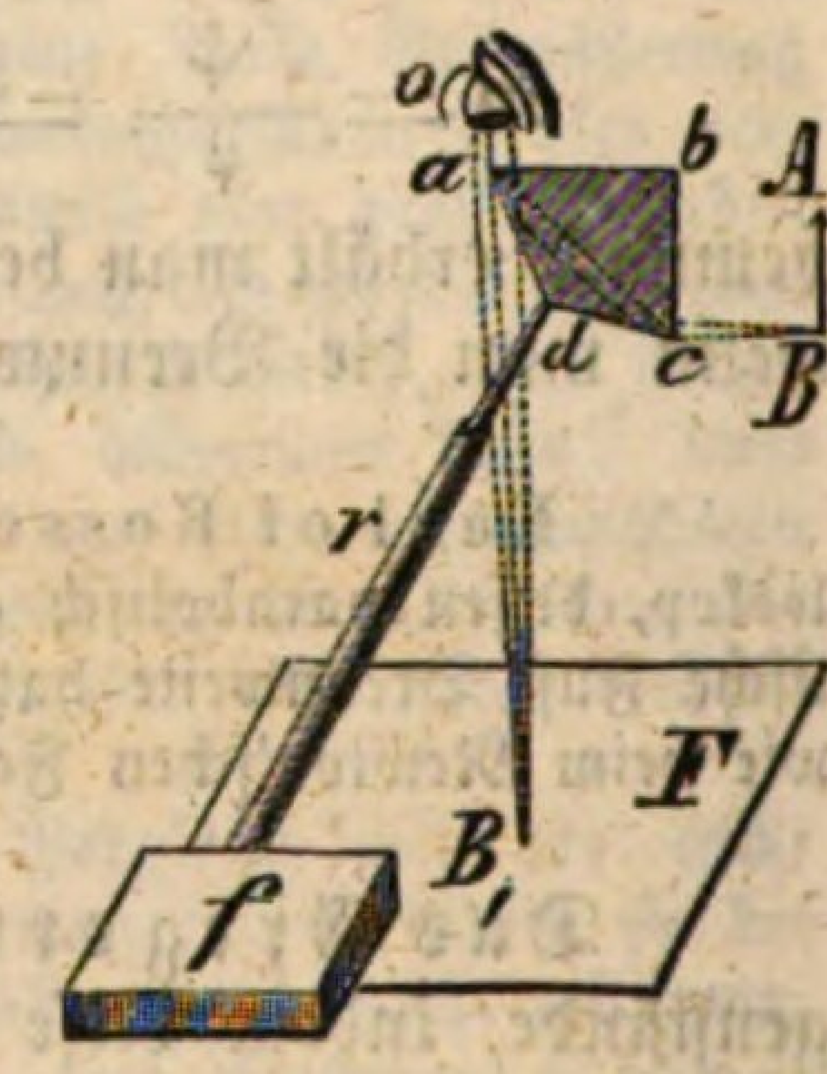


Die catoptrischen Telescope besitzen vor den dioptrischen den Vorzug, daß bei ihren Objektiven die Farbenzerstreuung ganz wegfällt, und die sphärische Abweichung kleiner ist, als bei Objektivlinsen von derselben Oeffnung und Brennweite; allein die dioptrischen gewähren eine größere Bequemlichkeit in der Handhabung und eine größere Dauerhaftigkeit, weil die Metallspiegel durch die Einwirkung der atmosphärischen Luft mit der Zeit ihre Politur und daher auch ihre Brauchbarkeit verlieren.

§. 163. Die Camera lucida von Wollaston Fig. 226. wird gebraucht, um von einem wohlbeleuchteten Gegenstande z. B. einem Gebäude oder einer Landschaft ein treues, deutliches Bild auf einer horizontalen Fläche zu erzeugen und abzuzeichnen. Es besteht aus einem kleinen (1 Zoll langen und ½ Zoll breiten) Glasprisma abcd, welches man so zuschleift, daß ab = bc, der Winkel abc = 90°, und ad = dc wird, wo

dann der Winkel a d c = 135°, daher der Winkel dab = dcb = $67 \frac{1}{2}$ Grade zählt; das Prisma befindet sich in einer Fassung, die auf einem Rohre befestigt ist, das in einem zweiten mit einem gewichtigen breiten Fuße f versehenen sich auf und ab bewegen, und so der Papierfläche nähern und von ihr entfernen läßt; da die Röhre r selbst vermittelst eines an ihrem unteren Ende angebrachten Scharniers in einer vertikalen Ebene beweglich ist; so kann man dem Prisma immer die gehörige Lage gegen die einfallenden Strahlen geben. Man kehrt nämlich die ebene Fläche b c gegen das entfernte Object, das man abzeichnen will, dergestalt, daß sie von den von einem Punkte B ausfahrenden Strahlen in senkrechter Richtung getroffen wird; die Strahlen treten ungebrochen in das Prisma ein, erleiden aber an den Ebenen d c und a d eine totale Reflexion, in Folge welcher sie auf die Ebene a b nahe an der Kante a senkrecht auffallen, und daher wieder ungebrochen in das Auge O gelangen, so daß dieses den Punkt B in B′ auf der weißen Papierfläche F erblickt. Das Auge muß eine solche Lage haben, daß die Mitte der Pupille über der Kante ruht, damit es durch die eine Hälfte der Pupille das Bild in B′, durch die andere aber vermög des direct kommenden Lichtes den Ort der horizontalen Fläche F, auf der das Bild erscheint, sehen könne. Bringt man daher die Spitze des Bleistiftes an einen Punkt des Bildes, so sieht man sie gleichzeitig mit dem Bilde, und kann letzteres nachzeichnen. Um das Auge stets in der passenden Stellung zu erhalten, bedeckt man a b mit einem Metallblättchen, welches dort, wo sich die Pupille befinden soll, einen kleinen Ausschnitt hat.

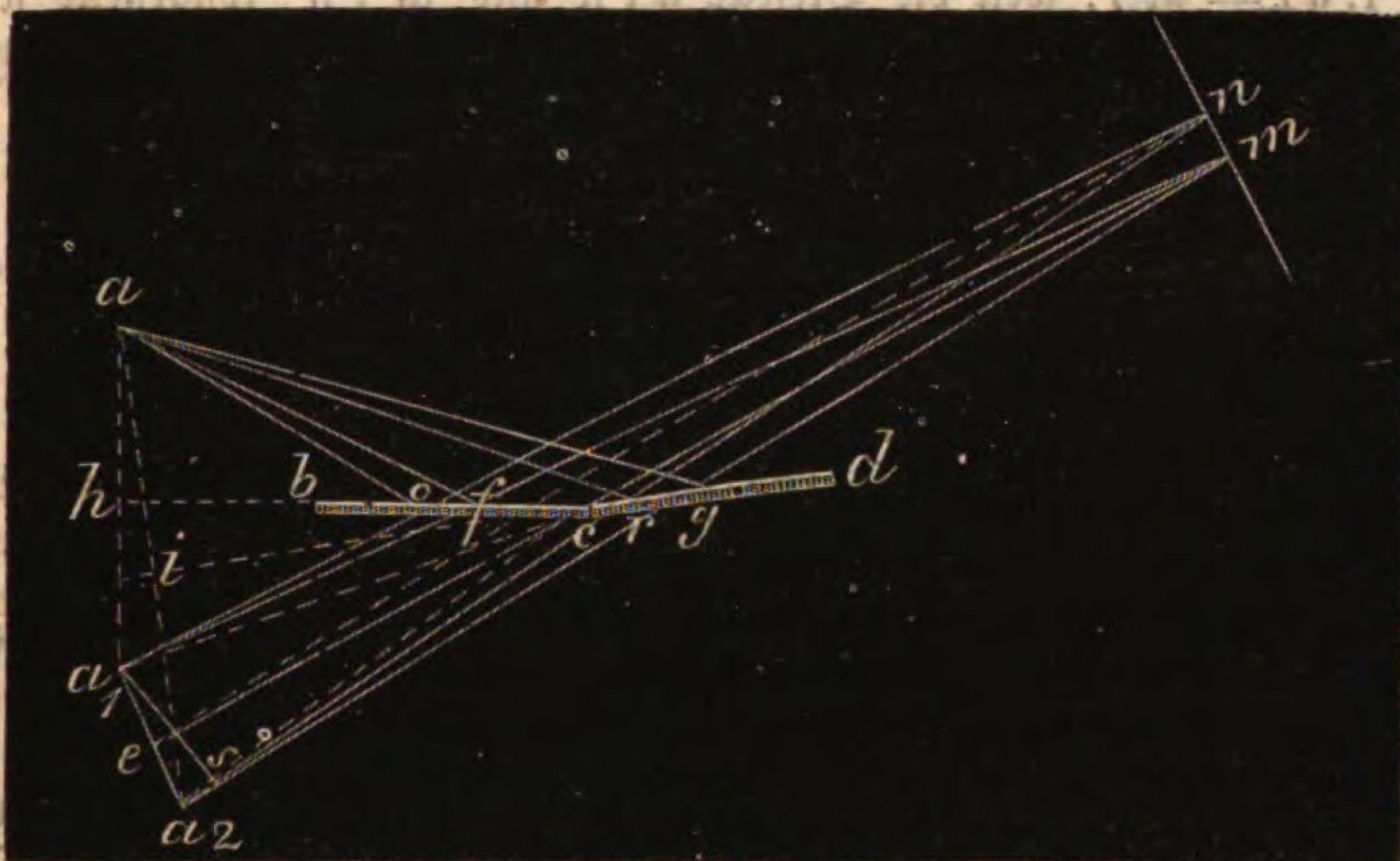
Fig. 226.



§. 164. Interferenz des Lichtes. Die Gesetze der Interferenz des Lichtes lassen sich durch den schon in der Experimentalphysik kurz angegebenen, von Fresnel herstammenden Spiegelversuch am vollständigsten nachweisen, und die Erscheinungen am reinsten darstellen, wenn man dicht an der schmalen, rechteckigen Spalte, durch die man directes Sonnenlicht in ein verfinstertes Zimmer leitet, einen Abschnitt eines Glascylinders so einsetzt, daß die ebene Fläche gegen die Spalte, die convexe gegen das Zimmer gewendet erscheint; dadurch wird das eintretende Sonnenlicht zu einer mit der Spalte parallelen Lichtlinie concentrirt. Will man die Untersuchung mit homogenem Lichte anstellen, so wird das weiße Licht vor der Spalte mittelst eines dreiseitigen Prisma in seine farbigen Bestandtheile zerlegt, und nur eine Farbengattung durch die Spalte geleitet, oder man läßt das zu einer Lichtlinie concentrirte Licht durch ein farbiges Glas durchgehen, welches nur eine Farbengattung durchzulassen vermag; ja es ist hinreichend, das Phänomen mittelst eines solchen farbigen Glases zu betrachten. — Die an der Hinterseite geschwärzten, und unter einem sehr stumpfen, wenig von 180° abweichendem Winkel geneigten Planspiegel werden so aufgestellt, daß die Kante, in welcher sie zusammenstoßen zu der Spalte und der Lichtlinie parallel steht. Um die geringe Neigung

zu bewirken, bringt man die beiden spiegelnden Flächen in eine Ebene, bewegt hierauf die eine Fläche äußerst wenig, und so, daß immer die aneinanderstoßenden Kanten genau zu einander parallel bleiben. Die auf die zwei Planspiegel auffallenden Lichtstrahlen werden so reflectirt, daß man sowohl in einem als in dem andern ein Bild der Lichtlinie erblickt. Es sei b c und c d Fig. 227. der Durchschnitt der beiden Planspiegel mit

Fig. 227.



einer Ebene, a ein in dieser Ebene liegender Punkt der Lichtlinie, so ist a_1 das Bild dieses Punktes in einem, und a_2 das Bild desselben im andern Spiegel; sämmtliche von a auf b c und c d auffallende Strahlen werden demnach von den Spiegeln so reflectirt, als wären a_1 und a_2 vollkommen gleichartige Lichtpunkte, mithin Mittelpunkte von Lichtwellen von vollkommen gleichen Längen. Der Abstand der beiden Bilder a_1 und a_2, dessen Größe wir mit b bezeichnen wollen, kann nur immer sehr klein sein; verbinden wir den Mittelpunkt e desselben und auch die Punkte a_1 und a_2 mit c, so sieht man, daß wegen der Congruenz der Dreiecke a c h und a_1 c h auch $a c = a_1 c$, und wegen der Congruenz der Dreiecke a c i und a_2 c i auch $a_2 c = a c$, mithin daß $a_1 c = a_2 c$, daher auch das Dreieck a_1 c e congruent mit dem Dreiecke a_3 c e ist, und die Gerade c e auf der a_1 a_2 senkrecht steht.

Stellt man in einer hinreichend großen Entfernung (10 bis 15 Fuß) einen weißen Schirm senkrecht auf die Verlängerung von e c auf, und verbindet den Punkt m des Schirmes, den die verlängerte e c trifft, sowohl mit a_1 als auch mit a_2, die Punkte f und g, in welchen die Geraden a_1 m und a_2 m die Spiegelfläche schneiden, mit dem Lichtpunkte a; so sind a f und a g die Strahlen, die nach erlittener Reflexion sich im Punkte m durchkreuzen, und zwar wegen der Kleinheit von a_1 a_2 im Vergleich zu der Entfernung des Punktes m vom Spiegel, unter einem so kleinen spitzigen Winkel, daß man die Richtungen a_1 m und a_2 m als parallel betrachten, und daher auch annehmen kann, daß das am Durchkreuzungspunkte (Interferenzpunkte) befindliche und in einer auf dem Strahl

senkrecht stehenden Richtung vibrirende Aethertheilchen m von jedem einzelnen Strahle beinahe in der nämlichen Richtung zur Schwingung angeregt wird, weshalb man, um die resultirende Schwingung zu erfahren, nur auf den Unterschied der Schwingungsphasen der im Momente des Zusammentreffens Statt findet, zu sehen hat. Dieser Unterschied hängt von der Differenz der Wege ab, welche die interferirenden Strahlen von der gemeinschaftlichen Lichtquelle an bis zum Interferenzpunkte zurückgelegt haben. Nun ist:

1. $af = a_1 f$, weil die Dreiecke afh und $a_1 fh$ congruent sind; ferner $ag = a_2 g$ da auch agi und $a_2 gi$ congruent sind, mithin ist $af + fm = a_1 m$, und $ag + gm = a_2 m$; aus der Congruenz der Dreiecke $a_1 me$, und $a_2 me$ folgt aber, daß $a_1 m = a_2 m$, und daß daher die von a ausgehenden und in einem Punkte m der verlängerten Geraden ec zusammentreffenden Lichtstrahlen gleiche Wege zurücklegen, daher wird das Aethertheilchen in m von beiden Strahlen gleichzeitig zur Schwingung nach der nämlichen Richtung angeregt; der Unterschied der Schwingungsphasen ist demnach gleich Null, folglich die Amplitude und die Schwingungsintensität, die das Aethertheilchen durch die Interferenz erhält, doppelt so groß als in dem Falle, wo m nur durch die Einwirkung eines Strahls (einer Welle) in Schwingung versetzt worden wäre; da dieß von jedem Punkte der durch a gehenden Lichtlinie gilt, so sieht man auf dem Schirme in m eine auf em senkrecht stehende Linie (einen Streifen) von der Farbe des auf die Spiegel auffallenden Lichtes, und von einer Intensität, die doppelt so groß ist, als die Summe der Intensitäten der einzelnen Strahlen, da bekanntlich die Lichtintensität dem Quadrate der Amplitude proportionirt ist.

2. Nehmen wir in der auf em senkrechten Geraden einen nicht weit von m entfernten Punkt n an, so bilden die hier zusammentreffenden Strahlen noch immer einen sehr spitzigen Winkel, sie sind beinahe zu einander parallel, und auch von gleicher Intensität. Untersuchen wir die Unterschiede der Wege der in n zusammentreffenden Strahlen $ao + on$, und $ar + rn$; so ist, da $ao = a_1 o$ und $ar = a_2 r$, der Strahl $ao + on = a_1 n$, und der andere $ar + rn = a_2 n$. Denkt man sich nun den Punkt n mit dem Halbmesser $a_1 n$ einen Kreisbogen $a_1 s$ beschrieben, so gibt $a_2 s$ den Unterschied der Wege der in n zusammentreffenden Strahlen; der Bogen $a_1 s$ kann wegen seiner Kleinheit als eine gerade auf ns senkrecht stehende Linie angenommen werden, und da en zu sn nahe parallel ist, so steht $a_1 s$ auch auf en senkrecht; daher ist der Winkel $a_2 a_1 s$ gleich dem Winkel men. Setzen wir diesen Winkel $a_2 a_1 s = \varphi$, und $a_2 s = \delta$, $mn = d$, und $em = c$, so ist

$$\delta = b \sin. \varphi, \text{ und } d = c \operatorname{tang} \varphi,$$

oder da der Winkel φ immer nur sehr klein ist,

$$\delta = b\varphi \text{ und } d = c\varphi.$$

Die Größen d, c, b lassen sich messen, und hieraus φ und δ berechnen.

3. Die wirklichen Erscheinungen stehen mit der Theorie in vollkommenster Uebereinstimmung; denn die Untersuchungen lehren, daß an jeder seitwärts von m in einem solchen Abstande d befindlichen Stelle n, für welche δ gleich wird einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen, ein farbiger Streifen von der Lichtstärke des in m vorkommenden zum Vor-

schein kommt; dagegen an jenen dazwischen liegenden Stellen, für welche δ einer ungeraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist, ganz dunkle Streifen entstehen, indem sich daselbst die Strahlen vollkommen auslöschen. Ist der Werth von δ weder ein gerades noch ein ungerades Vielfaches einer Wellenlänge, so ist die resultirende Schwingungsintensität des im Interferenzpunkte befindlichen Aethertheilchens zwischen Null und der doppelten partiellen Schwingungsintensität, und nähert sich der einen oder der andern Grenze mehr oder weniger, je nachdem δ d. i. der Unterschied der Wege der interferirenden Strahlen sich einer der angegebenen Grenzen mehr oder weniger nähert.

4. Ist λ die Länge einer Welle, so ist $\delta = \frac{n\,\lambda}{2}$

$$\text{und } \varphi = \frac{\delta}{b} = \frac{n\,\lambda}{2\,b} \quad (1),$$

wo n für helle Streifen eine gerade, und für dunkle eine ungerade Zahl bedeutet. Für den nächsten weiter von m abstehenden hellen oder dunklen Streifen übergeht δ in δ', n in n + 2, und φ in φ', mithin ist

$$\varphi' = \frac{\delta'}{b} = \frac{(n + 2)\,\lambda}{2\,b}, \text{ folglich } \varphi' - \varphi = \frac{\lambda}{b},$$

somit der Abstand je zwei nächster heller oder dunkler Streifen von einander

$$d' - d = \frac{c\,\lambda}{b} \quad (2);$$

hieraus ergibt sich:

a) daß jede hellste Linie genau in der Mitte zwischen je zwei dunkelsten Linien liegt; die Lichtstärke nimmt also zu beiden Seiten der hellsten Linien allmälig bis zur vollständigen Dunkelheit ab; nennt man den zwischen je zwei dunkelsten Linien liegenden Theil ein Spectrum, so ist die Größe $\varphi' - \varphi$ oder $d' - d$ das Maß der Breite eines Spectrums.

b) Bei demselben Lichte, also bei unveränderlichem Werthe der Wellenlänge haben alle Spectra dieselbe Breite; diese wird desto größer, je größer c und je kleiner a wird, d. h. die hellsten Linien rücken desto mehr auseinander und die Streifen erscheinen desto breiter, je weiter der Schirm von den Spiegeln entfernt wird, und je mehr sich der Neigungswinkel dieser Spiegel dem Winkel von 180° nähert.

c) Da die Wellenlänge verschiedenfarbiger Strahlen verschieden groß ist und zwar am kleinsten bei den violetten, und am größten bei den rothen, so folgt, daß die Breite eines Spectrums im rothen Lichte am größten ist, mit der Brechbarkeit des Lichtes aber abnimmt, so daß sie im violetten unter denselben Umständen am kleinsten wird. Violette Streifen stehen demnach näher bei einander als rothe.

5. Dieselbe Reihenfolge von parallelen farbigen und dunklen Streifen, die auf einer Seite von m erscheint, bildet sich auch auf der andern Seite von m. Zählt man die Streifen von m an, so ist für den ersten, zweiten, dritten . . . . hellen Streifen der Werth von δ gleich $\frac{2\,\lambda}{2}, \frac{4\,\lambda}{2}, \frac{6\,\lambda}{2}, \ldots,$

mithin φ gleich $\frac{\lambda}{b}$, $\frac{2\lambda}{b}$, $\frac{3\lambda}{b}$ . . . . Bestimmt man den irgend einem Streifen zugehörigen Werth von φ durch wirkliche Messung, so ergibt sich aus der Gleichung (1)

$$\lambda = \frac{2\,b}{n}\,\varphi;$$

somit läßt sich die Größe der Wellenlänge berechnen.

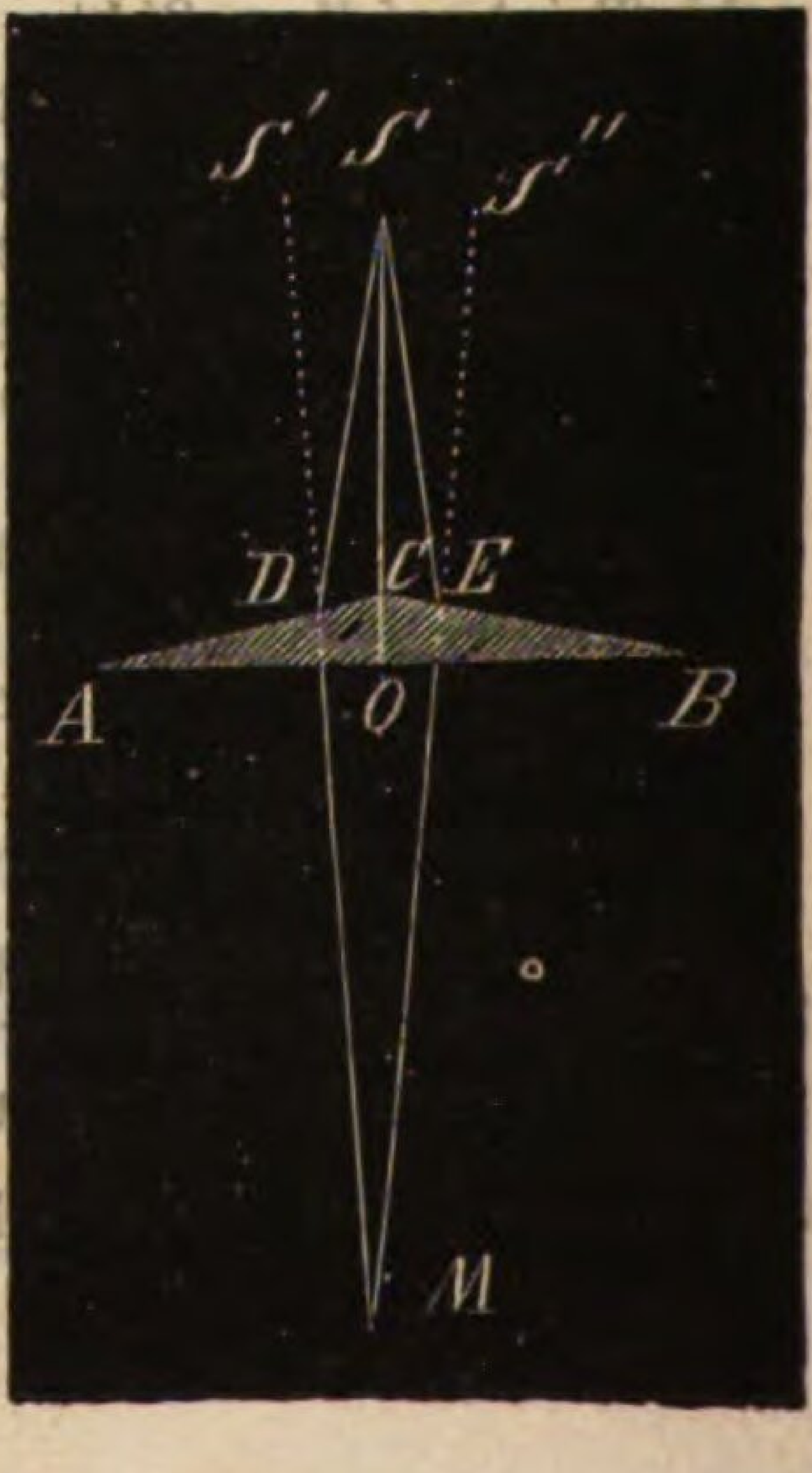
Läßt man die einen Spiegel treffenden Strahlen durch eine durchsichtige, von parallelen Seitenflächen begrenzte Platte durchgehen, so wird die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Strahlen beim Durchgange durch diese Platte geändert, was die nämliche Folge hat, als wenn eine Aenderung im Unterschiede der Wege der an einer Stelle interferirenden Strahlen eingetreten wäre, weshalb die Lage der Punkte, wo sich die Strahlen am meisten verstärken oder schwächen, auch eine Aenderung, also die Lage der Streifen eine Verrückung erfährt, aus deren Größe sich der Brechungsexponent für die Platte berechnen läßt.

6. Fällt weißes Licht auf die Spiegel auf, so bildet jede Farbengattung desselben parallele Spectra; da die Spectra einer Farbe eine andere Breite haben, als die einer andern, so fallen, wie die Fig. 228. zeigt, die Spectra verschiedener Farben nur in der Mitte m aufeinander, weshalb daselbst ein weißer Streifen entsteht; die andern fallen an verschiedene Stellen des Schirms, decken sich theilweise, so daß in die einer Strahlengattung zugehörigen dunklen Theile die hellen Streifen einer anderen zu liegen kommen, aber auch helle Streifen verschiedener Farben sich theilweise übereinander lagern, und gemischte Farben erzeugen; man sieht daher an beiden Seiten des weißen Streifens eine Reihe paralleler Streifen von verschiedenartigen Farben.

Fig. 228.



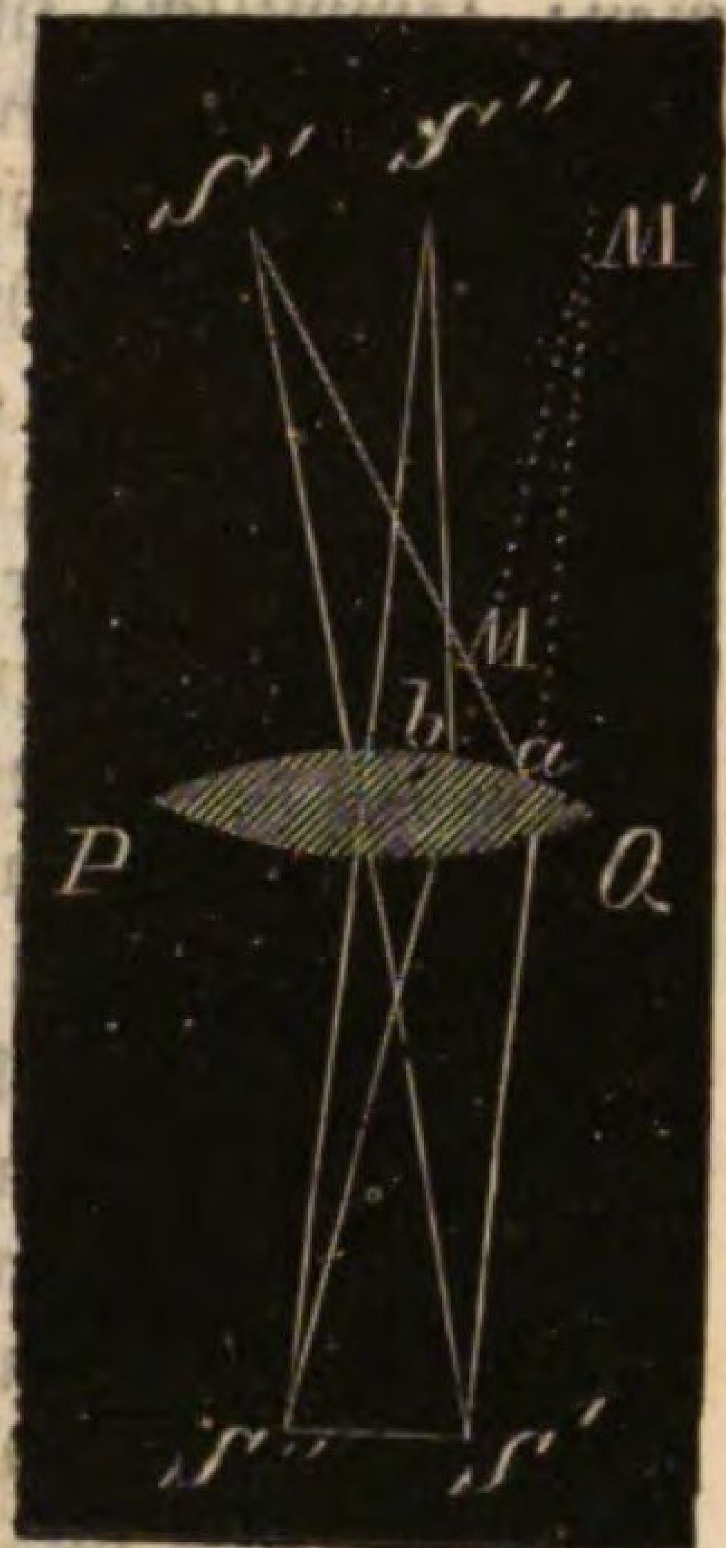
Fig. 229.



Das eben beschriebene Interferenzphänomen erzeugt man auch durch ein dreiseitiges Glasprisma von einem sehr stumpfen und zwei sehr spitzigen Winkeln, wovon ABC Fig. 229. einen Durchschnitt mit einer auf den Kanten senkrecht stehenden Ebene vorstellt. Sieht man durch das Prisma nach dem Lichtpunkte S, indem man es so aufstellt, daß die Gerade SC auf AB senkrecht steht; so erblickt man ihn doppelt, weil man eigentlich durch zwei Prismen ACO und BCO sieht, von denen das erste den Lichtpunkt links nach S', das zweite rechts nach S'' verschiebt, welche Verschiebung jedoch wegen der Kleinheit der brechenden Winkel nur gering sein kann, weshalb die beiden Bilder nahe bei einander erscheinen. Die Strahlen treten demnach aus dem Prisma so heraus, als wenn sie von zwei nahe bei einander befindlichen Lichtpunkten kämen; sie werden daher in einer gewissen Entfernung vom Prisma unter sehr spitzigen Winkeln zusammentreffen und dasselbe Interferenzphänomen hervorbringen, wie nach der Reflexion an den Interferenzspiegeln. So z. B. werden die

Strahlen SD und SE nach ihrem Austritte aus dem Prisma im Punkte M sich durchkreuzen. — Das Interferenzphänomen, mag es durch ein Prisma oder durch Spiegel hervorgebracht worden sein, betrachtet man mit einer Loupe, die in einem Abstande von 10 bis 12 Zoll so angebracht ist, daß ihre Axe mit der Geraden CS zusammenfällt. Die vortheilhafteste Stellung des Auges wird durch folgende Betrachtung ermittelt: Es sei PQ Fig. 230. die Loupe, welche von den Punkten S' und S'' die Bilder s' und s'' hervorbringt, welche, da die von jedem Punkte kommenden Strahlen beinahe parallel auffallen, nahe in der Brennweite dieser Linse erscheinen; daher wird der Strahl S'a, der mit dem Strahl S''b im Punkte M vor der Linse zur Interferenz kommt, im Punkte s', und S'' b im Punkte s'' mit seinem Hauptstrahle sich vereinigen. Verlängert man diese Strahlen vorwärts, so treffen sie im Punkte M' zusammen, und in diesem Punkte sieht nun das in s's'' befindliche Auge die in M sich ergebende Interferenz-Erscheinung und darin jeden Farbenstreifen vergrößert. Da alle von S' kommenden Strahlen sich in s', und die von S'' ausgehenden sich in s'' vereinigen, so empfängt das Auge, dessen Pupille den Ort s'' s' einnimmt, die größte Menge der interferirenden Strahlen. — Beim Gebrauch des Interferenzprisma wendet man homogenes Licht an, weil im weißen Lichte wegen der bei der Brechung eintretenden Farbenzerstreuung das Interferenzphänomen sich nicht rein darstellt.

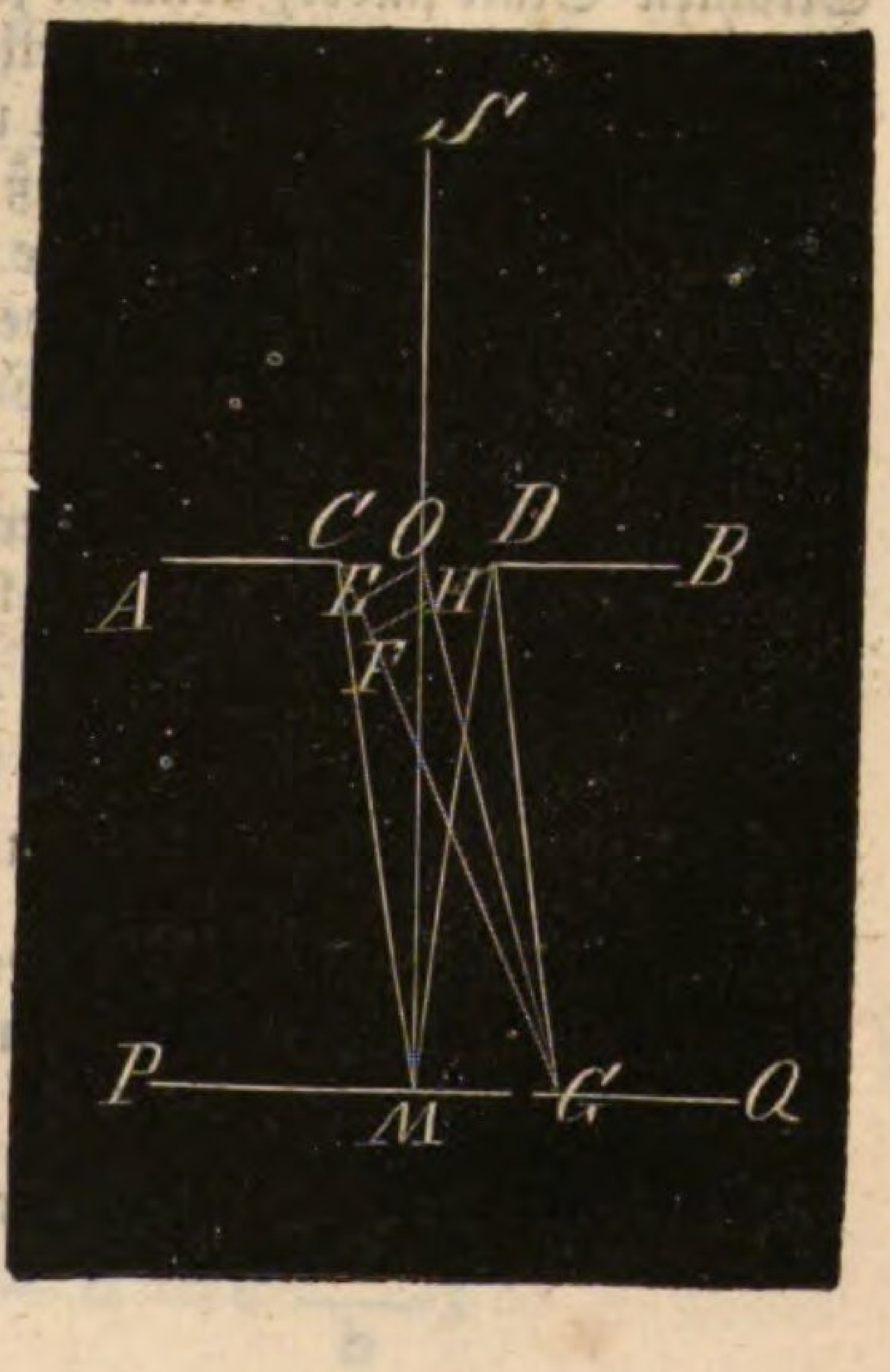
Fig. 230.



Ist der Unterschied der Wege der zusammentreffenden Strahlen groß, so ist auch der Unterschied in der Intensität bedeutend, weshalb sich die Strahlen niemals vollständig aufheben können; jedoch haben in der neuesten Zeit Fizeau und Foucault durch Versuche dargethan, daß bei ganz homogenem Lichte auch bei einem Gangunterschiede von mehreren Tausend Wellenlängen Interferenzen möglich sind.

§. 165. **Beugung des Lichtes durch eine enge Spalte.** Läßt man homogenes Licht durch eine schmale Spalte in ein verfinstertes Zimmer eintreten, concentrirt es, wie bei dem früheren Interferenzversuch vermittelst eines cylindrischen Glasabschnittes zu einer Lichtlinie, und leitet es hierauf auf eine zweite, zur Höhe der erstern parallele rechteckige Spalte, die in einer Metallplatte angebracht ist, sich erweitern und verengen läßt und 1 bis 2 Klafter weit von der ersten Spalte entfernt steht; so wird das Licht durch die letztere Spaltöffnung gebeugt, d. h. von seiner geradlinigen Richtung seitwärts abgelenkt, und es erscheint auf einer hinter der beugenden Spalte in hinreichend großem Abstande stehenden weißen Tafel das Interferenzphänomen. Denn es sei AB Fig. 231. die mit einer engen Spalte von der Breite CD versehene Metallplatte, die von homogenen Lichtstrahlen, welche von einer entfernten, zur Höhe der Spalte CD parallelen

Fig. 231.



Lichtlinie ausgehen, in senkrechter Richtung getroffen wird; PQ sei die Tafel, auf der die Erscheinung zu sehen ist, und die man parallel zu AB aufstellt, so daß der durch O die Mitte von CD gehende Strahl SO auf ihr senkrecht steht. Wegen des großen Abstandes der Lichtquelle von AB und der Kleinheit von CD kann man die von einem Punkte S an die Spalte CD gelangenden Lichtstrahlen als unter sich parallel, mithin das Stückchen der kugelförmigen Lichtwelle, die von S ausgeht und die beugende Spalte trifft, als eine mit dieser Spalte zusammenfallende Ebene annehmen; sämmtliche in der Spalte befindliche Aethertheilchen werden daher gleichzeitig zur Schwingung angeregt, und befinden sich in jedem Augenblicke in vollkommen gleichen Schwingungsphasen. Indem jedes Aethertheilchen die Schwingungsphase, in der es sich befindet, nach allen Seiten fortpflanzt, gerade so, als wenn es ein selbstleuchtendes Theilchen wäre, bildet es einen Mittelpunkt von Lichtwellen und sendet nach allen Seiten Strahlen aus, welche eigentlich die Richtungen bezeichnen, längs welcher die dem Aethertheilchen eigenthümlichen Schwingungsphasen sich fortpflanzen; demnach gehen von jedem Punkte der Spalte CD gleichzeitig Wellen aus, und daher auch Lichtstrahlen nach allen Richtungen.

Die Lichtstrahlen, die von jedem Punkte des Wellenstücks CD ausgehen, und in irgend einem Punkte der entfernt stehenden Tafel PQ zusammentreffen, sind, da sie unter sehr spitzigen Winkeln sich schneiden, als parallel zu betrachten; diejenigen, die in dem Punkte M, der von der auf PQ senkrechten SOM getroffen wird, sich vereinigen, sind sämmtlich zu OM parallel, daher sind die Wege, die sie bis zum Punkte M zurücklegen, nahe einander gleich, und die Schwingungsphasen, in denen sie in M ankommen, vollkommen übereinstimmend, weshalb in M eine Helligkeit entsteht, die an keinem andern Orte der Tafel PQ vorkommen kann, weil nirgends mehr ein so übereinstimmendes Zusammenwirken der von CD ausgehenden Strahlen Statt findet; denn an jedem andern Punkte G treffen ungleich lange Strahlen, mithin verschiedenartige Schwingungsphasen zusammen, deren Ergebniß man findet, wenn man um G mit dem kürzesten Strahl DG einen Kreisbogen DF beschreibt, so daß $DG = GF$ wird; da DF als eine gerade auf CG senkrecht stehende Linie angenommen werden kann, so ist, wenn man den Unterschied zwischen dem längsten und den kürzesten Strahl des Lichtbündels CGD, nämlich CF mit δ und den Winkel CDF mit φ bezeichnet, ferner $CD = b$, $OM = c$ $MG = d$ setzt, und berücksichtigt, daß die Winkel MOG und CDF, deren Schenkel stückweise aufeinander senkrecht stehen, einander gleich und sehr klein sind:

$$\varphi = \frac{\delta}{b} \text{ und } d = c\varphi = \frac{c\delta}{b}.$$

Ist der Abstand des Punktes G von M so beschaffen, daß $\delta = \frac{\lambda}{2}$ d. h. gleich einer halben Wellenlänge ist, so werden sich wohl die Strahlen CG und DG vernichten, allein durch das Zusammenwirken der übrigen wird noch immer eine Lichtstärke erzeugt, die 0.4 von der der ungebeugten Strahlen beträgt. Wäre G weiter entfernt, so daß $\delta = \frac{2\lambda}{2}$, mithin die von O auf CG

gefällte Senkrechte $CE = \frac{\lambda}{2}$ wird; so werden sich in G nicht nur die Strahlen CG und OG aufheben, sondern es wird, da derselbe Gangunterschied zwischen je zwei von C und O gleich weit abstehenden Strahlen bebesteht, die Wirkung aller von CO ausgehenden Strahlen durch die entgegengesetzte der von OD kommenden aufgehoben, und der Punkt G wird dunkel erscheinen; der Abstand dieses Punktes G von M, nämlich MG ist nun gleich $\frac{c\lambda}{b}$. Ist $\delta = \frac{4\lambda}{2}$, so theilt man CD in vier gleiche Theile, und es ist leicht einzusehen, daß der Gangunterschied der im ersten und zweiten, so wie jener, der im dritten und vierten Theile gleichliegenden Strahlen eine halbe Wellenlänge beträgt, und daß daher im Punkte G die Wirkung des ersten Theils durch die des zweiten, und die des dritten Theils durch die des vierten abermals aufgehoben wird und daher die Lichtstärke in G auf Null herabsinkt. — Die nämliche Dunkelheit muß an allen Stellen herrschen, für welche δ einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen gleich ist.

Hat ein Punkt J eine solche Lage, daß $\delta = \frac{3\lambda}{2}$, so denkt man sich CD in 3 gleiche Theile getheilt, die Strahlen des ersten und des zweiten Drittels, da der Gangunterschied je zwei gleichliegender $= \frac{\lambda}{2}$ ist, heben sich in J gegenseitig auf, und es bleibt nur die Wirkung des letzten Drittels übrig, weshalb der Punkt J hell erscheint; aber die resultirende Schwingungsintensität, mithin auch die Lichtstärke, ist viel kleiner, als in M. Auf ähnliche Art läßt sich nachweisen, daß an allen Stellen, für welche der Werth von δ eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen beträgt, ein Maximum der Lichtstärke vorkommt, aber daß die Helligkeit desto geringer wird, je größer der Gangunterschied δ, also je weiter die Stelle von M entfernt ist, indem bei $\delta = \frac{5\lambda}{2}$, nur $\frac{1}{5}$, bei $\delta = \frac{7\lambda}{2}$ nur $\frac{1}{7}$ von CD und s. f. wirksam bleibt. Man erblickt daher an beiden Seiten von M eine abwechselnde Folge von hellen und dunklen Streifen, wie bei den früheren Interferenzphänomenen; aber die Helligkeit nimmt mit der Entfernung von m beständig ab.

Der Winkel φ, den ein gebeugter Strahl mit dem einfallenden oder mit SM einschließt, heißt sein Ablenkungswinkel; er ist derselbe für alle gebeugten in einem Punkte der Tafel PQ zusammentreffende Strahlen, da dieselben als zueinander parallel betrachtet werden können. Setzt man $\delta = \frac{n\lambda}{2}$,

so ist $\varphi = \frac{n\lambda}{2b}$, und $d = c.\frac{n\lambda}{2b}$;

für das nächstfolgende Maximum oder Minimum der Lichtstärke ist

$$\varphi = \frac{(n+2)\lambda}{2b} \text{ und } d' = \frac{c(n+2)\lambda}{2b},$$

$$\text{mithin } \varphi' - \varphi = \frac{\lambda}{b} \text{ und } d' - d = c\frac{\lambda}{b};$$

woraus zu ersehen, daß zu beiden Seiten von M die hellen und dunklen Streifen in der Art geordnet erscheinen, daß je zwei Minima der Lichtstärke stets gleich weit von einander abstehen, und alle Spectra eine Breite haben, die dem Abstande des ersten Minimum von M gleich ist; ferner daß in der Mitte eines jeden Spectrums ein Maximum der Lichtstärke Statt findet, zu beiden Seiten desselben aber die Lichtstärke bis zu Null abnimmt. MG wird auch als ein Spectrum betrachtet. Die Breite der Spectra ist wieder dem Abstande der Tafel von der beugenden Spalte und der Wellenlänge direct, und der Breite der Spalte umgekehrt proportionirt, was alles mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Die Verschiedenheit in der Größe der Breite der Spectra bei verschiedener Brechbarkeit des Lichtes hat zur Folge, daß im vollen Sonnenlichte nur in der Mitte M ein weißer Streifen und zu beiden Seiten desselben eine Reihe von Farbenbildern erscheint.

Der weiße Streifen in der Mitte entsteht, weil dahin bei jeder Strahlengattung ein heller Streifen fällt; weil aber der dahin fallende rothe und auch gelbe von den andern schmälern nicht ganz gedeckt werden können, so ist an den Seiten des weißen Streifens ein gelber und rother Saum bemerkbar; an diesen schließt sich ein vollständiges Farbenbild an, in welchem, wie leicht zu begreifen ist, die violette Farbe dem weißen Streifen am nächsten steht, die rothe dagegen von ihm am weitesten entfernt ist. In dem nächstfolgenden Farbenbilde fällt das Violett mit einem Theil des vorhergehenden Roth zusammen, wodurch Purpurroth entsteht.

In einem dritten Farbenbilde fehlt das Blau, zuletzt bemerkt man nur schwaches Grün und Roth. — Diese Ordnung und Beschaffenheit der Farben ist an beiden Seiten von M vollkommen gleich. — Ist die Lichtquelle eine Spalte im Fensterladen, so hat die Breite derselben einen Einfluß auf die Reinheit und Deutlichkeit der Beugungserscheinung, indem das durch die vertikale Spalte eindringende Lichtbündel aus mehreren vertikalen Linien zusammengesetzt erscheint, deren jede ein eigenes System von Farbenstreifen bildet; bei einer breiteren Spalte muß die theilweise Uebereinanderlagerung der Streifen verschiedener Systeme eine Undeutlichkeit und bei einer gewissen Breite der Spalte sogar ein Verschwinden der Streifen bewirken.

Das beschriebene Beugungsphänomen erscheint ausgezeichnet lebhaft, wenn die beugende Spalte vor das Objectiv eines achromatischen Fernrohrs gestellt wird, wo dann die Strahlen, die auf der Tafel PQ in einem Punkte zusammentreffen, in parallelen Richtungen von der Spalte auf das Objectiv fallen, und daher ohne Aenderung ihres Gangunterschiedes in der Brennweite vereinigt werden. Die in der Brennweite gebildete Interferenzerscheinung wird mittelst eines Oculars betrachtet. Die Breite der beugenden Spalte kann nun größer sein, weil die in diesem Falle sich bildenden schmalen Streifen durch das Ocular vergrößert werden; die größere Breite der Spalte bewirkt eine größere Helligkeit der Erscheinung. — Man kann die Beugungserscheinung in einem gewissen Abstande von der Spalte auch vermittelst einer Loupe betrachten.

Fig. 232.



Bringt man dicht vor das Auge eine sehr enge Spalte, und sieht durch sie auf eine parallele Lichtlinie, so werden auch die von den verschiedenen Punkten der Spalte unter demselben Winkel gebeugten, also unter sich parallelen Strahlen in einem Punkte der Netzhaut vereinigt, und bringen daselbst eine Interferenzerscheinung hervor.

Läßt man das Licht durch eine kleine runde Oeffnung in ein verfinstertes Zimmer eintreten und leitet es hierauf durch eine kleine quadratförmige Oeffnung in einer Metallplatte, so wird es sowohl in horizontaler als in vertikaler Richtung gebeugt und erblickt ein farbiges Kreuz. Die Fig. 232. stellt es

für homogenes Licht dar. — Ist die Oeffnung in der Metallplatte kreisrund, so erfolgt die Beugung nach allen Richtungen im gleichen Grade, weshalb die Farbenstreifen in farbige concentrische Ringe übergehen, die ein kreisrundes Bild der Oeffnung umgeben.

§. 166. **Beugung des Lichtes durch zwei, drei, vier und mehrere Spaltöffnungen.** 1. Es seien CD und C′D′ zwei gleich breite Spalten und nur um die Breite einer Spalte von einander entfernt, daher CD = DC′ = C′D′; leiten wir homogenes von einer zur Spalthöhe parallelen Lichtlinie kommendes Licht durch die beiden Spalten, und beobachten die sich bildende Beugungserscheinung auf einer gehörig weit gestellten Tafel PQ, oder mittelst eines hinter den Spalten stehenden Fernrohrs; so finden wir, daß die Spectra, die bei einer Spalte gebildet werden, in Folge der Interferenz mit den Strahlen, die durch die zweite Spalte gebeugt werden, durch schwarze Streifen in mehrere kleinere Spectra getheilt erscheinen, die man dann secundäre oder Spectra **zweiter Klasse** nennt, denn

a) die Strahlen, die in beiden Spalten dieselbe Ablenkung erfahren, also in parallelen Richtungen von beiden ausgehen, werden in der Brennweite des Fernrohrs in einem Punkte vereinigt, oder sie treffen in einem Punkte der Tafel PQ zusammen. Ist die Ablenkung der von **einer** Spaltöffnung in parallelen Richtungen ausgehenden Strahlen, die wir ein Strahlenbündel nennen wollen, von der Art, daß sie sich im Interferenzpunkte aufheben würden; so kann durch das Hinzutreten des parallelen von der zweiten Spalte kommenden Strahlenbündels, da sich dessen Strahlen auch auslöschen, kein Licht erzeugt werden; daher werden die dunklen Theile der bei einer Spalte entstandenen Spectra noch immer dunkel bleiben, wenn auch eine zweite gleich breite Spalte neben der ersten angebracht wird. Es seien G, G′ . . . die auf einer Seite von M befindlichen Minima der Lichtstärke, so ist

$$\text{für G,}\ \varphi = \frac{\lambda}{b},\ \text{und}\ d = \frac{c\,\lambda}{b},$$

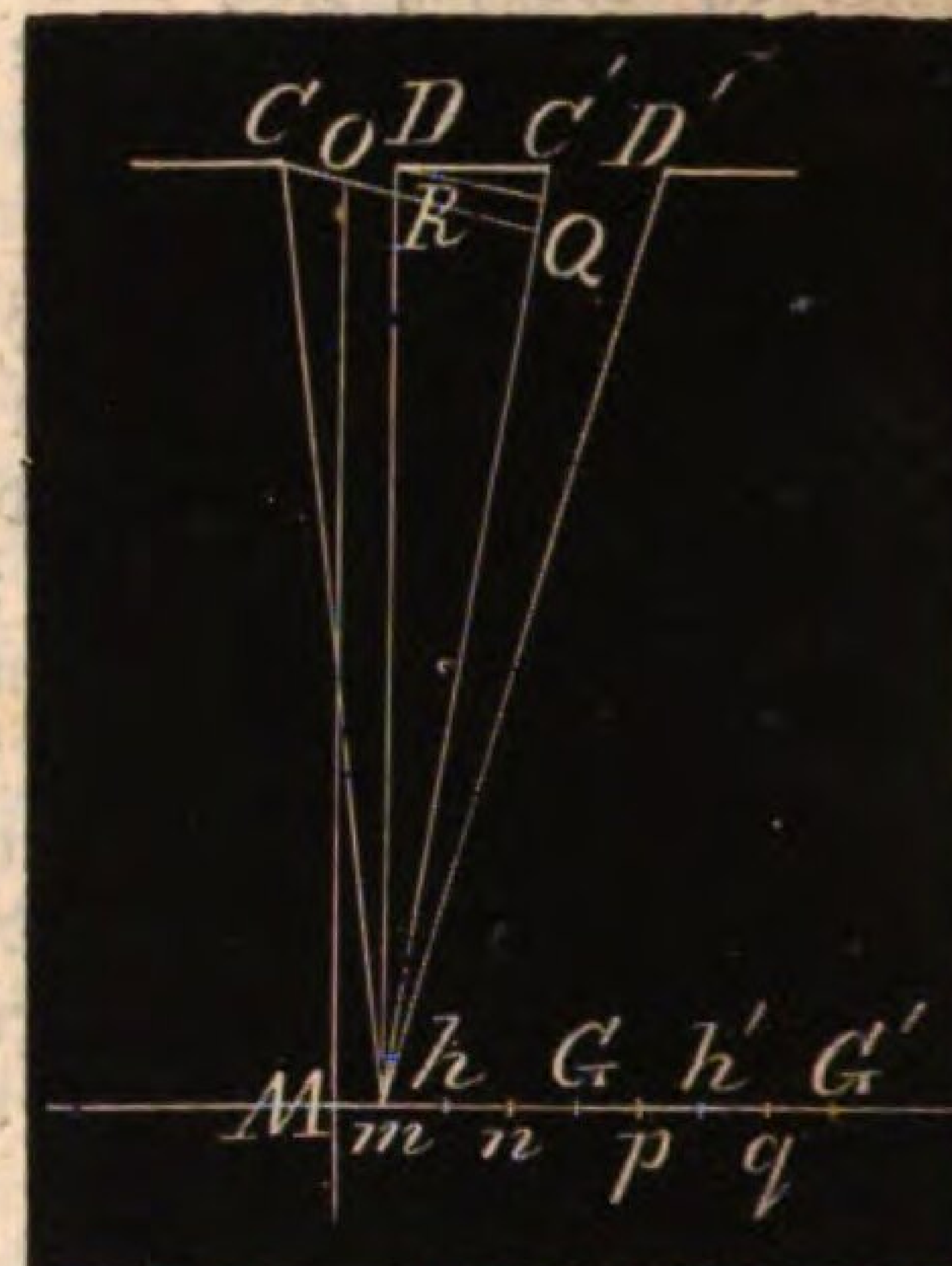
$$\text{für G}',\ \varphi' = \frac{2\,\lambda}{b},\ \text{und}\ d' = \frac{2\,c\,\lambda}{b} = 2\,d,\ \text{u. s. f.}$$

b) Die hellen Streifen im Beugungsbilde einer Oeffnung können durch das von der zweiten Spalte gebeugte Licht verändert werden; denn es kann jedes Strahlenbündel für sich an einer Stelle Helligkeit erzeugen, allein immer ist es möglich, daß die an einer Stelle durch ein Strahlenbündel erzeugte Schwingungsintensität im Gegensatze steht zu der, die an derselben Stelle durch das zweite erzeugt wird, weshalb durch das Mitwirken des zweiten Strahlenbündels an Stellen Dunkelheit entstehen kann, welche im Beugungsbilde einer Oeffnung hell erscheinen. Nehmen wir an, m Fig. 233. sei eine Stelle, für welche der Gangunterschied δ der Strahlen C′m und C m gleich ist einer halben Wellenlänge, also

$$C'Q = \delta = C'm - Cm = \frac{\lambda}{2},$$

mithin $$DR = \frac{\lambda}{4} = \delta';$$

Fig. 233.



die Stelle m müßte daher durch die Strahlen der Oeffnung CD erleuchtet erscheinen; allein so wie die Strahlen C m und C' m, eben so werden auch die ähnlich liegenden Strahlen der beiden Oeffnungen wegen des gleichen Gangunterschiedes von $\frac{\lambda}{2}$ im Punkte m sich gegenseitig vernichten, mithin wird in m die Lichtstärke auf Null herabsinken. Für den Punkt m ist der Ablenkungswinkel

$$\varphi = \frac{DR}{b} = \frac{\lambda}{4\,b}, \text{ und } M\,m = \frac{c\,\lambda}{4\,b} = \frac{d}{4},$$

da $d = \frac{c\,\lambda}{b}$ ist.

Eben so ist klar, daß an den Stellen n, p, q, für welche

$$\delta = \frac{3\,\lambda}{2}, \frac{5\,\lambda}{2}, \frac{7\,\lambda}{2} \ldots, \text{ mithin}$$

$$\delta' = \frac{3\,\lambda}{4}, \frac{5\,\lambda}{4}, \frac{7\,\lambda}{4} \ldots,$$

und der Abstand von M

$$= \frac{3\,d}{4}, \frac{5\,d}{4}, \frac{7\,d}{4} \ldots \text{ wird,}$$

die Wirkung der Strahlen der ersten Oeffnung durch die der zweiten Oeffnung abermals aufgehoben wird, daher die Stellen n, p, q auch vollkommen dunkel erscheinen. Da nun

$$M\,m = \frac{d}{4}, \; M\,n = \frac{3\,d}{4},$$

$$M\,G = d, \; M\,p = \frac{5\,d}{4}, \; M\,q = \frac{7\,d}{4},$$

und $$M\,G' = 2\,d = \frac{8\,d}{4} \text{ u. s. f.;}$$

so wird jedes Spectrum der ersten Klasse durch zwei dunkle Streifen in drei Spectra der zweiten Klasse getheilt; so z. B. MG durch die dunklen Streifen in m und n, das zweite MG' durch die in p und q; die Breite des mittleren secundären Spectrums ist $m\,n = \frac{2\,d}{4}$, mithin doppelt so groß, als die der beiden andern. An den Stellen h, h' . . ., wo die Mitte des Spectrums der ersten Klasse mit der Mitte eines Spectrums der zweiten Klasse zusammenfällt, für welche daher $\delta = \frac{2\,\lambda}{2}, \frac{6\,\lambda}{2} \ldots$, deren Ab-

stände von M gleich $\frac{2\,d}{4}$, $\frac{6\,\lambda}{4}$ … sind, sind die Wirkungen beider Strahlenbündel gleich und übereinstimmend; daher die hier erzeugte Schwingungsintensität doppelt, und die Lichtstärke viermal so groß, als bei einer Oeffnung.

2. a) Nehmen wir drei Spaltöffnungen von gleicher Breite an, und jede sei von der andern um die Breite einer Oeffnung entfernt; m, Fig. 234., sei ein Punkt für welchen $C'\,Q = \frac{\lambda}{3}$, mithin auch $C''\,Q' = \frac{\lambda}{3}$ ist, eben so groß ist auch der Gangunterschied zwischen den gleichliegenden Strahlen zweier benachbarten Oeffnungen. In diesem Falle wird in m die vom nächsten Punkte C kommende Schwingungsphase um zwei Drittel einer Schwingungsdauer T, also um $\frac{2}{3}$ T und die von C′ ausgehende um $\frac{T}{3}$ früher eintreffen, als die, welche gleichzeitig von C″ ausgeht. Ist v die Geschwindigkeit, welche das Aethertheilchen in m in Folge der von C″ kommenden Einwirkung besitzt, wenn vom Beginne der Schwingung die Zeit t verflossen ist; so ist $v = a\sqrt{k}\ \cos.\ 2\,\pi\,\frac{t}{T}$ oder,

Fig. 234.



$$v = J\ \cos.\ 2\,\pi\,\frac{t}{T},$$

wenn man $a\sqrt{k} = J$ setzt, wo J die Schwingungsintensität bezeichnet. Sind v′ und v″ die Geschwindigkeiten, die m in dem nämlichen Augenblicke in Folge der von C und C′ kommenden Einwirkungen besitzt; so ist

$$v' = J\ \cos.\ \frac{2\,\pi}{T}\left(t + \frac{2\,T}{3}\right) \text{ und}$$

$$v'' = J\ \cos.\ \frac{2\,\pi}{T}\left(t + \frac{T}{3}\right);$$

nun ist $v + v' + v'' = o$, mithin vernichten sich die Strahlen im Punkte m, weshalb dieser völlig dunkel erscheint.

Ist $C'\,Q = \frac{\lambda}{3}$ so ist

$$D\,R = \frac{\lambda}{6} \text{ und}$$

$$M\,m = \frac{c\,\lambda}{6\,b} = \frac{d}{6}.$$

Es ist:

$$v' = J\left(\cos. 2\pi \frac{t}{T} \cos. \frac{4\pi}{3} - \sin. 2\pi \frac{t}{T} \sin. \frac{4\pi}{3}\right)$$

$$v'' = J\left(\cos. 2\pi \frac{t}{T} \cos. \frac{2\pi}{3} - \sin. 2\pi \frac{t}{T} \sin. \frac{2\pi}{3}\right)$$

Nun ist:

$$\cos. \frac{4\pi}{3} = -\cos. \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \text{ und } \sin. \frac{4\pi}{3} = -\sin. \frac{\pi}{3},$$

$$\cos. \frac{2\pi}{3} = -\cos. \frac{\pi}{3} = -\frac{1}{2}, \text{ „ } \sin. \frac{2\pi}{3} = +\sin. \frac{\pi}{3},$$

mithin ist:

$$v + v' + v'' = J\left(\cos. 2\pi \frac{t}{T} - \cos. 2\pi \frac{t}{T}\right) = o.$$

b) Ist der Punkt n so gelegen, daß $\delta = C' Q = \frac{2\lambda}{3}$, so ist auch $C'' Q' = \frac{2\lambda}{3}$, und das Theilchen in n wird von C aus um $\frac{4}{3}$ T, und von C'' aus um $\frac{2}{3}$ T früher, als von C'' in Schwingungen versetzt; nun läßt sich auf dieselbe Art, wie früher, nachweisen, daß sich sämmtliche Strahlen in n aufheben müssen. Da für diesen Fall

$$DR = \delta' = \frac{1}{2} C'Q = \frac{2\lambda}{6} \text{ ist; so}$$

ist $M n = \frac{2 c \lambda}{6 b} = \frac{2}{6} d.$

Eben so erscheinen die Stellen dunkel, für welche

$$\delta = \frac{4\lambda}{3}, \frac{5\lambda}{3}, \frac{7\lambda}{3}, \ldots$$

$$\text{und } \delta' = \frac{4\lambda}{6}, \frac{5\lambda}{6}, \frac{7\lambda}{6} \ldots$$

ist, und deren Abstände von M

$$= \frac{4d}{6}, \frac{5d}{6}, \frac{7d}{6}, \ldots \text{ sind;}$$

hieraus ist zu ersehen, daß das Spectrum MG durch 4 dunkle Streifen m, n, o, p, in 5 Theile getheilt wird, und daß die Breite des mittleren Theils n o $= \frac{2d}{6}$, während die der anderen gleich $\frac{d}{6}$ ist. Auch ist leicht zu ersehen, daß die Mitte h des Spectrums der ersten Klasse mit der Mitte des Spectrums n o zusammenfällt, und daß daher daselbst eine Helligkeit entsteht, die größer ist, als die bei zwei Oeffnungen.

3. Bei 4 Oeffnungen von der nämlichen Breite, deren jede wieder um die Breite einer Oeffnung von der andern entfernt steht, läßt sich wieder leicht nachweisen, daß an allen Stellen, für welche

$$\delta = \frac{\lambda}{4}, \frac{2\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}, \frac{7\lambda}{4} \ldots \text{ mithin}$$

$$\delta' = \frac{\lambda}{8}, \frac{2\lambda}{8}, \frac{3\lambda}{8}, \frac{5\lambda}{8}, \frac{6\lambda}{8}, \frac{7\lambda}{8} \ldots, \text{ und}$$

deren Abstände von M

$$= \frac{d}{8}, \frac{2d}{8}, \frac{3d}{8}, \frac{5d}{8}, \frac{6d}{8}, \frac{7d}{8} \ldots.$$

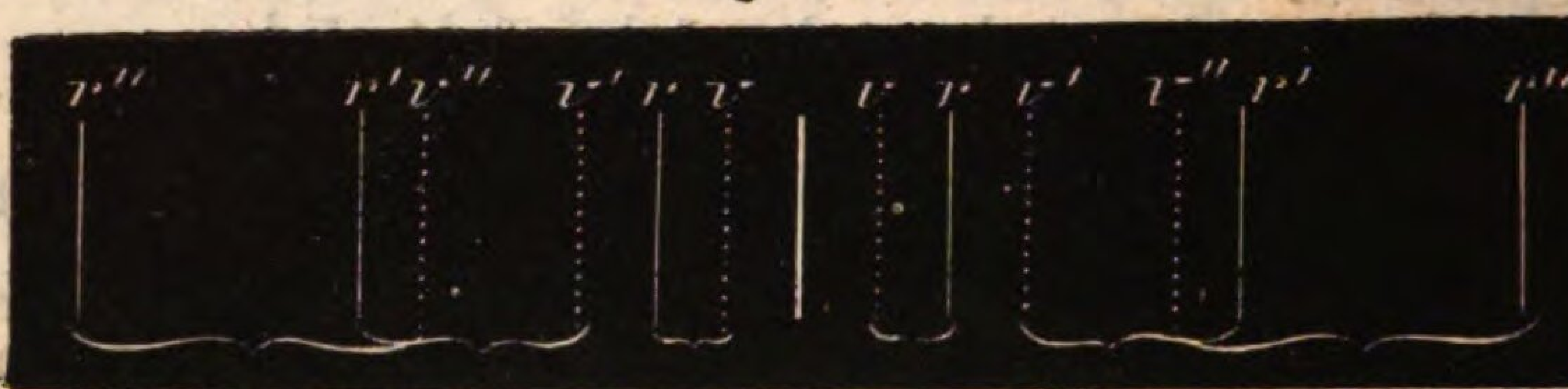
sind, Dunkelheit, dagegen in dem Abstande von M, $= \frac{4d}{8}$ d. i. in der Mitte von MG eine größere Helligkeit herrscht, als bei drei Oeffnungen; demnach erscheint das Spectrum MG durch 6 dunkle Streifen in 7 besondere Spectra getheilt, von denen das mittlere noch einmal so breit ist, als die anderen, indem seine Breite $= \frac{2d}{8}$ und die der anderen nur $= \frac{d}{8}$ ist.

4. Aus dem Gesagten ergibt sich, daß das Spectrum der ersten Klasse bei 2 Spalten in 3, bei 3 Spalten in 5, bei 4 Spalten in 7 Spectra der zweiten Klasse getheilt wird, u. s. f.; daß die Breite dieser Spectra der zweiten Klasse mit Ausnahme des mittleren, das immer doppelt so breit, als die andern ist, bei 2 Oeffnungen $= \frac{d}{4}$, bei 3 gleich $\frac{d}{6}$, bei vier gleich $\frac{d}{8}$, mithin desto kleiner wird, je mehr die Anzahl der Spaltöffnungen zunimmt. Betrachten wir den Werth von δ, bei welchem die von 2, 3, 4 ... r Spalten gebeugten Strahlen an einer Stelle sich vernichten, so sehen wir, daß er gleich ist einer Wellenlänge, multiplicirt mit einem Bruche $\frac{u}{r}$, dessen Nenner gleich ist der Anzahl r der Spaltöffnungen, und dessen Zähler u durch den Nenner nicht theilbar ist; der Ablenkungswinkel φ ist für diese dunklen Stellen $= \frac{u\lambda}{rb}$ und ihr Abstand von M, $= \frac{u}{2r}$ d. An den Stellen, für welche u durch r theilbar ist, herrscht ein Maximum der Lichtstärke.

Da mit der Anzahl der Spaltöffnungen die Anzahl der dunklen Linien in jedem Spectrum der ersten Klasse zunimmt, daher diese Linien immer näher an einander rücken; so muß bei einer sehr großen Anzahl von einander nahen gleich breiten, und gleich weit von einander abstehenden parallelen Spaltöffnungen, mithin auch bei einem Gitter überall Dunkelheit herrschen, mit Ausnahme derjenigen Stellen, für welche δ einer ganzen Anzahl n von Wellenlängen, mithin $\varphi = n\frac{\lambda}{b}$ ist. Setzt man daher ein feines Gitter vor ein nach einer Lichtlinie gerichtetes Fernrohr, so daß die Oeffnungen desselben zu dieser Linie parallel stehen, so beobachtet man im homogenem Lichte, wenn das Fernrohr so eingestellt war, daß man die Lichtlinie in der Mitte des Gesichtsfeldes sehr deutlich wahrnahm, das Bild dieser Linie abermals in der Mitte des Gesichtsfeldes, außerdem zu beiden Seiten eine Reihe gleichweit von einander abstehender und durch dunkle Zwischenräume von einander getrennter heller Streifen r, r′, r″ an den Stellen, wo die Mitte des Spectrums der ersten Klasse mit der Mitte

des mittleren Spectrums der zweiten Klasse zusammenfällt; es müssen wohl auch noch die andern übrig bleibenden hellen Linien vorkommen, diese sind aber so lichtschwach, daß sie bei der großen Lichtstärke der in r, r', r'' Fig. 235.

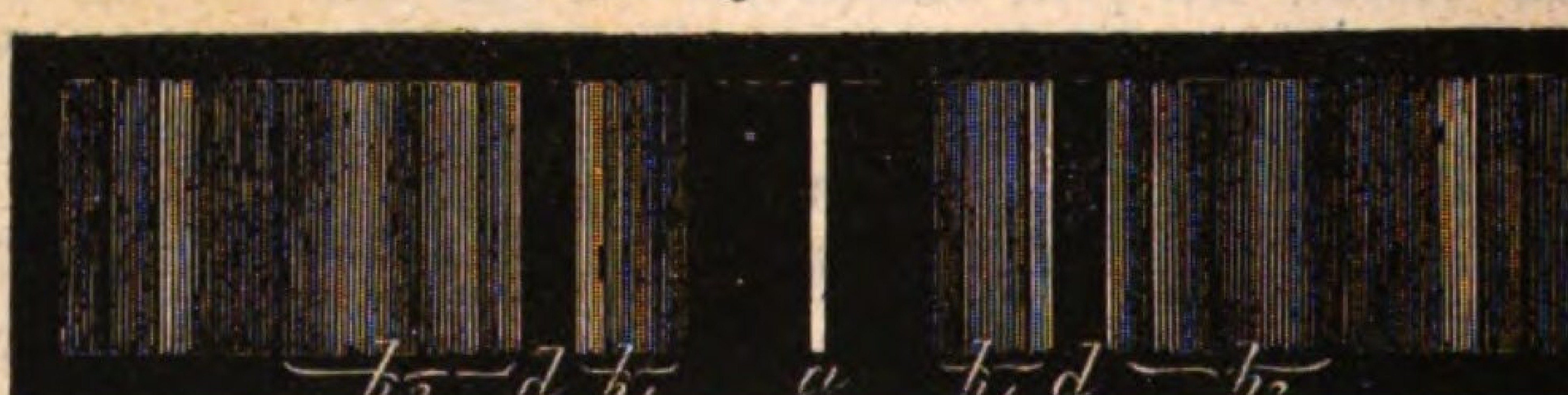
Fig. 235.



vorkommenden schwer wahrzunehmen sind. — Da die hellen Streifen den Stellen entsprechen, für welche $\varphi = n \frac{\lambda}{b}$, und n eine ganze Zahl ist; so müssen die violetten Streifen, für welche λ den kleinsten Werth hat, der Mitte viel näher liegen, als die rothen; die hellen Streifen anderer Farben liegen zwischen den rothen und den violetten.

Bei Anwendung des directen Sonnenlichtes sieht man die Lichtlinie a Fig. 236. in der Mitte des Gesichtsfeldes scharf und farblos, wie ohne

Fig. 236.



Gitter, auf jeder Seite derselben einen völlig dunklen Raum, an den sich ein Farbenbild anschließt, wie man es durch Zerlegung des weißen Lichts mittelst eines Prisma erhält; hierauf kommt wieder ein dunkler Raum d, und nun erscheint eine Reihe von Farbenbildern, die mit der Entfernung von der Mitte breiter, aber desto weniger lebhaft werden, je weiter sie sich von der Mitte entfernen. Das Violett liegt der Mitte näher, als das Roth, allein man nimmt es nur beim ersten und zweiten Farbenbilde wahr; beim dritten fällt es schon mit dem äußersten Roth des zweiten zusammen, wodurch Purpurroth entsteht.

Bei den noch weiter abstehenden Farbenbildern vermischen sich mehrere Farben mit denen des nächstvorhergehenden, wodurch gemischte Farben zum Vorschein kommen.

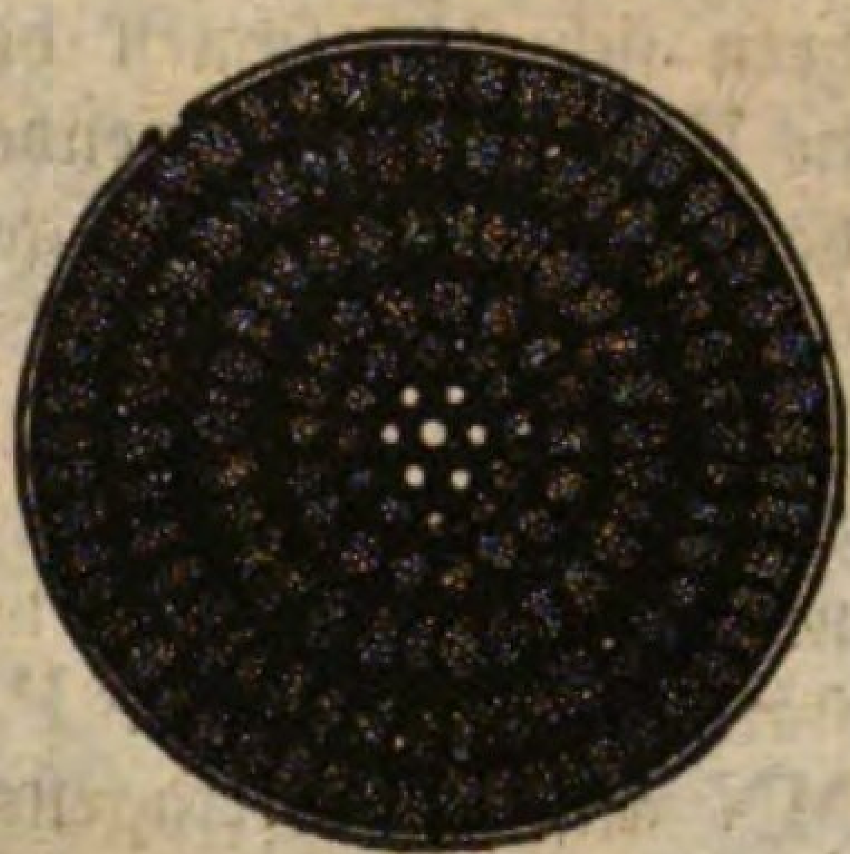
Bei den lebhaftesten, der Mitte a nächsten Farbenbildern sieht man die Fraunhofer'schen schwarzen Linien, welche das homogene Farbenbild characterisiren, und man unterscheidet ganz deutlich die früher mit B, C, D, E, F, G, H bezeichneten; denn jedes Spectrum besteht nur aus den aneinander gereihten, den verschiedenen Lichtgattungen gehörenden Bildern der Lichtlinie; fehlt nun eine zwischen dem äußersten Roth und äußersten Violett befindliche Lichtgattung, so wird an der Stelle, wo sie ein Bild der Lichtlinie erzeugen würde, eine Lücke, also eine dunkle Linie entstehen. Die Schärfe der Fraunhofer'schen Linien gestattet bei Anwendung eines feinen Gitters, welches Farbenbilder von großer Ausdehnung erzeugt, eine genaue Messung der Lichtwellen, denn aus

$$\sin. \varphi = \frac{n \lambda}{b} \text{ folgt: } \lambda = \frac{b}{n} \sin. \varphi.$$

Die Ablenkungswinkel, welche den einzelnen Linien B, C, D u. s. f. entsprechen, und die bei feinen Gittern nicht mehr für ihre Sinusse gesetzt werden können, lassen sich eben so wie b genau messen; der Werth von n ergibt sich aus der Reihenfolge der Spectra. Auf diesem Wege fand man, daß die Länge der Lichtwellen in der Luft vom äußersten Roth bis zum äußersten Violett von 24 Milliontheilchen eines Pariser Zolls bis 14 Milliontheilchen abnimmt, und da die Anzahl der in einer Zeiteinheit vollbrachten Schwingungen gleich ist dem Quotienten aus der Fortpflanzungsgeschwindigkeit dividirt durch eine Wellenlänge; so ergibt sich, daß das Aethertheilchen, welches das äußerste Roth erzeugt, 430 Billionen Schwingungen in einer Secunde macht.

Die schönsten Beugungsphänomene werden erzeugt, wenn man das Licht durch mehrere runde oder eckige, symmetrisch geordnete Oeffnungen leitet. Die Fig. 237. zeigt die Erscheinung bei drei runden Oeffnungen, deren Mittelpunkte die Eckpunkte eines gleichseitigen Dreieckes bilden. Jede Abtheilung ist ein besonderes Farbenbild; die Zahl dieser Farbenbilder wächst mit der Anzahl der Oeffnungen.

Fig. 237.



Beugende Oeffnungen verschafft man sich nach Schwerd, wenn man in Stanniolblättchen mittelst einer Nadel Stiche macht, oder eckige Oeffnungen ausschneidet; sind diese Oeffnungen klein, so braucht man sie nur dicht an das Auge zu bringen und nach der Lichtquelle zu sehen, um ein schönes Beugungsphänomen wahrzunehmen.

Reg. von Ettingshausen gab einen allgemeinen Beweis für den Satz, daß alle Stellen, für welche $\delta = \frac{n}{r} T$ ist, dunkel bleiben müssen; man findet ihn in seinen Anfangsgründen der Physik, so wie in meiner Lehre vom Lichte 2. Auflage.

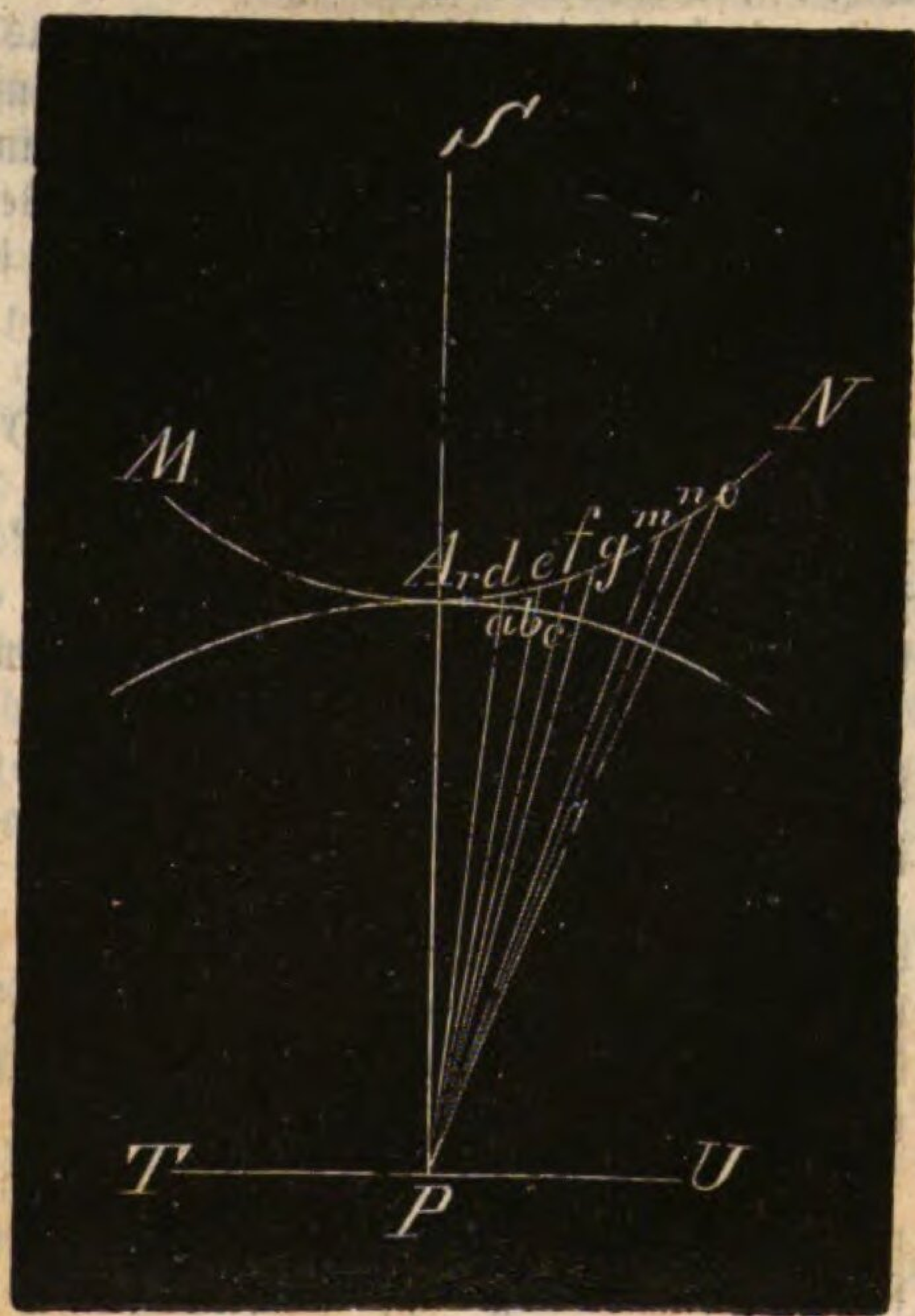
§. 167. Beugung des Lichtes durch einen undurchsichtigen Schirm, und bei der Reflexion. 1. Es sei S Fig. 238. ein homogenes Licht ausstrahlender Punkt, mithin der Mittelpunkt einer Welle MN, und in P eine Tafel, auf der die Gerade SAP senkrecht steht; beschreibt man um den Punkt P mit dem Halbmesser AP einen Kreisbogen, zieht von P die geraden Linien Pd, Pf, Pe, ... in der Art, daß

$$ad = \frac{\lambda}{2},\quad eb = \frac{2\lambda}{2},$$

$$cf = \frac{3\lambda}{2} \text{ u. s. f., wo } \lambda \text{ die}$$

Länge einer Welle vorstellt; und untersucht die Wirkung, die durch die von den einzelnen Theilchen der ursprünglichen Welle MN

Fig. 238.



ausgehenden secundären Wellen in P erzeugt wird; so ergibt sich, daß die Schwingungsphasen, die von den ähnlich liegenden Punkten zweier aufeinander folgenden Bogenstücke ausgehen, einander entgegengesetzt sind und sich aufheben müßten, wenn sie dieselbe Intensität und Richtung hätten; allein, da die Intensität von der Größe eines Bogenstückes und von dem Gesetze der Seitenfortpflanzung abhängt, vermöge dessen die Intensität der Strahlen desto schneller abnimmt, je schiefer sie das Bogenstück verlassen, so kann die Wirkung von A d durch die von d e nicht vollständig aufgehoben werden, weil $A\,d > d\,e$ und weil die von A d zu P kommenden Strahlen weniger schief, als die von d e austretenden. Aus gleichem Grunde wird auch die Wirkung von e f nur theilweise durch die von f g aufgehoben werden; erst die weiter von A entfernten Bogenstücke m n, n o nähern sich sehr schnell der Gleichheit, und die von ihnen ausfahrenden und in P zusammentreffenden Strahlen werden nahe zu einander parallel, weshalb sich die Wirkungen von je zwei aufeinander folgenden Bogenstücken vollständig aufheben, so daß man nur die Einwirkung der nahe an A befindlichen Theile zu berücksichtigen hat. Da der erste Bogen A d alle andern an Größe übertrifft, und die von ihm ausgehenden Strahlen nur wenig von der ursprünglichen Richtung abweichen, so bringt er die stärkste Wirkung in P hervor, und die Resultirende aller vom Wellenstücke MN auf P übertragenen partiellen Bewegungen wird dieselbe, wie sie eine Welle erzeugen würde, die von einem gewissen noch in dieses erste Bogenstück fallenden Punkte r ausgeht.

Bezeichnen wir die Lichtintensität, die das Wellenstück MA oder NA in P für sich allein erzeugt, mit Eins, und die vom ersten, dritten, fünften.... Bogenstücke hervorgebrachten Wirkungen in P mit a, a', a''.... und mit b, b', b'' diejenigen, welche das zweite, vierte, sechste... Bogenstück daselbst erzeugt; so ist 2 die Gesammtwirkung beider Wellenstücke AM und AN. Bringt man jedoch in A einen undurchsichtigen Schirm von unbestimmter Breite an, der das ganze Wellenstück AN zurückhält; so ist die Lichtstärke in $P = 1$; steht der Schirm in d, so kommt zu der Wirkung des Wellenstückes AM noch die Wirkung von A d; nun ist

$$a - b + a' - b' + a'' - b'' + \ldots = 1, \text{ mithin}$$
$$a - (b - a') - (b' - a'') - \ldots = 1,$$

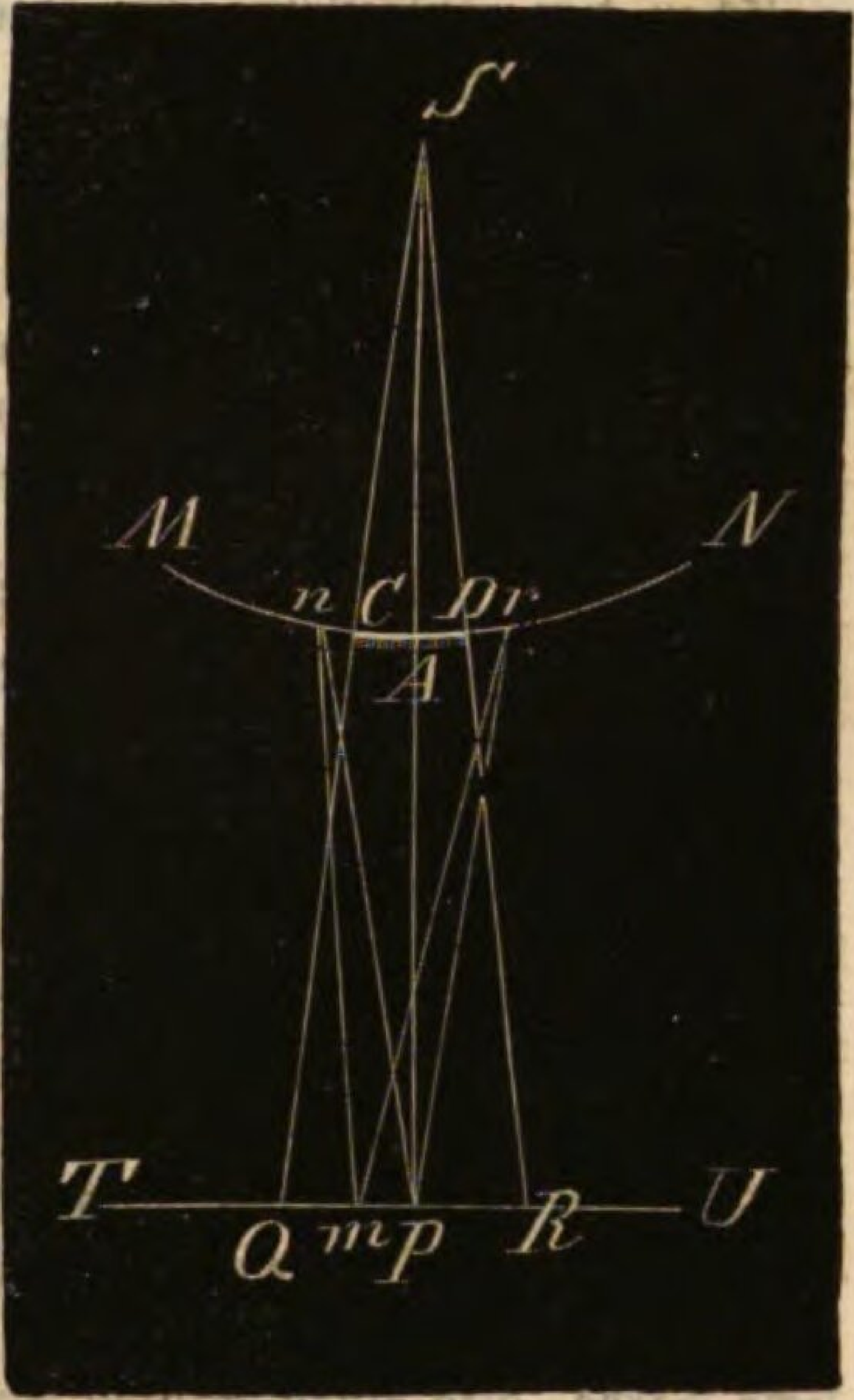
da nun $b > a'$, $b' > a''$, ... so sind die Differenzen sämmtlich positiv und $a > 1$. Hat demnach der Punkt P eine solche Lage, daß $S\,d + P\,d$ um eine halbe Wellenlänge größer ist, als der directe Strahl SP, so ist seine Lichtstärke größer, als ohne Schirm.

Steht der undurchsichtige Schirm in e, so ist zu der von AM erzeugten Lichtstärke $= 1$, noch die von $a - b < 1$ zu addiren; folglich ist im Punkte P, dessen Lage eine solche ist, daß $S\,e + e\,P - SP = \frac{2\lambda}{2}$ die Lichtstärke kleiner, als ohne Schirm. Befindet sich der Schirm in f, so hat man zu 1 noch die Lichtstärke $a - (b - a') > 1$ zu addiren, also ist in P das Licht wieder viel stärker, als wenn der Schirm, der das Wellenstück f N zurückhält, nicht vorhanden wäre.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, daß durch die Anwesenheit des undurchsichtigen Schirmes seitwärts von der Linie, welche den geometrischen Schatten begrenzt, im homogenem Lichte eine Reihe von sehr hellen

Streifen entsteht, die durch dunkle von einander getrennt sind, und daß im vollen Sonnenlichte mannigfaltig gefärbte Streifen zum Vorschein kommen müssen.

Fig. 239.



2. Fällt die von S Fig. 239. kommende Welle MN auf einen sehr dünnen undurchsichtigen Körper CD, z. B. auf ein gerades dünnes Drahtstück, und sind SQ und SR, die geraden an den Kanten C und D gezogenen Linien, die den geometrischen Schatten von CD begrenzen; so ergibt sich in Folge der Beugung an den Kanten der Durchschnitt des Schattens an einer Tafel etwas größer, als QR, also erscheint er größer, als er bei einer geradlinigen Fortpflanzung der an den Kanten vorbeigehenden Strahlen wäre. Im homogenem Lichte beobachtet man außerhalb des Schattenraumes eine Reihe von hellen mit dunklen wechselnden Streifen, die auf dieselbe Weise gebildet werden, wie die vorhin betrachteten die bei der Beugung des Lichtes an der Kante eines Schirmes von unbestimmter Breite entstehen; aber auch innerhalb des Schattenraumes sieht man helle mit dunklen wechselnde Streifen, deren Bildung man leicht begreift, wenn man berücksichtigt, daß das aus dem Zusammenwirken aller Theile eines Wellenstücks MC an einer Stelle der Tafel TU entstehende Ergebniß mit der Wirkung übereinstimmt, die daselbst eine von einem nahe an C befindlichen Punkte n ausgehende Welle zu erzeugen vermöchte. Eben so wird die aus der Einwirkung des Wellenstückes DN hervorgehende Resultirende die von dem nahe an D befindlichen Punkte r ausgehende Welle sein; somit hängt die an irgend einem Punkte von TU erzeugte Wirkung von der Differenz der Wege ab, welche die von n und r gleichzeitig ausgehenden Strahlen bis zu diesem Punkte zurücklegen; diese Differenz ist für alle Punkte der durch die Mitte von CD gehenden und auf TU senkrechtstehenden Graden gleich, also n P = r P, mithin wird die Mitte P des Schattens stets hell erscheinen. Ein seitwärts von P befindlicher Punkt m wird hell erscheinen, wenn m r — mn gleich einer geraden Anzahl von halben Wellenlängen ist, dagegen dunkel gesehen, wenn diese Differenz eine ungerade Anzahl von halben Wellenlängen zählt.

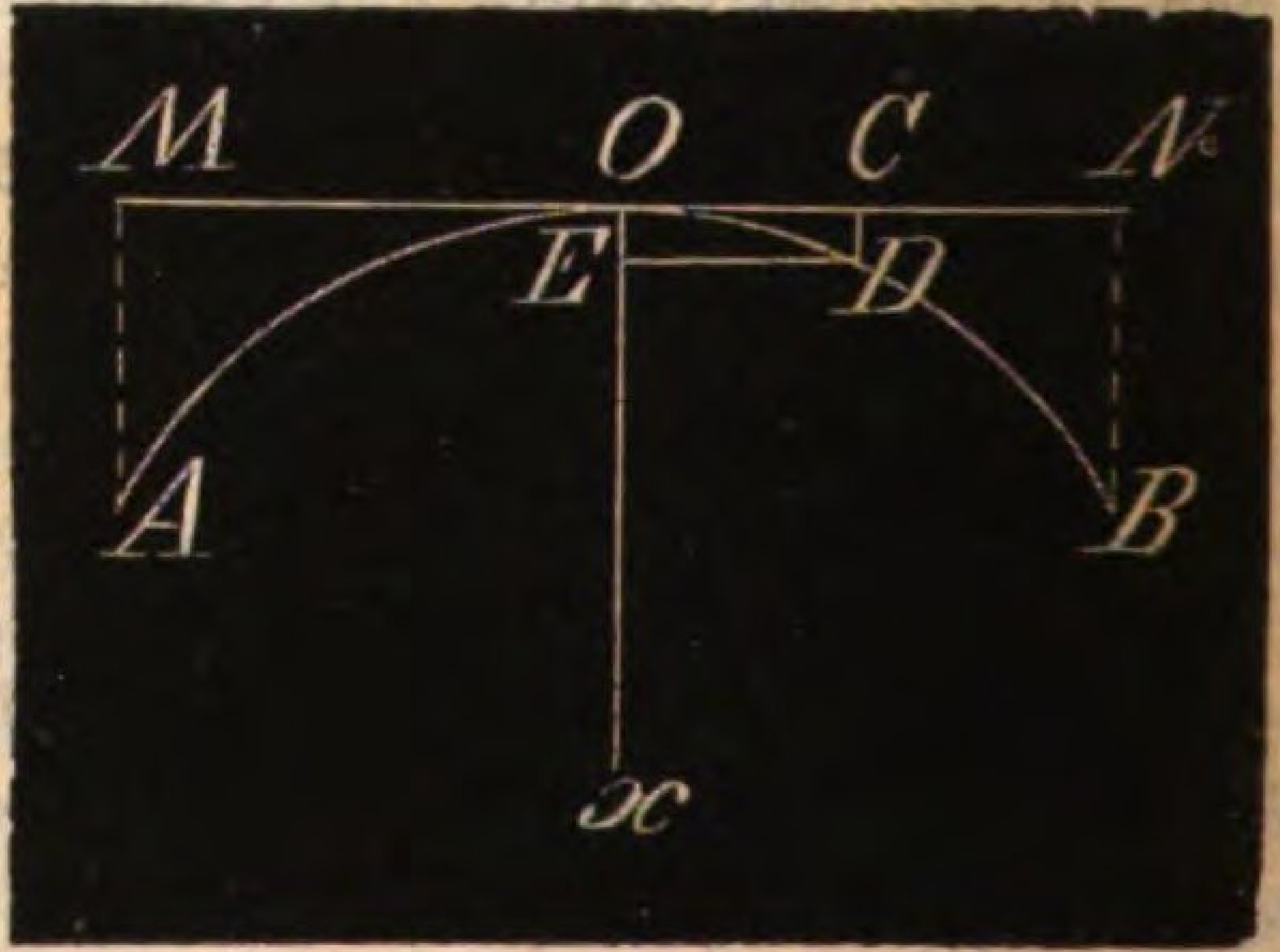
Man ersieht zugleich, daß, wenn die Wellenlänge kleiner ist, sowohl die hellen als die dunklen Stellen der Mitte P näher rücken; und daß in dem Falle, wo das eine Wellenstück z. B. DN durch einen undurchsichtigen Körper zurückgehalten wird, die Interferenzerscheinung innerhalb des Schattenraumes verschwinden muß. Beim Gebrauch des weißen Lichtes müssen mannigfaltige Farben entstehen, wie bei andern Interferenzfällen.

3. Leitet man in schiefer Richtung Lichtstrahlen auf ein feines Git-

ter, das man erhält, wenn man auf einem mit Blattgold belegten Planglase gleich weit von einander abstehende Linien nahe an einander radirt, und stellt sich so, daß das Auge die reflectirten Strahlen entweder unmittelbar oder durch ein Fernrohr erhält; so beobachtet man dasselbe Beugungsphänomen, wie beim Durchgange der Strahlen durch ein Gitter, weil zwischen den reflectirten Strahlen ganz genau dieselben Gangunterschiede bestehen, wie zwischen den durch die Gitteröffnungen durchgegangenen. Die Farbenbilder erscheinen desto breiter und ihre Abstände von der Axe desto größer, je schiefer die Strahlen einfallen.

§. 168. **Farben dünner Körper.** Ein merkwürdiges Interferenzphänomen sind die Farben, die wir an durchsichtigen dünnen Körpern selbst dann, wenn sie in dickeren Schichten ganz farblos sind, beobachten, und deren Beschaffenheit von der Dicke, dann von dem Brechungsverhältniße dieser Körper abhängt nnd auch mit der Richtung des einfallenden Lichtes sich ändert. Um die Gesetze dieser Erscheinungen zu finden, construirte Newton das nach ihm benannte Farbenglas, welches aus einem convexen Glase AB Fig. 240. von großem Krümmungshalbmesser R von 5 bis 6 Fuß und einer daran liegenden Glasplatte MN besteht; die Berührung beider Gläser findet nur in einem Punkte O Statt. Man erhält auf diese Art eine zwischen den beiden Gläsern befindliche durchaus dünne Luftschichte, die in gleichen Abständen von O gleich dick ist, somit die nämliche Farbe, also einen ganzen Farbenring zeigt, deren Dicke jedoch, und mit dieser auch die Beschaffenheit der Farbe im vollen Sonnenlichte mit der Entfernung von O sich nach einem gewissen Gesetze ändert. Man kann dem Farbenglase auch eine Einrichtung geben, bei welcher der Raum zwischen den beiden Gläsern luftleer gemacht, und mit einer tropfbaren farblosen Flüssigkeit oder mit einem Gase gefüllt werden kann.

Fig. 240.



Ist Ox die Richtung des auf MN senkrecht stehenden Halbmessers, so ist die zu Ox parallel gezogene CD = x die dem Abstande OC = r entsprechende Dicke; zieht man die DE parallel zu OC, so ist DE = OC = r, und

$$r^2 = (2R - x)\,x \text{ oder } r = \sqrt{2Rx}, \qquad (1)$$

weil x^2 wegen seiner Kleinheit bezüglich des großen Durchmessers vernachläßigt werden kann. Aus der letzten Formel läßt sich die jedem Abstande r entsprechende Dicke der zwischen den Gläsern befindlichen Schichte leicht berechnen.

Erleuchtet man das Farbenglas mit homogenem Lichte, so sieht man bei jedem zwischen den beiden Gläsern befindlichen farblosen Mittel sowohl im reflectirten als im durchgelassenen Lichte eine Reihe von hellen durch dunkle Zwischenräume von einander getrennten concentrischen Ringen, deren Farbe mit der des auffallenden Lichtes übereinstimmt, die Lichtstärke ist in der Mitte eines jeden Ringes am größten, nimmt zu beiden Seiten allmälig ab, und wird in der Mitte des benachbarten dunklen Zwischenraumes

gleich Null. Die Mitte O erscheint im reflectirten Lichte schwarz, im durchgelassenen weiß.

Versteht man unter dem Halbmesser eines Ringes den Abstand seines hellsten oder dunkelsten Theils vom Berührungspunkte O, so lehren die Messungen, daß im reflectirten Lichte die Quadrate der Halbmesser der farbigen Ringe im Verhältnisse der ungeraden Zahlen und jene der dunklen im Verhältnisse der geraden Zahlen zunehmen; im durchgelassenen Lichte findet das Gegentheil Statt, da in dem Abstande, in welchen im reflectirten Lichte ein Maximum der Lichtstärke herrscht, im durchgelassenen ein Minimum vorkommt, dagegen ein Maximum der Helligkeit dort wahrgenommen wird, wo im reflectirten die größte Dunkelheit erscheint. Da $r^2 = 2 R x$ ist, so folgt, daß die Dicken des Mittels, die den hellsten Stellen im reflectirten Lichte entsprechen, wie die ungraden Zahlen wachsen, während jene, die den dunkelsten Theilen angehören, die Reihe der geraden Zahlen bilden. Ist c die Dicke der Schichte an der Stelle, wo der hellste Theil des ersten Farbenringes im reflectirten Lichte erscheint, so sind die Dicken für die auf einanderfolgenden Farbenringe 3c, 5c, 7c u. s. f., und die für die aufeinanderfolgenden dunklen o, 2c, 4c u. s. f.

Vergleicht man mit einander die Halbmesser der farbigen Ringe der nämlichen Ordnung bei verschiedener Brechbarkeit des auffallenden Lichtes, aber bei unverrückter Stellung des Auges; so ergibt sich, daß der Halbmesser desto mehr abnimmt, je mehr die Brechbarkeit des Lichtes wächst, so daß die Ringe vom äußersten Roth am größten, vom äußersten Violett am kleinsten sind; hieraus folgt, daß die Dicke c mit der zunehmenden Brechbarkeit des Lichtes abnimmt, daher ein Plättchen bei einer geringen Dicke violett und erst bei einer größeren roth erscheinen kann. Die Größe der Farbenringe richtet sich auch nach der Größe der Neigung, unter welcher die Lichtstrahlen in das Auge eintreten, diese Ringe erscheinen am kleinsten, wenn das Auge die Strahlen erhält, die durch das Mittel in senkrechten Richtungen durchgehen; sie werden aber desto größer, je schiefer sie das Glas verlassen, also je schiefer die Richtung ist, in der sie durch das Mittel gegangen sind.

Die Breite der Ringe von derselben Ordnung nimmt ab, wenn die Brechbarkeit des Lichtes größer wird. — Weil die Quadratwurzeln der ungraden Zahlen, denen die Halbmesser der farbigen Ringe im reflectirten Lichte proportional sind, eine Reihe bilden, deren Differenz immer kleiner wird, je größer diese Zahlen sind; so müssen die Farbenringe immer mehr aneinander rücken, und schmäler werden, je weiter sie vom Mittelpunkte entfernt sind. — Die Lebhaftigkeit der Farbenringe nimmt mit der Entfernung vom Mittelpunkte ab. Untersucht man die Größe der Farbenringe derselben Ordnung bei verschiedenen zwischen den beiden Gläsern befindlichen Flüssigkeiten, so findet man sie desto kleiner, je größer das Brechungsvermögen der Flüssigkeit ist. Genaue Messungen lehren, daß die Dicken verschiedener Flüssigkeiten, bei denen dieselbe Farbe zum Vorschein kommt, ihren Brechungsexponenten umgekehrt proportional sind.

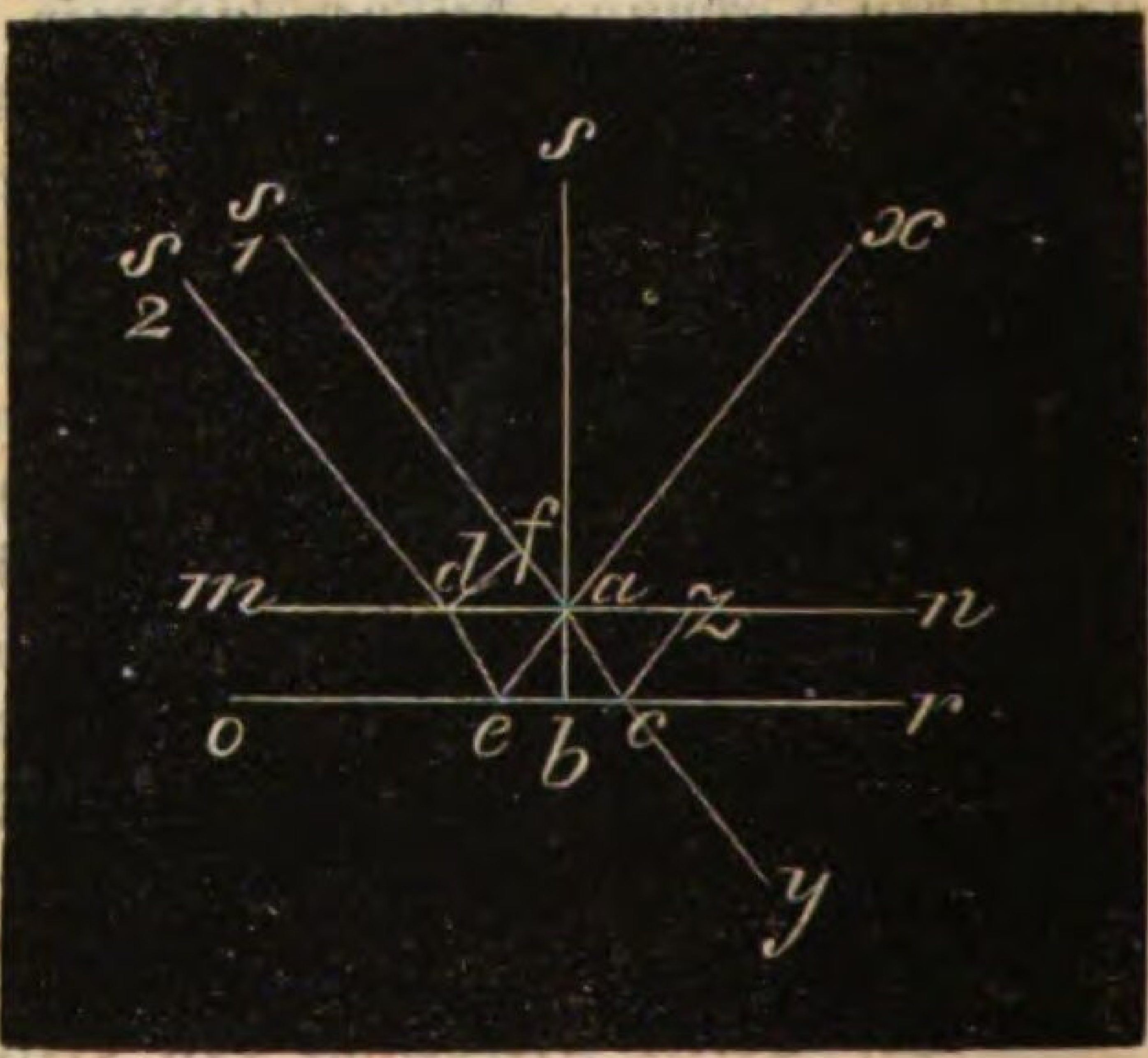
Fällt volles Sonnenlicht auf das Farbenglas, so bildet jede Strahlengattung ein Ringsystem, wie wenn sie allein vorhanden wäre, bei jedem bleibt die Mitte dunkel, aber die Ringe werden desto kleiner und schmäler, je größer die Brechbarkeit ist; in Folge der theilweisen Uebereinanderlage-

rung der verschiedenen Ringsysteme entsteht eine Farbenfolge von Ringen, die der bei der Beugung des weißen Lichtes durch eine Spalte ähnlich ist. Hält man das Auge so, daß nur durchgelassenes Licht das Auge trifft, so erscheinen die Farbenringe minder lebhaft, und die Farbe eines jeden ist complementär zu der, die an derselben Stelle im reflectirten Lichte zu sehen ist.

Die Gläser des Farbenglases sind in eine Fassung so eingeschlossen, daß sie sich mittelst Schrauben mehr oder weniger an einander drücken, aber auch von einander entfernen lassen. Vermehrt man den Abstand beider Gläser allmälig, so verschwindet zuerst das schwarze Scheibchen in der Mitte, und seine Stelle nimmt der erste farbige Ring ein, während alle andern sich zum Mittelpunkte hinziehen; hierauf verschwindet auch der erste Farbenring, indem er dem zweiten den Platz räumt, u. s. f. bis endlich alle Ringe verschwinden. Bei der Annäherung der Gläser an einander erscheint jeder Ring zuerst als ein Scheibchen in der Mitte, erweitert sich dann mehr und mehr, bis die Mitte schwarz sich zeigt.

Um die Bildung der Farbenerscheinungen an dünnen Körpern zu erklären, nehmen wir ein dünnes Plättchen an, das von den parallelen Ebenen m n und o r Fig. 241. begrenzt ist, und von parallelen homogenen Lichtstrahlen getroffen wird; untersuchen wir zuerst den einfachen Fall, wo das Auge die vom Plättchen reflectirten Lichtstrahlen fast in senkrechter Richtung erhält. Es sei s a ein senkrecht auffallender Lichtstrahl; von diesem wird beim Eintritte ein Theil in der Richtung a s reflectirt, ein anderer tritt in das Plättchen ein, und erleidet an der Hinterfläche abermals eine Theilung, indem ein Theil nach b a zurückgeworfen wird, und an der Vorderfläche in der Richtung a s austritt, der andere dagegen an der Hinterfläche das Plättchen in senkrechter Richtung verläßt. Da beim senkrechten Einfallen des Lichtes die Intensität des reflectirten Antheils nur gering ist, so sind die Intensitäten der in a und b in der nämlichen Richtung reflectirten, mithin zusammenfallenden Strahlen einander gleich; allein da der eine dieser Strahlen in a von einem stärker brechenden Mittel in ein schwächer brechendes, der andere dagegen in b von einem schwächer brechenden in ein stärker brechendes reflectirt wird; so übergeht bei der in a reflectirten Welle der Wellenberg wieder in einen Wellenberg, das Wellenthal wieder in ein Wellenthal, während bei der in b zurückgeworfener eine Umkehrung ihrer beiden Hälften eintritt, was zwischen den beiden zugehörigen Strahlen einen Phasenunterschied von einer halben Schwingungsdauer herbeiführt, weshalb die beiden Strahlen, selbst dann, wenn sie bis zum Interferenzpunkte vollkommen gleiche Wege zurückgelegt hätten, in diesem Punkte die nämliche Wirkung hervorbringen, wie zwei Strahlen bei einem Gangunterschiede von einer halben Wellenlänge. Wir müssen daher, um den Erfolg der Interferenz der in a und b nach der nämlichen Richtung reflectirten, gleich

Fig. 241.



intensiven Strahlen im Interferenzpunkte a zu erfahren, zu dem Unterschiede ihrer Wege, der offenbar gleich ist 2 a b, noch den Gangunterschied von einer halben Wellenlänge hinzu addiren. Setzen wir die Dicke des Plättchens ab = d, die Wellenlänge = λ; so folgt, daß der Punkt a hell erscheint, wenn

$$2d + \frac{\lambda}{2} = 2n \frac{\lambda}{2}, \text{ mithin } d = (2n - 1) \frac{\lambda}{4},$$

dagegen dunkel, wenn

$$2d + \frac{\lambda}{2} = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ mithin } d = 2n \frac{\lambda}{4},$$

wo n eine ganze Zahl ist; hieraus wird ersichtlich, daß wenn die Dicke des Plättchens gleich

$$\frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots\ldots$$

wird, mithin so wächst, wie die ungeraden Zahlen, eine lebhafte Färbung des Plättchens hervortritt, dagegen nur Dunkelheit sich zeigt, wenn die Dicke

$$0, \frac{2\lambda}{4}, \frac{4\lambda}{4}, \frac{6\lambda}{4}, \ldots$$

wird, mithin so zunimmt, wie die geraden Zahlen. Die am Farbenglase im reflectirten Lichte beim senkrechten Auffallen der homogenen Strahlen sich darbietende Erscheinung läßt sich auf diese Art genau erklären; das im Berührungspunkte beobachtete schwarze Scheibchen erscheint nach J. Wilde nur dann, wenn die beiden Gläser stark an einander gedrückt werden, weil sie dann an der Berührungsstelle gleichsam eine Masse bilden, und das Licht durchlassen.

Die Färbung im durchgelassenen Lichte für den Fall, wo das Auge die in senkrechter Richtung durchgehenden Strahlen erhält, entsteht durch Interferenz des in a und b durchgelassenen Lichtantheils und desjenigen, der zuerst in b gegen a, dann abermals in a gegen b reflectirt wird, und dann in b austritt; beide haben nach dem Austritte in b die nämliche Richtung und der Unterschied der zurückgelegten Wege ist wieder gleich 2 ab = 2 d. Da die Lichtwelle nicht nur bei der Reflexion in b eine Umkehrung ihrer beiden Hälften, sondern eine abermalige Umkehrung in a erfährt, so ist die Anordnung ihrer beiden Hälften wieder genau dieselbe, wie die der andern Lichtwelle, weshalb die Umkehrungen ohne Einfluß auf das Ergebniß der Interferenz bleiben, so daß dieses nur von dem Wegunterschiede 2 d abhängt; demnach wird der Punkt b hell erscheinen, wenn

$$2d = 2n \frac{\lambda}{2}, \text{ mithin } d = 2n \frac{\lambda}{4},$$

also, wenn die Dicke so zunimmt, wie die geraden Zahlen wachsen, dagegen nur dunkel gesehen,

$$\text{wenn } 2d = (2n + 1) \frac{\lambda}{2} \text{ und } d = (2n + 1) \frac{\lambda}{4}$$

wird, mithin wenn die Dicke des Plättchens so wächst, wie die ungeraden Zahlen. Die Intensität desjenigen Strahls, der erst nach einer zweimaligen Reflexion an der Hinterfläche durchgeht, ist kleiner, als die des unmittelbar durchgehenden, weshalb sich die Strahlen bei der Interferenz nicht so voll-

ständig aufheben und auch nicht in dem Grade verstärken können, als im reflectirten Lichte; daher ist im durchgelassenem Lichte die Dunkelheit schwächer, und die Färbung minder lebhaft, als im reflectirten.

Fallen die Strahlen auf das Plättchen schief auf, wie z. B. s_1 a; so wird ein Theil in der Richtung ax reflectirt, der andere Theil in der Richtung ac gebrochen; letzterer erleidet in c abermals eine Theilung, indem ein Theil in der Richtung az reflectirt, der andere in der Richtung cy gebrochen wird. Zieht man von a die Gerade ae parallel zu cz, und von e die ed parallel zu ac, so ist d der Einfallspunkt eines Strahls s_1d, der in der Richtung de gebrochen, und wovon in e ein Theil nach ea reflectirt wird, in a abermals eine Theilung erfährt, indem ein Theil in der Richtung ax heraustritt, während der andere nach ac reflectirt wird, und größtentheils in der Richtung cy das Plättchen verläßt.

Der Strahl s_1d hat demnach eine solche Lage, daß ein Theil desselben nach zweimaliger Brechung und einer einmaligen Reflexion in der Richtung ax heraustritt, und mit dem in a reflectirten Antheil des Strahls s_1 a zusammenfällt, während ein anderer Theil nach zweimaliger Brechung in d und c und einer zweimaligen Reflexion in e und a in der Richtung cy aus dem Plättchen trifft, und daher mit dem durchgehenden Antheil von s_1 a zusammenfällt. Auf die nämliche Art, wie man den Einfallspunkt a des Strahls s_1 d gefunden hat, findet man den Einfallspunkt eines dritten, vierten, ... Strahls von der Beschaffenheit, daß von jedem ein gewisser Antheil in der Richtung ax und ein anderer in der Richtung cy das Plättchen verläßt, und mit den andern, in diesen Richtungen gehenden zur Interferenz kommt. Der Erfolg der Interferenz hängt aber hauptsächlich nur von den zwei nächsten Strahlen s_1 a und s_1 d ab, indem die von den andern Strahlen kommenden und bei der Interferenz mitwirkenden Lichtantheile wegen den vielmaligen Reflexionen, die sie erleiden, eine sehr geringe Intensität besitzen.

Auf das Ergebniß der Interferenz im reflectirten Lichte hat abermals die Umkehrung der Wellen bei der Reflexion an der Hinterfläche den Einfluß, als wenn sie hinter der in a reflectirten um eine halbe Wellenlänge zurückgeblieben wären. — Fällt man von d auf s_1 a die Senkrechte d f, so erhält man die Theilchen d und f der beiden Strahlen S_1 a und s_1 d, die in der nämlichen Schwingungsphase sich befinden. Sind v und v′ die Geschwindigkeiten, mit welchen sich der Lichtstrahl im Mittel oberhalb des Plättchens, und im Plättchen selbst fortpflanzt; so ist $\frac{fa}{v}$ die Zeit, welche der Strahl braucht, um den Weg f a zurückzulegen, während dem bewegt sich der andere Strahl auf den Wegen d e und e a im Blättchen, und braucht dazu die Zeit $\frac{de + ea}{v'}$. Der Unterschied

$$\frac{de + ea}{v'} - \frac{fa}{v} = \delta$$

dieser Zeiten gibt an, um den wievielten Theil einer Schwingungsdauer das Aethertheilchen in a durch den Strahl s_1 a früher, als durch den interferirenden Lichtantheil von s_1 d zur Schwingung angeregt wird; zu diesem Unterschiede δ muß noch wegen der Umkehrung der an der Hinter-

fläche reflectirten Welle die halbe Schwingungsdauer hinzugesetzt werden, um den Erfolg der Interferenz in a zu finden.

Um das Ergebniß der Interferenz der in c in der nämlichen Richtung austretenden Strahlen zu ermitteln, hat man die Zeit $\frac{fa}{v} + \frac{ca}{v'}$, welche der hier austretende Lichtantheil des Strahls s_1 a braucht, um von f nach c zu kommen, mit derjenigen Zeit zu vergleichen, welche der mit ihm zusammenfallende Antheil des Lichtstrahls s_2 d im Inneren des Plättchens bis zur Ankunft in b braucht, und die $= \frac{de + ae + ac}{v'}$ ist; die Differenz dieser zwei Zeiten gibt den Phasenunterschied der interferirenden Strahlen, von dem, so wie auch von ihrer Intensität, das Ergebniß der Interferenz abhängt, indem die zweimalige Umkehrung der einen Welle ohne Einfluß bleibt. Die Rechnung lehrt, daß sich nur das reflectirte Licht, nicht aber das durchgelassene bei der Interferenz vollständig aufheben kann, weshalb die Farbenringe am Farbenglase, die durch das durchgelassene Licht gebildet werden, stets bedeutend schwächer sind, als die vom reflectirten erzeugten. *)

Nach Böttger erhält man dauernde Farbenerscheinungen dünner Blasen wenn man 8 Theile Colophonium mit einem Theile Leinöl zusammenschmilzt und bei 96 bis 98° C. Wärme, Kugeln daraus bläst; eben so auch durch Schütteln von Seifenbrühe in einer durch Sieden luftleer gemachten Phiole. — Vergoldet man den Rand einer ebenen Glasplatte ringsum, und drückt sie in der Mitte an eine andere, so entstehen sehr schöne Farbenringe. — Nach Eisenlohr erhält man lebhafte Farbenringe, wenn man in eine Glaskugel von 2 bis 5 Zoll Durchmesser etwas Wasser und geschabte venetianische Seife bringt, sie erhitzt bis die Wasserdämpfe die Luft verdrängt haben, dann die Kugel verschließt, und dergestalt aufhängt, daß der Aufhängepunkt, die Mitte des Korkpfropfen und der Mittelpunkt der Kugel in dieselbe Vertikale zu liegen kommen. Schüttelt man die Kugel, bis sie von einigen Häutchen von Seifenbrühe querdurchzogen erscheint, und versetzt sie hierauf in eine rasche drehende Bewegung, so werden die Häutchen in der Mitte immer dünner, und lebhafte Farbenringe kommen zum Vorschein. — Biegt man nach Wrede Glimmerblättchen cylindrisch, und hält es so gegen ein Kerzenlicht oder gegen das von einem Metallspiegel reflectirte Sonnenbild, daß eine leuchtende Linie im reflectirten Lichte sichtbar wird, so erscheint diese gefärbt, wenn das Plättchen dünn ist, dagegen bei dickeren Plättchen weiß; zerlegt man letzteres Licht mittelst eines Prisma, und betrachtet man das Spectrum mittelst eines Fernrohrs, so nimmt man eine Menge von dunklen Linien wahr, deren Anzahl mit der Dicke des Glimmerblättchens wächst. Diese dunklen Linien sind offenbar durch Interferenz der an der Vorder- und der Hinterfläche reflectirten Strahlen entstanden.

H. Erman hat nachgewiesen, daß die dunklen Linien, die im Spectrum nach dem Durchgange des weißen Lichtes durch Brom- und Joddämpfe wahrgenommen werden, durch die Interferenz zweier Wellensysteme gebildet werden, wovon das eine das direct durchgehende ist, das andere aber dasjenige, welches durch eine zweimalige innere Reflexion entsteht.

§. 169. Doppelte Brechung.

1. **Gesetze derselben in einarigen Krystallen.** Bekanntlich läßt sich der isländische Kalkspath, gewöhnlich Doppelspath genannt, auf die Gestalt eines Rhomboeders bringen, die seine Theilungsgestalt ist; aber auch die kleinsten Ergänzungstheilchen, in die der Krystall bei weiterer

*) Siehe Ettingshausen's Anfangsgründe der Physik. Pagina 489.

Theilung zerfällt, sind Rhomboeder, deren Seiten mit der Lage der Seiten des ganzen Krystalls übereinstimmend sind; daher hat auch jedes Ergänzungstheilchen eine optische Axe, die zu der des Ganzen parallel ist; weshalb man nicht bloß die Mittellinie der stumpfen Ecke, sondern eine jede zu ihr parallele Gerade optische Axe nennt. Eben so verhält es sich bei allen andern Krystallen; die optische Axe des ganzen Krystalls ist eigentlich nur eine Linie von einer bestimmten Richtung, welche zur optischen Axe der kleinsten Krystalle, welche die Ergänzungstheilchen des großen Krystalls bilden, parallel läuft. Eine jede Ebene, welche die Richtung einer optischen Axe enthält und auf einer Theilungsfläche oder auf einer künstlich durch Anschleifen erzeugten senkrecht steht, ist als Hauptschnitt zu betrachten. Die schon von Huyghens mit Genauigkeit ermittelten und später von Wollaston, Malus, Biot und Fresnel bestätigten Gesetze der doppelten Brechung im Kalkspath sind:

1. Ein senkrecht auf eine Theilungsfläche des Krystalls auffallender Strahl zerfällt in zwei Bündel, wovon das eine ungebrochen durchgeht, das andere aber um 6° 12′ 38″ gegen einen spitzigen Winkel an der Austrittsfläche abgelenkt wird; aber beide Bündel bleiben in dem durch den Einfallspunkt geführten Hauptschnitte.

2. Bei einem schief einfallenden Strahl haben wir zu unterscheiden, ob die Einfallsebene mit einem Hauptschnitte zusammenfällt oder nicht; im ersten Falle bleiben beide Lichtbündel in der Einfallsebene; im zweiten Falle tritt der ungewöhnliche Strahl aus der Einfallsebene desto mehr heraus, je mehr sich der Winkel, den diese mit dem Hauptschnitte bildet, einem rechten nähert, so daß die Ablenkung am größten wird, wenn dieser Winkel ein rechter wird. In beiden Fällen ändert sich der Brechungsexponent des ungewöhnlichen Bündels, sobald der Einfallswinkel ein anderer wird.

Hieraus folgt, das der gewöhnliche Strahl, er mag in was immer für einer Richtung durchgehen, immer mit der nämlichen Geschwindigkeit sich fortpflanzt, während die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ungewöhnlichen nach verschiedenen Richtungen rücksichtlich der Axe verschieden ist, aber jedesmal größer, als die des gewöhnlichen ist, weil letzterer immer stärker zum Einfallslothe gebrochen wird.

3. Bildet man zwei wohl polirte, ebene Schnittflächen, die auf der optischen Axe senkrecht stehen, so geht ein darauf senkrecht auffallender, mithin zur Axe paralleler Strahl ungebrochen und ungetheilt durch; allein ein Lichtstrahl, der schief auf eine dieser Schnittflächen auffällt, erleidet die doppelte Brechung, wobei auch der ungewöhnliche Strahl in der Einfallsebene verbleibt, weil eine jede Einfallsebene die Axe enthält und daher ein Hauptschnitt ist, aber er entfernt sich desto mehr von der Axe, je größer der Einfallswinkel wird. Da der parallel zur Axe durchgehende Strahl keine doppelte Brechung erleidet, so müssen wir schließen, daß in diesem Falle beide Lichtbündel mit der nämlichen Geschwindigkeit im Krystalle sich fortpflanzen; dieß bestätigt auch der Umstand, daß dieser Strahl beim Austritte selbst dann nicht doppelt gebrochen wird, wenn er die Austrittsfläche in schiefer Richtung trifft.

4. Erzeugt man zwei künstliche Schnittflächen, deren Lage zur optischen Axe parallel ist, und läßt auf eine derselben einen Lichtstrahl so auf-

fallen, daß die Einfallsebene auf der Axe senkrecht steht; so bleiben beide Strahlen in der Einfallsebene und bei beiden ist für alle Einfallswinkel das Brechungsverhältniß constant; es verhält sich der Sinus des Einfallswinkels zum Sinus des Brechungswinkels bei dem ordentlichem Strahl wie 1.6543 : 1 = 1 : 0.6045, und beim außerordentlichen, wie 1.4833 : 1 = 1 : 0.6742.

Hieraus ist zu ersehen, daß der ordentliche Strahl dem Einfallslothe näher ist, daher mit einer geringeren Geschwindigkeit durch den Krystall sich fortpflanzt, als der auf die ungewöhnliche Weise gebrochene.

Fällt ein Lichtstrahl auf die zur Axe parallele Schnittfläche senkrecht auf, so geht sowohl das gewöhnliche als auch das ungewöhnliche Lichtbündel ungebrochen durch, weshalb beide zusammenfallen und keine doppelte Brechung bemerkbar ist; allein die Geschwindigkeiten, mit welchen beide Lichtbündel sich fortpflanzen, sind ungleich, weshalb in dem Falle, wo die Austrittsfläche zur Eintrittsfläche nicht parallel ist, und daher in schiefer Richtung, bei der noch keine totale Reflexion Statt findet, von den vereinigten Lichtbündeln getroffen wird, beim Austritte eine doppelte Brechung Statt findet.

Nach denselben Gesetzen erfolgt auch die Brechung in allen Krystallen, die in das rhomboedrische oder in das pyramidale System gehören, deren Krystallgestalten sich nämlich aus einem Rhomboeder, oder aus einer gleichkantigen vierseitigen Pyramide ableiten lassen; bei allen diesen gibt es eine und nur eine Richtung, längs welcher der durchgehende Strahl eine doppelte Brechung selbst beim Austritte nicht erleidet. Diese Richtung ist die Axe der doppelten Brechung und stimmt mit der Axe des Krystalls überein. Man nennt diese Krystalle einaxige und unterscheidet zwei Klassen, nämlich, solche bei welchen der Brechungsexponent für den ungewöhnlichen Strahl kleiner und andere, bei denen derselbe größer ist, als der des gewöhnlichen Strahls. Erstere heißen negative, wie Doppelspath, Turmalin, Saphir, Rubin, Smaragd, Beryll; die andern positive, z. B. Bergkrystall, Boracit, Eis. Bei allen negativen Krystallen erhält der Brechungsexponent des ungewöhnlichen Bündels den kleinsten, bei den positiven aber den größten Werth, wenn dasselbe in einer auf der optischen Axe senkrechten Richtung durchgeht, mithin ist nach dieser Richtung bei den ersteren die Fortpflanzungsgeschwindigkeit am größten, bei den letzteren dagegen am kleinsten.

2. Gesetze der doppelten Brechung bei zweiaxigen Krystallen. Alle Krystalle, die das Licht doppelt brechen, und deren Krystallgestalt sich nicht von einem Rhomboeder oder von einer gleichkantigen vierseitigen Pyramide ableiten läßt, die daher einem der prismatischen Systeme angehören, besitzen zwei Richtungen, längs welchen keine doppelte Brechung erfolgt; diese Krystalle haben also zwei optische Axen und heißen deshalb zweiaxige.

Solche sind: Arragonit, Topas, einige Glimmerarten, Salpeter, Zucker, Gyps, Feldspath, kohlensaures Bleioxyd (Weißbleierz), schwefelsaurer Strontian, Eisenvitriol, chlorsaures Kali, schwefelsaures Kali.

Bei zweiaxigen Krystallen befolgt keines der beiden Bündel, in welche sich der einfallende Lichtstrahl theilt, die gewöhnlichen Brechungsgesetze,

und der Unterschied zwischen einem ordentlichen und außerordentlichen Strahl ist nur noch bezüglich einiger Brechungsebenen anwendbar. Hieraus schließen wir, daß in zweiarigen Krystallen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit beider Lichtbündel nur in den Richtungen der Aren die nämliche, nach jeder anderen Richtung aber verschieden ist, sich bei jedem Bündel mit dem Einfallswinkel ändert, und daß nur in gewissen Ebenen das eine Lichtbündel bei jedem Einfallswinkel mit der nämlichen Geschwindigkeit durch den Krystall durchgeht.

Der Winkel, den die beiden optischen Aren mit einander einschließen, ist bei verschiedenen Krystallen verschieden groß; aber auch bei dem nämlichen Krystalle ändert sich sowohl die Größe dieses Winkels so wie auch die Lage seiner Ebene mit der Aenderung der Brechbarkeit des einfallenden Lichtes und mit der Temperatur des Krystalls; es kann sogar der Fall eintreten, daß die Neigung beider Aren bei einer gewissen Temperatur gleich Null wird, und so der zweiarige Krystall in einen einarigen übergeht.

§. 170. **Erklärung der doppelten Brechung.** Da die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwellen von der spezifischen Elasticität des Aethers in der Richtung, nach welcher dessen Theilchen schwingen, abhängig ist, die Schwingungen aber auf die Fortpflanzungsrichtung senkrecht geschehen; so muß diese Elasticität in der Richtung der optischen Are bei den einarigen negativen Krystallen größer, als in jeder andern Richtung, jedoch in allen gegen diese Are gleich geneigten gleich groß, und in der darauf senkrechten Richtung am kleinsten sein; bei den einarigen positiven Krystallen ist die Elasticität in der Richtung der Are ein Minimum und in der darauf senkrechten Richtung ein Maximum.

Bei den zweiarigen Krystallen ist die Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen verschieden, so daß es daselbst keine Richtung gibt, um welche herum die Elasticität des Aethers symmetrisch ist, wie bei den einarigen; es gibt aber Richtungen, sogenannte Aren der größten, kleinsten und mittleren Elasticität, die senkrecht aufeinander stehen; die zwei ersteren liegen in der Ebene der optischen Aren, die letztere steht auf dieser Ebene senkrecht.

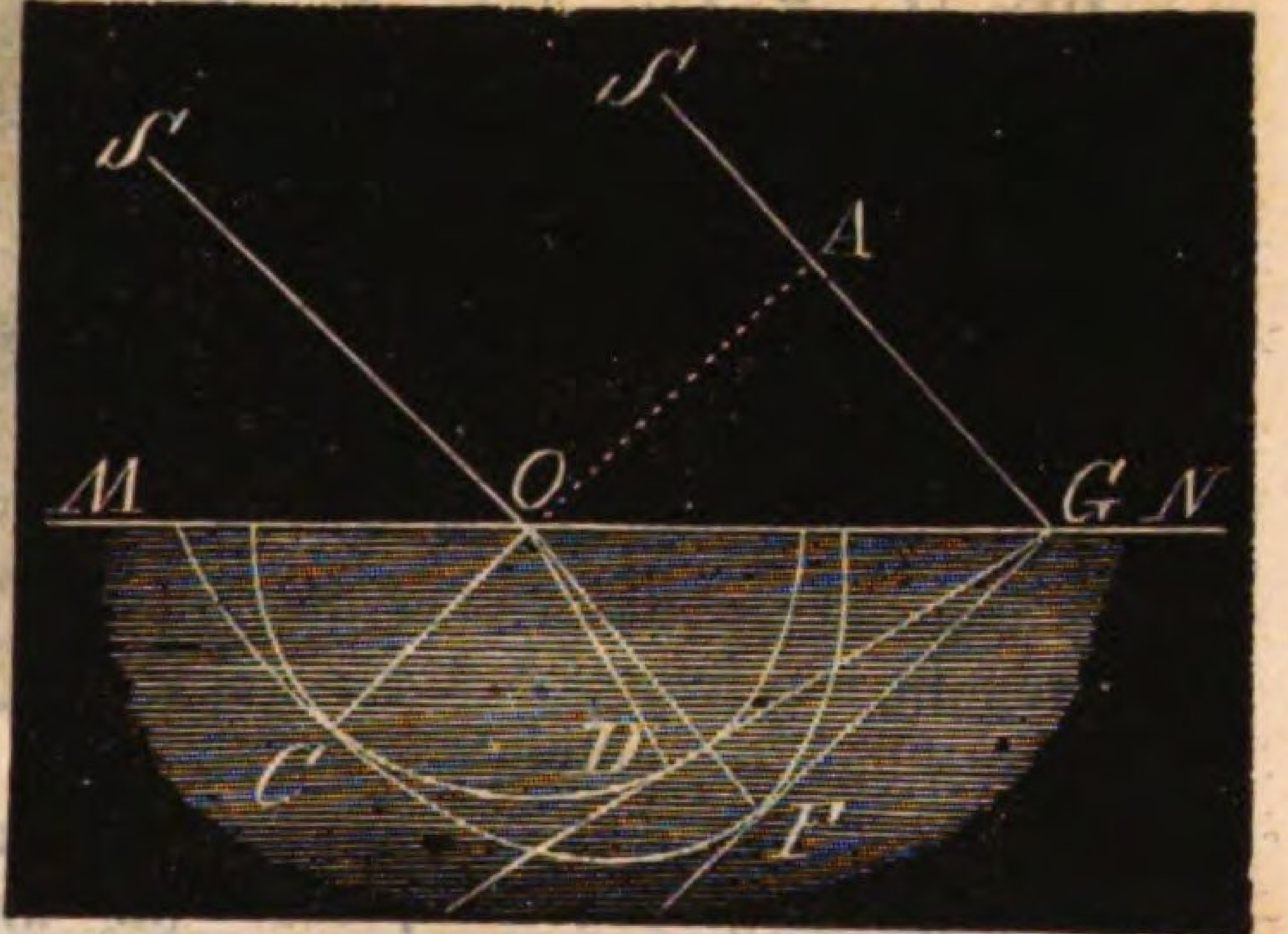
Die Verschiedenheit der spezifischen Elasticität des Aethers nach verschiedenen Richtungen kommt daher, daß die Molecüle eines krystallisirten Körpers nach verschiedenen Richtungen verschieden angeordnet sind, und daher auch die Molecularkräfte auf die Aethertheilchen, welche die Molecule umgeben, verschieden einwirken; wird die Gleichförmigkeit in der Anordnung der Molecüle z. B. durch einen nach einer Seite ausgeübten Druck oder durch ungleiche Erwärmung aufgehoben; so erhält der Körper sogleich die Eigenschaft der doppelten Brechung. Drückt man z. B. einen beiläufig 1 Zoll dicken Glaswürfel mittelst einer kleinen eisernen Presse nur mäßig zusammen, so sieht man damit eine Nadelspitze doppelt.

Der auf die gewöhnliche Weise gebrochene Strahl, da er nach jeder Richtung mit der nämlichen Geschwindigkeit durchgeht, gehört einer Lichtwelle an, die wie bei der gewöhnlichen Brechung kugelförmig ist; die dem ungewöhnlich gebrochenen Strahle entsprechende Lichtwelle kann nicht kugelförmig sein, da sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit dieses Strahls mit dem Winkel ändert, den seine Richtung mit der Are einschließt. Man kann

alle bei einaxigen Krystallen vorkommenden Erscheinungen der doppelten Brechung leicht erklären, wenn man annimmt, daß beim Einfallen eines Lichtstrahls in einen Krystall vom Einfallspunkte nebst einer kugelförmigen gleichzeitig eine ellipsoidische Welle ausgeht; die Lage und Gestalt der letzteren erhält man, wenn man eine Ellipse verzeichnet, deren Mittelpunkt der Einfallspunkt ist, deren eine Axe (die kleine bei negativen, und die große bei positiven Krystallen) die Richtung der optischen Axe und eine Größe hat, die sich zu der darauf senkrechten zweiten Axe gerade so verhält, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des ordentlichen Strahls zu der des außerordentlichen, und wenn man die so gebildete Ellipse um die erstere Axe herumdreht, durch welche Umdrehung ein sogenanntes Ellipsoid entsteht.

Um die Richtung der beiden Strahlen bei der Brechung im Kalkspathe für jeden Einfallswinkel zu finden, sei SO, Fig. 242., der einfallende Strahl, MN die Oberfläche des Krystalls, OC die optische Axe liegend in der Einfallsebene; man ziehe S'G parallel zu SO, fälle von O auf S'G die Senkrechte OA, und beschreibe um O einen Kreis, dessen Halbmesser sich zu AG verhält, wie die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Lichtwelle im Krystalle zu der in der Luft, also wie 1 : 1.654; zieht man hierauf von G zu dem Kreise eine Tangente GD, so gibt die Gerade OD, welche den Berührungspunkt D mit dem Mittelpunkte verbindet, die Richtung des gewöhnlich gebrochenen Strahls. — Schneidet man von der in O auf der OC errichteten Senkrechten ein Stück ab, das sich zu OC eben so verhält, wie 1.654 : 1.483; macht dieses Stück zur großen, und OC zur kleinen Axe einer um O verzeichneten Ellipse, und zieht von G aus eine Tangente GF zu dieser Ellipse, so gibt die OF die Richtung des außerordentlichen Strahls. — Befindet sich die optische Axe nicht in der Einfallsebene, so muß man in G auf die Einfallsebene d. i. die Ebene des Papiers eine Senkrechte errichten, und durch diese eine Ebene so legen, daß sie die ellipsoidische Wellenoberfläche berührt; die Gerade, welche den Berührungspunkt mit O verbindet, ist die Richtung des außerordentlichen Strahls, die offenbar nicht immer in der Einfallsebene liegen kann.

Fig. 242.



Schneidet man von den drei Elasticitätsaxen eines zweiaxigen Krystalls Stücke ab, die sich zu einander verhalten, wie die ihren Richtungen entsprechenden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten, und beschreibt über diese drei Axen ein Ellipsoid, so läßt sich mit Hilfe desselben das Gesetz angeben, nach welchem die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Strahls sich ändert, wenn seine Richtung eine andere wird.

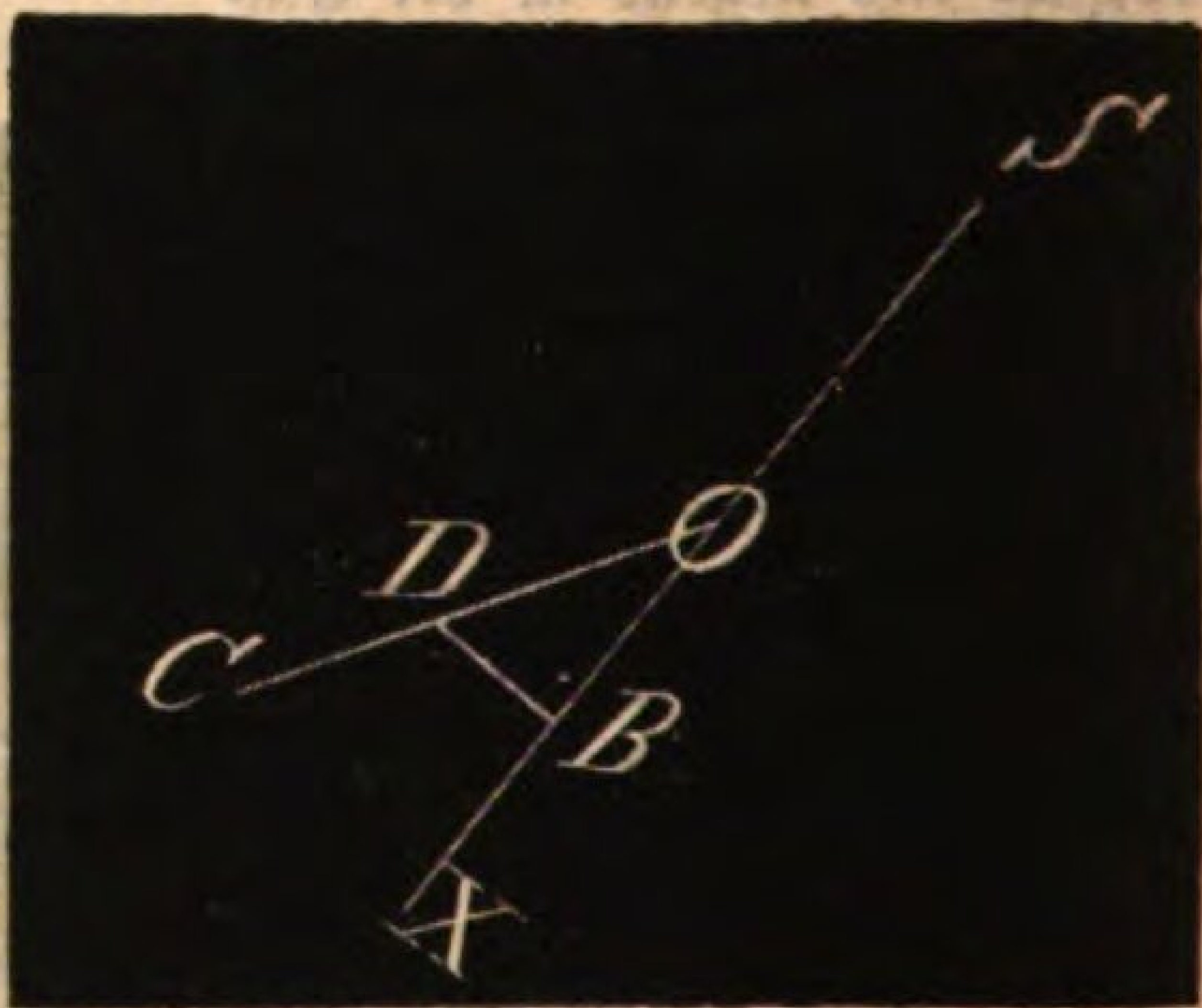
§. 171. **Verhalten des polarisirten Lichtes beim Durchgange durch einen einaxigen Krystall.**

a) Leitet man auf einen einaxigen Krystall einen polarisirten Lichtstrahl in einer gegen die Axe schiefen Richtung, und die Polarisationsebene dieses Strahls ist zu dem Hauptschnitte des Krystalls pa-

rallel, so schwingen die diesem Strahle zugehörigen Aethertheilchen in Richtungen, die auf der Ebene des Hauptschnittes, mithin auch auf der optischen Axe senkrecht stehen; da aber die spezifische Elasticität des Aethers in allen auf dieser Axe senkrechten Richtungen gleich groß ist, so wird auch die Fortpflanzung der Schwingungen in allen Aetherschichten mit gleicher Geschwindigkeit vor sich gehen, mag die Neigung des Strahls gegen die Axe beliebig groß sein; demnach wird in diesem Falle der Strahl vollständig auf die gewöhnliche Weise gebrochen, und die Lage seiner Polarisationsebene bleibt ungeändert.

b) Steht die Polarisationsebene des einfallenden Lichtstrahls auf der Ebene des Hauptschnittes senkrecht, so schwingen die Aethertheilchen in der Ebene des durch den einfallenden Strahl SO Fig. 243. und durch die Axe OC gehenden Hauptschnittes und zugleich in einer gegen den Strahl senkrechten Richtung z. B. in der Richtung BD, die offenbar mit der Axe OC einen Winkel einschließt, welcher complementär ist zu dem Winkel COx, und sich daher mit der Neigung des Strahls gegen die Axe ändert. Da nun die spezifische Elasticität des Aethers nach den verschiedenen gegen die Axe geneigten Richtungen verschieden groß ist, so folgt, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für eine bestimmte Neigung des Strahls gegen die Axe bei allen Aethertheilchen gleich groß bleibt, aber sich ändert, so wie der Einfallswinkel des Strahls ein anderer wird; daher wird der Lichtstrahl in diesem Falle einfach, aber auf die ungewöhnliche Weise gebrochen, und tritt wieder ohne Aenderung seines Polarisationszustandes heraus.

Fig. 243.



c) Ist der einfallende Strahl in einer gegen den Hauptschnitt geneigten Ebene polarisirt, so schwingen auch die Aethertheilchen in einer gegen den Hauptschnitt geneigten Ebene senkrecht auf der Richtung des Strahls; die Versuche lehren, daß in diesem Falle der Strahl sich in zwei Bündel theilt, wovon das eine auf die gewöhnliche, das andere auf die ungewöhnliche Weise gebrochen wird; die Lichtstärke derselben ist nur dann gleich, wenn die Polarisationsebene des einfallenden Strahls mit dem Hauptschnitte den Winkel von 45° bildet; untersucht man den Polarisationszustand der beiden Lichtbündel nach ihrem Austritte aus dem Krystall, so findet man, daß die Polarisationsebene des ordentlichen zu dem Hauptschnitte parallel ist, die des andern auf ihm senkrecht steht; man sagt daher, der erstere Strahl sei in der Ebene des Hauptschnittes, und der andere in einer auf dem Hauptschnitte senkrechten Ebene polarisirt.

Die Erklärung dieser Erscheinung ist leicht gegeben, wenn man berücksichtigt, daß sich jede geradlinige Schwingung von der Amplitude a in zwei Componenten zerlegen läßt, wovon die eine senkrecht gegen den

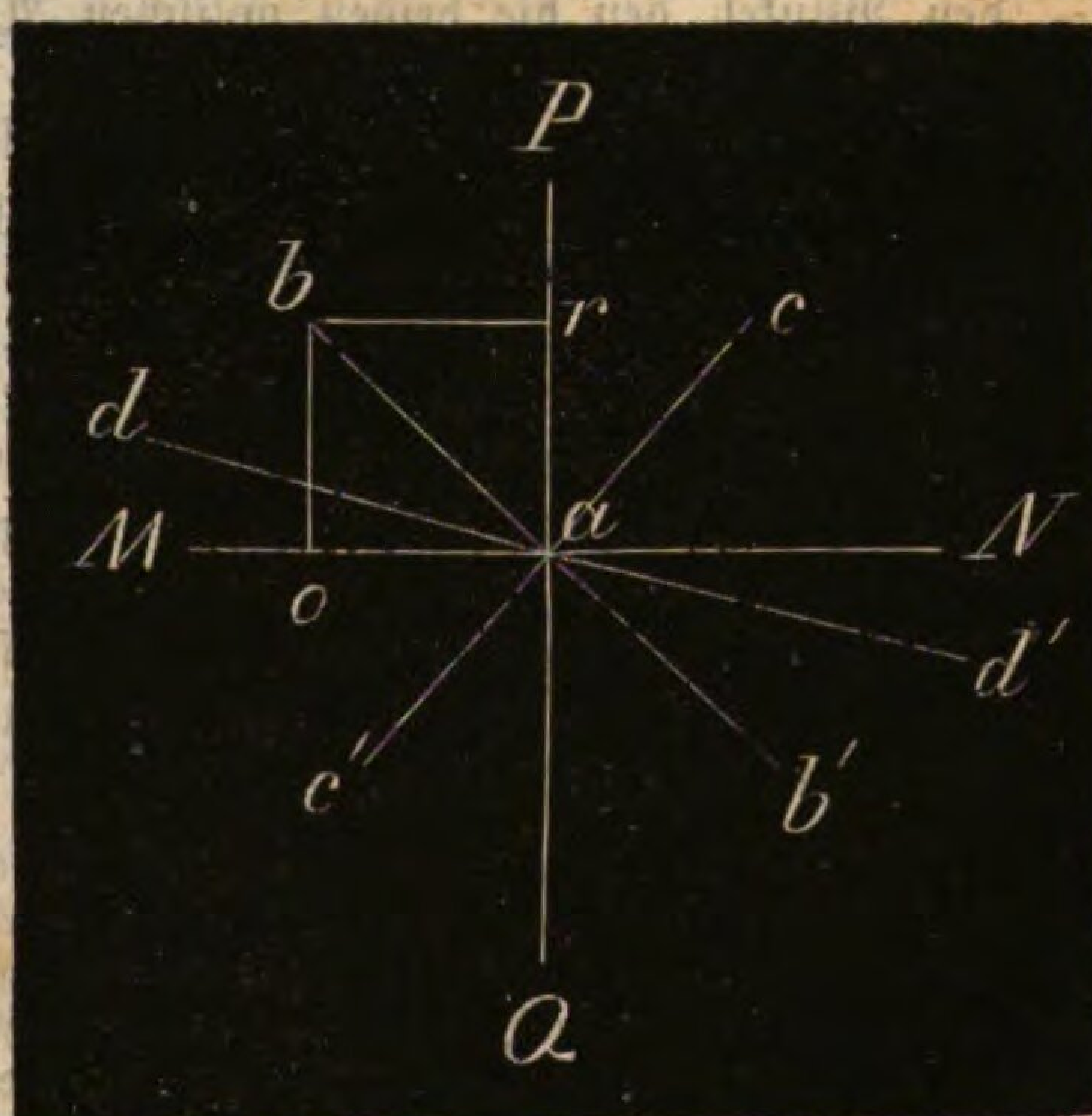
Hauptschnitt, die andere parallel zu ihm gerichtet ist; die Geschwindigkeit mit der sich die erstere fortpflanzt, ist verschieden von der, mit welcher letztere fortschreitet; da aber eine andere Fortpflanzungsgeschwindigkeit eine andere Richtung des Strahls bei der Brechung veranlaßt, so wird der einfallende Lichtstrahl in zwei Theile gespalten, deren Polarisationsebenen auf einander senkrecht stehen oder die, wie man sagt, unter einem rechten Winkel polarisirt sind, und zwar wird derjenige, dessen Polarisationsebene zum Hauptschnitte parallel ist, die gewöhnliche, der andere die ungewöhnliche Brechung erleiden.

Heißt α der spitzige Winkel, welchen die Polarisationsebene und β jener, den die Schwingungsebene mit dem Hauptschnitte bilden, so sind die Amplituden der einen rechten Winkel einschließenden Componenten $a \sin. \beta = a \cos. \alpha$, und $a \cos. \beta = a \sin. \alpha$; die Intensitäten der beiden durch Theilung des einfallenden polarisirten Strahles entstandenen Bündel sind den Quadraten der Amplituden der schwingenden Theilchen proportional, und werden somit durch $a^2 \cos.^2 \alpha$, und und $a^2 \sin^2 \alpha$ ausgedrückt; der erstere Ausdruck gibt die Intensität des ordentlichen (O) und der letztere die des außerordentlichen (E), was nach Malus mit der Erfahrung vollkommen übereinstimmt.

Setzt man $O = a^2 \cos.^2 \alpha$ und $E = a^2 \sin.^2 \alpha$, so ist für $\alpha = o$, $O = a^2$, und $E = o$; für $\alpha = 90^\circ$ ist $O = o$, und $E = a^2$, für $\alpha = 45^\circ$, ist $O = E$, d. h. die Intensitäten beider Strahlen sind einander gleich.

d) Ist a der Einfallspunkt eines die Ebene des Papiers treffenden gewöhnlichen (nicht polarisirten) Lichtstrahls, sind MN und PQ Fig. 244 die Durchschnitte der Papierfläche mit zwei auf einander senkrecht stehenden Ebenen, $b\,b_1$, $c\,c_1$, $d\,d_1$ die verschiedenen Richtungen, in welchen die dem Strahle zugehörigen Aethertheilchen schwingen; so kann man immer die Schwingungen in zwei andere einen rechten Winkel bildende zerlegen, ist z. B. a b die Amplitude eines Aethertheilchens, so zerlegt man sie in die Componenten a r und a o, wovon a r in der Ebene P Q, und a o in der Ebene MN liegt. Verfährt man auf gleiche Weise mit den Schwingungen aller im Strahle befindlichen Aethertheilchen, und berücksichtigt, daß wegen der Vielheit der Fälle die Zerlegung nach der

Fig. 244.



Richtung PQ eine eben so große Summe gibt, als die nach der Richtung MN; so wird ersichtlich, daß man sich einen gewöhnlichen Strahl aus zwei rechtwinklig gegen einander polarisirten Strahlen von gleicher Intensität zusammengesetzt denken kann.

Fällt nun ein gewöhnlicher Strahl auf einen einarigen Krystall, so wird er nicht nur doppelt gebrochen, sondern die beiden entstehenden Lichtbündel erscheinen polarisirt, der eine in der Ebene des Hauptschnittes, der andere darauf senkrecht; diese Thatsache, so wie die unter (c) erwähnte beweiset, daß in den einarigen Krystallen nur Schwingungen möglich sind, die entweder auf dem Hauptschnitte senkrecht stehen, oder zu ihm parallel sind; weshalb der gewöhnliche Strahl bei seinem Eintritte in einen einarigen Krystall sogleich in seine zwei Hälften zerfällt, wovon die Eine aus Aethertheilchen besteht, die auf dem Hauptschnitte, mithin auch auf der Are senkrecht schwingen, und deshalb die gewöhnliche Brechung erleidet; die andere Hälfte enthält Theilchen, die in der Ebene des Hauptschnittes in Richtungen schwingen, die mit der Are einen Winkel einschließen, der zu dem complementär ist, welchen der gewöhnliche Strahl mit der Are bildet, weshalb die zweite Hälfte die ungewöhnliche Brechung erfährt. Beide Theile, in die sich der gewöhnliche Strahl spaltet, sind bei jeder Stellung der Einfallsebenen gleich intensiv. — In dem Falle jedoch, wo der gewöhnliche Strahl parallel zur optischen Are einfällt, schwingen alle seine Aethertheilchen senkrecht zur Are, mithin ist die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei allen die nämliche, weshalb keine Theilung des Strahls Statt findet, und der austretende Strahl auch nicht polarisirt erscheint.

e) In zweiarigen Krystallen halbirt die Polarisationsebene desjenigen Strahls, der in gewissen Ebenen die gewöhnliche Brechung erfährt, den Winkel, den die beiden optischen Aren einschließen; jene des andern steht auf der ersteren senkrecht.

f) Es gibt doppelt brechende Körper, welche nach gewissen Richtungen die Fortpflanzung des einen durch doppelte Brechung entstandenen Lichtbündels, oder einiger farbigen Bestandtheile desselben nicht gestatten; so z. B. absorbirt eine Turmalinplatte, wenn sie parallel zur Krystallare, die hier zugleich die optische Are ist, aus einer Turmalinsäule ausgeschnitten ist, das gewöhnlich gebrochene Licht desto mehr, je tiefer dieses in das Plättchen eindringt; so daß bei einer gewissen Dicke der Platte nur das ungewöhnlich gebrochene Licht durchgeht. Die Polarisationsebene des durchgelassenen Strahls steht senkrecht gegen die optische Are, die hier zu den Ebenen parallel ist, die das Turmalinplättchen begrenzen.

Schneidet man aus einem Turmalinkrystalle ein dreiseitiges Prisma, dessen brechender Winkel sehr klein, und die Kante zur Krystallare parallel ist, und sieht durch den dünnsten Theil eine Nadelspitze an, so sieht man sie doppelt; wie man aber das Auge mehr und mehr hebt, wird das gewöhnliche Bild immer schwächer, und verschwindet bei einer gewissen Dicke desjenigen Theils des Prisma's, durch den man sieht.

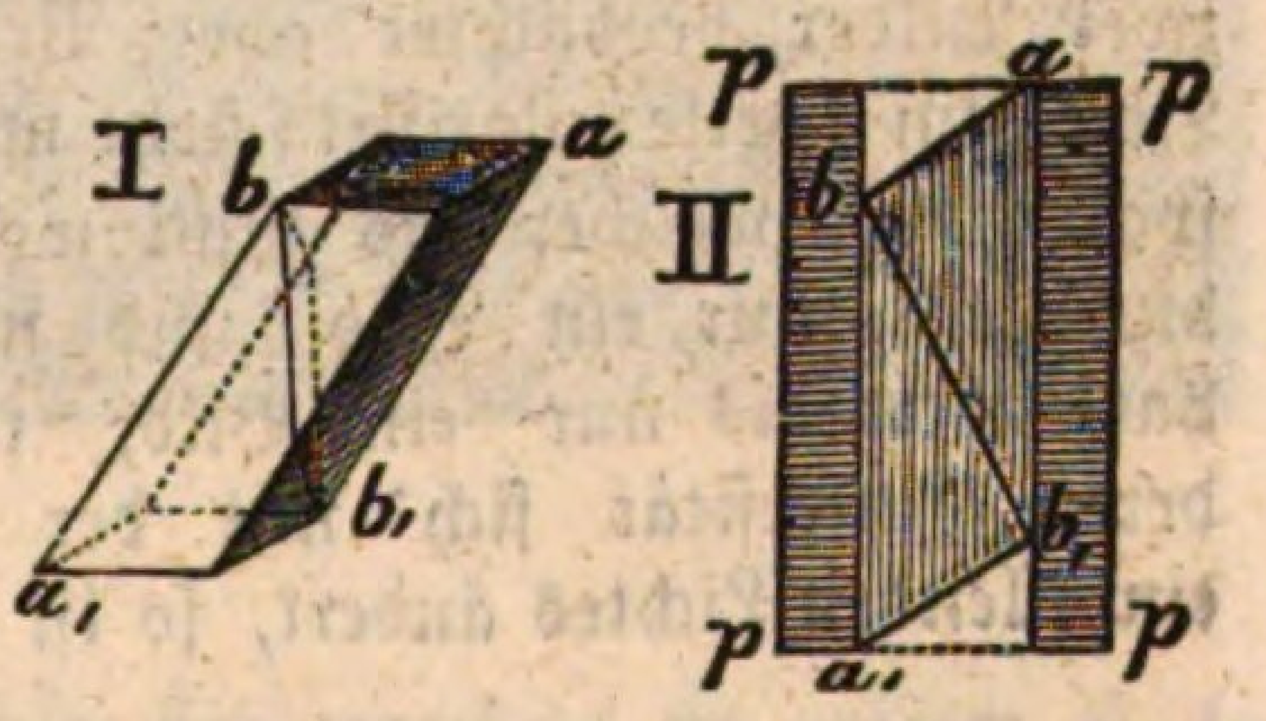
Legt man auf ein so zugeschnittenes Turmalinplättchen ein zweites, so, daß die beiden Aren zu einander parallel liegen, so sind auch die Hauptschnitte parallel, und der aus dem ersten Plättchen austretende unge-

wöhnlich gebrochene und polarisirte Lichtstrahl wird im zweiten Plättchen nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen, und geht ohne bedeutende Verminderung seiner Intensität durch dieses Plättchen durch. Wird aber das zweite Plättchen gedreht, während man das erste in einer festen Lage hält, so nimmt die Intensität des durchgelassenen d. i. des ungewöhnlich gebrochenen Strahls immer mehr ab, da das auf das zweite Plättchen fallende Licht nun in zwei Bündel zerfällt, wovon das gewöhnliche absorbirt wird, das andere aber an Intensität desto mehr abnimmt, je größer der Winkel wird, den die beiden Axen einschließen; ist dieser Winkel ein rechter, so wird die Intensität des ungewöhnlich gebrochenen Strahls im zweiten Plättchen auch Null, und die beiden Plättchen erscheinen undurchsichtig.

Die Fähigkeit vieler doppelt brechenden Krystalle eines der beiden Strahlenbündel oder gewisse Farben beider zu absorbiren, hängt auch von der Neigung des einfallenden Lichtes ab; die Folge davon ist die Eigenschaft, nach Verschiedenheit der Lage des Krystalls gegen das einfallende Licht, verschiedene Farben zu zeigen. Man nennt diese Eigenschaft Dichroismus; so erscheint z. B. der Dichroit, wenn man auf gewöhnliches Licht längs der Richtung der Axe sieht, dunkelblau, jedoch gelblich oder grau in der darauf senkrechten Richtung. Häufiger bemerkt man den Dichroismus, wenn man polarisirtes Licht durch die Krystalle leitet. Die Erhitzung hat oft, wie Brewster dargethan hat, auf die Beschaffenheit der Farbe einen großen Einfluß; so z. B. kann man gelben Topasen, bei denen das eine durch doppelte Brechung gebildete Bild röthlich erscheint, durch Erhitzung die höher geschätzte blaßrothe Farbe geben. — Schleift man aus Krystallen, die mit der Eigenschaft des Dichroismus begabt sind, Kugeln, so zeigen sie in den Richtungen der beiden Axen die Hauptfarben, in anderen Richtungen alle andern dazwischen liegenden Farben. Haidinger brachte für diese Erscheinung, die er zuerst beobachtete, und die im polarisirten Lichte besonders lebhaft hervortritt, das Wort Pleochroismus in Vorschlag.

Auf ähnliche Weise, wie die Turmalinplatte, wirkt ein von Nicol construirtes, durch die Fig. 245. in natürlicher Größe dargestelltes Prisma von Kalkspath; $a\,b\,a_1\,b_1$ ist der Hauptschnitt; die Längenkanten $a\,b_1$ und $b\,a_1$ sind zwei der natürlichen stumpfen Kanten des Krystalls; die Endflächen $a\,b$ und $a_1\,b_1$ werden durch Schleifen erzeugt, und bilden mit den Kanten in a und a_1 den Winkel von 68°, während die natürlichen Endflächen Winkel von nahe 71° einschließen. Diese so zugerichtete Säule wird in der Ebene $b\,b'$ senkrecht gegen den Hauptschnitt und gegen die beiden Endflächen in zwei Theile durchschnitten, deren Schnittflächen man polirt, und hierauf mittelst Canadabalsam zusammenkittet. Die zusammengekitteten Theile werden in einen hohlen Korkcylinder eingepaßt und dieser in eine Metallröhre eingeschoben.

Fig. 245.

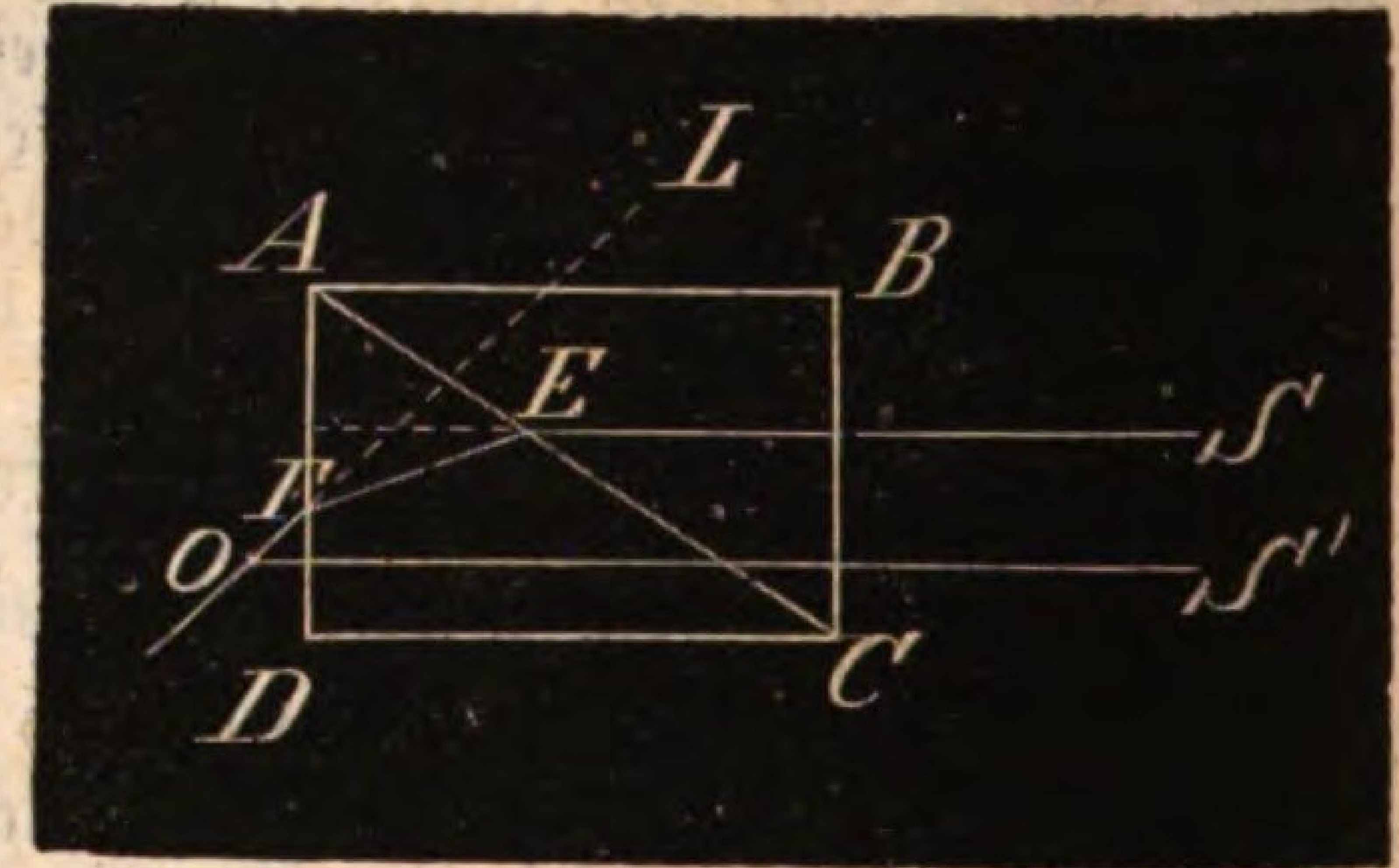


Ein auf eine Endfläche fallender Lichtstrahl erleidet eine doppelte Brechung; das ordentliche Lichtbündel, welches die Schichte von Canadabalsam in sehr schiefer Richtung trifft, und diese wie ein schwächer brechendes Mittel (n ist $= 1.549$) wirkt, erleidet daselbst eine totale Reflexion, und wird seitwärts abgelenkt, so daß es nicht das nach der Länge des Prisma's beobachtende Auge treffen kann; gegen das ungewöhnliche Lichtbündel verhält sich der Canadabalsam wie ein stärker brechendes Mit-

tel; daher durchdringt es diese Schichte und gelangt in das Auge. Nicols Prisma hat vor einem parallel zur Krystallaxe geschnittenen Turmalinplättchen den Vorzug der Farblosigkeit und einer größeren Lichtstärke.

Eine zu vielen Versuchen nützliche Vorrichtung ist Rochons Prisma, das aus zwei gleichen dreiseitigen Prismen von Bergkrystall mit rechtwinkeligen Grundflächen ABC und ADC Fig. 246. besteht; diese sind so geschnitten, daß die optische Axe bei dem ersten auf der gegen das Object gekehrten Seitenfläche BC senkrecht, folglich mit AB parallel wird, bei dem andern aber mit der Kante C und daher mit allen drei Seitenflächen parallel läuft. Diese Prismen werden mittelst Mastix in lacrimis an den Hypotenusenflächen zu einem rechtwinkeligen Parallelopiped mit einander verbunden. — Ein senkrecht auf BC einfallender Lichtstrahl SE geht im ersten Prisma, da er zur Axe parallel ist, einfach und ungebrochen durch, wird aber an der Hypotenusenfläche in E in zwei Theile getheilt; der ordentliche Theil geht ungebrochen durch, der außerordentliche wird nach E F, und in F in der Richtung F O gebrochen. Sieht ein Auge in O mittelst dieses Prisma's nach einem entfernten Punkte S von dem die Strahlen auf BC parallel auffallen, so erblickt es das ungewöhnliche Bild in der Richtung OFL; aber es sieht auch das gewöhnliche Bild von S vermöge des in ungeänderter Richtung durchgehenden auf die gewöhnliche Weise gebrochenen Theiles eines andern Strahles S'O. Ein solches Prisma bringt die durch doppelte Brechung entstehenden Bilder viel weiter aus einander, als ein einziges Stück des Krystalls von derselben Dicke. Anstatt des Bergkrystalls kann auch Doppelspath verwendet werden.

Fig. 246.



Aus dem Gesagten ist leicht zu entnehmen, wie es möglich wird, polarisirtes Licht vom unpolarisirten zu erkennen; man braucht nur das Licht durch eine runde Oeffnung in einer schwarz angestrichenen Metallplatte zu leiten, und diese Oeffnung mittelst eines Kalkspath-Rhomboeders anzusehen, dabei aber den Krystall stets so zu stellen, daß das durch die Oeffnung gehende Licht eine natürliche Fläche desselben senkrecht trifft. Erscheint sie bei jeder Stellung des Krystalls doppelt, und haben die Bilder stets dieselbe Intensität, so ist das Licht ein gemeines, nicht polarisirtes; sieht man immer zwei Bilder, beobachtet aber Veränderungen in ihrer Lichtstärke, so ist das Licht zum Theile polarisirt; sieht man aber bei einer gewissen Stellung des Kalkspaths, bei welcher das Licht weder parallel zur Axe, noch senkrecht auf ihr durchgeht, nur ein Bild, und nachdem man den Krystall um 90° gedreht hat, abermals nur ein Bild, in den Zwischenlagen aber zwei Bilder, deren Intersität sich mit der Stellung des Hauptschnittes bezüglich des einfallenden Lichtes ändert, so ist das Licht vollständig polarisirt.

Man kann auch eine zur Axe parallel geschnittene Turmalinplatte, oder ein Nicol'sches Prisma gebrauchen; verschwindet bei einer gewissen Stellung derselben das Bild der Oeffnung, so ist das durchgehende Licht polarisirt, und der Hauptschnitt des Krystalls, durch den man die Oeffnung ansieht, gibt die Lage der Polarisationsebene dieses Lichtes an. Sieht man während einer ganzen Umdrehung des Krystalls die Oeffnung mit gleicher

Intensität, so ist das Licht nicht polarisirt; ändert sich dabei die Lichtstärke, so ist das Licht nur zum Theile polarisirt.

Mit diesen angeführten Mitteln überzeugt man sich, daß das vom heitern Himmel kommende, so wie das von Mauern, Kästen, Tischen reflectirte Sonnenlicht theilweise polarisirt ist. Arago fand, daß das von brennenden Körpern ausgestrahlte Licht polarisirt ist, wenn die Körper fest oder flüssig sind, und daher nur glühen; aber durchaus nicht polarisirt erscheint, wenn diese Körper gasförmig sind.

Sieht man durch ein Turmalinplättchen oder ein Nicol'sches Prisma auf die Oberfläche des Wassers in einer solchen Richtung, daß die unter dem Neigungswinkel von etwa 37° reflectirten Strahlen in's Auge gelangen, so sind diese Strahlen polarisirt, und werden beim Durchgange durch das Turmalinplättchen, bei gehöriger Stellung desselben absorbirt, und durch das Nicol'sche Prisma seitwärts abgelenkt; daher erhält das Auge vom Wasser kein reflectirtes Licht, sondern nur das aus der Tiefe kommende, und es wird möglich, die unter dem Wasser befindlichen Gegenstände deutlich zu sehen, was wegen der großen Intensität des an der Oberfläche reflectirten Tageslichtes dem freien Auge fast unmöglich ist. — Nach Brewster eignet sich das polarisirte Licht vorzüglich zur Besichtigung solcher Gegenstände unter dem Mikroscope, welche das Licht doppelt brechen, in welchem Falle sich beinahe alle Thier- und Pflanzenfasern befinden.

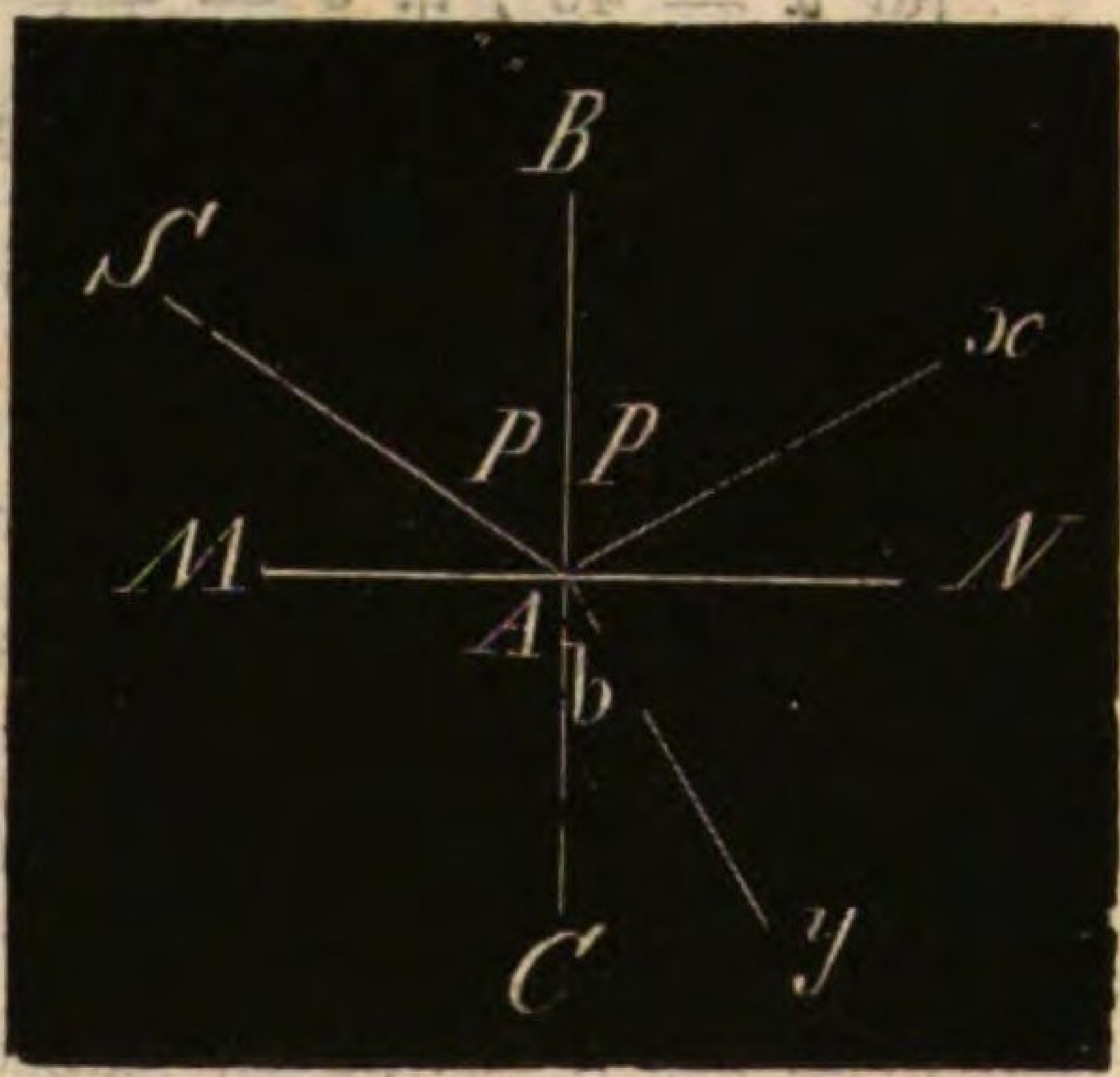
§. 172. Polarisation des Lichtes durch Reflexion und durch einfache Brechung.

a) Ein Lichtstrahl wird durch Reflexion an einer Fläche nur dann vollständig polarisirt, wenn der Einfallswinkel eine bestimmte, von der materiellen Beschaffenheit der reflectirenden Fläche abhängige Größe besitzt; man nennt diesen Einfallswinkel den Polarisationswinkel. Brewster fand aus zahlreichen Versuchen, daß die Tangente des Polarisationswinkels P Fig. 247. dem Brechungsverhältniße n des reflectirenden Mittels gleich ist, also daß stets tang P = n, und da

$$\frac{\sin. P}{\sin. b} = n \text{ ist,}$$

auch sin. b = cos. P, mithin P + b = 90°, und x A y = 90°, d. h. der Polarisationswinkel ist derjenige Einfallswinkel, unter dem ein Lichtstrahl auffallen muß, damit der reflectirte Antheil mit dem gebrochenen einen rechten Winkel bilde. Für Glas beträgt der Polarisationswinkel 54° 35′, für Obsidian 57°, für Wasser 53°.

Fig. 247.



Da der Werth von n für jede einzelne Farbengattung ein anderer ist, so hat auch jede Farbengattung einen eigenen Polarisationswinkel, weshalb bei einem bestimmten Einfallswinkel nicht alles auffallende weiße Licht vollkommen polarisirt werden, daher auch nicht der Reflexion an einem zweiten gehörig gestellten, an der Hinterseite geschwärzten Spiegel sich vollständig entziehen kann. Hat man z. B. den Spiegel so aufgestellt, daß die von einer weißen Wolke kommenden Lichtstrahlen ihn unter dem Polarisationswinkel der gelben intensivsten Strahlen treffen, und nach der Reflexion auf einen zweiten Spiegel, unter dem nämlichen

Winkel, aber so auffallen, daß die Einfallsebene des zweiten Spiegels mit der des ersten einen rechten Winkel bildet, so wird die Wolke im zweiten Spiegel nicht völlig schwarz, sondern schwach purpurroth gesehen, weil die äußersten Strahlen des Spectrums nicht vollkommen polarisirt sind. — Die Menge des unpolarisirt bleibenden Lichtes ist bei den Körpern größer, die das Licht stark brechen. Metalle polarisiren das Licht niemals vollkommen, weil sie ein großes Brechungsvermögen besitzen.

b) Weicht der Einfallswinkel von dem Polarisationswinkel ab, so wird das Licht nur unvollkommen polarisirt, wie man sich leicht mittelst eines Turmalinplättchens überzeugen kann.

c) Die Polarisationsebene des durch Reflexion polarisirten Lichtes ist die Einfalls- oder Reflexionsebene, demnach schwingen die Theilchen nach geschehener Reflexion in Richtungen, die auf der Einfallsebene senkrecht stehen, und die Schwingungsebene fällt mit der Reflexionsebene zusammen.

d) Fällt polarisirtes Licht auf eine reflectirende Fläche unter dem Winkel der vollkommenen Polarisation, so hängt die Intensität desselben nach der Reflexion von dem Winkel α ab, den die Einfallsebene mit der Polarisationsebene des auffallenden Lichtes einschließt, und den man das Azimuth der Polarisationsebene nennt. Setzt man die Intensität des auffallenden Lichtes $= 1$, so ist, wie Arago durch directe Versuche bewiesen hat, die Intensität J des reflectirten immer $= \cos.^2 \alpha$, mithin:

für $\alpha = 0$, $J = 1$ d. h. wenn die Einfallsebene mit der Polarisationsebene des auffallenden Lichtes parallel ist, so wird alles Licht vollständig reflectirt;

für $\alpha = 45^0$, ist $J = \frac{1}{2}$, und

für $\alpha = 90^0$, ist $J = 0$; mithin

je größer das Azimuth wird, desto schwächer erscheint das reflectirte Licht; bei 45° hat es nur noch die halbe Lichtstärke und verschwindet vollständig, wenn die Einfallsebene auf der Polarisationsebene senkrecht steht.

Ein gewöhnlicher Strahl kann aus zwei unter einem rechten Winkel polarisirten gleich intensiven Lichtbündeln zusammengesetzt gedacht werden; liegt nun die Polarisationsebene des einen rechts von der Einfallsebene und ist der Winkel α ihr Azimuth, so ist das Azimuth des zweiten $90 - \alpha$; mithin ist $\cos.^2 \alpha$ die Intensität des einen reflectirten und $\sin.^2 \alpha$ die des zweiten Lichtbündels; die Summe beider ist offenbar $= 1$, d. h. die Menge des reflectirten Lichtes bleibt immer die nämliche, mag man die Einfallsebene was immer für einer Seite des gewöhnlichen Lichtstrahls zukehren. Fällt das polarisirte Licht nicht unter dem Polarisationswinkel auf eine reflectirende Fläche auf, so läßt sich die Intensität des reflectirten Antheils nicht mehr durch eine so einfache Formel ausdrücken, kann aber jedesmal nach einem von Fresnel entwickelten Ausdrucke berechnet werden.

Leitet man gewöhnliches Licht auf eine Glasplatte unter dem Polarisationswinkel, so erscheint auch der durchgehende, mithin gebrochene Antheil polarisirt, aber nur theilweise; leitet man ihn aber durch eine zweite zur ersten parallele Glasplatte, so wird in dem ausgetretenen Antheile die Menge des polarisirten Lichtes größer, und noch größer nach dem Durchgange durch eine dritte, vierte .... Platte, so daß dasjenige Licht, das durch 6 oder 10 übereinander gelegte, eine Glassäule bildende Glasplatten

durchgegangen ist, bereits vollständig polarisirt erscheint. Die Polarisationsebene des durch Brechung beim Durchgange durch eine Glassäule polarisirten Lichtes steht auf der Einfalls- oder Brechungsebene senkrecht und schließt somit mit der Polarisationsebene des durch Reflexion an der Glasplatte polarisirten Antheils einen rechten Winkel ein; demnach sind die beiden Lichtantheile, in welche sich ein unter dem Polarisationswinkel auf eine Glasplatte auffallender Lichtstrahl theilt, nämlich der reflektirte und der gebrochene immer entgegengesetzt polarisirt, weshalb das Verhalten des durch Brechung polarisirten Strahls, sobald er auf eine reflectirende Fläche unter dem Winkel der vollkommenen Polarisation auffällt, oder in einen doppelt brechenden Körper eintritt, stets entgegengesetzt ist zu dem des durch Reflexion polarisirten Strahls; somit verhalten sich diese beiden Strahlen gerade so zu einander, wie die durch doppelte Brechung entstandenen.

Fresnel hat auch einen Ausdruck zur Berechnung der Intensität der durch Brechung polarisirten Strahlen auf theoretischem Wege ermittelt, der eben so wie die Intensitätsformel für die durch Reflexion polarisirten Strahlen mit den Ergebnißen der Erfahrung übereinstimmt.

§. 173. Interferenz polarisirter Lichtstrahlen. Aus der Theorie ergibt sich, daß zwei von der nämlichen Lichtquelle ausgehende und nach einerlei Richtung polarisirte Strahlen, wenn sie unter einem sehr spitzen Winkel in einem Punkte zusammen treffen, oder indem sie in derselben Richtung fortschreiten und auf ein Aethertheilchen gleichzeitig einwirken, das Aethertheilchen in parallelen Richtungen zur geradlinigen Schwingung anregen und daher durch Interferenz die nämliche Erscheinung hervorbringen, wie im unpolarisirten Zustande; allein zwei Strahlen, die unter einer solchen Phasendifferenz zusammentreffen, daß sie sich vollständig aufheben müßten, wenn sie unpolarisirt wären, heben sich nicht mehr auf, wenn sie unter einem rechten Winkel polarisirt sind; denn dann erfolgen die Schwingungen der Aethertheilchen in den beiden Strahlen in Richtungen die einen rechten Winkel bilden, weshalb auch das im Punkte des Zusammentreffens befindliche Aethertheilchen in rechtwinkeligen Richtungen zur Schwingung angeregt wird; aber in diesem Falle können die Strahlen, sie mögen in was immer für Phasen sich befinden, keinen schwächenden Einfluß auf einander äußern.

Läßt man, wie bei den Beugungsversuchen die von einer Lichtlinie kommenden Strahlen auf zwei in einem Metallschirme befindliche enge, und zur Lichtlinie parallele Spalten auffallen, so erhält man das jeder Spalte entsprechende Beugungsphänomen, und in der Mitte des Gesichtsfeldes, die durch Interferenz der von beiden Spalten kommenden und auf einander wirkenden Strahlen erzeugten Streifen; die Erscheinung bleibt ungeändert, wenn man vor beide Spalten gleich dicke, zur Krystallare parallel geschnittene Turmalinplättchen so anbringt, daß ihre Aren zu einander parallel stehen; dreht man aber das eine Plättchen, so nimmt die Lichtstärke der letzterwähnten Interferenzstreifen mehr und mehr ab und sie verschwinden gänzlich, wenn sich die Aren der beiden Turmalinplättchen kreuzen und daher das aus ihnen austretende Licht unter einem rechten Winkel polarisirt erscheint.

Sind a und b die Amplituden der Schwingungen bei zwei übereinstimmend polarisirten Strahlen, d ihre Phasendifferenz, und treffen sie in parallelen Richtungen oder unter einem sehr spitzigen Winkel zusammen, so erhält man nach §. 117 für die Amplitude A und die Phasendifferenz D der zusammengesetzten Schwingung die Ausdrücke:

$$A^2 = a^2 + b^2 \pm 2\,a\,b\,\cos.\frac{2\,\pi\,d}{T}, \text{ und}$$

$$A\,\cos.\frac{2\,\pi\,D}{T} = a \pm b\,\cos.\frac{2\,\pi\,d}{T};$$

woraus sich ergibt:

a) daß die Schwingungen der Aethertheilchen in dem zusammengesetzten Strahle in der nämlichen Richtung vor sich gehen, wie bei den Componenten, und daß daher der durch Interferenz entstandene Strahl nach der nämlichen Richtung polarisirt erscheint, wie die Strahlen, aus denen er sich gebildet hat;

b) daß man die Amplitude und die Phase der resultirenden Schwingung erhält, wenn man ein Parallelogramm verzeichnet, dessen anliegende Seiten den Amplituden der Componenten proportional sind, und einen der Größe $\frac{2\,\pi\,d}{T}$ gleichen Winkel einschließen. Sind beide Strahlen gleich gefärbt, ihre Amplituden (somit auch die Intensitäten) einander gleich, und beträgt d den vierten Theil einer Schwingung, ist mithin $\frac{2\,\pi\,d}{T} = \frac{\pi}{2}$; so müssen die Seiten des Parallelogramms gleich groß sein und einen rechten Winkel einschließen, wo dann die Diagonale mit jeder Seite den Winkel von 45° bildet,

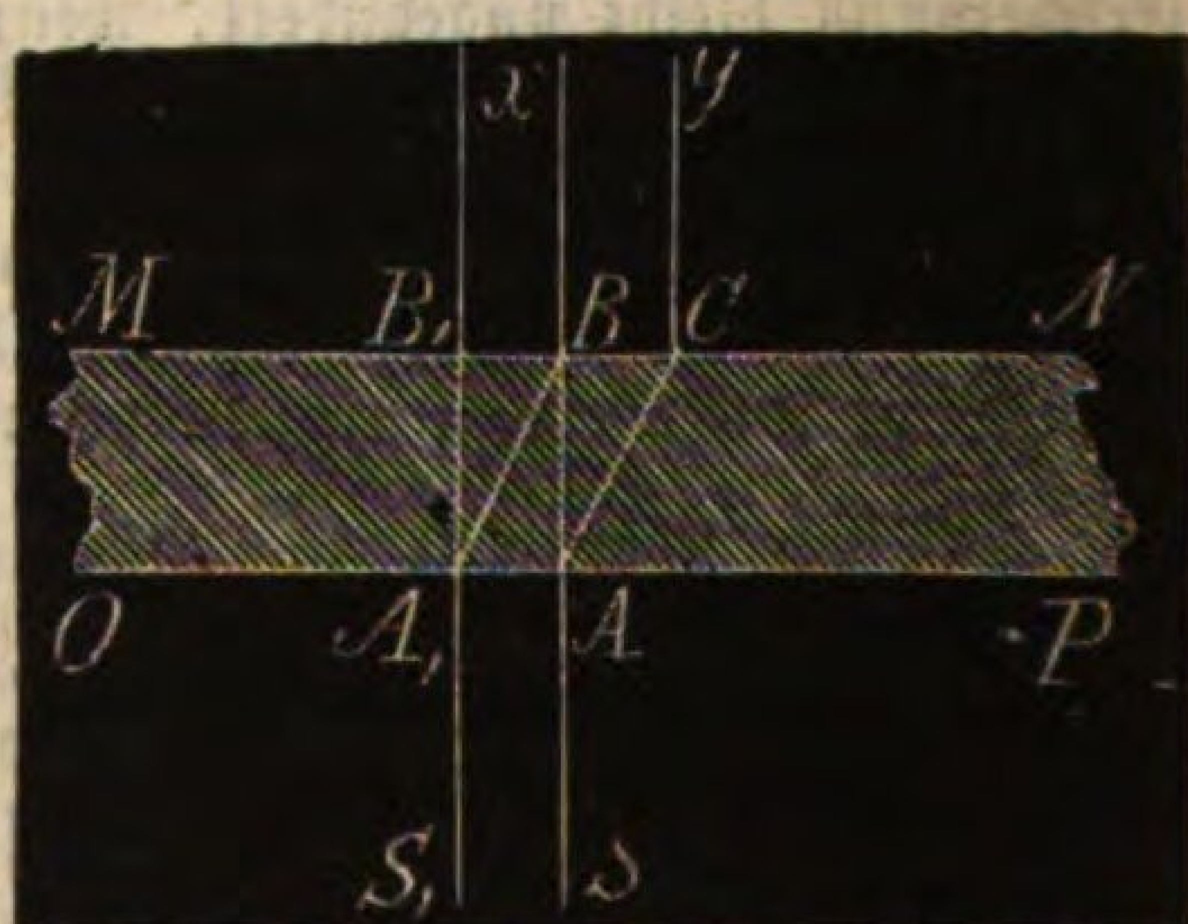
$$A^2 = 2\,a^2, \text{ und } \frac{2\,\pi\,D}{T} = \frac{\pi}{4}, \text{ mithin } D = \frac{T}{8}$$

ist; d. h. die Intensität des resultirenden Strahls ist doppelt so groß als die eines Seitenstrahls, und seine Phasenzeit ist um den achten Theil der Schwingungsdauer von der der Seitenstrahlen verschieden. Hieraus folgt wieder

c) daß man einen jeden geradlinig polarisirten Strahl von der Intensität J zerlegen kann in zwei andere nach derselben Richtung polarisirte Lichtbündel, deren jedes die Intensität $\frac{J}{2}$ hat und deren Phasenzeit um den vierten Theil der Schwingungsdauer verschieden ist.

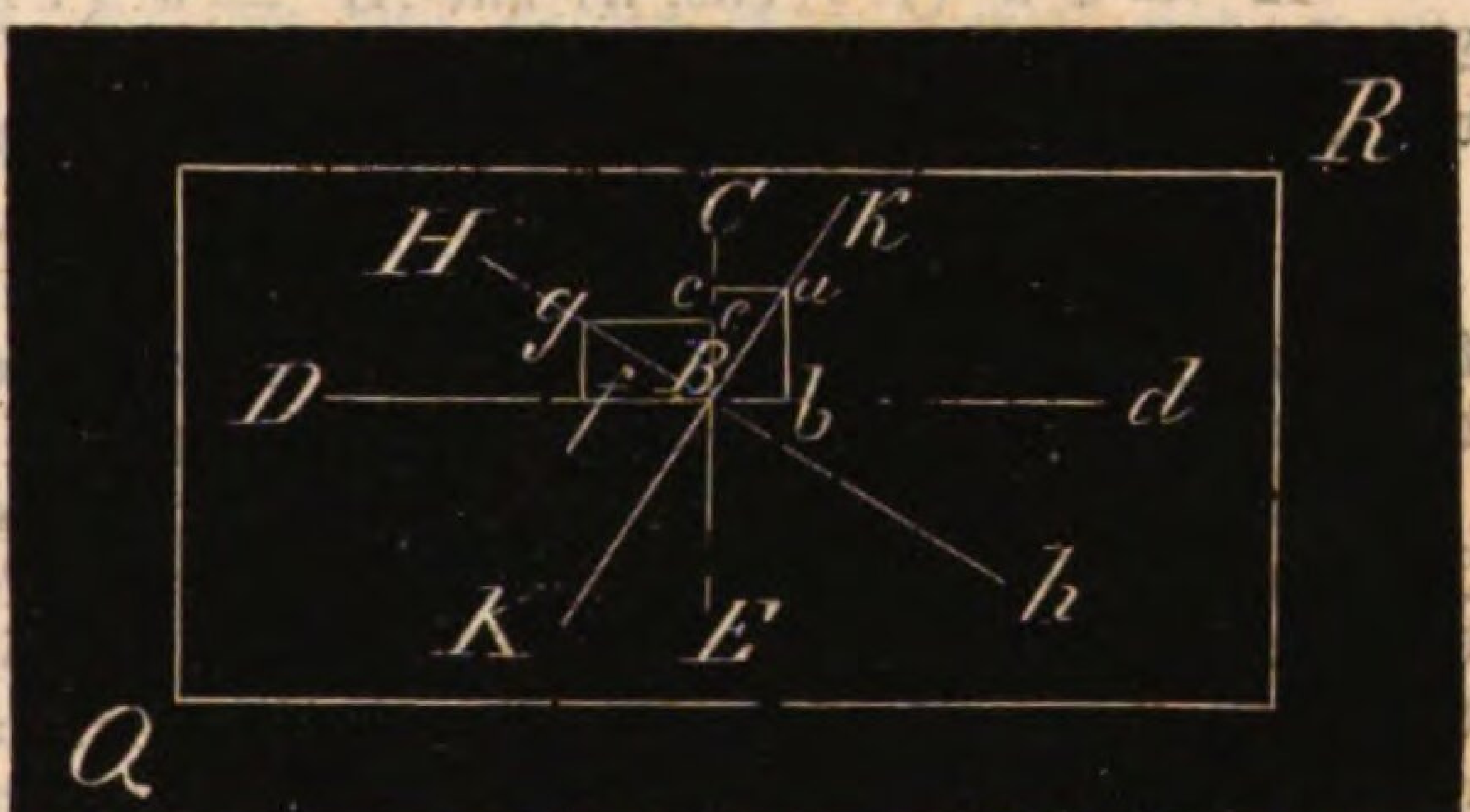
§. 174. **Farbenerscheinungen, welche dünne Platten von doppelt brechenden Körpern im polarisirten Lichte darbieten.** Auf ein von parallelen Ebenen begrenztes, dünnes Plättchen MNOP, Fig. 248., von einem doppelt brechenden Krystalle, z. B. von blättrigem Gyps, der sich leicht in durchsichtige farblose Plättchen von gleicher Dicke zerspalten läßt, lasse man nach einerlei Richtung polarisirte homogene Lichtstrahlen in senkrechter Richtung auffallen, und gebe dem Plättchen eine solche Lage, daß jeder Strahl z. B. SA in zwei Bündel zerfällt, wovon das eine AB mit dem gewöhnlich gebrochenen Strahle in Krystallen mit einer Axe übereinstimmt und im Hauptschnitte d. i. in der Ebene polarisirt ist, welche den Winkel von 60°, den die beiden optischen Axen des Gypses mit

Fig. 248.



einander bilden, halbirt, weshalb wir ihn kurzweg den gewöhnlichen Strahl nennen und mit O bezeichnen wollen; das andere Bündel AC ist senkrecht gegen die Ebene des Hauptschnittes polarisirt, und soll mit E bezeichnet werden; beide Strahlen treten aus dem Plättchen in den Richtungen B x und Cy heraus, die zum einfallenden Strahle, mithin auch unter sich parallel sind. Zieht man von B die Gerade A_1 B parallel zu AC, so ist A_1 der Einfallspunkt eines andern Strahls S_1 A_1, dessen gewöhnlich gebrochener Strahl parallel mit AB, der andere aber in der Richtung A_1 B geht, in der Richtung B x heraustritt, somit nach seinem Austritte aus dem Plättchen mit dem gewöhnlichen Bündel des Strahls SA in der nämlichen Richtung fortschreitet. Wir haben demnach in B x zwei entgegengesetzt polarisirte Strahlen vereinigt, die sich mit ungleicher Geschwindigkeit durch das Plättchen fortgepflanzt haben, weshalb ein von der Dicke des Plättchens und der Verschiedenheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der beiden Lichtwellen abhängiger Unterschied in der Phasenzeit sich ergeben wird. Um den weiteren Vorgang leichter zu begreifen, wollen wir annehmen, die Oberfläche des Krystallplättchens liege in der Ebene des Papiers; B sei der Punkt wo die in B x vereinigten Strahlen O und E austreten, H h, Fig. 249., sei die Lage des Hauptschnittes, mit der ursprünglichen Polarisationsebene des auffallenden Lichtes einen spitzigen Winkel bildend; D d sei die Stellung des Hauptschnittes eines Kalkspath-Rhomboeders, durch den man auf das Krystallblättchen sieht. Da das Lichtbündel O in der Ebene H h, und E in der auf H h senkrecht stehenden Ebene K k polarisirt ist; so können sie durch Interferenz einander nicht schwächen; bei dem Durchgange durch den Kalkspath wird jedes dieser Lichtbündel in zwei Theile zerlegt, O in die Theile O o und O e, und E in die Theile E o und E e; davon sind O o und E o in der Ebene D d, und O e mit E e in der darauf senkrechten Ebene CE polarisirt. Geht nun die Schwingung von O in einem Momente von B nach k, und stellt B a die Amplitude vor, so zerlegt sich diese Schwingung im Kalkspathe in die zwei Componenten Bb und Bc wo dann B c = a die Amplitude einer Schwingung von Oo und B b = a' die Amplitude einer Schwingung von O e angibt. Die Schwingungsrichtung von E stellt BH, und die Amplitude die Grade B g vor; jede Schwingung von E zerfällt im Kalkspathe in zwei besondere Schwingungen, deren Richtungen und Amplituden durch B e und B f gegeben sind; Be = b ist die Amplitude der Schwingung von Eo, und Bf = b' die von Ee. Demnach erhält man zwei Paare von Lichtbündeln, Oo und Eo bilden das eine, Oe und Ee das andere Paar; jedes Paar besteht aus Strahlen, die

Fig. 249.



nach einerlei Richtung polarisirt sind und bei denen derselbe Gangunterschied besteht, wie zwischen O und E; aber während in einem Paare die Schwingungen übereinstimmen, sind sie im andern einander entgegengesetzt; somit werden die Intensitäten der aus Oo und Eo, dann aus Oe und Ee gebildeten Strahlen verschieden, aber die Summe derselben bleibt immer die nämliche, indem sie immer der Summe der Intensitäten der Strahlen O und E gleich ist.

Denn sind A und A_1 die Amplituden der zusammengesetzten Strahlen und setzt man $\frac{2\pi d}{T} = h$;

so ist $A^2 = a^2 + b^2 \pm 2ab \cos. h$, und
$A_1^2 = a_1^2 + b_1^2 \mp 2 a_1 b_1 \cos. h$.

Schließen die Schwingungsebenen Kk und Ec den Winkel α ein, und sind p und q die Amplituden von O und E, so ist:

$$a = p \cos. \alpha,\ a_1 = p \sin. \alpha,\ b = q \sin. \alpha,\ b_1 = q \cos. \alpha_1,$$

mithin $a^2 + a_1^2 = p^2$, und $b^2 + b_1^2 = q^2$,
ferner $ab = pq \cos. \alpha \sin. \alpha = a_1 b_1$;
$A^2 + A_1^2 = p^2 + q^2$.

Bildet der Hauptschnitt des Krystallblättchens mit der ursprünglichen Polarisationsebene den Winkel von 45°, so haben O und E gleiche Intensität, und wenn derselbe auch mit dem Hauptschnitte des Kalkspaths den Winkel von 45° einschließt, so ist $a = b$, und $a_1 = b_1$ mithin

$$A^2 = 2\, a^2 (1 \pm \cos. h) \text{ und } A_1^2 = a^2 (1 \mp \cos. h).$$

Wäre nun der Gangunterschied der in einem Paare befindlichen Strahlen von der Größe, daß er den Unterschied in der Phasenzeit

$$0,\ \frac{T}{2},\ \frac{2T}{2},\ \frac{3T}{2} \ldots.$$

herbeiführt, so ist $\cos. h = \pm 1$, wo dann die Intensität des einen Bündels gleich $4 a^2$, und die des andern gleich Null ist.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, daß die Intensität eines jeden der durch Interferenz entstandenen Lichtbündels sowol von der Lage des Hauptschnittes des Krystallblättchens gegen die ursprüngliche Polarisationsebene und gegen die Ebene des Kalkspaths, als auch von dem Gangunterschiede der interferirenden Strahlen abhängt; da jedoch derselbe Unterschied der Wege bei verschiedenfarbigen Strahlen wegen Verschiedenheit der Schwingungsdauer einen verschiedenen Unterschied in der Phasenzeit, somit auch eine andere Verschiedenheit in der Intensität der aus der Interferenz hervorgehenden Strahlen herbeiführt, so wird dadurch das Mischungsverhältniß der Bestandtheile des weißen Lichtes gestört, so daß sich in dem einen Strahlenpaare gewisse Lichtsorten aufheben oder wenigstens schwächen, aber in demselben Maße im andern Strahlenpaare verstärken müssen, weshalb das Plättchen an der Stelle, von welcher die Strahlen ins Auge kommen, und die vermittelst des Kalkspaths doppelt gesehen wird, gefärbt erscheint. Die Farben der beiden Bilder sind complementär, denn ist z. B. das rothe Licht an einem Strahlpaare durch Interferenz verschwunden, so erzeugt dieses eine grüne Färbung, im anderen Strahlenpaare erscheint aber das Roth in dem Maße verstärkt und das Grün in dem Maße geschwächt, in welchem das erstere im ersten Paare geschwächt und das andere verstärkt wurde, weshalb die durch das andere Strahlenpaar bewirkte Farbe roth sein wird.

Die Beschaffenheit der Farbe hängt offenbar von der Dicke des Krystall-

plättchens und von dem Unterschiede der Geschwindigkeiten des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls, mithin von dem Brechungsexponenten des Plättchens ab. Bei schief auffallenden Strahlen, da sie einen längeren Weg im Plättchen zurücklegen, und deshalb der eine Strahl mehr hinter dem andern zurückbleibt, wird die Farbe eine andere, als unter den nämlichen Umständen beim senkrechten Durchgange der Strahlen. — In den Fällen, wo der Hauptschnitt des Krystallblättchens zu der ursprünglichen Polarisationsebene des auffallenden Lichtes oder zu dem Hauptschnitte des Kalkspathes parallel ist, oder auf einer dieser Ebenen senkrecht steht, erscheint das Plättchen nicht gefärbt, weil dann entweder im Plättchen oder im Kalkspathe keine doppelte Brechung und somit auch keine Interferenz eintritt. — Die größte Lebhaftigkeit erhalten die Farben, wenn der Hauptschnitt des Plättchens mit den beiden andern Ebenen den Winkel von 45° einschließt.

Wenn der Hauptschnitt des Kalkspathes um 90° gedreht wird, so geht die Farbe eines jeden Bildes in die complementäre über, weil dann bekanntlich das gewöhnliche Bild in ein ungewöhnliches und das ungewöhnliche in ein gewöhnliches übergeht.

Fallen auf das Krystallblättchen unpolarisirte Lichtstrahlen auf, so sind keine Farbenerscheinungen möglich, denn jedes der beiden polarisirten Lichtbündel, aus denen der gewöhnliche Strahl besteht, erzeugt an der nämlichen Stelle eine Farbe; da aber diese Farben complementär sind, so erscheint die Stelle weiß. —

§. 175. P o l a r i s a t i o n s a p p a r a t e. Nicht nur zu den Untersuchungen über die Veränderungen in der Lichtintensität polarisirter Strahlen, die sich ergeben, wenn die Polarisationsebene eines polarisirten Körpers bezüglich der Polarisationsebene der auffallenden Strahlen eine andere Stellung erhält, sondern vorzüglich um die Farbenerscheinungen an doppelt brechenden Körpern im polarisirten Lichte bequem zu beobachten, und die Gesetze mit Genauigkeit fest zu stellen, hat man eigene Polarisationsapparate konstruirt, von denen N ö r r e n b e r g s Polarisationsinstrument bereits in der Experimentalphysik beschrieben wurde. Bei einem jeden solchen Apparate kommt ein Haupttheil vor, der das gewöhnliche Licht in polarisirtes umwandelt, und den man den p o l a r i s i r e n d e n Theil (Polariseur) nennt; ein zweiter Haupttheil dient zur Zerlegung des durch einen Körper, z. B. durch ein Gypsplättchen geleiteten und dabei modifizirten polarisirten Strahls in zwei besondere Strahlenpaare, deren Bestandtheile durch Interferenz vereint werden, weshalb dieser Haupttheil der a n a l y s i r e n d e (Analyseur) genannt wird.

Bei N ö r r e n b e r g s Polarisationsinstrumente ist die unter dem Polarisationswinkel bezüglich der auffallenden Strahlen geneigte Glasplatte der polarisirende Bestandtheil. Die polarisirten Strahlen werden von einem horizontalen Spiegel vertikal aufwärts geworfen; bringt man das doppelt brechende Krystallblättchen auf das horizontale Tischchen des Apparates, so wird es von den polarisirten Strahlen in senkrechter Richtung getroffen. Gebraucht man einen Kalkspath-Rhomboeder als Analyseur, so legt man auf das Krystallblättchen eine geschwärzte, mit einer runden Oeffnung in der Mitte versehene Metallplatte; man erblickt dann durch den Kalkspath zwei zum Theil übereinanderfallende Bilder der Oeffnung und zwar mit complemen-

tären Farben. Die Stelle, wo sich die Bilder decken, erscheint weiß, dieß beweiset, daß die Farben wirklich complementär sind.

Rochons Prisma, als Analyseur verwendet, bringt die beiden Bilder weiter auseinander.

Als Analyseur gebraucht man auch Nicol's Prisma oder ein zur Krystallare parallel geschnittenes Turmalinplättchen; durch beide sieht man das Plättchen einfach, aber bei gehöriger Einstellung gefärbt; die Farbe übergeht in die complementäre, wenn man den Analyseur um 90° in horizontaler Richtung gedreht hat.

Bringt man an die Stelle des an der Hinterseite geschwärzten, als Analyseur dienenden Spiegels eine Glassäule, stellt diese unter dem Polarisationswinkel gegen die Are des Instrumentes, und zugleich so auf, daß die Einfallsebene zur Reflexionsebene des Polariseurs parallel wird, während der Hauptschnitt des Krystallplättchens mit diesen beiden Ebenen z. B. den Winkel von 45° einschließt; so wird der gewöhnliche Strahl O durch die Glassäule in zwei Theile Oo und Oe zerlegt, wovon Oo reflectirt, dagegen Oe durchgelassen wird; die Polarisationsebene von Oo fällt mit der Einfallsebene zusammen, die von Oe steht darauf senkrecht. Der andere Strahl E, der mit O in der nämlichen Richtung geht, aber nach entgegengesetzter Richtung polarisirt ist, zerfällt an der Glassäule ebenfalls in einen Theil Eo, der reflectirt wird und in der Einfallsebene polarisirt ist, und in einen zweiten Ee der durchgelassen wird, und dessen Polarisationsebene auf der Einfallsebene senkrecht steht. Demnach besteht jeder reflectirte Strahl aus zwei Theilen Oo und Eo, die nach der nämlichen Richtung polarisirt sind, aber zwischen denen ein Gangunterschied besteht, weßhalb sie sich durch Interferenz zu einem Strahl von einer gewissen Intensität verbinden, der beim Gebrauch des weißen Lichtes farbig erscheint. Eben so werden sich die durchgelassenen Strahlen Oe und Ee zu einem Bündel vereinen, dessen Farbe im weißen Lichte zu der des andern zusammengesetzten Bündels complementär ist. Man sieht also beim Gebrauche der Glassäule das Krystallplättchen im reflectirten Lichte von einer gewissen Farbe, im durchgelassenen erscheint die Farbe desselben complementär. — Dreht man die Glassäule ohne die Neigung derselben zu ändern, so nimmt die Lebhaftigkeit der Farben immer mehr ab, sie verschwinden dann gänzlich, und gehen bei weiterer Drehung in complementäre über, die am lebhaftesten zum Vorschein kommen, wenn man um 90° gedreht hat. Dieselben Veränderungen ergeben sich während der Drehung in jedem andern Quadranten und zwar beim Gebrauche eines jeden Analyseurs.

Man pflegt Gypsblättchen von verschiedener Dicke, indem man sie nebeneinander mittelst Canadabalsam zwischen zwei Glasplatten festkittet, so zusammenstellen, daß sie im polarisirten Lichte sehr schöne regelmäßige und gefärbte Figuren z. B. Blumen, Schmetterlinge u. dgl. darbieten. An sphärisch geschliffenen Plättchen sieht man concentrische Farbenringe, an keilförmig geschliffenen parallele Farbenstreifchen. Bei Betrachtung dieser Farbenerscheinung bringt man den doppelt brechenden Körper am Polarisationsinstrumente in die deutliche Sehweite; daher wird das Tischchen tiefer gestellt oder der Körper auf den unteren horizontalen Spiegel gestellt, wo dann die Erscheinung dieselbe ist, wie sie sich bei der doppelten Dicke des Körpers zeigen würde.

Aehnliche Farbenerscheinungen beobachtet man an Glasstücken, die man entweder in einer kleinen Presse nach einer Seite hin zusammendrückt, oder die stark

erhitzt und hierauf rasch abgekühlt wurden, oder die man von einer Stelle aus erwärmt, so daß eine Ungleichheit der Temperatur in der Masse eintritt; in allen diesen Fällen erhält das Glas die Eigenschaft der doppelten Brechung, und zeigt farbige Figuren, wenn man es auf das Tischchen des Polarisationsinstrumentes legt, und mittelst des gehörig eingestellten Analyseurs ansieht. Ein nach einer Seite gepreßter Glaswürfel zeigt eine schöne Farbenerscheinung, deren Gestalt die Fig. 250 vorstellt; läßt der Druck nach, so verschwinden die Farben. Ein Glasstreifen, den man in einer dazu geeigneten Vorrichtung biegt, zeigt im polarisirten Lichte Farbenstreifen, die auch nur so lange sichtbar sind, wie lange der Glasstreifen gebogen bleibt. — Erhitzt man ein Glasstück an der Oberfläche mittelst einer Weingeistlampe, oder indem man es in einen erhitzten hiezu passenden Metallrahmen legt, oder auch dadurch, daß man es an ein stark erhitztes Eisen anlegt; so beobachtet man ebenfalls Farbenerscheinungen, die jedoch sogleich verschwinden, wenn die Glasmasse durchaus dieselbe Temperatur angenommen hat. Erhitzt man einen Glascylinder entweder vom Umfange aus, indem man ihn in einen erhitzten Eisenring einstellt, oder vom Mittelpunkte aus, indem man in ein daselbst vorhandenes rundes Loch heißes Quecksilber gießt; so zeigt er im polarisirten Licht, sobald man ihn vermittelst eines Analyseurs ansieht, concentrische Farbenringe mit einem schwarzen Kreuz. Man kann die an einem Glasstücke im polarisirtem Lichte bei ungleicher Temperatur seiner Masse beobachteten Farbenerscheinungen bleibend machen, wenn man den Glaskörper nach starker Erhitzung durch Eintauchen ins kalte Wasser, oder an kalter Luft rasch abkühlt, wobei die äußersten Theile, denen die Wärme zuerst rasch entzogen wird, sich stark zusammenziehen, die inneren dagegen erst allmälig abkühlen, aber in Folge der Einwirkung der äußeren stark verdichteten Theilchen sich nicht mehr ihren Molecularkräften gemäß zusammenziehen können, und so in einer Art Spannung sich befinden, in welcher aber auch die äußeren durch die die inneren Theilchen zusammenziehenden Kräfte erhalten werden. Die Anordnung der Theilchen ist demnach eine ganz andere, als sie beim langsamen Abkühlen der Glasmasse wäre; weshalb diese die Eigenschaft der doppelten Brechung besitzt. Die Beschaffenheit der farbigen Zeichnungen hängt ab: von der Dicke und Gestalt des Glaskörpers, von der Schnelligkeit, mit der die Abkühlung vorgenommen wurde; und von der Stellung desselben bezüglich der Polarisationsebene. Die Fig. 251. stellt die Zeichnungen vor, die an so behandelten Glaswürfeln und Glascylindern im polarisirten Lichte erscheinen, wenn der Analyseur die Stellung hat, bei welcher das Gesichtsfeld dunkel erscheint, und die polarisirten Strahlen in senkrechter Richtung auf den Glaskörper auffallen. Dreht man den Analyseur um 90°, so gehen die Farben in complementäre über, und das schwarze Kreuz verwandelt sich in ein weißes.

Fig. 250.



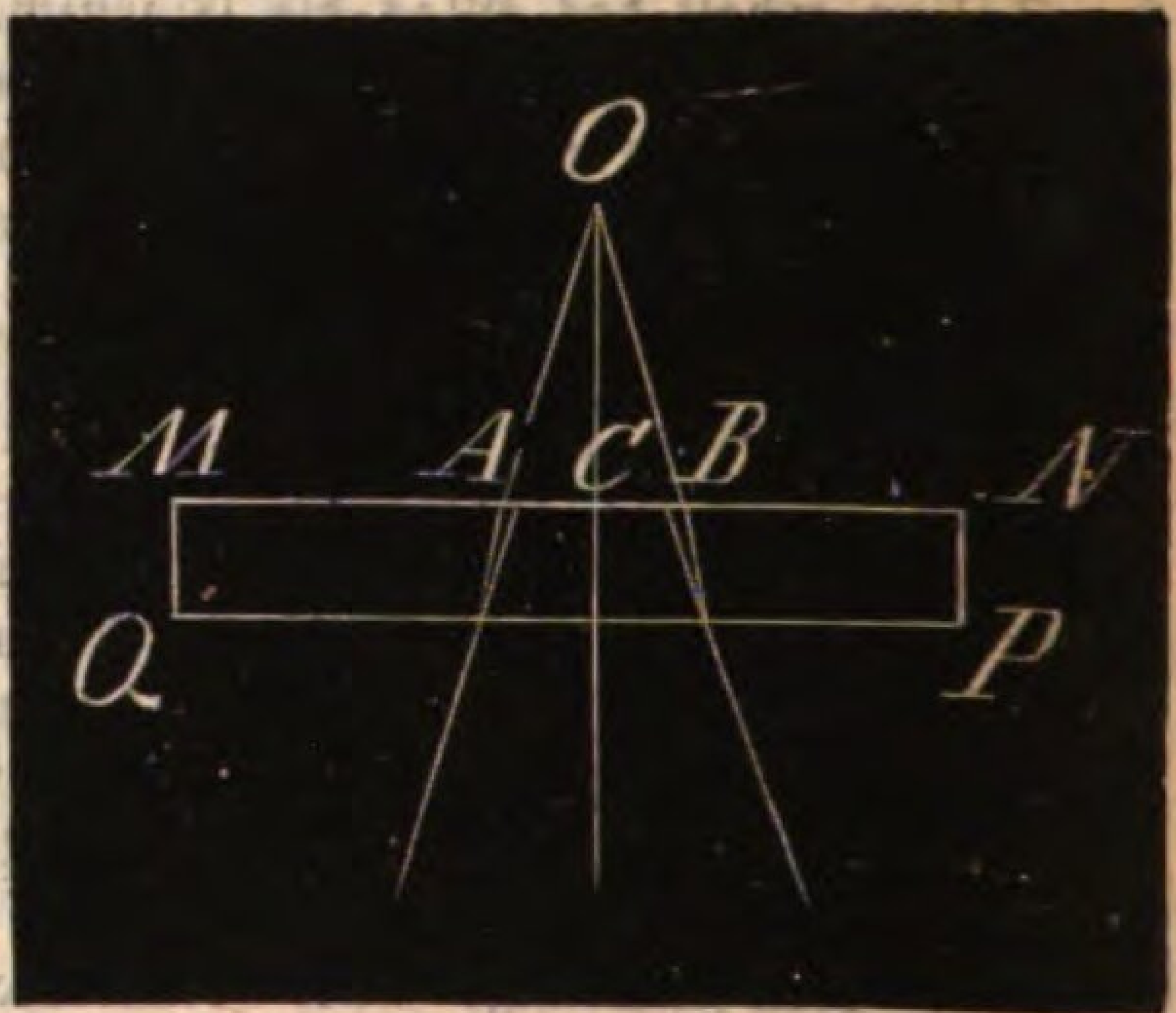
Fig. 251.



§. 176. Farbenringe. 1. An einaxigen Krystallen. Es sei MNOP Fig. 252. eine dünne Kalkspathplatte K, die von parallelen, auf der optischen Axe senkrechten Ebenen begrenzt ist, durch die ein polarisirter Lichtkegel, welcher Strahlen verschiedener Incidenz enthält, geleitet wird, und die wie in früheren Fällen mittelst eines Analyseurs z. B. mittelst einer Turmalinplatte oder mittelst eines Nicol'schen Prisma's betrachtet wird. In diesem Falle ist jede Einfallsebene als Hauptschnitt zu betrachten, weshalb bei vorkommender doppelter Brechung beide Lichtbündel in der Einfallsebene verbleiben. Der in der Richtung der Axe gehende, mithin mit der Axe des

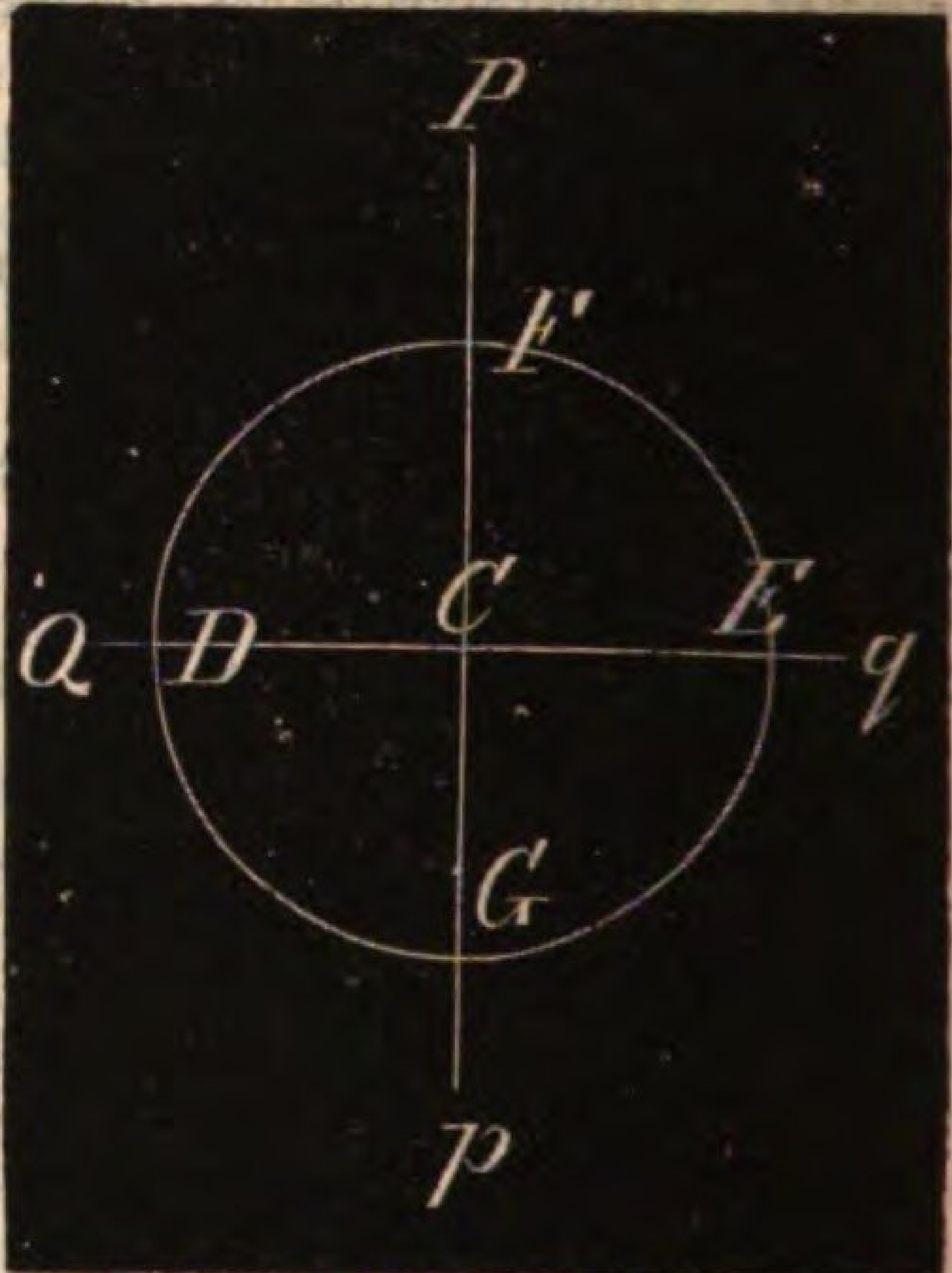
Lichtkegels zusammenfallende Lichtstrahl geht einfach, ungebrochen und ohne Aenderung seines Polarisationszustandes durch; die ihm nahe liegenden Strahlen werden wohl doppelt gebrochen, aber nur unmerklich.

Fig. 252.



Um die Modificationen zu erfahren, welche die andern Strahlen beim Durchgange durch das Plättchen erleiden, sei C der Punkt, wo der zur Axe parallelle Lichtstrahl die Oberfläche des Plättchens, die wir mit der Ebene des Papiers zusammenfallend annehmen wollen, verläßt; P p Fig. 253. sei die Richtung der Polarisationsebene der auffallenden Strahlen, und Q q die Richtung der darauf senkrechten Ebene. Die Strahlen, die in dem mit Pp zusammenfallenden Hauptschnitte sich befinden, werden nur die gewöhnliche Brechung erleiden und auch ihren Polarisationszustand behalten; die in der auch mit einem Hauptschnitte zusammenfallenden Ebene Q q einfallenden Strahlen werden nur auf die ungewöhnliche Weise gebrochen, und ihre Polarisationsebene steht auf Q q senkrecht, mithin zu P p parallel, somit bleibt ihr Polarisationszustand ungeändert. Kommen nun die in den Ebenen P p und Q q befindlichen Strahlen in eine Turmalinplatte, deren optische Axe zu der Ebene P p parallel ist, so werden sie daselbst nur die gewöhnliche Brechung erfahren, und somit beim Durchgange absorbirt werden, weshalb das durch das Turmalinplättchen sehende Auge in den Richtungen P p und Q q ein schwarzes Kreuz wahrnimmt, das sogleich in ein weißes übergeht, wenn man das Turmalinplättchen in seiner Ebene um 90° gedreht hat, weil dann die besprochenen Strahlen auf die ungewöhnliche Weise gebrochen und daher durchgelassen werden.

Fig. 253



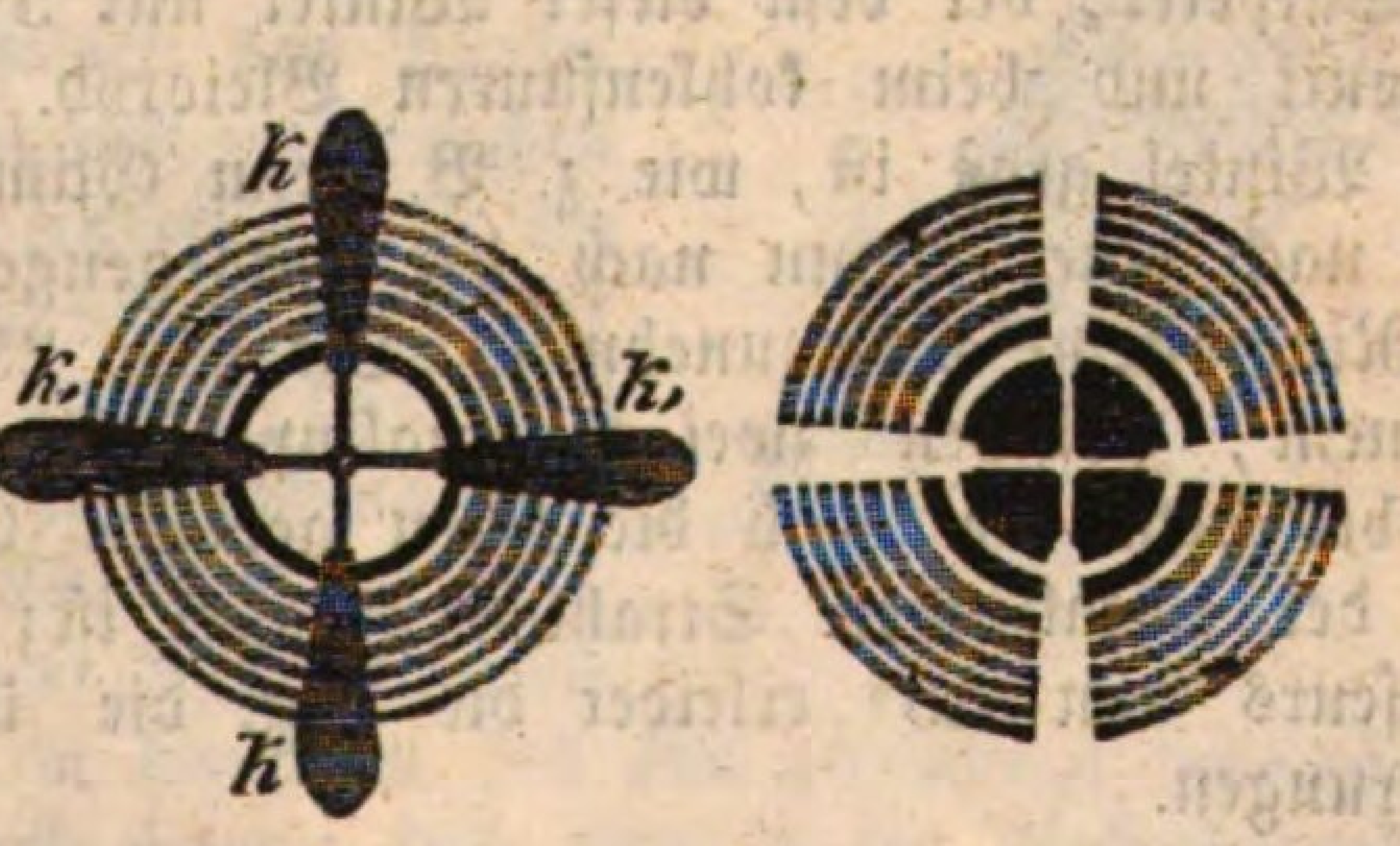
Das hinter dem Turmalinplättchen befindliche und auf das horizontal liegende Kalkspathplättchen sehende Auge O empfängt offenbar einen Lichtkegel, dessen Scheitel O ist, und dessen Axe mit der optischen Axe des Plättchens K zusammenfällt; beschreiben wir in C irgend einen Kreis, und untersuchen die Wirkung des Kalkspathes auf die durch die Peripherie dieses Kreises gehenden Strahlen; so finden wir, daß, mit Ausnahme der in den Punkten D, E, F, G austretenden, alle andern im Kalkspathe doppelt gebrochen werden; das gewöhnliche Bündel O erscheint immer in dem durch den Einfallspunkt und durch C gehenden Hauptschnitte, das ungewöhnlich

O in einer darauf senkrechten Ebene polarisirt. In der Richtung, welche das gewöhnliche Bündel eines Lichtstrahls nach seinem Austritte aus dem Kalkspathe nimmt, befindet sich auch das ungewöhnliche Bündel E eines nahen benachbarten Lichtstrahls; beide nun in der nämlichen Richtung zum Auge fortschreitende Strahlen sind unter einem rechten Winkel polarisirt, aber sie kommen nicht in übereinstimmenden Phasen ins Auge, da wegen der Ungleichheit der Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Kalkspathe ein Unterschied in der Phasenzeit sich einstellt, der sich nicht ändert, wenn beim Eintritte in das Turmalinplättchen O in O o und O e, und E in E o und E e sich spaltet, wovon O o und E o die gewöhnliche Brechung erleiden, und in der Ebene P p polarisirt sind, daher verschwinden; O e und E e dagegen ungewöhnlich gebrochen und in der nämlichen Ebene Q q polarisirt, daher durchgelassen werden, und eine Interferenzerscheinung erzeugen. Das Auge sieht beim Gebrauche des weißen Lichtes den ganzen Kreis von der nämlichen Farbe, oder wie man sagt, isochromatisch; die in einem weiteren Abstande von C durchgehenden und zum Auge gelangenden Strahlen machen einen längeren Weg durch das Plättchen von Kalkspath, daher wird der Phasenunterschied zwischen O und E größer, und somit der Ring anders gefärbt erscheinen. Das Auge sieht daher eine Reihe von farbigen concentrischen Ringen, deren Farben aus denselben Gründen wie bei den früher besprochenen Farbenerscheinungen in complementäre übergehen, wenn man den Analyseur um 90° dreht.

Wird das Kalkspathplättchen dünner, so werden die Ringe größer, weil zur Bildung eines Ringes von einer bestimmten Ordnung immer ein gewisser Phasenunterschied erforderlich ist, der bei einem dünnen Plättchen erst dann die erforderliche Größe erreicht, wenn die ins Auge kommenden Strahlen schiefer durch das Plättchen gehen.

Dieselben Farbenringe bieten auch alle andere einarige Krystalle mit Ausnahme des Bergkrystalls dar, wenn sie von Ebenen begrenzt sind, die auf der Axe senkrecht stehen; nur erscheint die Größe der Ringe von der nämlichen Farbe vom Brechungsexponenten des Krystalls abhängig. Die Fig. 254. stellt die Beschaffenheit der Ringe vor.

Fig. 254.



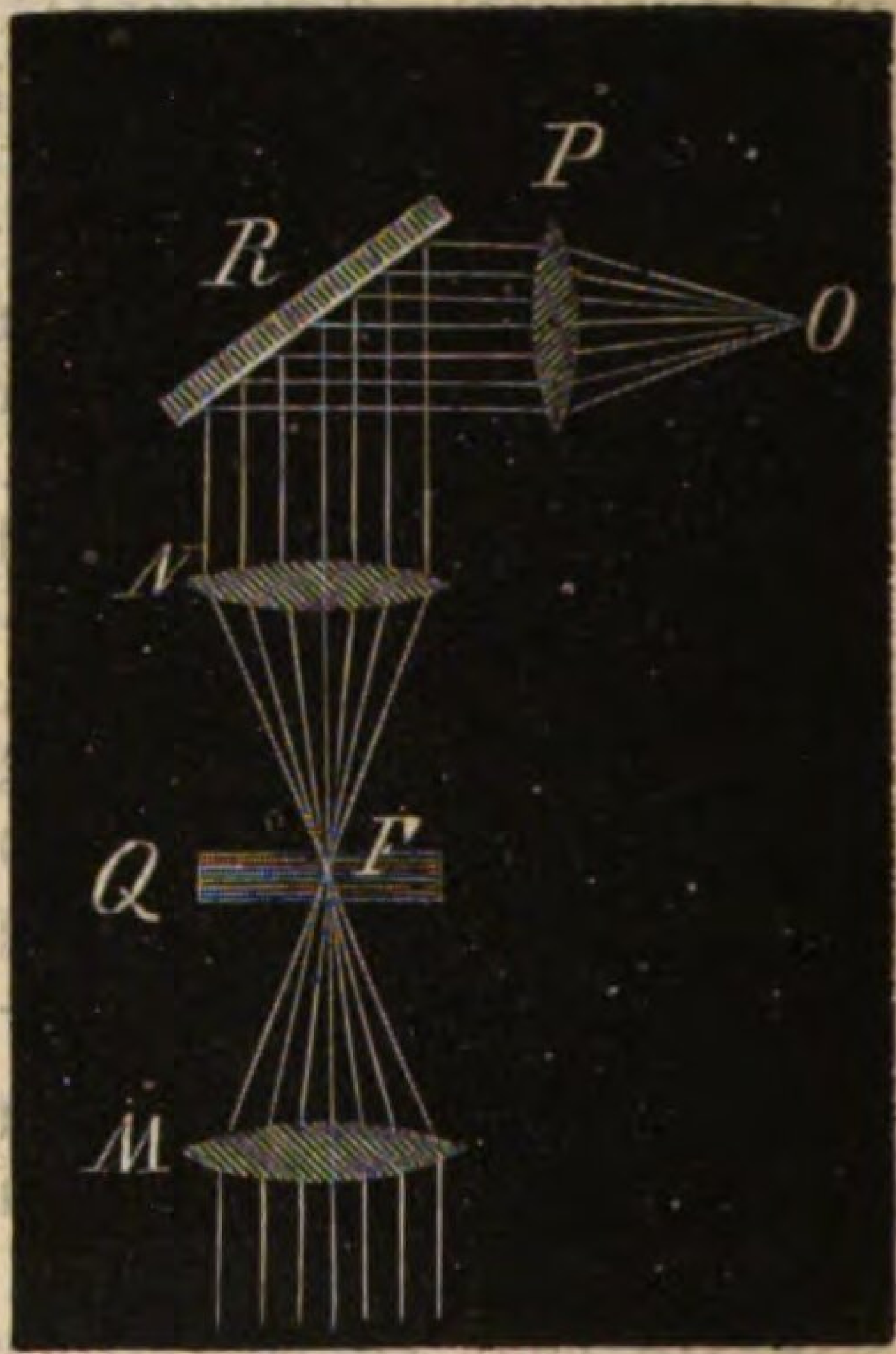
Die Farbenringe erscheinen viel schöner, wenn man Nicol's Prisma statt des Turmalins zum Analyseur nimmt. — Die Ringe erscheinen doppelt, aber von complementären Farben, wenn man die Krystallblättchen mittelst eines Kalkspath-Rhomboeders oder Rochon's Prisma betrachtet.

Der einfachste Apparat zur Darstellung der Farbenringe ist die sogenannte Turmalinzange, die aus zwei eingefaßten und durch eine Feder gegen einander gedrückten, senkrecht auf die Axe geschnittenen Turmalinplättchen besteht, zwischen die das auf die Axe senkrecht geschnittene Krystallplättchen gebracht wird; das erste Plättchen durch welches das gewöhnliche Licht eintritt, polarisirt das Licht, das andere dient als Zerleger. Kreuzen sich die Axen, so sieht man, wenn

man die Vorrichtung gegen den hellen Himmel oder gegen eine helle Wand wendet, die Ringe mit dem schwarzen Kreuz.

Um an Nörrenberg's Polarisationsinstrumente die Farbenringe zu beobachten, befindet sich oberhalb der polarisirenden Glasplatte eine verschiebbare Sammellinse M, Fig. 255., in deren Brennweite das senkrecht auf die Are geschnittene Krystallplättchen B sich befindet; die Linse M bewirkt, daß die parallel auffallenden polarisirten Strahlen nach ihrem Austritte aus der Linse, einen Strahlenkegel bilden, dessen Spitze F in die Krystallplatte Q fällt; und weil die Linse M nur die vertikalen Strahlen in F vereinigt, so bewirkt sie, daß nur vollständig polarisirte Strahlen an der Krystallplatte vereinigt werden. Um die aus Q austretenden divergirenden Strahlen dem analysirenden Theile, nämlich einer an der Hinterseite geschwärzten Glasplatte zuzuführen, dient eine zweite Linse N, deren Are mit der Are von M zusammenfällt, und deren Abstand von F gleich ihrer Brennweite ist, weshalb die Strahlen in parallelen Richtungen die zerlegende Platte R treffen, von wo sie mit den durch Interferenz erzeugten Modificationen auf die Loupe P gelangen, in deren Brennweite sich das Auge O befindet. Bei gehöriger Brennweite der Linse P wird der Winkel, den die einzelnen Strahlen mit der Are des Strahlenkegels nach dem Austritte aus P bilden, kleiner, als der, den diese Strahlen beim Austritte aus Q einschließen, weshalb die Ringe kleiner aber sehr lebhaft erscheinen. Die Linsen N und P befinden sich sammt dem Zerleger in einer Fassung und heißen zusammen Airy's Ocular.

Fig. 255.

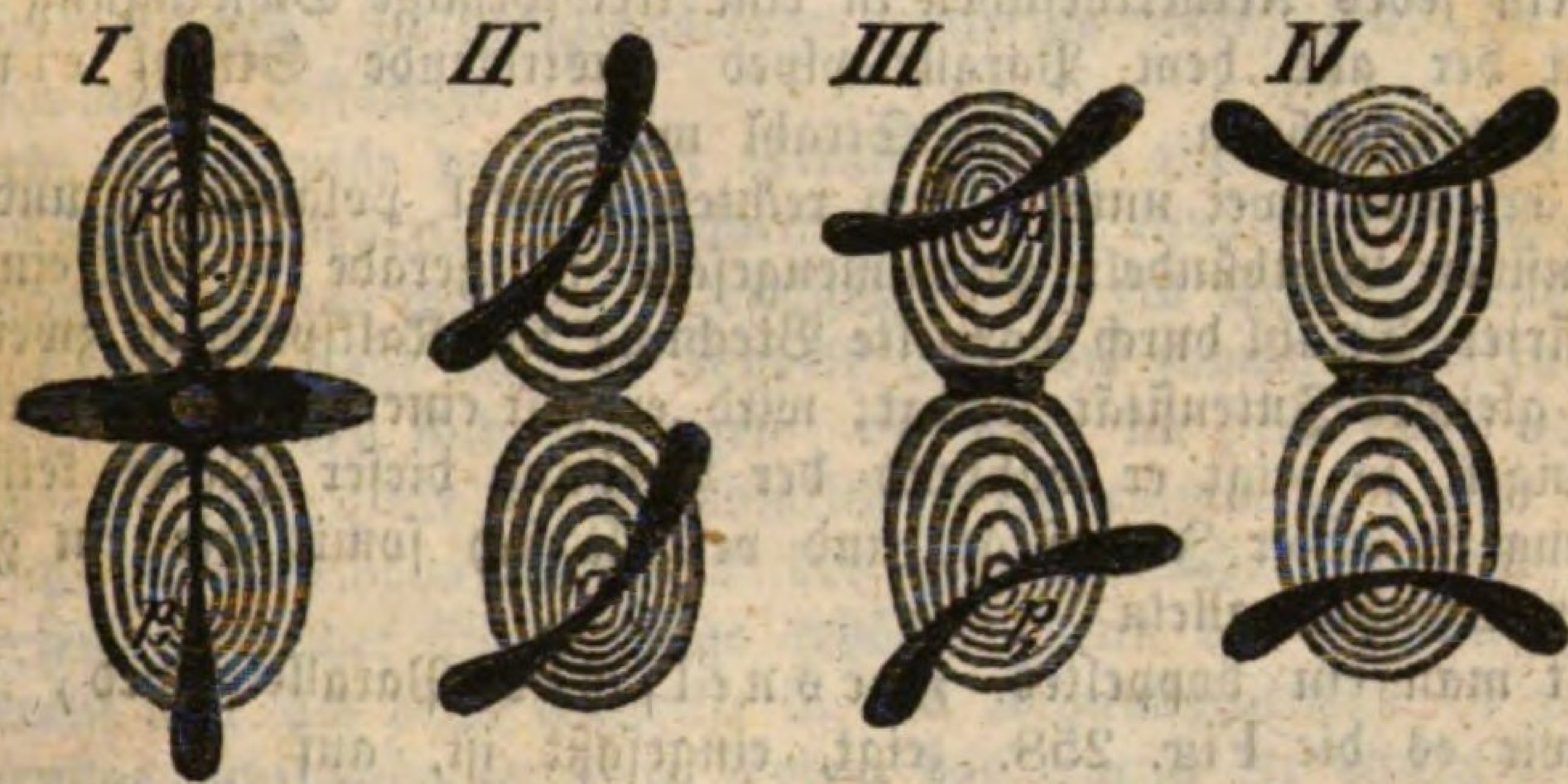


2. Aus zweiarigen Krystallen schneidet man Platten aus, die von Ebenen begrenzt sind, welche senkrecht stehen auf der Linie, die den von den optischen Aren eingeschlossenen Winkel halbirt; man beobachtet an ihnen um jede Are ein eigenes Ringsystem, und erhält beide im Gesichtsfelde, wenn die Aren nur einen kleinen Winkel einschließen, wie z. B. beim Salpeter, bei dem dieser Winkel nur 5°, 20′ beträgt; eben so beim Arragonit und beim kohlensauren Bleioryd. Bei Krystallen, bei denen dieser Winkel groß ist, wie z. B. beim Glimmer, muß man die Platte zuerst nach einer, dann nach der entgegengesetzten Richtung neigen, um beide Ringsysteme wahrzunehmen. Die Fig. 256 stellt in I die Farbenringe an einem, zwischen zwei Turmalinplättchen befindlichen Salpeterkrystall dar, bei dem die durch die Aren gehende Ebene mit der Polarisationsebene der einfallenden Strahlen parallel ist; während einer Drehung des Analyseurs von 45° erleidet die Fig. die in II. III. IV. angegebenen Aenderungen.

Bringt man vor ein zur Are parallel geschnittenes Turmalinplättchen eine Kalkspathplatte, die senkrecht gegen die Are geschnitten ist, und sieht durch beide nach einer Lichtquelle hin, so müssen Farbenringe zum Vorschein kommen, sobald das Licht polarisirt ist. Aus der Beschaffenheit der Farbenringe an Krystallplatten kann man erkennen, ob der Krystall ein- oder zweiarig ist, man hat nur nöthig die Richtungen

der Schnitte, durch die man Platten erhält, so lange abzuändern, bis man Farbenringe erhält; sieht man nur ein System, so ist der Krystall einarig; bei zweiarigen erscheinen

Fig. 256.



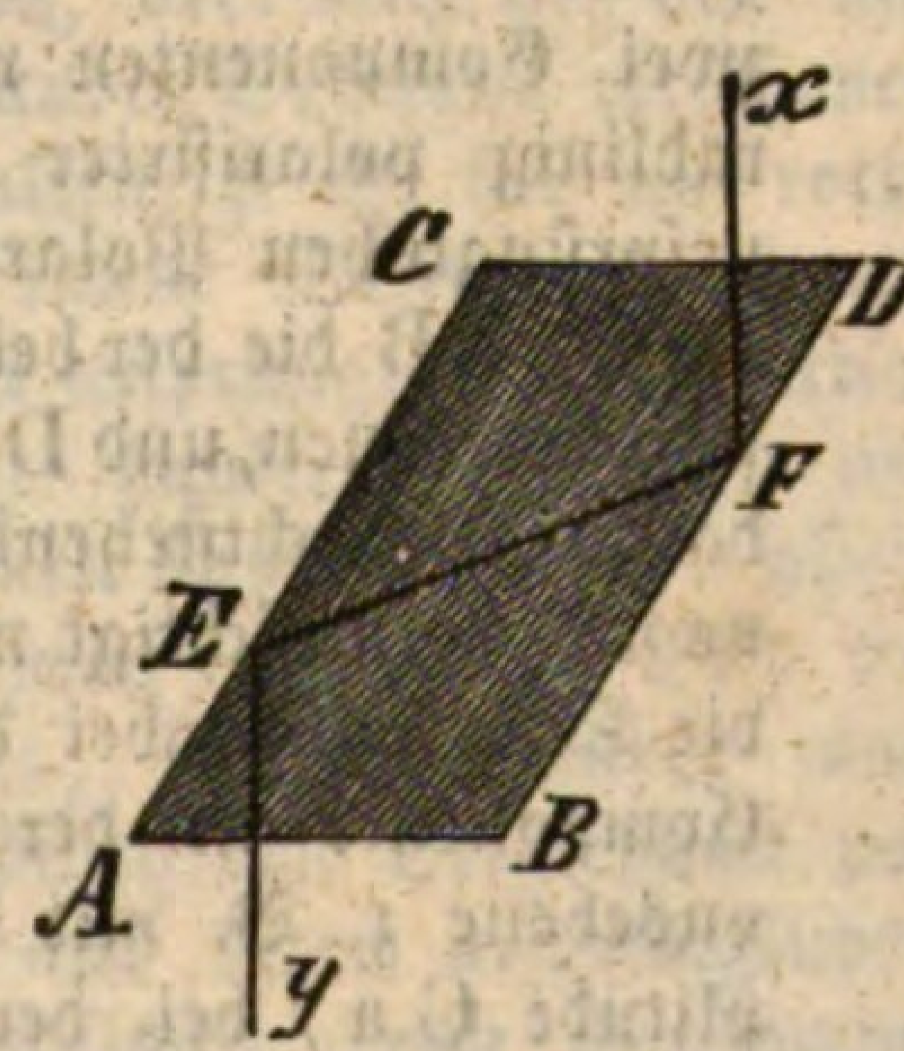
zwei Ringsysteme. Es ist sogar möglich, aus dem gegenseitigen Abstande der Pole der beiden Ringsysteme und der Stellung des Auges die Neigung der optischen Aren gegen einander zu bestimmen. — Aus dem Verhalten der Krystalle im polarisirten Lichte läßt sich selbst eine geringe Verschiedenheit in der Bauart und der chemischen Zusammensetzung der Krystalle erkennen.

Brewster fand, daß ein einariger Krystall, den man senkrecht gegen die Are drückt, zwei Ringsysteme zeigt, und daher zweiarig wird.

Man hat auch Apparate zur objektiven Darstellung der Polarisationserscheinungen construirt. Siehe Kunzeks Lehre vom Lichte, zweite Auflage.

§. 177. Circuläre Polarisation. 1. Durch Reflerion. Es sei AD Fig. 257. der nach der Reflerionsebene genommene Durchschnitt eines Parallelepipeds von Glas, bei dem jeder der spitzigen Winkel A und D 45°.5 zählt, wenn das Brechungsverhältniß des Glases = 1.51 ist, und das so aufgestellt wird, daß die Reflerionsebene eines senkrecht auf die Fläche AB einfallenden geradlinig polarisirten Strahls mit der Polarisationsebene desselben den Winkel von 45° einschließt. Der Strahl tritt ungebrochen ein, wird in E und in F total reflectirt, trifft die Fläche CD in senkrechter Richtung, und tritt hier ungebrochen hinaus. Fresnel hat nun nachgewiesen, daß bei der angenommenen Gestaltung des Parallelepipeds und dieser Stellung der Reflerionsebene AD eine jede innere Reflerion zwischen den beiden Lichtbündeln, in die man sich den geradlinig polarisirten Strahl zerlegt denken kann, und wovon das eine in der Reflerionsebene und das andere senkrecht darauf polarisirt ist, einen Gangunterschied von $\frac{1}{8}$ einer Wellenlänge bewirkt; daher beträgt der Gangunterschied nach den zwei Reflerionen in E und in F den vierten Theil einer Wellenlänge und da auch bei der angegebenen Stellung der Reflerionsebene bezüglich

Fig. 257.



der Polarisationsebene des einfallenden Strahls beide Lichtbündel gleiche Intensität haben, und zugleich die ihnen zugehörigen Aethertheilchen in Richtungen schwingen, die einen rechten Winkel bilden; so wird nach der zweiten inneren Reflexion durch Interferenz beider Lichtbündel vermöge §. 117. ein jedes Aethertheilchen in eine kreisförmige Schwingung versetzt, und somit der aus dem Parallelepiped austretende Strahl circulär polarisirt erscheinen. Dieser Strahl wird:

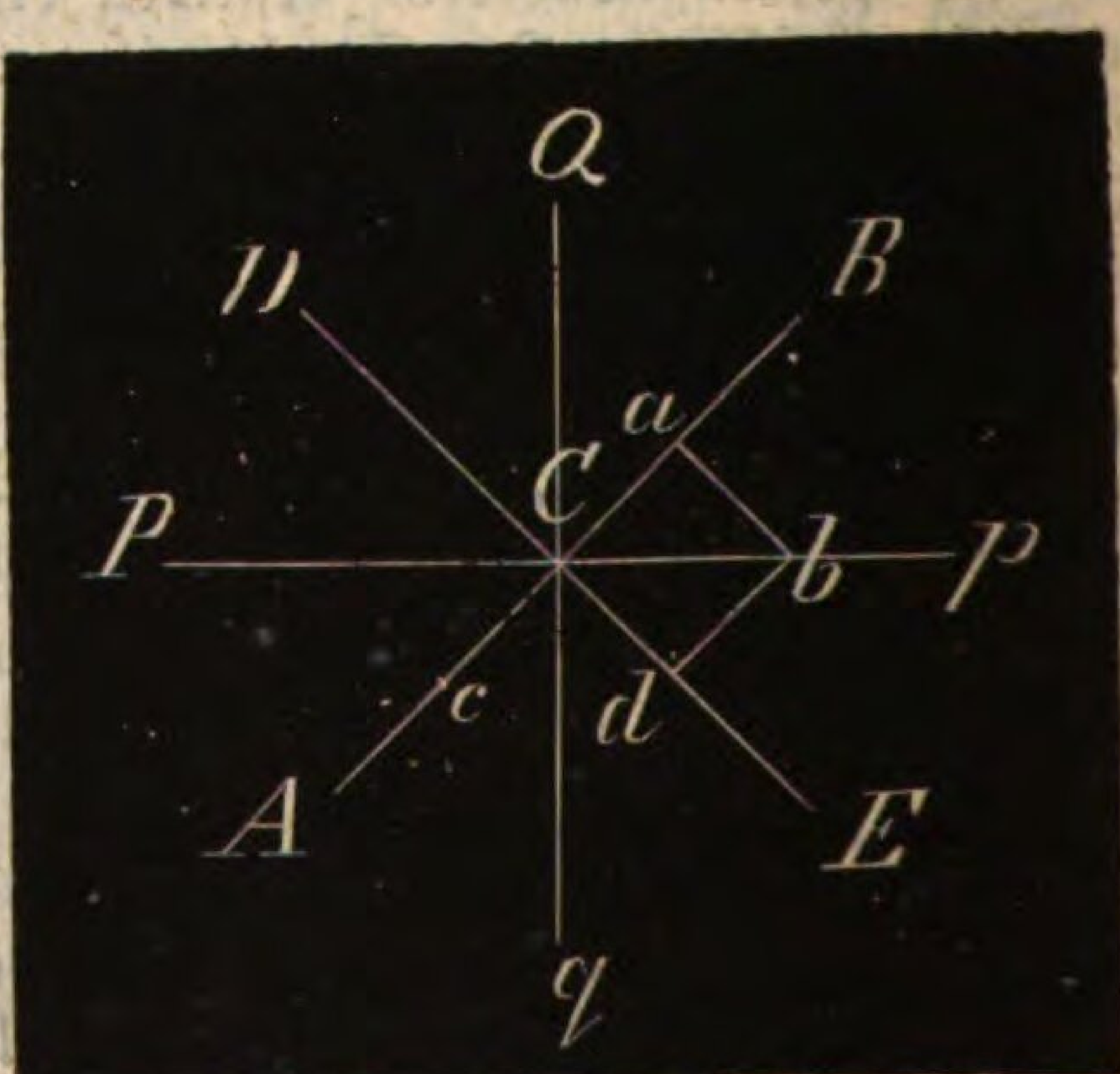
a) da er aus zwei unter einem rechten Winkel polarisirten und gleich intensiven Lichtbündeln zusammengesetzt ist, gerade so wie ein unpolarisirter Strahl durch doppelte Brechung im Kalkspath in zwei Theile von gleicher Intensität zerlegt; wird er mit einer Turmalinplatte aufgefangen, so zeigt er während der Drehung dieser Platte keine Aenderung in seiner Intensität, und verhält sich somit wie ein gewöhnlicher Strahl; allein

b) stellt man ein doppeltes Fresnel'sches Parallelepiped, welches so wie es die Fig. 258. zeigt, eingefaßt ist, auf das Tischchen des Polarisationsinstruments, so tritt der im ersten Parallelepiped circulär polarisirte Strahl wieder senkrecht in das zweite vollkommen gleiche Prisma ein, erleidet daselbst abermals eine zweimalige totale Reflexion, und verhält sich nach seinem Austritte wie ein geradlinig polarisirter Strahl, dessen Polarisationsebene mit der Ebene, in welcher die Reflexionen Statt finden, stets einen Winkel von 45° bildet; denn die zwei inneren Reflexionen im zweiten Parallelepiped, die unter gleichen Verhältnissen wie im ersten, erfolgen, erhöhen den Gangunterschied zwischen den zwei gleich intensiven Componenten des geradlinig polarisirten Strahls auf eine halbe Undulation; aber bei diesem Unterschiede entsteht durch Interferenz der zwei Componenten wieder eine geradlinige Schwingung, also ein geradlinig polarisirter Strahl. Ist Pp Fig. 259. die Richtung der ursprünglichen Polarisationsebene, AB die der beiden Reflexionsebenen, und DE die der darauf senkrechtstehenden Ebene und berücksichtigt man, daß die Schwingung bei der einen Componente in der Reflexionsebene z. B. mit der Amplitude Ca, bei der andern senkrecht darauf z. B. mit der Amplitude Cd erfolgt, und wegen der gleichen Intensität der Strahlen auch die Amplituden gleich sind, der eine Strahl aber um eine halbe Schwingung voraus ist, daher z. B. schon den Weg

Fig. 258.



Fig. 259.



von C nach e, und zurück nach E gemacht hat, so wird ersichtlich, daß die Schwingungen des zusammengesetzten Strahls in der Richtung e b, die mit der Reflexionsebene den Winkel von 45° bildet, Statt finden, weshalb auch die Polarisationsebene Q q dieses Strahls mit der Reflexionsebene den Winkel von 45° einschließt, und auf der ursprünglichen Polarisationsebene senkrecht steht, was die Versuche vollkommen bestätigen.

c) Geht ein circulär polarisirter Strahl durch ein Gypsblättchen, über dem eine geschwärzte Metallplatte mit einer runden Oeffnung in der Mitte liegt, und wird die Oeffnung durch ein Kalkspath-Rhomboeder angesehen, so sieht man sie doppelt und von complementären Farben; allein die Farben sind diejenigen, die man im geradlinig polarisirten Lichte bei einer Dicke des Gypsblättchens wahrnimmt, die den Gangunterschied des gewöhnlichen und des ungewöhnlichen Strahls um den vierten Theil der Wellenlänge erhöhet; denn der circulär polarisirte Strahl läßt sich beim Eintritte in das Krystallplättchen in zwei gleich intensive Lichtbündel zerlegen, wovon das eine in der Ebene des Hauptschnittes des Plättchens, das andere in einer darauf senkrechten Ebene polarisirt ist, und zwischen denen schon ein Gangunterschied von ¼ Wellenlänge besteht; daher gehen diese Lichtbündel unverändert hindurch, und müssen sich bei der Zerlegung mittelst eines Kalkspath-Rhomboeders so verhalten, wie geradlinig polarisirtes Licht, nur mit dem Unterschiede, daß man zu dem Gangunterschiede, der sich aus der ungleichen Fortpflanzungsgeschwindigkeit im Plättchen ergibt, noch ¼ einer Wellenlänge hinzu addiren muß.

Nach diesen eben angegebenen Eigenschaften läßt sich der circulär polarisirte Strahl vom geradlinig polarisirten, so wie vom gewöhnlichen Strahle leicht unterscheiden.

2. Circuläre Polarisation erzeugt durch Brechung. Legt man auf das Tischchen des Polarisationsinstrumentes eine senkrecht auf die Axe zugeschnittene Bergkrystallplatte, darauf, oder auch auf den unteren Spiegel einen geschwärzten mit einer kleinen runden Oeffnung versehenen Deckel, hält darüber, um homogenes Licht zu erhalten, z. B. ein nur rothe Strahlen durchlassendes Glas, und betrachtet die runde Oeffnung mittelst eines Nicol'schen Prisma's, dessen Hauptschnitt zur ursprünglichen Polarisationsebene parallel ist; so wird die Oeffnung nicht dunkel erscheinen, wie bei andern einaxigen senkrecht auf die Axe geschnittenen Krystallplatten; allein

a) dreht man das Prisma langsam, so findet man, daß das Bild bei einem gewissen Drehungswinkel verschwindet, hieraus schließt man mit Recht, daß die Polarisationsebene des durch den Bergkrystall parallel zu dessen Axe durchgehenden Strahls aus ihrer ursprünglichen Lage um den Winkel gedreht worden ist, welchen beim Verschwinden des Lichtes der Hauptschnitt mit der ursprünglichen Polarisationsebene bildet.

b) Nimmt man nun das Bergkrystallplättchen weg, und bringt an dessen Stelle ein anderes aus demselben Krystall geschnittenes von 2, 3, 4.. nmal größerer Dicke, so verschwindet das Bild der Oeffnung erst dann, wenn der Drehungswinkel 2, 3, 4... nmal größer geworden ist; woraus folgt, daß der Winkel, um welchen die Polarisationsebene des

Strahls, der in der Richtung der Axe durch die Bergkrystallplatte geht, während des Durchgangs gedreht wird, der Dicke des Plättchens direct proportionirt ist.

c) Es gibt zwei Bergkrystall-Varietäten, eine dreht die Polarisationsebene des durchgehenden Strahles rechts, die andere links; zwei aufeinandergelegte Bergkrystallplatten verstärken oder schwächen die Drehung, je nachdem sie die Polarisationsebene nach derselben oder nach entgegengesetzter Richtung drehen.

d) Der Drehungswinkel der Polarisationsebene nimmt bei unveränderter Dicke des Bergkrystallplättchens mit der Brechbarkeit des Lichtes zu, daher können bei Anwendung des weißen Lichtes bei keinem Drehungswinkel alle farbigen Strahlen zugleich verschwinden, sondern es müssen die zur Axe parallel gehenden Strahlen bei jeder Stellung der Turmalinplatte eine gewisse Färbung erzeugen. Bringt man das Bergkrystallplättchen zwischen zwei Turmalinplättchen oder zwischen zwei Nicol'sche Prismen, deren Hauptschnitte auf einander senkrecht stehen, so beobachtet man im weißen Lichte concentrische Farbenringe ohne schwarzes Kreuz, und an der Stelle des dunklen Flecks in der Mitte eine gleichförmige von der Dicke des Plättchens abhängige Farbe; beim Drehen des Analyseurs ändert sich diese Farbe und zwar in der Ordnung, in welcher die Farben im prismatischen Farbenbilde auf einander folgen; war z. B. anfänglich die Mitte roth, so wird sie bei zunehmender Drehung orange, gelb, grün, blau und endlich dunkel violett, und dieß bei einer Drehung nach rechts, wenn der Krystall ein rechtsdrehender ist, oder bei einer Drehung nach links, wenn der Krystall zu den linksdrehenden gehört. Will man nun die Färbung in der Mitte des Plättchens beobachten, so legt man es nur auf das Tischchen des Polarisationsinstruments und gebraucht den schwarzen Spiegel als Zerleger. Legt man zwei gleich dicke Bergkrystallplatten, deren eine rechts, die andere links drehend ist, auf einander, oder auch nur eine auf den unteren Spiegel des Nörrenberg'schen Apparates, so erhält man in convergirendem Lichte eine unter dem Namen der Airy'schen Spiralen bekannte Farbenerscheinung.

e) Biot entdeckte, daß es viele organische Flüssigkeiten gibt, die das Vermögen besitzen, die Polarisationsebene des durchgehenden Lichtes zu drehen, und bewies durch Versuche, daß bei allen mit Ausnahme der Weinsteinsäure, die Drehung nach demselben Gesetze erfolge, wie beim Bergkrystall, doch ist der Drehungswinkel bei gleicher Dicke bedeutend kleiner (bei den wirksamsten 30 bis 40mal kleiner) als beim Bergkrystall, weshalb man längere Flüssigkeitssäulen braucht, um meßbare Ablenkungen der Polarisationsebene zu bekommen. Einige Flüssigkeiten drehen rechts, andere links. Rechtsdrehende sind z. B. Citronenöl, eine Lösung von Rohrzucker, von festem Traubenzucker, Runkelrübensaft, Dextrin, eine Lösung von Kampfer in Alcohol; zu den links drehenden gehören: Terpentinöl, Lorberöl, Gummi, Traubenzucker, solange er noch in Pflanzensäften im flüssigen Zustande ist. — Eine Mischung mehrerer Flüssigkeiten, die das Vermögen, die Polarisationsebene zu drehen, besitzen, bewirkt eine Drehung, der die algebraische Summe

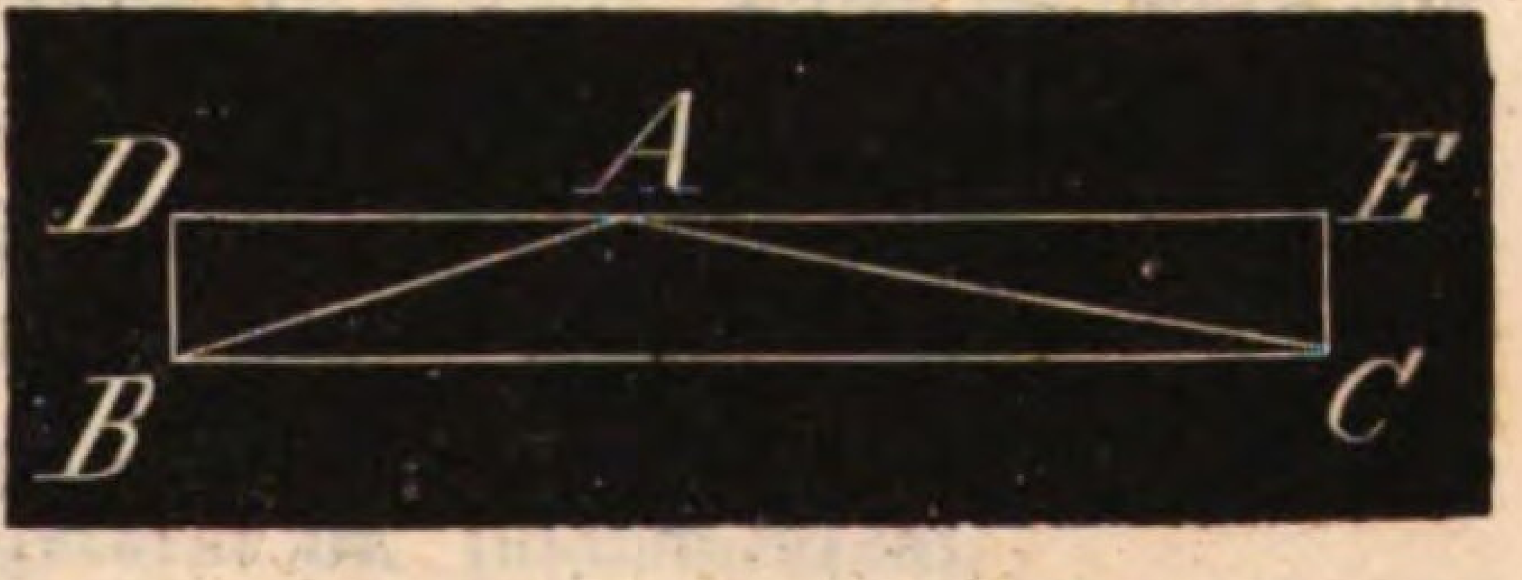
der Drehungswinkel gleich ist, die jede Flüssigkeit für sich allein bewirkt haben würde.

Um eine ganz geringe Drehung wahrzunehmen, und das Drehungsvermögen genau zu bestimmen, gebraucht man nach Soleil zwei gleich dicke Bergkrystallplatten und zwar von der Dicke 7.5 Millimeter, von denen die eine rechts, die andere links drehend ist; diese werden neben einander gekittet, dann abgeschliffen und polirt; bringt man diese Doppelplatte dicht hinter ein Nicol'sches Prisma, das als Polariseur dient, und betrachtet sie mittelst eines zweiten, dessen Hauptschnitt auf dem des ersten senkrecht steht; so zeigt die Platte einen zwischen Roth und Violett befindlichen Farbenton an beiden Hälften; diese Gleichheit verliert sich bei der geringsten Drehung des Ocularprisma's oder der Polarisationsebene, so daß die eine Hälfte sogleich roth, die andere blau erscheint. Man nennt diesen zwischen Roth und Violett liegenden Farbenton, der zur Pointirung ganz vorzüglich geeignet ist, die Uebergangsfarbe (teinte de passage) oder auch den empfindlichen Farbenton (couleur sensible).

Stellt man zwischen das Ocularprisma und die Doppelplatte die das Licht circulär polarisirende Flüssigkeit in einer messingenen mit ebenen Glasplatten verschlossenen, und in der Mitte mit einem kleinen zur Füllung dienenden Trichter versehenen Röhre von 90 bis 100 Linien Länge; so verliert sich die Gleichheit der Färbung an der Querplatte, wird aber wieder hergestellt, wenn man das Ocularprisma um einen gewissen Winkel gedreht hat, der dann die Größe der Drehung der Polarisationsebene durch die Flüssigkeit angibt. Füllt man die Röhre mit einem zuckerhaltigen Safte an, so hat man ein Sacharimeter, indem aus der Größe der Drehung der Polarisationsebene der Gehalt an Zucker in der Flüssigkeit leicht berechnet werden kann, indem die Größe des Drehungswinkels der Polarisationsebene bei unveränderter Länge der Flüssigkeitssäule mit der Menge des gelösten Zuckers im geraden Verhältnisse wächst. Noch genauer ist die Bestimmung des Zuckergehaltes möglich mit Soleil's Sacharimeter, der bereits eine ausgedehnte Anwendung genommen hat. Siehe Kunzek's Lehre vom Lichte zweite Auflage.

§. 178. Erklärung der circulären Polarisation erzeugt durch Brechung. Fresnel, dessen Scharfsinne wir die Erklärung verdanken, zeigte, daß der durch einen Bergkrystall durchgehende, ungetheilt gebliebene Strahl aus zwei Bündeln besteht, die mit verschiedener Geschwindigkeit durch den Krystall fortschreiten, und von denen das eine rechts, das andere links circulär polarisirt ist. Es sei BAC Fig. 260. ein Prisma aus Bergkrystall, bei dem der Winkel A 150° beträgt, und dessen Seiten gegen die zu BC parallele Axe gleich geneigt sind. Auf jede Seite kittet man die Hälfte eines ganz gleichen Prisma's, das jedoch die Polarisationsebene rechts dreht, wenn das erstere die Drehung nach links bewirkt. Leitet man senkrecht auf BD einen geradlinig polarisirten homogenen Strahl, so sollte dieser nach den gewöhnlichen Brechungsgesetzen ungebrochen, und da er in der Richtung der optischen Axe fortschreitet, auch einfach durch das Prisma durchgehen; wird jedoch der Strahl bei seinem Eintritte in zwei circulär und entgegengesetzt polarisirte Bündel R und L getheilt, wovon das eine z. B. R sich schneller als das andere bewegt, so muß beim Uebergange in das zweite mit einem entgegengesetzten Drehungsvermögen begabte Prisma, wo L schneller und R langsamer fortschreitet, das Bündel R zum, und das

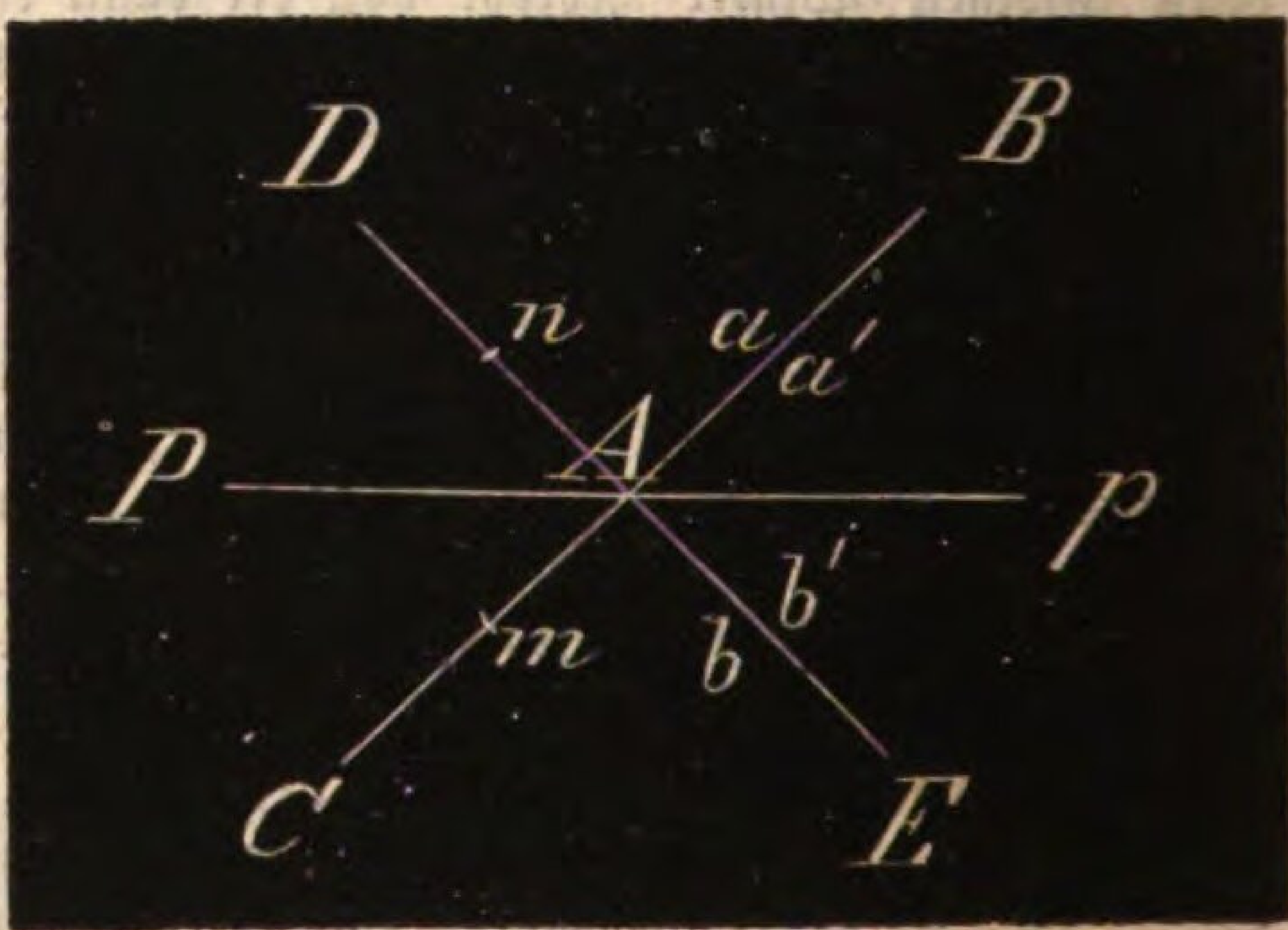
Fig. 260.



andere vom Einfallslothe, mithin das erstere abwärts und das andere aufwärts gebrochen werden; sie fahren also auseinander und dieß noch mehr beim Uebergange in das Prisma ACE. Auf diese Weise erhielt Fresnel zwei einen merklichen Winkel mit einander bildende Strahlen, die sich bei der Untersuchung als circulär und entgegengesetzt polarisirt bewährten. — Diese Thatsache nöthigt eine besondere Anordnung der Theilchen im Bergkrystall anzunehmen, vermöge welcher die Elasticität des Aethers rings um die Axe in der Drehungsrichtung von der Rechten zur Linken eine andere ist, als in der entgegengesetzten Richtung, weshalb die zwei circulär polarisirten Bündel, in die der geradlinig polarisirte Strahl beim Eintritte in den Bergkrystall getheilt wird, mit verschiedener Geschwindigkeit sich fortpflanzen.

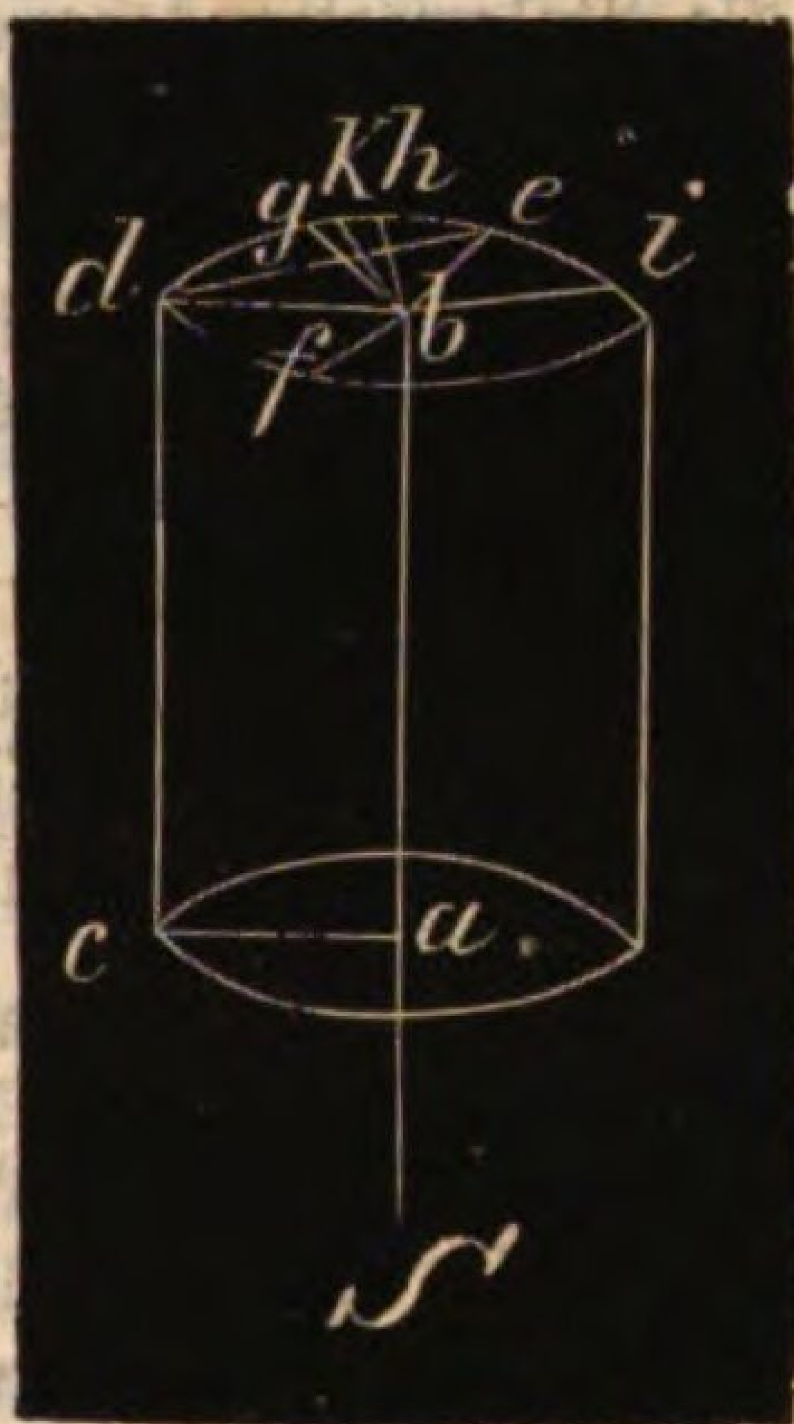
Der einfallende geradlinig polarisirte Strahl kann in zwei gleich intensive Lichtbündel A und B, Fig. 261, zerlegt werden, deren Schwingungsebenen CB und DE mit der anfänglichen Polarisationsebene Pp die Winkel + 45° und — 45° einschließen; jedes derselben läßt sich wieder in zwei parallele, gleich intensive Componenten zerlegen, zwischen denen ein Gangunterschied von $\frac{1}{4}$ Wellenlänge besteht; es seien a, a′ die Componenten von A, und b, b′ jene von B; die Schwingungsebene des ersten Paares ist CB; die des anderen DE. Die Phase von a ist um $+\frac{\lambda}{8}$ und die von a′ um $-\frac{\lambda}{8}$ verschieden von A; eben so ist die Phase von b um $+\frac{\lambda}{8}$ und die von b′ um $-\frac{\lambda}{8}$ verschieden von B, wo λ eine Wellenlänge bedeutet. Nehmen wir an, daß, wenn kein Gangunterschied zwischen den Strahlen Statt fände, A zur Schwingung nach den Richtungen AC und AD angeregt würde; nun sind die Lichtbündel a und b′ entgegengesetzt polarisirt, und ihre Phasen um $\frac{\lambda}{4}$ verschieden, so daß sich das Theilchen A bereits in m befindet, wenn es von b′ in einer zu AD parallelen Richtung zur Schwingung angeregt wird; sie setzen sich daher zu einem circulär polarisirten Strahl R zusammen, in welchem die Drehung nach rechts Statt findet. Aus gleichem Grunde bilden die beiden Bündel b und a′ einen circulär polarisirten Strahl L, bei dem die Drehung nach links geschieht; R und L schreiten im Bergkrystalle mit ungleicher Geschwindigkeit fort, und müßten sich deshalb von einander trennen, wenn die Austrittsfläche gegen die Axe schief wäre; ist sie aber, wie wir annehmen, senkrecht, so bilden beide Bündel nach dem Austritte nur einen Strahl.

Fig. 261.



Ist a c Fig. 262. die Richtung der Schwingungen des einfallenden polarisirten Strahls S a bei seinem Eintritte in den Krystall, dessen Dicke ab wir so groß annehmen wollen, daß während der Zeit, in welcher das Licht in dem Krystalle den Weg ab zurücklegt, ein Theilchen c von R einen ganzen Umlauf vollendet, dagegen ein in entgegengesetzter Richtung kreisendes Theilchen von L nur einen Theil der Peripherie durchlaufen hat; so wird bei dem ersten circulär polarisirten Strahl R das Theilchen d an der Oberfläche in der nämlichen Zeit zur Bewegung angeregt, in welcher bei dem zweiten erst das Theilchen e zur Bewegung kommt. Der Winkel d b e = x gibt die Größe der Verzögerung von L an. Zerlegt man R in zwei Componenten a und b, deren Schwingungsebenen b g und b f mit bd die Winkel + 45° und — 45° einschließen, und von denen a um $\frac{\lambda}{8}$ voraus, und b um eben soviel zurück ist; eben so zerlegt man den Strahl L in zwei Componenten a′ und b′, deren Schwingungsebenen b h und b i mit b e die Winkel + 45° und — 45° bilden, und von denen a′ um $\frac{\lambda}{8}$ voraus, und b′ um eben so viel zurück ist.

Fig. 262.



Da a und a′, deren Schwingungsebenen b g und b h sind, um $\frac{\lambda}{8}$ voraus, mithin in übereinstimmenden Phasen und auch von gleicher Intensität sind, so setzen sie sich zu einem einzigen Strahle A zusammen, dessen Schwingungsebene den Winkel g b h = d b e — d b g — e b h = x — 90 halbirt. Ist b k die Gerade, die den Winkel g b h halbirt, so ist g b k = $\frac{x}{2}$ — 45 mithin d b k = $\frac{x}{2}$.

Die Lichtbündel b und b′, deren jedes um $\frac{\lambda}{8}$ zurück ist, lassen sich aus gleichem Grunde zu einem Strahle B zusammensetzen, dessen Schwingungsebene den Winkel f b i = f b d + d b e + e b i = x + 90° halbirt, mithin mit f b den Winkel $\frac{x}{2}$ + 45, und mit d b den Winkel $\frac{x}{2}$ einschließt, folglich mit der Schwingungsebene bk zusammenfällt.

Die Strahlen A und B, deren Schwingungsebenen zusammenfallen und die in ihrer Phasenzeit um $\frac{1}{4}$ einer Schwingungsdauer von einander verschieden sind, setzen sich zu einem einzigen geradlinig polarisirten Strahle zusammen, dessen Intensität doppelt so groß ist, als die eines einzigen Strahls, dessen Schwingungsebene aber mit der des einfallenden Strahls einen Winkel einschließt, welcher dem halben Verzögerungsraume gleich ist.

Ist die Dicke des Plättchens so beschaffen, daß der Verzögerungsraum d e einer ganzen Anzahl von Umläufen gleich ist, so wird die Schwingungsebene des austretenden Strahls mit der des eintretenden, daher auch die Polarisationsebene des ersten mit der des zweiten zusammenfallen. — Ist die Dicke des Plättchens 2, 3, . . nmal größer als a b, so wird auch der Verzögerungsraum und daher auch der Winkel d b k 2, 3, . . nmal größer; demnach nimmt auch der Winkel, um den sich die Polarisationsebene des austretenden Strahls dreht, in demselben Maße zu, wie die Dicke des Plättchens wächst. —

§. 179. **Elliptische Polarisation.** Nach den Gesetzen der schwingenden Bewegung entstehen jedesmal Schwingungen der Aethertheilchen in elliptischen Bahnen, deren Ebenen auf der Richtung des Strahls senkrecht stehen, wenn zwei entgegengesetzt und geradlinig polarisirte Strahlen in ungleichen Phasen zusammentreffen, und der Phasenunterschied weder $\frac{1}{2}$ noch eine ungerade Anzahl von Vierteln einer Schwingungsdauer beträgt, indem im ersten Falle ein geradlinig, im zweiten ein circulär polarisirter Strahl durch Interferenz erzeugt wird. Ein elliptisch polarisirter Strahl zeigt sich beim Durchgange durch ein Turmalinplättchen, oder durch ein Nicol'sches Prisma wie ein unvollkommen geradlinig polarisirter; wird er nämlich nach seinem Durchgange durch ein dünnes Krystallplättchen z. B. mittelst eines Kalkspath-Rhomboeders analysirt, so gibt er zwei Bilder von complementären Farben, welche Farben zwischen denen liegen, die an demselben Plättchen im geradlinig und circulär polarisirten Lichte wahrgenommen werden.

Ein geradlinig polarisirter Strahl wird in einen elliptisch polarisirten umgewandelt:

a) durch totale Reflexion im Inneren eines durchsichtigen, einfach brechenden Körpers, so wie auch

b) durch Reflexion an Metallflächen; jedoch darf in beiden Fällen die Reflexionsebene zur ursprünglichen Polarisationsebene weder parallel sein, noch auf ihr senkrecht stehen, auch darf der Einfallswinkel nicht 90° betragen. Bei der Reflexion an Metallflächen erlangt der geradlinig polarisirte Strahl die elliptische Polarisation erst bei einem bestimmten, von der Natur der Metallfläche abhängigen Einfallswinkel, so z. B. an einer Stahlplatte, deren Reflexionsebene mit der ursprünglichen Polarisationsebene den Winkel von 45° bildet, bei dem Einfallswinkel von 75°.

Hieraus folgt, daß zwischen den beiden Lichtbündeln, aus denen der geradlinig polarisirte Strahl zusammengesetzt gedacht wird, und wovon der eine in der Reflexionsebene, und der andere senkrecht zu ihr polarisirt ist, bei jeder unter den angegebenen Umständen vor sich gehenden Reflexion ein gewisser Gangunterschied herbeigeführt wird, welcher die Bildung einer elliptischen Schwingungsart im reflectirten Lichte veranlaßt; dieser Gangunterschied kann nach mehreren Reflexionen so groß werden, daß der elliptisch polarisirte Strahl wieder in einen geradlinig polarisirten übergeht; so z. B. wird der durch Reflexion an einer Stahlplatte bei dem Einfallswinkel von 75° entstandene elliptisch polarisirte Strahl wieder in einen geradlinig polarisirten übergehen, wenn er abermals von einer zweiten Stahlplatte unter dem Winkel

von 75° reflectirt wird, aber seine Polarisationsebene bildet mit der ursprünglichen einen Winkel, der kleiner ist als 45°, wodurch er sich von einem circulär polarisirten unterscheidet.

c) Nach Airy wird das Licht durch die doppelte Brechung im Bergkrystalle jedesmal elliptisch polarisirt, wenn der Lichtstrahl nicht längs der Axe durchgeht.

§. 180. Physiologische und chemische Wirkungen des Lichtes. Das Licht macht uns nicht allein die äußern Gegenstände sichtbar, sondern es spielt in der Natur noch eine andere nicht minder wichtige, aber noch nicht hinlänglich erforschte Rolle, dieß sowohl im unorganischen, als im organischen Reiche. Das Licht befördert manche chemische Verbindungen, bewirkt aber auch chemische Zerlegungen; jedoch ist die Kraft, chemische Wirkungen hervorzubringen, nicht allen farbigen Strahlen im gleichen Grade eigen, sondern sie ist im violetten Theile des Spectrums am größten, und nimmt gegen das rothe Ende rasch ab, so daß im rothen und gelben Lichte die chemischen Wirkungen fast gar nicht erfolgen; allein, wenn sie im violetten oder blauen begonnen haben, werden sie vom rothen und gelben Lichte fortgesetzt. Die chemische Wirksamkeit hat man sogar außerhalb des violetten Endes des Sonnenspectrums beobachtet, man schloß daraus, daß das Sonnenlicht besondere chemische Strahlen enthalte, zu denen man die blauen und violetten, und auch solche zählt, welche noch brechbarer sind, als die violetten.

Das Licht ist eine unerläßliche Bedingung für das Gedeihen des Thierlebens und für die vollkommene Ausbildung der auf einer höheren Stuffe organischer Entwickelung stehenden Pflanzen; nur unter der Mitwirkung des Lichtes wird die von den Pflanzen aus dem sie umgebenden Medium aufgenommene Kohlensäure zerlegt (§. 26.); es ist allgemein bekannt, daß der Abschluß des Sonnenlichtes dem menschlichen Organismus sehr nachtheilig ist, und krankhafte Zustände zur Folge hat.

Ein Gemenge von gleichen Theilen Chlor- und Wasserstoffgas in einem farblosen Glase bleibt im Dunklen lange unverändert, die Gase vereinigen sich aber zur Salzsäure im Tageslichte ziemlich schnell, im Sonnenlichte aber plötzlich und mit heftiger Verpuffung. — Salpetersäure verliert durch den Einfluß des Lichtes einen Theil ihres Sauerstoffes, und wird in Untersalpetersäure verwandelt. — Das weingelbe tropfbare Chlor wird, indem das Licht das Wasser zersetzt, in Salzsäure verwandelt, wobei der Sauerstoff in Freiheit gesetzt wird. — Chlorsilber wird unter Einwirkung des Lichtes zuerst violett, dann schwarz und endlich scheidet sich metallisches Silber aus. — Mit Jod- oder Bromsilber überzogenes Papier, auf das noch kein Licht eingewirkt hat, erleidet im rothen und im gelben Lichte keine Veränderung; war jedoch das Papier vorher dem Tageslichte, oder auch nur den violetten oder blauen Lichte eine kurze Zeit ausgesetzt und hat es dadurch eine Veränderung erfahren, so wird diese durch das rothe oder gelbe Licht weiter fortgesetzt.

§. 181. Photographie. Die Veränderungen, welche Chlor-, Jod- und Bromsilber durch den Einfluß des Lichtes erleiden, haben die Erfindung der Kunst veranlaßt, die Bilder der Camera obscura auf einer ebenen, für die Einwirkung des Lichtes empfänglich gemachten Fläche zu fixiren; diese Kunst heißt Photographie. Daguerre erfand das Verfahren, Lichtbilder auf Metallplatten zu erzeugen, Talbot ein anderes, sie auf eigens zubereitetem Papier und neuestens Niepçe ein drittes, sie auf Glas hervorzubringen; daher unterscheidet man drei Arten der Photo-

graphie; Daguerreotypie, Talbottypie (häufig auch Photographie genannt) und Niepçotypie.

Die wesentlichsten Umstände des Daguerre'schen Verfahrens sind bereits in der Experimentalphysik angegeben worden. Talbot's Verfahren besteht darin, daß man zuerst ein gutes, eigens zu diesem Behufe zubereitetes Papier durch gewisse Mittel so zubereitet, daß die vom Lichte getroffenen Stellen an Dunkelheit in dem Maße zunehmen, als die Intensität des einwirkenden Lichtes wächst. Ein solches Papier wird unter Abhaltung jeder Lichteinwirkung noch im feuchten Zustande in die bereits gehörig eingestellte Camera obscura gebracht, und nachdem das Licht des Gegenstandes, dessen Abbildung man erzeugen will, nach Beschaffenheit der Lichtstärke 10 bis 60 Secunden eingewirkt hat, wohl verdeckt wieder herausgenommen, dann in einem dunklen Locale mit der Bildseite auf eine horizontal liegende mit concentrirter Gallussäure überzogene Glastafel gelegt, und darauf solange gelassen, bis man nach dem Abheben beim Kerzenlichte das Bild, kräftig hervorgetreten, wahrnimmt, worauf man das Bild fixirt, indem man das Papier in eine Tasse, die Bildseite nach aufwärts gekehrt legt, mehrmal mit destillirtem Wasser abwäscht und dann mit einer Auflösung von 1 Loth unterschwefligsaurem Natron in 10 Loth destillirtem Wasser übergießt; in dieser Flüssigkeit bleibt das Bild solange, bis die ungeschwärzten Theile nicht mehr gelb, sondern ganz weiß erscheinen, was bei einer siedend heißen Flüssigkeit schon in 5 bis 15 Minuten, sonst erst in 2 Stunden eintritt. Das Fixiren geschieht bei sehr schwachem Tages- oder bei Kerzenlichte. Das fixirte Bild wird zwischen Fließpapier getrocknet, dann mehrmal gewaschen und wieder getrocknet; zuletzt läßt man es auf einem Blatte Fließpapier liegen. Das Bild, welches man durch dieses Verfahren erhält ist ein negatives, d. h. die hellen Theile des Originals erscheinen dunkel, und die dunklen hell. Um nun ein positives, bei dem das Gegentheil vorkommt, das somit mit dem Originale vollkommen übereinstimmt, zu bekommen, macht man das Papier mit dem negativen Bilde mittelst eines Gemisches von Wachs und Fett transparent, legt es mit der Bildseite auf ein anderes chemisch präparirtes, und auf einer Glasplatte liegendes Papier, bedeckt es mit einer zweiten Glasplatte, preßt hierauf das Ganze zusammen und setzt es der Einwirkung des Sonnenlichtes 5 bis 15 Minuten lang aus, wodurch auf der zweiten Papierfläche ein positives Bild entsteht, weil die dunklen Stellen des negativen Bildes das Licht vom zweiten Papier abhalten. War das negative in der Camera obscura erzeugte Bild ein inverses d. i. ein solches, bei dem der linke Theil des Originals rechts, und der rechte links erscheint, so wird das positive ein directes, bei dem die einzelnen Theile genau dieselbe Lage haben, wie an dem Originale. — Das positive Bild wird fixirt, indem es in eine Auflösung von 2 Loth unterschwefligsaurem Natron und 1/3 Loth Kochsalz in 20 Loth destillirten Wassers gelegt wird; man läßt es darin liegen, bis das Bild nicht mehr kräftiger hervortritt, worauf es wie das negative behandelt wird.

Das photographische Papier wird chemisch zubereitet, indem man es mit der platten Seite auf die Oberfläche einer 1/4 bis 1/3 Zoll hoch in einer Porcellantasse stehenden Flüssigkeit legt, welche eine Auflösung von 1 Loth Jodkalium in 10 Loth Wasser ist, und der nach 5 Gran Brom- und 5 Gran Fluor-Kalium, außerdem

5 Gran Chlorammonium und 5 Gran Blutlaugensalz zugesetzt worden sind. Zwischen dem Papier und der Flüssigkeit dürfen keine Blasen vorkommen. Das Papier bleibt 1 bis 1½ Minuten auf der Flüssigkeit liegen, wird dann mit feinem Löschpapier getrocknet, und hierauf an einem lichtschwachen Orte mit der feuchten Seite auf die Oberfläche einer Auflösung von 1 Loth salpetersaurem Silberoxyd in 10 Loth Wasser, der man 180 Grane sehr starker Essigsäure zugesetzt hat, gebracht und darauf 1 bis 1½ Minuten liegen gelassen. Letztere Flüssigkeit muß man im dunklen aufbewahren. — Das Papier zu positiven Bildern wird präparirt indem man es auf einer Auflösung von 60 Gran Kochsalz in 10 Loth Wasser 1½ Minute schwimmen läßt, dann zwischen Fließpapier ein wenig abtrocknet, und hierauf auf die Oberfläche einer Lösung von 1 Loth krystallisirten salpetersauren Silberoxyds in 10 Loth destillirten Wassers bringt, 2 Minuten darauf läßt, dann wieder zwischen Fließpapier trocknet, und beide Operationen wiederholt und zuletzt wie das Bild wieder sorgfältigst trocknet.

Nach Niepçe wird eine reine Glastafel mit einer gleichmäßig dicken Schichte von Eiweiß, Kleister oder thierischem Leim überzogen, und auf diese das Talbot'sche Verfahren angewendet.

Der Kleister muß gut verkocht, der Leim vollkommen gelöst, das Eiweiß durch Schlagen zu Schnee oder Filtriren durch Seidenpapier von seiner zellenartigen Substanz befreit werden. Man setzt den Lösungen dieser Stoffe etwas Jodkalium hinzu, seihet sie durch dreifache Leinwand durch, und gießt davon eine gehörige von Luftblasen freie Menge auf eine Glastafel; indem man diese hin und her neigt, gewinnt man einen gleichförmigen Ueberzug, den man trocken werden läßt, und dann erst mit der Silberauflösung behandelt; nachdem man die Rückseite der Glastafel und die Ränder abgetrocknet hat, wird sie in die Camera obscura gestellt; das Bild mit Gallussäure hervorgerufen, mit unterschwefligsaurem Natron fixirt, und zuletzt mit reinem Wasser abgewaschen. Das so erhaltene Bild ist ein negatives, kann aber auf dieselbe Art wie bei der Talbottypie in ein positives umgewandelt werden.

Von der Wärme.

A. Geleitete Wärme.

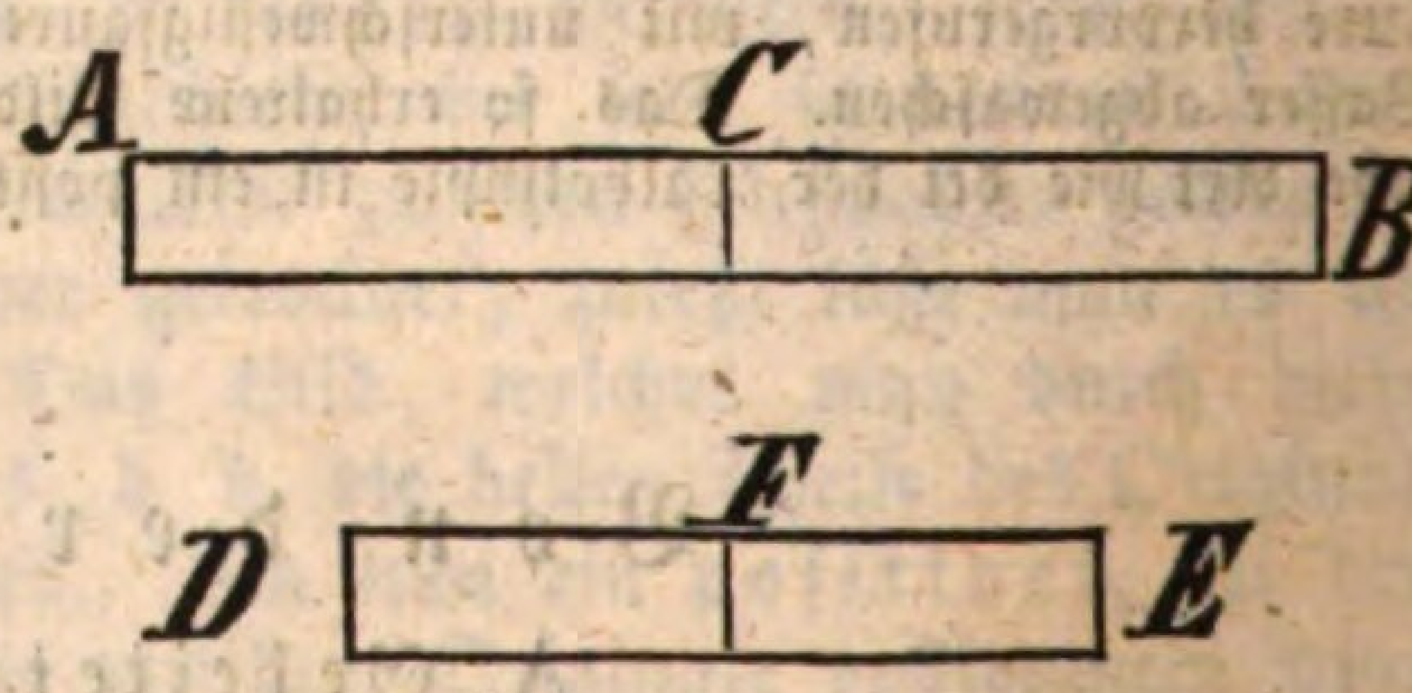
§. 182. **Verbreitung der Wärme durch Leitung.** Um das Gesetz, nach welchem sich die Wärme in einem festen Körper von der Wärmequelle aus vertheilt, durch Versuche zu ermitteln, haben Biot und in neuerer Zeit Despretz in einer nicht zu dicken Metallstange mehrere, gleich weit abstehende Vertiefungen angebracht, diese mit Quecksilber gefüllt, in jede die Kugel eines Thermometers gesetzt, und hierauf das eine Ende in eine Wärmequelle von constanter Temperatur gestellt. Die Wärme pflanzt sich von Theilchen zu Theilchen fort, so daß nach und nach die Temperatur an allen Stellen der Metallstange steigt, aber bald einen unveränderlichen Stand annimmt, ungeachtet ihnen die Wärmequelle fortwährend Wärme mittheilt; dieser Zustand tritt dann ein, wenn der Wärmeverlust, den ein Querschnitt durch die Mittheilung an die Luft und durch Ausstrahlung in jeder Secunde erleidet, der Wärmemenge gleich wird, die er in der nämlichen Zeit von der Wärmequelle erhält. Untersucht man bei diesen stationären Stand der Thermometer die Temperaturen an den verschiedenen Stellen, so ergibt sich, daß die Temperaturen derjenigen Stellen, deren Abstände von der Wärmequelle eine zunehmende arithmetische Progression bilden, in einer geometrischen Progression abnehmen. Will man die Wärmeleitungsfähigkeit verschiedener Körper mit einander

vergleichen, so gibt man allen dieselbe Oberfläche, indem man sie mit einem Firniß überzieht, und dadurch eine gleichmäßige Wärmeausstrahlung bewirkt.

Aus dem angeführten Gesetze folgt, daß die Metallstange an dem von der Wärmequelle entfernten Ende niemals die Temperatur, die am andern Ende herrscht, erhalten kann, ferner, daß der Wärmeverlust eines Querschnittes desto größer wird, je höher die Temperatur desselben ist, weshalb die Erkaltung bei demselben Körper um so rascher vor sich geht, je größer der Temperaturunterschied zwischen ihm und seiner Umgebung ist. — Despretz fand durch Versuche daß die Wärme beim Uebergange von einem festen Körper zum andern eben so geschwächt wird, wie das Licht und der Schall, und daß sie wahrscheinlich auch strahlend im Innern der Masse sich verbreitet.

Senarmont's Untersuchungen lehren, daß sich die Wärme nur in den Krystallen, die das Licht nicht doppelt brechen, mit gleicher Geschwindigkeit nach allen Seiten fortpflanzt, in den doppelt brechenden verbreitet sie sich in der Richtung der größeren Elasticitätsaxe rascher als in der Richtung der kleineren.

Fig. 263.



Sind AB und DE Fig. 263. zwei verschiedenartige Metallstangen von gleicher Dicke und Breite, die in A und D gleich stark erhitzt werden, und sind B und E Querschnitte die bezüglich der Luft gleiche Temperaturunterschiede zeigen, so muß B eben so viel Wärme in jeder Secunde verlieren als E, und es müssen auch die Temperaturunterschiede bezüglich der Luft an den in der Mitte liegenden Stellen C und F einander gleich sein. Wäre nun BC = 2 FE, so verliert die Oberfläche von BC doppelt so viel Wärme an die Luft, als die Oberfläche von FE; sie muß daher auch zweimal mehr von der Wärmequelle bekommen; aber diese doppelte Wärmemenge hat in AB einen zweimal längeren Weg zurückzulegen, als der in DE, daher muß die Wärmeleitungsfähigkeit von AB 4mal größer sein, als die von DE. Despretz hat nun geschlossen, daß sich die Wärmeleitungsfähigkeiten verschiedener Körper zu einander verhalten, wie die Quadrate der Entfernungen der Wärmequelle von denjenigen Stellen, für welche die Temperaturunterschiede mit der Luft einander gleich sind. Neuere Untersuchungen lehren, daß man nach diesem Gesetze für die Leitungsfähigkeit nur Werthe erhält, die sich der Wahrheit nähern. Nach diesem Gesetze fand Despretz, daß sich die Leitungsfähigkeit verschiedener Körper durch folgende Zahlen ausdrücken läßt: Gold 1000, Platin 981, Silber 973, Kupfer 898, Eisen 374, Zink 363, Zinn 304, Blei 179, Marmor 23, Porzellan 12, Mauerstein 11, Wasser 9.

Wird ein Körper gepulvert, oder in kleine Theilchen zerschnitten, oder in Faden zerlegt, so erscheint er als ein schlechterer Leiter, wie im compacten Zustande. Eine Schichte von Sägespänen von Holz so dicht, daß die Luft zwischen den Theilchen nicht frei circuliren kann, hält die Wärme besser zurück als dieselbe Masse compacten Holzes; preßt man sie mehr und mehr zusammen, so wird ihre Leitungsfähigkeit vermehrt, und sogar größer, als die des Holzes, wenn sie durch Pressen dichter geworden ist, als das Holz. — Die Vögel welche in kalten Regionen sich aufhalten, rüstet die Natur mit einer Decke von zarten Flaumfedern aus, die ganz besonders geeignet sind, die Wärme zurückzuhalten; sie sind auch die ersten, mit welchen die jungen Vögel

bedeckt erscheinen. — Das Pelzwerk, womit der Leib der Thiere bedeckt ist, hat den Zweck, die im Organismus entwickelte Wärme zurückzuhalten, denn es ändert sich mit der Jahreszeit und dem Clima; es ist in warmen Ländern schütter und grob, während es in kalten Klimaten von einer außerordentlichen Feinheit, Leichtigkeit und von großer, ganz gleichförmiger Dichte ist, daher ganz vorzüglich geeignet, der Wärme den Durchgang zu erschweren. — Die Rinde der Bäume besitzt ebenfalls eine sehr poröse Structur, bei welcher sie die Wärme viel schlechter leitet, als das Holz und daher geeignet ist, die Wärme im Baume mehr zurückzuhalten.

§. 183. Ausdehnung der Körper durch Wärme. Die Wärme vermehrt die Abstoßungskraft der Molecüle eines Körpers; dieß hat zur Folge, daß die Molecüle, welche die Oberfläche des Körpers bilden, indem sie von den Molecülen der nächsten unteren Schichte stärker abgestoßen werden, und von Außen keinen Gegenstoß erfahren, sich von den tiefer liegenden weiter entfernen; da in dieser größeren Entfernung die Abstoßungskräfte, die sie besitzen, schwächer werden, so wirken sie mit geringerer Stärke auf die Theilchen der nächsten Schichte nach Innen zu, als diese von den tiefer liegenden nach Außen getrieben werden, weshalb sich auch diese der Oberfläche nächste Schichte von den unteren Theilchen weiter entfernt, was wieder eine Bewegung der nächstfolgenden Schichte von Innen nach Außen veranlaßt, und so kommt es, daß bei gesteigerter Wärme die Ausdehnung des Körpers nach allen Seiten zunehmen muß. Um die Vergrößerung der räumlichen Ausdehnung oder des Volumens zu erfahren, reicht es hin, die Ausdehnung nach der Länge (lineare Ausdehnung) zu kennen. Denn ist v das Volumen und a die Länge eines Körpers vor der Erwärmung, ferner μ der Zuwachs einer Volumeneinheit und c der Zuwachs einer Längeneinheit nach geschehener Erhöhung der Temperatur des Körpers und gleichmäßiger Ausdehnung desselben nach allen Seiten; so hat man nur zu beachten, daß das Volumen des Körpers nach der Erwärmung ähnlich ist dem Volumen vor der Erwärmung und daß die Volumina ähnlicher Körper sich zu einander verhalten, wie die dritten Potenzen ihrer homologen Dimensionen, daher ist

$$v : v + v\mu = a^3 : (a + ac)^3 = a^3 : a^3 (1 + 3c + 3c^2 + c^3)$$

oder, da c nur ein sehr kleiner Bruchtheil von a ist, dessen höhere Potenzen bezüglich der ersten vernachläßigt werden können, so ist

$$1 : 1 + \mu = 1 : 1 + 3c \text{ und}$$
$$\mu : 1 = 3c : 1. \text{ mithin } \mu = 3c$$

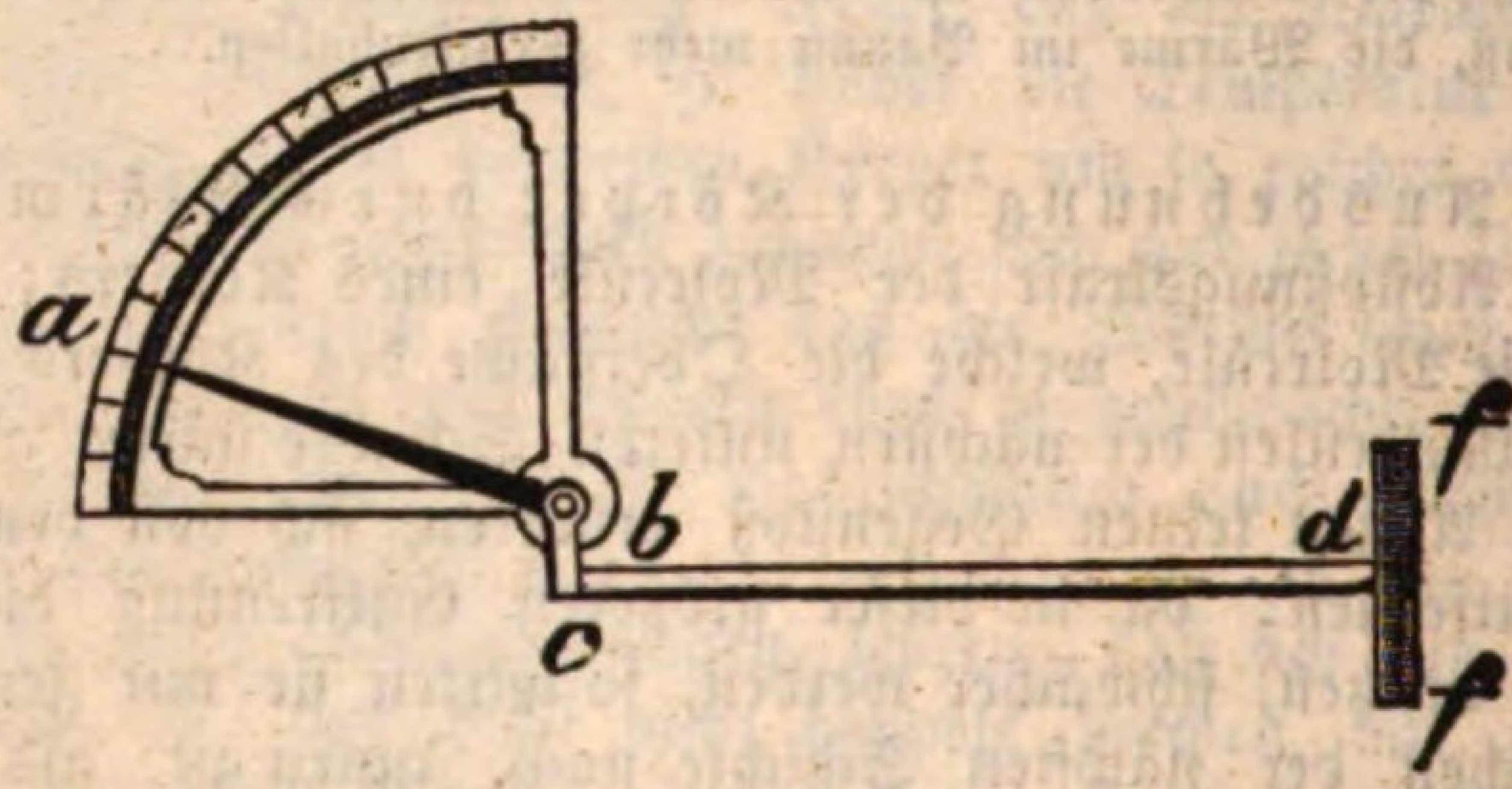
d. h. der Zuwachs einer Volumseinheit ist gleich dem dreifachen Zuwachse einer Längeneinheit. Der bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade sich ergebende Zuwachs an linearer Ausdehnung heißt der lineare Ausdehnungs-Coefficient, und das Dreifache desselben der kubische Ausdehnungscoefficient.

Ist z. B. der lineare Ausdehnungs-Coefficient bei Stahl für 1° C. gleich 0.00001167, so ist der kubische = 0.00003501, mithin wird die lineare Ausdehnung eines Stahlstabes, dessen Länge = a, und dessen Temperatur = t ist, 0.00001167 a t und die kubische 0.00003501 a t betragen.

Die lineare Ausdehnung eines Körpers c d, Fig. 364., bestimmt man mittelst eines unter dem Namen Pyrometer bekannten Instruments, bei

welchem man das eine Ende von c d an einen festen unverrückbaren Körper anstemmt, und das andere mit dem Endpunkte c des kürzeren Arms

Fig. 264.



eines Winkelhebels in Berührung bringt; der längere Arm dieses Hebels beschreibt, wenn sich c d während der Temperaturerhöhung ausdehnt, einen Bogen dessen Größe an einem Quadranten gemessen und in Graden ausgedrückt wird. Da die Ausdehnung fester Körper immer sehr gering ist, so wird man den kleinen Bogen, welchen der Endpunkt des kürzeren Armes bei der Erwärmung beschreibt, als eine gerade Linie annehmen, die das Maß der stattgehabten Ausdehnung von c d ist, und deren Länge wir mit x bezeichnen wollen. Ist $a\,b = r$, $b\,c = r'$, und zählt der nach einer bestimmten Temperaturerhöhung von a b beschriebene Bogen n Grade, so ist seine Länge $= n\,\alpha$, wenn die Länge eines Grades d. i. $\frac{\pi\,r}{180^\circ} = \alpha$ gesetzt wird. Die während der Erwärmung von den Hebelarmen beschriebenen Bögen sind einander ähnlich, somit verhalten sie sich zu einander, wie die Halbmesser r und r'; setzt man $\frac{r'}{r} = m$, so hat man

$$n\,\alpha : x = r : r' = 1 : \frac{r'}{r} \text{ und } x = m\,\alpha\,.\,n.$$

Die Untersuchungen lehren:

a) daß die Ausdehnung der nicht krystallisirten, so wie auch der krystallisirten, aber zum tessularischen Systeme gehörigen Körper nach allen Richtungen gleichmäßig vor sich geht. Die optisch-einarigen dehnen sich in der Richtung der optischen Are in einem andern Verhältnisse aus, als in andern Richtungen; die optisch-zweiarigen dehnen sich nach den drei Elasticitätsaren verschieden aus.

b) Bei Temperaturen innerhalb des Fundamentalabstandes kann die Zunahme der Ausdehnung der Anzahl der Wärmegrade proportional gesetzt werden; bei Temperaturen, welche die Siedhitze übersteigen, nimmt der Zuwachs an Ausdehnung in einem größeren Verhältnisse zu, als die Anzahl der Grade wächst.

Bei der Bestimmung der Längenausdehnung hat man dafür zu sorgen, daß die Erwärmung des Körpers längs der ganzen Länge gleichmäßig geschehe; zu diesem Zwecke liegt der Körper horizontal in einem Wasser- oder Oelbade. — Der feste

Widerstand f f, an den sich der Körper anstemmt, darf bei der Erwärmung keine Verschiebung oder Ausdehnung erfahren, ferner darf die Wärmequelle auf den Meßapparat keinen merklichen Einfluß äußern. Laplace und Lavoisier, denen wir sehr genaue Bestimmungen der linearen Ausdehnung vieler Metalle zu danken haben, bedienten sich eines Apparates, bei welchem f f' von Glas war; das andere Ende der Metallstange war wieder mit einer Glasstange in Berührung, die mit einer anderen horizontal liegenden und leicht drehbaren in Verbindung stand; diese letztere trug ein Fernrohr, das auf eine sehr entfernte, an einer vertikalen Wand verzeichnete Skala gerichtet war. — Bei Temperaturen über 300° C. ist das angegebene Verfahren nicht mehr anwendbar, weshalb Pouillet sich zweier Fernröhre von kurzer Brennweite bediente, von denen das eine unbeweglich, das andere aber beweglich war; die Axen beider waren nach den Endpunkten des Metallstabes gerichtet, und bei 0° genau zu einander parallel; bei einer höheren Temperatur bildeten sie einen Winkel, aus dessen Größe die Ausdehnung leicht berechnet werden kann. — Joule und Playfair suchten neuestens die Ausdehnung vieler fester Körper zu bestimmen, indem sie sich des Glasfläschchens bedienten, welches man zur Bestimmung des spezifischen Gewichtes gebraucht. Zuerst wurde die Ausdehnung des Glases bestimmt; zu diesem Behufe das Fläschchen mit Wasser gefüllt und anstatt des Stöpsels eine graduirte Thermometerröhre eingesetzt; es ergab sich, daß das Wasser in dieser Röhre in der nämlichen Höhe stand, bei 3°. 84 und bei 7°. 67 C., woraus sich schließen läßt, daß die Ausdehnung des Glases bei dieser Temperaturänderung die nämliche ist, wie die des Wassers innerhalb dieses Temperaturintervalls; letztere wurde aus Depretz Angaben entnommen und auf diese Art gefunden, daß die kubische Ausdehnung des Glases von 0° bis 100° C. gleich ist 0.002788, somit die lineare gleich 0.000929. Nach Stampfer beträgt die Ausdehnung des Wassers innerhalb obigen Temperaturintervalls 0.0001111, woraus sich die kubische Ausdehnung des Glases für 1° C. = 0.000029 ergibt; und für 100° C. = 0.0029. — Nachdem man die Ausdehnung des Glases erfahren hat, wurde ermittelt, wieviel Terpentinöl das Glasfläschchen bei verschiedenen Temperaturen faßte; die Ausdehnung eines festen Körpers ergab sich, indem man ein abgewogenes Stückchen des Körpers in das mit Terpentinöl gefüllte Fläschchen brachte, hierauf bei verschiedenen Temperaturen das Gewicht untersuchte, und daraus das Volumen bestimmte, welches das Körperstück bei verschiedenen Temperaturen besaß. Offenbar ist es jedesmal dem Volumen des durch dasselbe verdrängten und herausgeflossenen Terpentinöls gleich; da der Versuch das Gewicht dieses Terpentinöls angibt, so hat man nur dieses mit dem bereits ermittelten spezifischen Gewichte desselben zu dividiren, um das gesuchte Volumen zu finden.

Eine Ausnahme von der unter b) angegebenen Regel finden wir beim Schwefel, und bei dem aus 2 Theilen Wismuth, 1 Theil Zinn und 1 Theil Blei bestehenden, schon bei 75° R. schmelzbaren Metallgemische Rose's; der Schwefel dehnt sich bei höheren Temperaturen in geringerem Verhältnisse aus, als die Zahl der Wärmegrade wächst; das Metallgemisch dehnt sich von 0° bis etwa 35° R. den Temperaturen nahe proportional aus, hierauf zieht es sich zusammen und erlangt bei 55° R. seine größte Dichte; bei fortgesetzter Erhöhung der Temperatur nimmt wieder das Volumen zu.

§. 184. Compensationspendel. Bei allen Pendeln ist die Masse der Linse bedeutend größer als die der Pendelstange, dadurch erzielt man, daß der Schwerpunkt so wie der Schwingungsmittelpunkt nahe an den Mittelpunkt der Linse zu liegen kommen und die Compensation Statt finden kann, wenn bei allen Temperaturänderungen dieser Mittelpunkt beinahe in demselben Abstande von der Drehungsaxe erhalten wird.

1. Der Engländer Graham (1721) scheint der erste gewesen zu sein, der ein Compensationspendel construirte; von ihm ist die heutzutage wieder beliebte Quecksilber-Compensation. Eine eiserne Pendelstange trägt anstatt der Linse einen hohlen Glascylinder, der mit einer angemessenen Menge Quecksilber gefüllt, und mit einem gefirnißten Deckel sorgfältig

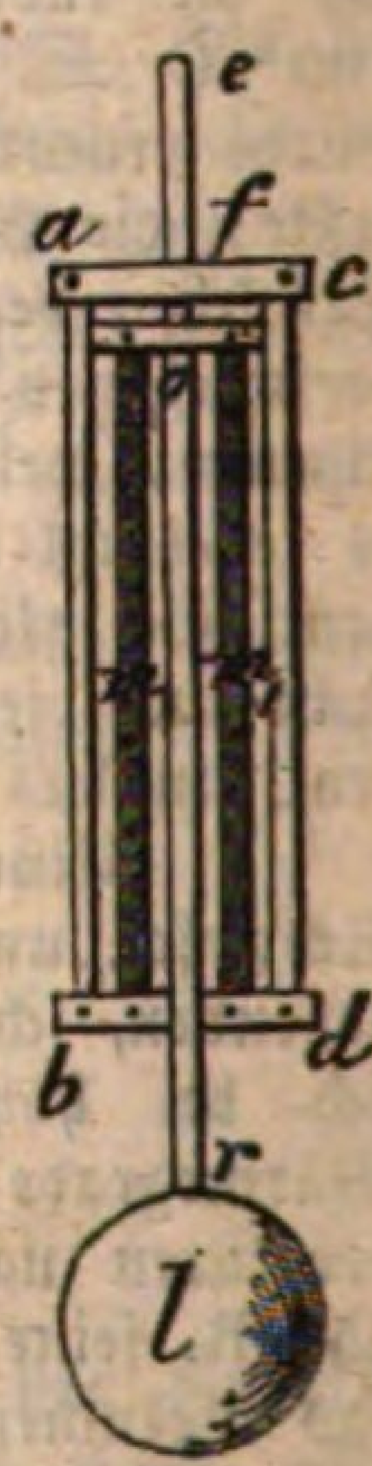
verschlossen ist. Heißt l die Länge der ganzen eisernen Pendelstange, c der lineare Ausdehnungscoeffizient, so ist c l die Größe, um welche der Schwerpunkt der Quecksilbermasse bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade tiefer herabkommt; hat die Quecksilbersäule die Höhe h und ist c' ihr linearer Ausdehnungs-Coeffizient, so gibt $\frac{c' h}{2}$ die Erhebung seines Schwerpunktes für 1° Erwärmung. Zur Erreichung der Compensirung ist nun nothwendig, daß

$$\frac{c' h}{2} = c l, \text{ womit } h = \frac{2 c l}{c'}.$$

Die letzte Gleichung gibt die Höhe der zur Compensirung nöthigen Quecksilbersäule, jedoch ist dieser Werth von h nur ein annähernder, da der Schwingungsmittelpunkt nicht mit dem Schwerpunkte des Quecksilbers zusammenfällt; die völlige Rectificirung ist aber leicht auszuführen. — Damit die Erwärmung der ganzen Pendelmasse gleichmäßig vor sich gehe, macht man auch das hohle Cylindergefäß von Eisen.

2. Häufig wird das von Harrison erfundene Rostpendel angewendet. Besteht die Pendelstange sammt dem äußeren Rahmen a b c d Fig. 265. aus Stahl, und sind die auf dem Querstücke b d festsitzenden Stäbe m und m' von Zink, oben durch einen horizontalen Stab verbunden, an dem die stählerne Pendelstange hängt, welche durch ein in b d befindliches Loch geht, und die Linse trägt; so wird bei Erhöhung der Temperatur der Mittelpunkt der Linse in Folge der Ausdehnung von e f + o l = a und von a b = l tiefer gebracht, hingegen durch die Ausdehnung der Zinkstäbe m = m' = l' wieder gehoben; die Compensirung erfordert, daß diese beiden einander entgegengesetzten Aenderungen in der Lage des Mittelpunktes der Linse einander gleich seien.

Fig. 265.



Sind c und k die linearen Ausdehnungs-Coeffizienten des Stahls und des Zinks, und setzt man die Länge des Pendels vom Aufhängepunkte bis zum Mittelpunkte der Linse, d. i.

$$e f + o l + o f = L, \text{ oder da}$$
$$o f = a b - m = l - l' \text{ ist,}$$
$$a + l - l' = L,$$

so findet die Compensirung Statt, wenn

$$(a + l) c = k l';$$

nun ist $a + l = L + l'$; somit

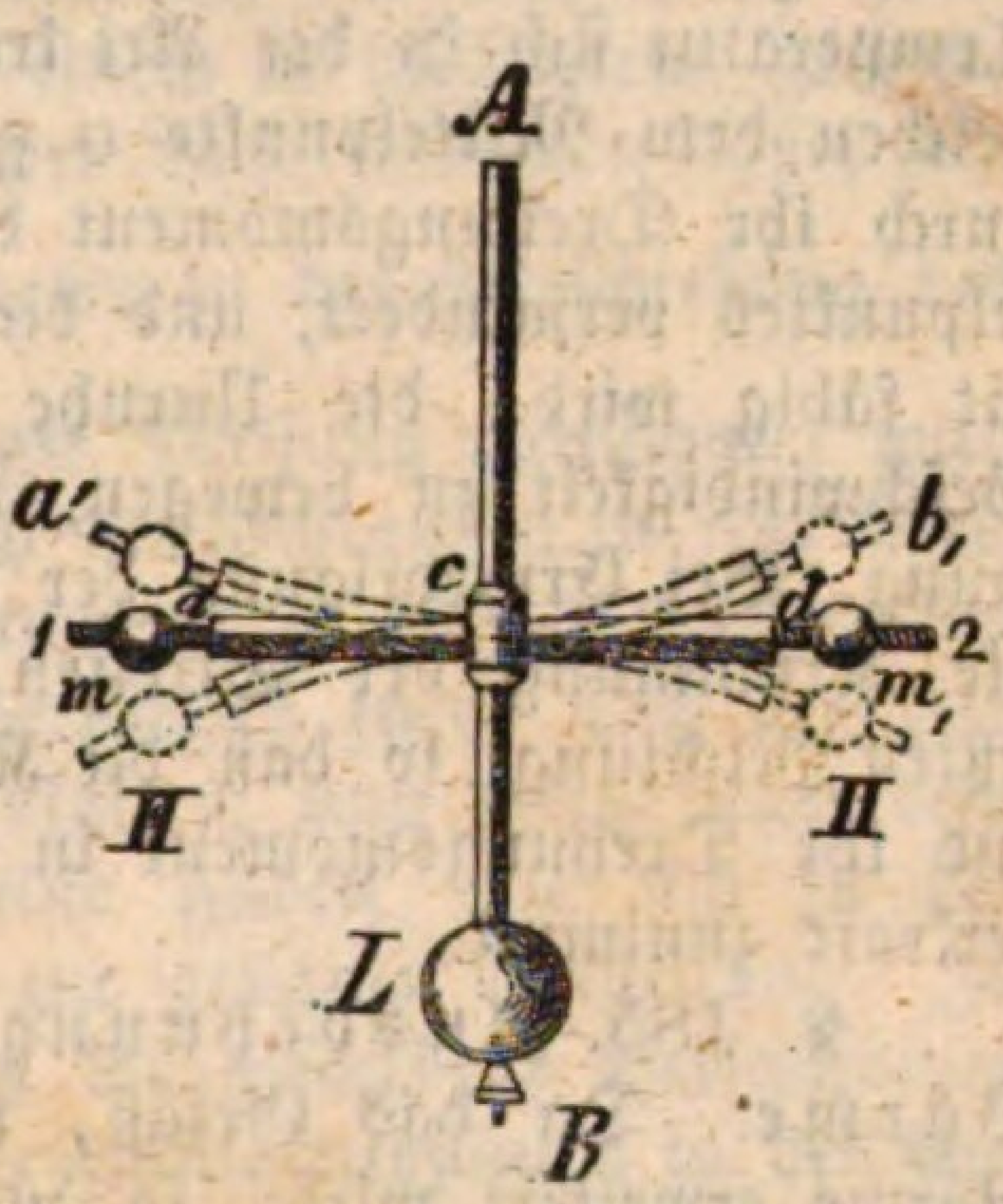
$$(L + l') c = k l' \text{ und } l' = \frac{c L}{k - c}.$$

Aus der letzten Gleichung findet man den approximativen Werth für die Länge der compensirenden Zinkstange für jede gegebene Pendellänge L. Wäre z. B. $k = 3 c$, so ist $l' = \frac{L}{2}$. Die Ausführung ist möglich, wenn $l' < L$ ist. — Nimmt man andere Metalle, wo z. B. $k = \frac{5}{3} c$, so müßte $l' = \frac{3}{2} L$, was nicht möglich ist; in diesem Falle sind mehrere Stäbe zur Compensirung nöthig.

3. Martin's Pendel-Compensation. Ein Streifen von Eisen wird auf einen Streifen von Kupfer gelegt, und beide werden aneinander

gelöthet oder zusammengenietet; diesen Doppelstreifen bringt man mit der Pendelstange in horizontaler Lage in feste Verbindung Fig. 266. jedoch so, daß das Eisen nach oben gekehrt erscheint, und versieht ihn an den Enden mit Metallkügelchen, die vermittelst Schrauben der Pendelstange genähert oder von ihr entfernt werden können. Nehmen wir an, der Doppelstreifen ist für eine gewisse Temperatur von t° geradlinig und das Pendel habe bei dieser Temperatur die gehörige Länge; wird nun die Temperatur erhöhet, so sinkt der Schwingungsmittelpunkt in Folge der Ausdehnung der Pendelstange; allein, da sich dabei der Doppelstreifen nach aufwärts krümmt, indem das Kupfer sich mehr ausdehnt und daher einen größeren Bogen bildet als das Eisen, so werden dadurch viel Massentheilchen der Drehungsaxe näher gebracht und der Schwingungsmittelpunkt wieder gehoben.

Fig. 266.



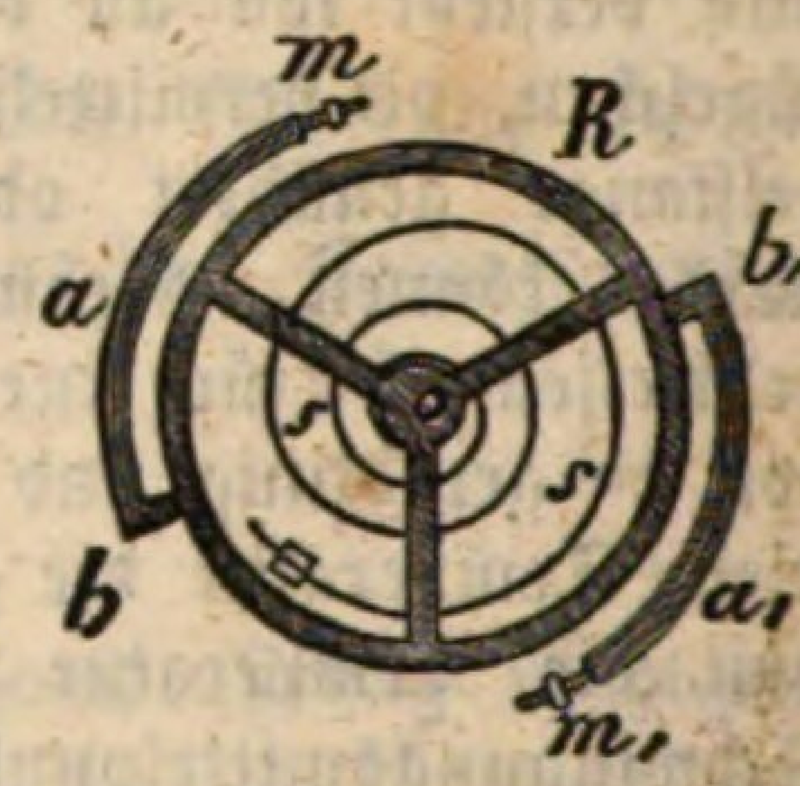
Bei Verminderung der Temperatur muß der Doppelstreifen wegen der stärkeren Verkürzung des Kupfers sich nach abwärts krümmen, wodurch viele Massentheilchen von der Drehungsaxe weiter nach unten gerückt werden, was auch ein Sinken des Schwingungsmittelpunktes zur Folge hätte, wenn er nicht gleichzeitig durch die Verkürzung der Pendelstange gehoben würde. Man kann die Dimensionen des Doppelstreifens, so wie seine Lage am Pendel, wie sie zur Compensirung erforderlich sind, annäherungsweise auch durch Rechnung finden, die ganz genaue Compensirung aber nur durch eine richtige Einstellung der Kügelchen m und m′ bewerkstelligen. Ergibt sich nämlich bei einer höhern Temperatur ein rascherer Gang des Pendels, als er sein sollte, so nähert man die Kügelchen der Pendelstange und entfernt sie auf diese Art von der Drehungsaxe, bis das Pendel den richtigen Gang erhält. Das Gegentheil geschieht, wenn die Bewegung des Pendels in der höheren Temperatur langsamer vor sich geht, als die Pendellänge erfordert.

4. Bei den Taschenuhren ist der Regulator die sogenannte Unruhe, die aus einem metallenen um eine Axe drehbaren Rädchen besteht, an dem, nahe an der Axe, das eine Ende einer feinen haarförmigen Stahlfeder befestiget ist, die man um die Axe spiralförmig herumwindet, und mit dem andern Ende an einem Punkte des Gestells festmacht. Dreht man das Rädchen ein wenig, so daß sich dabei die Spiralfeder stärker zusammenwindet, und läßt es dann aus, so wird es durch die Elasticität dieser Feder in eine Reihe von Schwingungen versetzt. Bei höherer Temperatur wird die Elasticität der sich verlängernden Feder schwächer, und die Dimensionen der Unruhe größer, weshalb die Bewegung der Unruhe langsamer vor sich geht; bei niederer Temperatur findet das Gegentheil statt. Um nun einen gleichförmigen, von den Temperaturänderungen unabhängigen Gang der Unruhe zu erzielen, wie dieß bei Chronometern auf Schiffen unerläßlich ist, bringt man am Rädchen an den Endpunkten eines Durchmessers b b′ kleine bogenförmige Doppel-

29 *

streifen von Eisen und Kupfer so an, wie die Fig. 267. zeigt, und versieht sie an den Enden mit kleinen Kügelchen von Gold, die sich vermittelst Schrauben bewegen lassen. Ist der äußere Streifen von Kupfer oder Messing, so werden die Streifen in der höhern Temperatur sich in der Art krümmen, daß die Kügelchen dem Mittelpunkte o genähert werden, wodurch ihr Drehungsmoment bezüglich dieses Mittelpunktes vermindert, und die schwächere Elasticität fähig wird, die Unruhe mit der nämlichen Geschwindigkeit zu bewegen, wie vor der Erwärmung. Bei Erniedrigung der Temperatur geschieht die Krümmung der Streifen in der entgegengesetzten Richtung, so daß die Kügelchen vom Mittelpunkte entfernt werden und ihr Drehungsmoment in dem Maße wächst, als die Stärke der Federkraft zunimmt.

Fig. 267.



§. 185. Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten durch die Wärme. Da das Gefäß, worin eine Flüssigkeit sich befindet, durch die Wärme erweitert wird, so muß man bei der Messung der Ausdehnung tropfbarer Flüssigkeiten die scheinbare Ausdehnung von der wirklichen oder absoluten wohl unterscheiden. Es gibt verschiedene Verfahrungsweisen zur Bestimmung des Ausdehnungscoeffizienten tropfbarer Flüssigkeiten; man sucht nämlich bei verschiedener Temperatur entweder die Volume derselben Menge, oder die Gewichte desselben Volumens, oder den Gewichtsverlust eines festen Körpers in einer Flüssigkeit; in den beiden ersten Fällen muß man die Volumsvergrößerung des Gefäßes, im letzten die des festen Körpers in Rechnung bringen. Man hat aber auch ein von Dulong und Petit erdachtes Verfahren, bei welchem unmittelbar die wirkliche Ausdehnung der Flüssigkeit, unabhängig von der Volumsänderung des Gefäßes ermittelt wird; dabei bedient man sich zweier Glascylinder Fig. 268., die zur Vermeidung der Kapillarwirkung wenigstens einen Zoll im Durchmesser haben, unten enge und auch durch eine enge Röhre mit einander verbunden sind. Diese Cylinder bilden daher die Arme eines Communicationsgefäßes; wird dieses mit der zu untersuchenden Flüssigkeit zum Theil gefüllt, so steht diese in beiden Armen gleich hoch, solange die Temperatur in der ganzen Masse dieselbe ist. Allein werden beide Cylinder in weitere Gefäße eingeschlossen wovon das eine mit Wasser oder mit Oel (das einen Wärmegrad von 240° R. annimmt) gefüllt, und dessen Temperatur allmälig gesteigert wird, während man das andere Gefäß mit zerstoßenem Eise füllt, und so die

Fig. 268.



Temperatur der Flüssigkeit im zweiten Cylinder beständig bei 0° erhält; so beobachtet man einen Unterschied in den Höhen der Flüssigkeitssäulen in den beiden Cylindern, indem die enge Röhre unten eine Mischung der ungleichwarmen Massen nicht gestattet. Die Messung des Höhenunterschiedes wird mittelst des **Kathetometers** F vorgenommen, das aus einem horizontal gestellten Fernrohre besteht, welches an einem in Millimeter getheilten massiven Stabe sich verschieben und in jeder Lage feststellen läßt; ein Nonius macht es möglich, noch $\frac{1}{50}$ Millimeter in der Verschiebung des Rohrs abzumessen. Bevor man die beabsichtigte Messung vornimmt, wird das hölzerne Tischchen, auf dem C ruht, durch Stellschrauben in eine horizontale Lage gebracht, und hierauf das Kathetometer in einiger Entfernung aufgestellt; man richtet die optische Axe des Fernrohrs zuerst nach der Axe der Röhre C, hierauf nach dem Niveau der eiskalten, und zuletzt nach dem Niveau der erwärmten Flüssigkeit; zwei feine Fäden, die sich in der optischen Axe des Fernrohrs kreuzen, dienen zur genauen Einstellung. In jeder der beiden Stellungen wird an der Skala die geschehene Verschiebung des Rohrs abgelesen, und so werden die Höhen der Flüssigkeitssäulen in den Cylindern mit großer Genauigkeit bestimmt. Heißen h und h′ die Höhen der eiskalten und der erwärmten Flüssigkeitssäule, s und s′ seien die spezifischen Gewichte, p und p′ die Pressungen derselben auf eine Flächeneinheit in der Axe von C; so ist bekanntlich $h\,s = h'\,s'$.

Heißt P die Gewichtsmenge, welche in A das Volumen V, und in B das Volumen V′ hat; so ist

$$P = V\,s = V'\,s' \text{ mithin;}$$

$$V : V' = h : h', \text{ und } \frac{V' - V}{V} = \frac{h' - h}{h}.$$

Der Bruch $\frac{V' - V}{V}$ gibt die Volumsvergrößerung einer Volumseinheit für die Temperaturerhöhung der Flüssigkeit im Cylinder B an; beträgt diese t°, so ist $\frac{h' - h}{h\,t}$ der kubische Ausdehnungscoeffizient der Flüssigkeit. Dieses Resultat ist unabhängig von der Volumsänderung des Gefäßes, da der Höhenunterschied $h' - h$ nur von der Verschiedenheit der Dichte abhängt, welche in Folge der Ungleichheit der Temperatur in A und B sich ergeben hat.

Ist V das innere Volumen eines Gefäßes, das eine Flüssigkeit bei 0° und V′ dasjenige, welches sie bei t° einnimmt, ist ferner k der kubische Ausdehnungscoeffizient des Gefäßes, so ist $V'\,k\,t$ der Zuwachs an Ausdehnung des inneren mit der Flüssigkeit gefüllten Raumes, so ist $V' + V'\,k\,t = V'\,(1 + k\,t)$ die Größe dieses inneren Raumes selbst, mithin auch das Volumen der Flüssigkeit bei t°. Heißt D die Aenderung einer Volumseinheit der Flüssigkeit für t°, so ist

$$V + V\,D = V'\,(1 + k\,t) \text{ und}$$

$$D = \frac{V' - V}{V} + \frac{V'}{V}\,k\,t.$$

Der erste Theil $\frac{V' - V}{V}$ gibt die scheinbare Ausdehnung einer Volumseinheit an, wenn $k = o$ wäre und der zweite die nöthige Correction wegen der Ausdehnung des Gefäßes. Diese Correction ist nöthig, wenn man die Ausdehnung

der Flüssigkeiten nach der thermometrischen Methode bestimmt, indem man an einer wohl calibrirten Röhre eine Kugel anbläßt, das Volumen derselben bestimmt, und die Röhre selbst in gleiche Volumtheile theilt, hierauf aber die Kugel sammt einem Theile der Röhre mit der Flüssigkeit, die man untersuchen will, füllt, und ihren Stand bei verschiedenen Temperaturen beobachtet.

Die absolute Ausdehnung der Flüssigkeiten ist größer, als die der festen Körper; die Größe derselben ist nicht bei allen gleich, sondern sehr verschieden. So z. B. beträgt für eine Erhöhung der Temperatur von 0° bis 80° R. die Ausdehnung bei Weingeist $\frac{1}{9}$, bei fetten Oelen $\frac{1}{12}$, bei Wasser nahe $\frac{1}{23}$, bei Quecksilber $\frac{1}{55.5}$ von dem Volumen bei 0°. — Die Zunahme an Ausdehnung innerhalb des Fundamentalabstandes ist nicht bei allen Flüssigkeiten der Anzahl der Temperaturgrade proportional, und wächst bei höheren Temperaturen immer in größerem Verhältnisse als die Temperatur zunimmt.

Das Meerwasser befolgt ein anderes Gesetz als reines Wasser, nach Ermann hat es zwischen + 8 und — 3° C. kein Maximum der Dichte. — Aus der Eigenschaft des Wassers, vermög welcher es nahe bei 3° R. die größte Dichte erlangt, erklärt es sich warum im stillstehenden tiefen Wasser kein Grundeis sich bildet, wohl aber kann es im fließenden, wo durch Mischung die Erkaltung gleichförmiger wird, entstehen. — Unter den tropfbaren Flüssigkeiten kennen wir nur noch den absoluten Alcohol, der ein Maximum der Dichte und zwar bei — 89°.5 C. hat; von — 26°.11 bis + 37°.22 C. ist die Ausdehnung dieser Flüssigkeit beinahe gleichförmig.

Die für den practischen Gebrauch höchst wichtige absolute Ausdehnung des Quecksilbers wurde von Dulong und Petit auf die oben angegebene Weise, und neuestens von Regnault durch die Verschiedenheit des Druckes, welchen gleich hohe Säulen von ungleicher Temperatur ausüben, mit großer Genauigkeit bestimmt; die ersteren fanden die lineare Ausdehnung von 0 bis zu 100° C. gleich 0.018018 letzterer aber gleich 0.018153, so daß sich ein Unterschied von 0.000135 ergibt.

Regnault's Angabe ist den von Pohl und Schabus vor Kurzem herausgegebenen Tafeln zur Reduction der Barometerstände auf 0° C. zu Grunde gelegt worden.

§. 186. **Calorimetrie. A. Bestimmung der spezifischen Wärme fester und tropfbarer Körper.** Die in einem Körper vorkommende Wärmemenge hängt von seiner Temperatur, von der Größe seiner Masse und von seiner materiellen Beschaffenheit ab. Mischt man ein Pfund Wasser von 0° mit einem Pfund Wasser von 2°, oder 10°, 100° C, so erhält die Mischung die Temperatur von 1°, 5°, 50° u. s. f. was nur möglich ist, wenn die zur Erhöhung der Temperatur einer Masseneinheit nothwendige Wärmemenge, mithin die Wärmecapacität für jeden Temperaturgrad gleich groß ist.

Bringt man gleich große Mengen von Quecksilber von 0° und 300° zusammen, so hat die Mischung nicht 150°, sondern eine höhere Temperatur, weil seine Wärmecapacität bei hoher Temperatur größer ist.

1. Es sei M die Masse, S die spezifische Wärme und T die Temperatur eines Körpers, den man ohne Wärmeverlust ins Wasser bringt, dessen spezifische Wärme s, die Temperatur $t < T$ und die Gewichtsmenge m ist; der wärmere Körper theilt dem kälteren Wasser so lange

Wärme mit, wobei seine Temperatur sinkt, und die des Wassers steigt, bis beide die nämliche Temperatur τ erhalten haben.

Da $MS(T - \tau)$ die Wärmemenge ist, die der Körper dem Wasser mittheilt, und $m\,s\,(\tau - t)$ die Wärmemenge, die dieses gewinnt; so ist, wenn kein Verlust Statt fand,

$$MS(T - \tau) = m\,s\,(\tau - t), \text{ mithin}$$

$$\frac{S}{s} = \frac{m\,(\tau - t)}{M\,(T - \tau)} \quad (1)$$

Dieser Quotient gibt an, wie vielmal die spezifische Wärme und somit auch die Wärme-Capacität des Körpers größer oder kleiner ist, als die des Wassers. Man nimmt die spezifische Wärme s des Wassers als Einheit an, wo dann $S = \frac{m\,(\tau - t)}{M\,(T - \tau)}$ ist.

Wäre der Körper, dessen spezifische Wärme man bestimmen will, im Wasser löslich oder von der Beschaffenheit, daß in Folge einer Absorption oder einer chemischen Thätigkeit eine Temperaturänderung einträte, so nimmt man eine andere Flüssigkeit, in welcher er sich nicht auflöset, und auch nicht erhitzt oder erkältet, und deren spezifische Wärme s bezüglich des Wassers bekannt ist, übrigens verfährt man so wie früher, berechnet den Quotienten $\frac{S}{s}$ nach der Gleichung (1) und indem man ihn mit s multiplicirt, gibt das Produkt den Werth von S.

Dieses Verfahren, die spezifische Wärme der Körper zu finden, heißt die Mischungsmethode, und beruht auf der Voraussetzung, das die spezifische Wärme und Wärmecapacität bei jeder Temperatur die nämliche bleibt, was nur für eine nicht große Temperaturänderung richtig ist; weshalb diese Methode nur dann zu genauen Resultaten führt, wenn die Temperaturen des Körpers und der Flüssigkeit nicht bedeutend von einander abweichen. Um aber doch große Wärmemengen in Rechnung zu bekommen, muß man die Untersuchung mit großen Massen vornehmen, dabei aber Sorge tragen, daß der Wärmeverlust an die umgebende Luft gering sei, was man erzielt, wenn die Temperatur der Flüssigkeit durch den hineingelegten Körper nur um wenige Grade erwärmt wird, oder daß der Wärmeverlust möglichst ausgeglichen werde, zu welchem Behufe man die Mengung oder Mischung so einzuleiten sucht, daß die Temperatur der Flüssigkeit, bevor sie mit dem Körper zusammengebracht wird, um 4° oder 5° R. unter jener der Luft steht, und um eben so viel durch den hineingebrachten Körper erhöhet werde. — Ein genaues Resultat erfordert, daß auch die Temperaturerhöhung des Gefäßes in Rechnung gezogen werde. In neuerer Zeit hat Regnault die spezifische Wärme vieler Körper nach der Mischungsmethode bestimmt, dabei die Körper in einem durch Wasserdämpfe gleichförmig erhitzten Raume erwärmt und hierauf ins Wasser oder Terpentinöl von bekannter Temperatur gebracht.

Werden zwei Gewichtsmengen M und m der nämlichen Flüssigkeit von der spezifischen Wärme S, welche die Temperatur T und t haben, zusammengemischt, und ist t′ die gemeinschaftliche Temperatur der Mischung, so ist

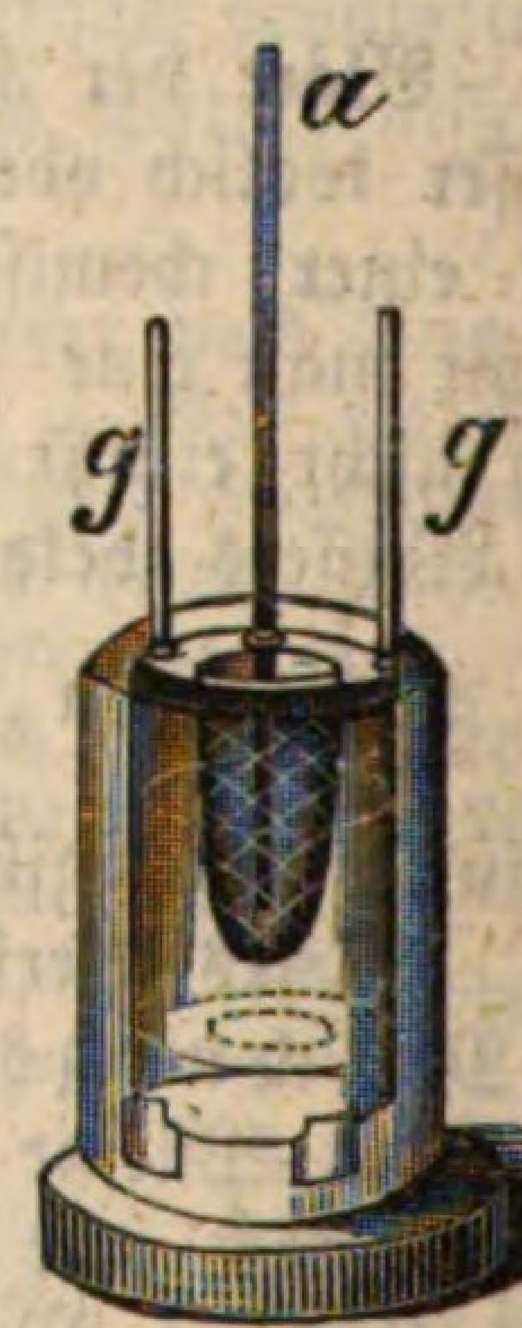
$$(M + m)\,S\,t' = (M\,T + m\,t)\,S \text{ und}$$

$$t' = \frac{M\,T + m\,t}{M + m},$$

Diese Formel, die zur Berechnung der Temperatur von Mischungen gleichartiger Flüssigkeiten von ungleicher Temperatur dient, heißt die Richmann'sche Regel; sie setzt voraus, daß die spezifische Wärme bei allen Temperaturen gleich bleibt.

Heißt σ das spezifische Gewicht, S die spezifische Wärme, und v das Volumen einer Gewichts- oder Masseneinheit eines Körpers; so ist $v\,\sigma = 1$ und $\sigma = \frac{1}{v}$. Bezeichnen wir mit S' die Wärmemenge, welche eine Volumseinheit eines Körpers zur Erhöhung ihrer Temperatur um 1° C braucht, und die man die relative Wärme nennt; so ist $S' = \frac{S}{v} = S\,\sigma$ d. h. die relative Wärme findet man, wenn man die spezifische Wärme mit dem spezifischen Gewichte eines Körpers multiplicirt. Für Quecksilber hat man $S = \frac{1}{33}$, und $\sigma = 13.6$, mithin $S' = \frac{13.6}{33} = 0.4121$. Ein Kubikfuß Quecksilber braucht somit beinahe nur 0.4 von der Wärme, deren ein Kubikfuß Wasser bedarf.

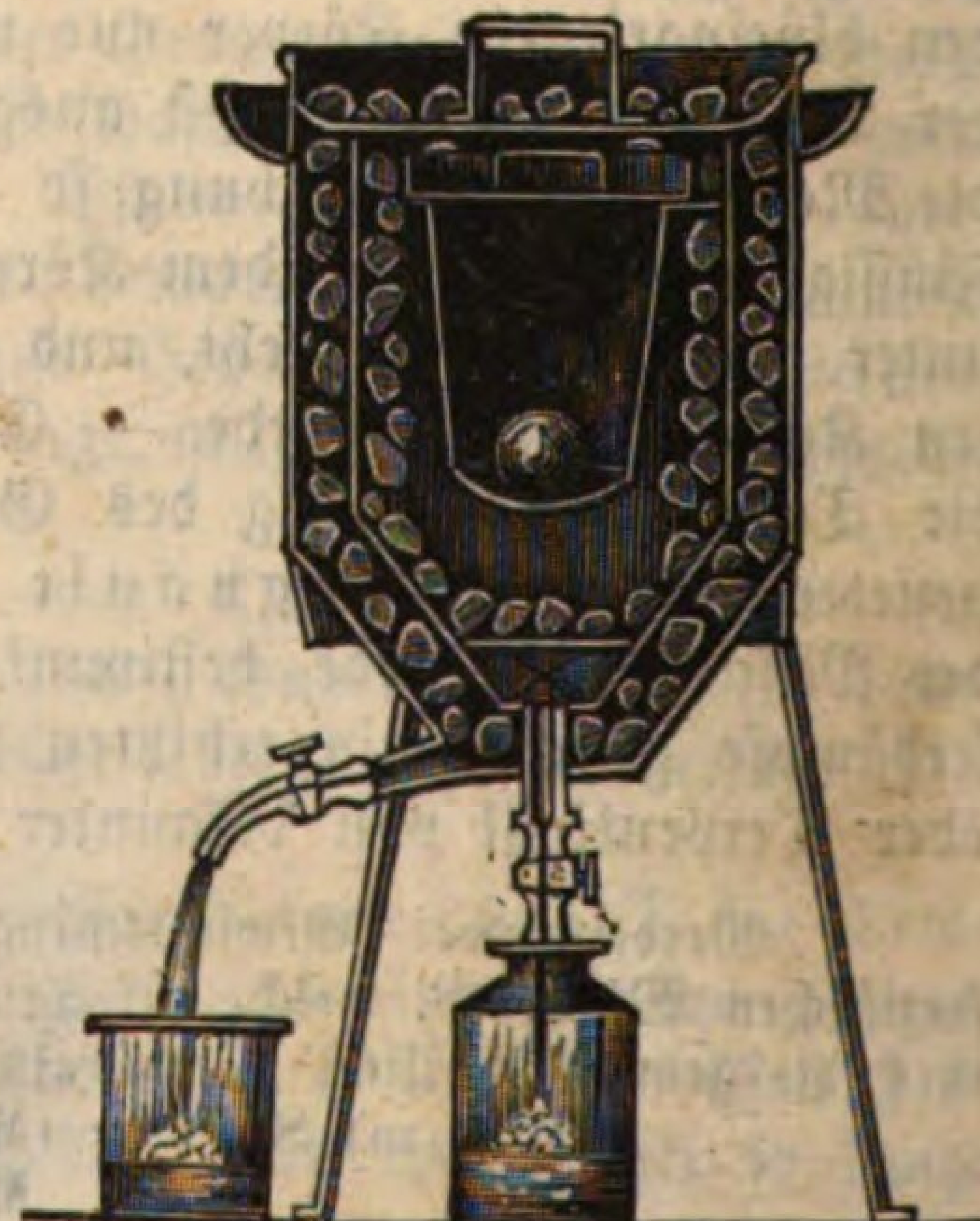
Fig. 269.



Pouillet bedient sich bei der Mischungsmethode des durch die Fig. 269. dargestellten Apparates. Der Wasserbehälter ist von dünnem Kupferblech, stehend auf drei an einem hölzernen Untersatze befestigten Korkstücken, und wird eingehüllt von einem zweiten ähnlichen und auf demselben Untersatze ruhenden Gefäße. Der Deckel des Gefäßes hat in der Mitte eine Oeffnung, durch die man den erwärmten Körper in einem Korbe von feinem Metalldrahte rasch in das Wasser einstellt, und in der Mitte desselben hängen läßt. Mittelst eines Stäbchens wird das Wasser umgerührt, damit die Gleichheit der Temperatur sehr bald eintrete; an zwei Thermometern wird die steigende Temperatur des Wassers beobachtet, und diejenige, die bei eingetretenem Gleichgewichte angezeigt wird, in Rechnung gebracht. Die Wärmemengen, welche die Thermometer, der Stab zum Umrühren und der Korb annehmen, müssen zu der, die das Wasser erhält, addirt werden.

2. Ein anderes Verfahren zur Ermittelung der spezifischen Wärme wurde von Laplace und Lavoisier in Anwendung gebracht. Sie bedienten sich eines eigenen Gefäßes, das man Calorimeter nennt und das Fig. 270. aus drei in einander steckenden Metallgefäßen besteht, die vermittelst kleiner Drähte in gewissen Abständen von einander gehalten werden; in das mittlere, das aus Draht geflochten ist, wird der zu untersuchende Körper gebracht, nachdem man sein Gewicht M und seine Temperatur T sorgfältigst bestimmt hat; der innere Raum um das Drahtgeflecht wird nun mit klein gestoßenem Eise gefüllt, und zur Abhaltung des Einflußes der äußern Luft auch in den Raum zwischen dem ersten und zweiten Gefäße Eis gebracht. Ein Hahn an dem ersten Gefäße führt das durch die Luftwärme geschmolzene Wasser seitwärts ab, während ein am

Fig. 270.



zweiten Gefäße angebrachter Hahn jenes Wassers in ein darunter gestelltes Gefäß leitet, welches durch die Wärme des im Drahtgeflechte befindlichen Körpers bei Erkaltung desselben bis zur Temperatur des Eises geschmolzen wird. Die Gewichtsmenge dieses Wassers wird bestimmt; nach neueren Untersuchungen ist die zum Schmelzen eines Pfundes Eis verwendete Wärme so groß, daß man damit im Stande wäre, ein Pfund Wasser von 0°, bis 79° C zu erwärmen, mithin ist die zum Schmelzen von N Pfunden Eis verbrauchte Wärme 79 N; da diese Wärme das Eis von dem auf 0° abgekühlten Körper erhalten hat, so ist

$$MST = 79\,N, \text{ und } S = \frac{79 . N}{M\,T}.$$

Ist der Körper, den man untersucht, tropfbar, so bringt man ihn in ein Metallgefäß, dessen spezifische Wärme man vorher bestimmt hat. Nachdem die Flüssigkeit sammt dem Gefäße auf 0° erkaltet ist, wird von dem Gewichte des geschmolzenen Eises dasjenige abgezogen, welches das Gefäß durch seine Wärme allein zu schmelzen vermöchte, und nun berechnet man die spezifische Wärme nach der letzten Formel.

Diese Methode gewährt keine genauen Resultate, weil viel von dem geschmolzenen Wasser am Eise hängen bleibt; dennoch kann sie in mehreren Fällen mit Vortheil angewendet werden wie z. B. zur Bestimmung der Wärmemenge, welche beim Uebergange eines flüssigen Körpers in den festen Zustand frei wird, so wie zur Ermittelung derjenigen, die durch das Athmen der Thiere in einer gegebenen Zeit entwickelt wird.

3. Dulong und Petit bestimmten die spezifische Wärme mittelst der sogenannten Abkühlungsmethode. Sie brachten die bis zu der nämlichen Temperatur erwärmten Körper in ein Gehäuse von polirten Silber, wodurch alle dieselbe Oberfläche und somit die nämliche Wärmeausstrahlungsfähigkeit erhielten; das Gehäuse erhielt zum Beobachten der Temperatur ein Thermometer, und hing in der Mitte einer Kugel, die man möglichst luftleer machte und die sich in einem Wasserbade von constanter Temperatur befand. Die Erkaltung erfolgte bei allen Körpern durch Strahlung und dies auf ganz gleiche Weise so, daß die Wärmemenge, die in einer Zeiteinheit ein Körper verlor, stets dieselbe blieb. Es sei diese Wärmemenge $= x$, und z die Zeit für irgend einen Körper, in welcher dessen Temperatur um $t°$ gesunken, m sei die Masse und s die spezifische Wärme dieses Körpers, so ist $x\,z = m\,s\,t$. Für einen andern Körper von der Masse m' und der spezifischen Wärme s' sei z' die Zeit, in welcher er in dem Silbergehäuse die Erniedrigung von 1° erleidet, wenn seine anfängliche Temperatur dieselbe war, wie die des andern Körpers, so ist

$$x\,z' = m'\,s'\,t, \text{ mithin}$$

$$\frac{z}{z'} = \frac{m\,s}{m'\,s'},$$

woraus sich das Verhältniß der spezifischen Wärmen beider Körper berechnen läßt.

Das silberne Gefäß wird stets mit dem flüssigen oder pulverisirten festen Körper vollkommen ausgefüllt. — Dieses Verfahren setzt voraus, daß die Erkaltung in allen Theilen der Masse gleichmäßig vor sich gehe und daß alle Körper die Wärme mit gleicher Leichtigkeit an das Silber abtreten, was nicht wahrscheinlich ist,

weshalb es nicht zu den genauen Resultaten führt, wie die mit Umsicht gebrauchte Mischungsmethode.

B. Bestimmung der spezifischen Wärme der Gase.

Nach Delaroche und Berard wird das wohl getrocknete Gas in einem von siedendem Wasser umgebenen großen Gefäße auf 100° C. erhitzt, und dann in einem langsamen gleichförmigen Strome durch ein schlangenförmig gewundenes Rohr geleitet, das in einem mit kalten Wasser gefüllten und geschlossenen Cylinder sich befindet. Das Gas tritt einen Theil seiner Wärme an das Wasser ab, wodurch seine Temperatur vermindert und die des Wassers erhöht wird. Ein Thermometer zeigt die Temperatur des Gases beim Eintritte in das Calorimeter an, und ein anderes diejenige, mit welcher es aus demselben austritt. Es sei M die Gewichtsmenge des Gases, welches die Temperatur der im Cylinder befindlichen Wassermasse m von t° auf t'° steigert, während seine Temperatur von 100° C. auf T Grade herabsinkt; bezeichnen wir mit s und σ die spezifische Wärme des Gases und des Wassers, so ist

$$M\,s\,(100^\circ - T) = m\,(t' - t)\,\sigma \text{ und}$$

$$\frac{s}{\sigma} = \frac{m\,(t' - t)}{M\,(100 - T)}.$$

Auf diese Art findet man die spezifische Wärme eines Gases bezüglich der des Wassers; man muß bei dieser Untersuchung große Gasmassen anwenden, und, um den Wärmeverlust an die Luft auszugleichen, das Wasser von einer solchen Temperatur nehmen, daß es vor dem Versuche um eben so viele Grade kälter, und nach dem Versuche um eben so viele Grade wärmer ist, als die Luft. — Bei einer zweiten Gasart deren spezifische Wärme s' ist, sei M' die Gewichtsmenge, welche die Wassermasse m um t' — t Grade erwärmt, während seine Temperatur von 100° auf T' herabsinkt, hat man

$$M'\,(100 - T')\,s' = m\,(t' - t)\,\sigma$$

mithin $$\frac{s}{s'} = \frac{M'(100 - T')}{M\,(100 - T)}.$$

Nimmt man die spezifische Wärme der atmosphärischen Luft M' als Einheit an, und ist s' diese Wärme für die Luft; so gibt die letzte Formel die spezifische Wärme eines Gases bezüglich der atmosphärischen Luft.

Bei diesem Verfahren stehen die Gase unter dem Drucke der atmosphärischen Luft und können sich in dem Gefäße so lange ausdehnen, bis ihre Ausdehnsamkeit dem Luftdrucke gleich wird; man erhält daher nur Resultate, welche die spezifische Wärme der Gasarten bei constantem Drucke und veränderlichem Volumen angeben. Von dieser spezifischen Wärme ist verschieden die spezifische Wärme bei constantem Volumen und veränderlichem Drucke; letztere ist kleiner, weil ein Gas, das sich nicht ausdehnen kann, bei übrigens gleichen Umständen mit einer geringeren Wärmemenge um einen Grad erwärmt werden kann, als in dem Falle, wo es bei der Erwärmung ein größeres Volumen anzunehvermag. Bezeichnet man mit S die spezifische Wärme bei constantem Drucke und mit s die bei constantem Volumen, so ist nach Doulong's scharfsinnigen Untersuchungen für jede Temperatur $\frac{S}{s} = 1.415 = q$

d. h. wenn wir die Wärmemenge, die nöthig ist, um einen Kubikfuß Gas, das in einem Gefäße eingeschlossen ist und sich nicht ausdehnen kann, um 1 Grad zu erwärmen, als Einheit annehmen, so ist die Wärmemenge, welche dieselbe Gewichtsmenge Gas zur Erhöhung seiner Temperatur um 1 Grad braucht, wenn es sich ausdehnen kann, 1.415.

Die Ermittlung dieses Verhältnisses beruht darauf, daß die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalls

$$c = \sqrt{\frac{E}{D}} \cdot q$$

ist; ermittelt man den Werth von c aus der Tonhöhe einer Pfeife, und ist E und D des Gases, das in der Pfeife tönt, bekannt, so läßt sich q berechnen.

Aus dem Gesagten ist zu schließen, daß bei der Erwärmung eines Gases, das sich ausdehnen kann, ein Theil der mitgetheilten Wärme als freie Wärme wirkt und die Temperatur erhöhet, der andere Theil gebunden wird und die Vergrößerung des Volumens erzeugt; letztere Wärme muß in Freiheit gesetzt werden, sobald man durch Druck das Volumen vermindert. Wird also ein Kubikfuß Gas von 0° C. bei 760 Millimeter Barometerstand um 1° C. erwärmt und kann es sich ausdehnen, so beträgt bekanntlich diese Ausdehnung $\frac{1}{273}$ Kubikfuß; wird nun ein Gas von 1° C. und bei 760 Millimeter Barometerstand um $\frac{1}{273}$ Kubikfuß zusammengedrückt, so muß die Temperatur um 0°.415 steigen, weil dieß die gebundene Wärme ist, welche zur Ausdehnung verwendet wurde. Man ist somit im Stande die Temperaturerhöhung beim Zusammenpressen eines Gases zu berechnen, wenn das Verhältniß $\frac{S}{s}$ für dieses Gas bekannt ist.

Man fand die spezifische Wärme von

Wasser	1.000	Glas	0.1977
Eisen	0.1138	Messing	0.0939
Zink	0.0955	Eis	0.5130
Kupfer	0.0951	Kochsalz	0.2260
Silber	0.0570	Schwefelsäure	0.3350
Blei	0.0314	Salpetersäure	0.6610
Zinn	0.0562	Salzsäure	0.6200
Platin	0.0324	Leinöl	0.5280
Gold	0.0324	Alcohol	0.7000
Schwefel	0.2026	atm. Luft	0.2670
Holz-Kohle	0.2411	Kohlenorydgas	0.2880
Sauerstoff	0.2360	Kohlensäuregas	0.2210
Stickstoff	0.2360	Wasserdampf	0.847
Wasserstoff	3.2940	Leuchtgas	0.421

Die angegebenen Werthe für die spezifische Wärme beziehen sich nur auf Temperaturen, die nicht 200° C übersteigen. Bei höheren Temperaturen wächst die spezifische Wärme, wenn die Temperatur steigt.

Will man die Wärmemenge bestimmen, die eine gegebene Gewichtsmenge eines Körpers braucht, damit die Temperatur derselben um 1° C erhöhet werde, so hat man nur nöthig, sie mit der spezifischen Wärme zu multipliciren. Berechnet man diese Wärmemengen für die Aequivalente der Grundstoffe, so ergibt sich das merkwürdige Gesetz, daß diese Wärmemengen entweder einander gleich, oder Vielfache

nach ganzen Zahlen von der kleinsten dieser Wärmemengen sind. Für die meisten, Grundstoffe ergibt sich die Zahl 3.2, für andere wie z. B. für Silber, Gold die Zahl 6.4 mithin noch einmal so groß, für manche z. B. für Sauerstoff 1.8, also nur die Hälfte von 3.2. — Die kleinen Abweichungen von dem angeführten Gesetze finden ihre Erklärung in den großen Schwierigkeiten bei der Bestimmung der spezifischen Wärme. Die Untersuchungen lehren weiter, daß das angeführte Gesetz auch für chemisch zusammengesetzte Körper gültig ist, und daß die Wärmemengen der Aequivalente ähnlicher Verbindungen nahe einander gleich sind. So z. B. von MgO, MnO, ZnO, PbO gleich 5.3, von Fe_2O_3 gleich 13.5 von Bi_2O_3 14.3 von Al_2O_3 11.17.

Dulong und Petit haben zuerst den merkwürdigen Zusammenhang zwischen der spezifischen Wärme und dem chemischen Werthe der Körper entdeckt, aber von der atomistischen Theorie ausgehend, waren sie der Ansicht, daß alle Atome der Grundstoffe gleiche Wärmemengen besitzen, oder was gleich viel ist, daß die Produkte aus der spezifischen Wärme und dem Atomgewichte bei allen Grundstoffen einander gleich sind.

Regnault's Untersuchungen lehren ferner, daß die spezifische Wärme eines festen Körpers, bei dem Uebergange desselben in den flüssigen Zustand geändert wird; so ist z. B. die des flüssigen Zinns nicht mehr 0.0562, sondern größer und gleich 0.0637; die des Wassers fast noch einmal so groß als die des Eises. Die spezifische Wärme s des Wassers nimmt mit seiner Temperatur zu; Regnault fand für t^0

$$s = 1 + 0.00004\ t + 0.0000009\ t^2.$$

Pouillet brachte eine Platinakugel von bekanntem Gewichte in einen erhitzten Raum, dessen Temperatur er mittelst eines Luftthermometers bestimmt hatte; nachdem man sicher sein konnte, daß sie die Temperatur des erhitzten Raumes angenommen hat, wurde sie schnell ins Wasser, dessen Gewicht genau bestimmt worden war, geworfen, die Zunahme der Temperatur des Wassers beobachtet, und hieraus die spezifische Wärme s des Platins berechnet; es ergab sich für 100° C, $s = 0.03350$, und für Temperaturen von 100° bis 1200° C.

$$s = 0.03350 + 0.0000042\ t \quad (2).$$

Diese Gleichung (2) kann man benützen, um z. B. die Temperatur eines Ofens zu finden. Nehmen wir an, eine Platinkugel von der Masse m bekomme in einem Ofen die Temperatur x; und werde hierauf schnell ins Wasser, dessen Masse $= M$ ist, geworfen, wodurch dieses von der Kugel um t^0 erwärmt und auf die Temperatur von T^0 gebracht wird. Ist s die spezifische Wärme der Platinakugel bei x^0, so ist der Wärmeverlust, den sie im Wasser erleidet, gleich $m\ s\ (x - T)$, während das Wasser die Wärmemenge $M\ t$ gewinnt, somit ist

$$m\ s\ (x - T) = M\ t;$$

setzt man für s den Werth aus der Gleichung (2), und vernachläßigt T bezüglich des bedeutenden Werthes von x, so ist

$$x\ (0.0335 + 0.0000042\ x) = \frac{M\ t}{m},$$

woraus sich x leicht berechnen läßt.

§. 187. Bestimmung der Flüssigkeitswärme der Körper. Ist die Temperatur eines Körpers bis zu seinem Schmelzpunkte gestiegen, so wird jede weitere ihm zuströmende Wärmemenge zum Schmelzen verwendet, und seine Temperatur bleibt unverändert; die Wärme wird gebunden (latent). Ist nicht so viel Wärme vorhanden, als eine gewisse Gewichtsmenge eines Körpers braucht, um zu schmelzen, so wird ein Theil ungeschmolzen zurückbleiben. Nehmen wir an, wir wollten die Wärmemenge bestimmen, die beim Schmelzen von 1 Pfund Eis von 0° gebunden wird; so bringt man in einem Zimmer von 14° C 46½ Pfund Wasser auf die Temperatur von 16° C, und setzt hinein 1 Pfund zerstoßenes Eis von 0°, das Eis schmilzt, und setzt nach neueren Untersuchungen die

Temperatur des Wassers auf 14° herab; mithin ist zur Umwandlung des Eises von 0° in Wasser von 14° eine Wärmemenge verwendet worden, welche 46½ Pfund Wasser um 2°, oder 1 Pfund Wasser um 93° C zu erwärmen im Stande wäre; mithin sind 79° C oder 63.2 R nöthig, um 1 Pfund Eis von 0° in Wasser von 0° zu verwandeln.

Auf ähnliche Weise kann man bei andern Körpern verfahren; man erhöht die Temperatur des vorher abgewogenen Körpers bis zum Schmelzpunkte, bringt ihn hierauf in eine abgewogene Quantität einer Flüssigkeit von noch höherer Temperatur, in der er schmilzt, und sieht, um wie viel Grade die Temperatur der Flüssigkeit beim Schmelzen vermindert wird; man hat dann alle zur Berechnung der Flüssigkeitswärme nothwendigen Daten.

Heißt m die Masse, s die spezifische Wärme, t die Temperatur des Schmelzpunktes eines Körpers, M, S, T seien dieselben Größen für die Flüssigkeit, in welcher die Schmelzung Statt findet, x die gebundene Wärmemenge für eine Masseneinheit, und t′ die Temperatur der Flüssigkeit und des Körpers nach der Schmelzung; so ist $MS(T - t')$ die Wärmemenge, welche die Flüssigkeit verloren hat, und die zum Schmelzen und zur Erwärmung des geschmolzenen Körpers auf t′° verwendet wurde; mithin ist

$$MS(T - t') = mx + ms(t' - t);$$

woraus x leicht bestimmt wird. Eine richtige Bestimmung des Werthes von x erfordert Beachtung aller bei der Mischungsmethode angegebenen Vorsichten.

Nimmt man als Einheit der beim Schmelzen gebundenen Wärmemengen, die Wärmemenge an, die ein Pfund Wasser um 1° C. erwärmt; so ist die gebundene Wärme beim Schmelzen des Eises = 79. Folgende Tafel gibt nach Persons Untersuchungen den Schmelzpunkt und die gebundene Wärme von mehreren Körpern an:

Name des Stoffes.	Schmelzpunkt.	Gebundene Wärme für eine Gewichtseinheit.
Phosphor	44.2 C.	4.71
Gelbes Wachs	62	43.51
Schwefel	115	9.17
Zinn	235	14.30
Wismuth	270	12.40
Blei	332	5.15
Zink	423	27.46.

Aus diesen Beispielen ist ersichtlich, daß die Wärmemenge, die beim Schmelzen gebunden wird, bei verschiedenen Körpern sehr verschieden ist; während 1 Pfund Eis 79 Wärmeeinheiten braucht, um zu schmelzen, reichen beim Schwefel 9.17, bei Blei schon 5.15 Wärmeeinheiten aus. Von der Menge der zum Schmelzen erforderlichen Wärme hängt die Raschheit des Schmelzens ab; daher schmilzt Phosphor, Blei sehr schnell, das Eis dagegen sehr langsam, weshalb sich ein Klumpen Eis in lauwarmer Luft lange Zeit erhält. Die Gletscher erleiden daher während des Sommers nur eine geringe Volumverminderung.

Man hat Legirungen aus Wismuth, Blei und Zinn, die schon zwischen 76° und 304° R. schmelzen, und werden als Schnellloth bei vielen Metall-Arbeiten verwendet. Die sogenannten Flußmittel, wie z. B. Flußspath, Quarz, Borax dienen dazu, um andere Körper rascher in Fluß zu bringen. — Viele organische und unorganische Körper kann man nicht schmelzen, weil sie in der Wärme zersetzt werden. — Hall brachte Marmor zum Schmelzen, indem er ihn in einem Gewehrlaufe zusammenpreßte, und das Entweichen der Kohlensäure durch einen starken Druck verhinderte.

Damit ein geschmolzener Körper aus dem flüssigen Zustande wieder in den festen zurückkehre, muß zuerst seine Temperatur bis zum Schmelzpunkte herabsinken, und hierauf eine kältere Umgebung ihm noch weiter Wärme entziehen; während der Erstarrung entweicht von ihm alle Wärme welche beim Schmelzen latent geworden ist; diese in Freiheit gesetzte Wärme, ist es, welche in jedem Augenblicke den Verlust ersetzt, den der Körper durch die Umgebung erleidet, weshalb seine Temperatur während der Erstarrung unverändert bleibt. Der Uebergang in festen Zustand beginnt an der Oberfläche und zwar in der Regel bei einer Temperatur, die nur wenig geringer ist, als diejenige, bei welcher der Körper flüssig wird. Viele Körper krystallisiren dabei, wenn die Abkühlung langsam vor sich geht und die Masse ganz ruhig steht. In der Regel ziehen sich die flüssigen Stoffe beim Erstarren auf einen kleineren Raum zusammen; allein wenn sie dabei krystallisiren, so wird häufig ihr Volumen vergrößert.

Die Volumänderung, welche beim Festwerden mancher Körper eintritt, ist vom Einfluß auf die Anordnung der Molecüle der erstarrenden Masse. Indem z. B. das Volumen des Wassers beim Gefrieren wächst, so muß die bereits gebildete Eisdecke reißen, um dem neugebildeten Eise Platz zu machen. Findet bei der erstarrenden Masse eine Zusammenziehung Statt, so löst sich die äußerste, zuerst erstarrte Schichte tafelartig ab, und indem sich die Ablösung von der erkaltenden Masse mehr oder weniger oft wiederholt, erhält die Masse das platten- oder säulenförmige Aussehen das wir bei manchen Gesteinsmassen finden, die aus geschmolzenem Zustande in den festen übergegangen sind. — Sandsteine, die im Hochofen eine theilweise Erweichung ihrer Masse erfahren, zerklüften beim Erkalten in der Art, daß sie im Inneren die säulenförmige Absonderung annehmen, wie wir sie bei Basalten, Trachyten, Porphyren finden, wir schließen daraus, daß diese säulenförmige Gestaltung der letzteren dem Erkalten nach einer stattgehabten hohen Temperatur zuzuschreiben ist.

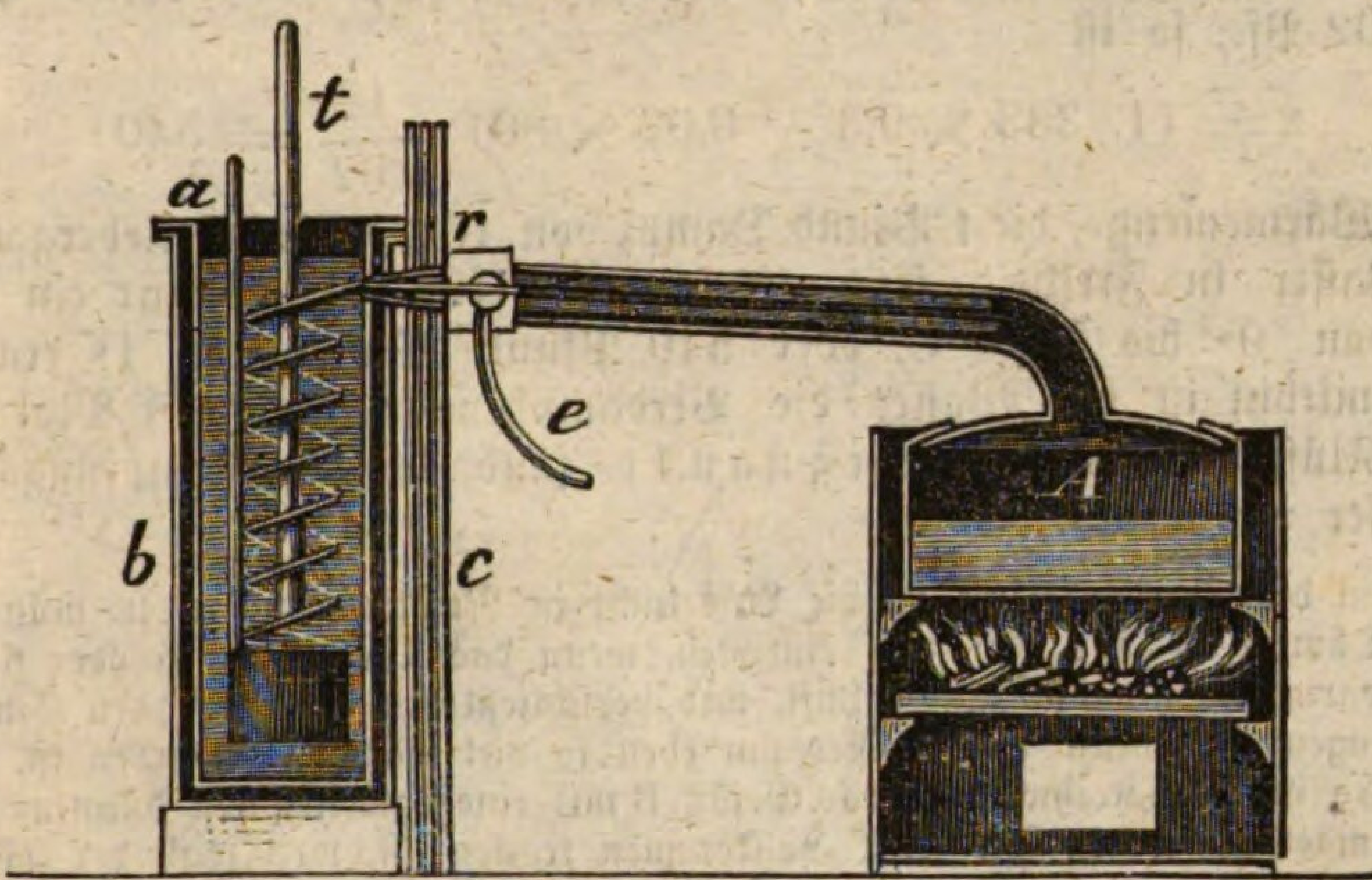
Bei einer sehr großen Masse, die aus Stoffen von verschiedener Schmelzbarkeit besteht, wie es z. B. die Lava ist, geht die Abkühlung sehr langsam vor sich, und es können sich die Bestandtheile von einander sondern und dabei zu sehr regelmäßigen Krystallen anschießen; wir finden daher in erstarrten Laven Krystalle mannigfaltiger Art. — Kleine Tropfen von Phosphor und Schwefel bleiben noch bei 12 bis 15° im flüssigen Zustande, aber die Berührung mit dem Bart einer Feder macht, daß sie augenblicklich unter Wärmeentwicklung erstarren. Es gibt noch viele andere Körper, die man unter den Schmelzpunkt erkalten kann, ohne daß sie erstarren.

Enthält das Wasser Alcohol, eine Säure, ein Alcali oder ein Salz im gelösten Zustand, so gefriert es erst bei einer Temperatur unter Null und das entstandene Eis ist reines Wasser; so z. B. gefriert das Meerwasser erst bei 2° R. unter Null; schmilzt man das aus dem Meerwasser entstandene Eis, so gibt es salzfreies Wasser. Wein, der wenig Weingeist enthält, gefriert bei 4° R. unter Null; die vom Eise eingehüllte noch flüssige Masse erscheint dann reich an Alcohol, da dieser nicht gefriert.

§. 188. Gebundene Wärme der Dünste. (Verdünstungswärme). Der Uebergang einer tropfbaren Flüssigkeit in Dünste wird bekanntlich durch die Wärme bewirkt, die in den Dünsten latent wird; diese latente Wärme wird beim Tropfbarwerden der Dünste wieder frei und kann mittelst des Apparates Fig. 271. gemessen werden. In dem Gefäße **A** wird die Flüssigkeit zum Sieden gebracht, die entstandenen Dämpfe werden durch ein mit Wasser gefülltes Gefäß **B** vermittelst eines schlangenförmig gewundenen Rohres geleitet; daselbst werden sie zu Wasser verdichtet, welches sich in einem kleinen Behälter **C** sammelt, der durch ein

Rohr a mit der äußeren Luft in Verbindung steht, damit das Sieden unter dem äußeren Luftdrucke vor sich gehen könne. Ein Thermometer t

Fig. 271.



gibt die Temperatur des Wassers an, das beständig mittelst eines Stabes umgerührt wird, um in der ganzen Masse eine gleichförmige Temperatur zu erhalten. Zwischen A und B befindet sich ein Schirm c, der aus drei, durch Luftschichten von einander getrennten polirten Metallplatten besteht, um jeden Einfluß der Wärme von A auf B abzuhalten. Der Hahn r hat eine doppelte Bohrung; durch eine kann der Dampf von A mittelst des Seitenrohres e in die äußere Luft, und nach einer Viertelumdrehung des Hahns durch die zweite in die schlangenförmige Röhre übergehen. Anfangs läßt man den Dampf durch e in die Luft austreten, hat aber das Sieden begonnen, und wird der Hahn gehörig erwärmt, so versetzt man den Hahn in die zweite Stellung.

Die Gewichtszunahme des Gefäßes C gibt das Gewicht der condensirten Dämpfe; diese Größe = m und das Gewicht M der Wassermasse in B nebst der Temperaturerhöhung des Wassers setzt uns in den Stand, die beim Uebergange der Dämpfe in tropfbaren Zustand freigewordene Wärmemenge zu berechnen; da diese derjenigen gleich ist, die bei der Dampfbildung gebunden ist, so ist damit auch die letztere bestimmt.

Ist x die Wärmemenge, die von einer Gewichtseinheit Wasserdämpfe beim Tropfbarwerden frei wird; t die anfängliche Temperatur des Wassers, im Gefäße B und T diejenige, zu der es durch die tropfbar gewordenen Dämpfe gebracht wird, so ist M (T — t) die von der Wassermasse M gewonnene Wärmemenge; die in das Schlangenrohr eintretenden Dämpfe haben die Temperatur von 100°C; daher ist mx + m (100 — T) diejenige Wärmemenge, welche die Dämpfe beim Tropfbarwerden dem Wasser mitgetheilt haben, folglich ist

$$M (T - t) = mx + m (100 - T), \text{ und}$$

$$x = \frac{M (T - t) - m (100 - T)}{m.}$$

Würde eine andere Flüssigkeit in Dämpfe verwandelt, so müßte man in dem Ausdrucke m (100 — T) anstatt 100 die Temperatur setzen, bei welcher die Flüssigkeit siedet, und außerdem den Ausdruck mit der spezifischen Wärme dieser Flüssigkeit multipliciren. War z. B. bei der Lufttemperatur von 15°.3 anfänglich t = 10°.7, dann T = 20°, M = 1.333 Pf. und m = 0.02 Pf., so ist

$$x = (1.333 \times 9.3 - 0.02 \times 80) \frac{1}{0.02} = 540$$

d. h. die Wärmemenge, die 1 Pfund Dampf von 100° C beim Uebergange in tropf. Wasser in Freiheit setzt, ist so groß, daß man damit ein Pfund Wasser von 0° bis 540° C, oder 540 Pfund Wasser um 1° erwärmen könnte; mithin ist bei Wasser die Verdampfungswärme 6.8 Mal größer als die Flüssigkeitswärme. Regnault fand die Verdampfungswärme bei Wasser = 536.5.

Um den Wärmeverlust an die Luft nicht in Rechnung ziehen zu müssen, läßt man die Dämpfe in das Gefäß B eintreten, wenn das Wasser um 5 oder 6 Grade weniger warm ist, als die äußere Luft, und verschließt den Dämpfen den Eintritt in das Schlangenrohr, wenn das Wasser um eben so viel wärmer geworden ist, als die Luft. — Es ist auch nothwendig, das Gefäß B mit einem zweiten von dünnem Kupferblech zu umgeben, worin die Luft vollkommen trocken ist, weil sonst der Thau, der das kalte Gefäß bedecken möchte, einen Fehler in der Bestimmung der Größe, die gesucht wird, herbeiführen würde. — Die Wärme, welche die tropfbar gewordenen Dämpfe dem Schlangenrohr und dem Behälter C mittheilen, muß in Rechnung gebracht werden; ist M' das Gewicht und s die spezifische Wärme von C und dem Schlangenrohr, so ist M s (T — t) die Wärmemenge die sie erhalten; heißt T' die Siedhitze und S die spezifische Wärme der Flüssigkeit, deren Verdampfungswärme man sucht, so ist die genauere Formel zur Berechnung der letzteren Wärme:

$$M' (T - t) s + M (T - t) = m x + m S (T' - T).$$

Nach Andrews Untersuchungen (Pogg. Ann. 75. Band) ist die latente Dampfwärme bei Alcohol 202.4, bei Holzgeist 263.7, bei Aether 90.5, bei Essigäther 92.7, Schwefelkohlenstoff 86.7.

Neuestens hat Regnault ausgedehnte Versuche über die latente Wärme des Wasserdampfes angestellt und gefunden, daß die Zahl l der Wärmeeinheiten, die 1 Gewichtseinheit gesättigter Dampf von t° mehr besitzt, als 1 Gewichtseinheit Wasser von 0°, ausgedrückt wird durch

$$l = 606.5 + 0.305\ t.$$

Regnault fand für die Wärmemenge q, (in Wärmeeinheiten ausgedrückt), welche eine Gewichtseinheit Wasser von t° bei dem Erkalten auf 0° verliert,

$$q = t + 0.00002\ t^2 + 0.0000003\ t^3$$

und für die spezifische Wärme σ des Wassers bei t° den Ausdruck:

$$\sigma = 1 + 0.00004\ t + 0.0000009\ t^2.$$

Zieht man von l den Werth q ab, so erhält man die latente Verdampfungswärme des Wassers für t°. Diese beträgt 606.5 Wärmeeinheiten für 0°, 571.6 für 50, 536.5 für 100, 464.3 für 200° u. s. f. Auch Pouillet kommt auf einem andern Wege als Regnault zu dem Resultate, daß gesättigter Wasserdampf eine um so größere Gesammtwärmemenge, und eine um so kleinere latente Wärmemenge enthalte, je höher die Temperatur ist.

§. 189. Der Leidenfrost'sche Versuch. Macht man einen aus dünnem Platinblech getriebenen flachen Löffel von 9 bis 10 Linien im Durchmesser, der mit einem mehrere Zoll langen eisernen Stiele versehen ist, über einer starken Weingeistflamme weiß glühend, und läßt dann

aus einer Glasröhre mehrere Tropfen Wasser darauf fallen, so breitet sich das Wasser nicht aus, sondern behält seine Tropfengestalt, geräth bald in eine rotirende Bewegung, die seine Gestalt verändert, so daß diese oft sternförmig wird; dabei verdünstet das Wasser nur langsam, und seine Temperatur ist unter 80° R. Nimmt man den Platinlöffel vom Feuer weg, so hört die Glühhitze bald auf, und nun sieht man den Tropfen über den Löffel sich ausbreiten und unter lebhaftem Aufkochen rasch in Dämpfe übergehen; dies erfolgt oft plötzlich unter einem lauten Knalle. Dieser von Leidenfrost herrührende Versuch kann auch mit manchen andern Flüssigkeiten und mit Metallen, wie Silber, Eisen in der Weißglühhitze angestellt werden. In einem aus Platindraht gebildeten glühenden Siebe nimmt Wasser, Alcohol, Aether die Tropfenform an, und fällt durch die Maschen des Siebs nicht durch, während die Dämpfe dieser Flüssigkeiten durchgehen.

Der angeführte Versuch beweist, daß zwischen dem glühenden Metalle und der Flüssigkeit keine Berührung besteht; diese Trennung ist jedoch nicht die Wirkung einer eigenen Repulsivkraft, wie man früher glaubte, sondern eine Dampfschichte, welche die Flüssigkeit einhüllt, die auf einem Körper ruht, dessen Temperatur 150° bis 200° C übersteigt, verhindert den Contact dieser Flüssigkeit mit dem Metall; deshalb wird der Uebergang der Wärme sehr erschwert, so daß die Flüssigkeit vom Metall nur wenig Wärme erhalten, und daher nur wenig Dampf gebildet werden kann. Diese Ansicht bestätigte Person, indem er den Druck bestimmte, den die unter der Flüssigkeit gebildeten Dämpfe ausüben, und bewies, daß die Spannkraft selbst zwischen den Maschen eines glühenden Siebes hinreichend stark ist, die Flüssigkeit schwebend zu erhalten. Ligal machte die Wahrnehmung, daß Aether auf heißem Wasser oder Oel die Tropfenform annimmt, wie auf einer heißen Metallplatte; wobei die flüssige Unterlage unter dem Tropfen sich eben so gestaltet, wie wenn in der Flüssigkeit ein Körper, der von ihr nicht benetzt wird, schwimmen würde; diese Erscheinung beweiset, daß in der höheren Temperatur die Adhäsion des Aethers zum Oel kleiner ist, als bei einer niederen. Die Trennung der Flüssigkeit von der glühenden Metallfläche könnte wohl nach Buff immer daher kommen, daß bei steigender Temperatur die Adhäsion der Flüssigkeit zu der Metallfläche in einem größeren Verhältnisse als die Cohäsion ihrer Theilchen vermindert wird, was zur Folge hat, daß die Flüssigkeit bei einer gewissen Temperatur die Tropfenform annimmt, wobei die Berührung mit der Unterlage nicht mehr so innig ist, wie im Zustande der Benetzung, und durch die Dampfschichte, die sich an der Oberfläche des Tropfens bildet, vollends aufgehoben wird.

Taucht man den kirschroth glühenden Stahl ins kalte Wasser, wie dies beim Härten geschieht, so sieht man ihn anfänglich einige Zeit fortglühen, indem er Dämpfe erzeugt, die ihn einhüllen; aber sobald die Berührung mit dem Wasser an einigen Punkten eingetreten ist, erkalten auch die nächsten Punkte, das Wasser beginnt an diesen Punkten lebhaft aufzukochen, und der Stahl wird plötzlich abgekühlt. — Ein durch einen electrischen Strom glühend gewordener Platindraht glüht auch unter Wasser fort, ohne jene Erhitzung zu erzeugen, die ein minder warmer bewirkt.

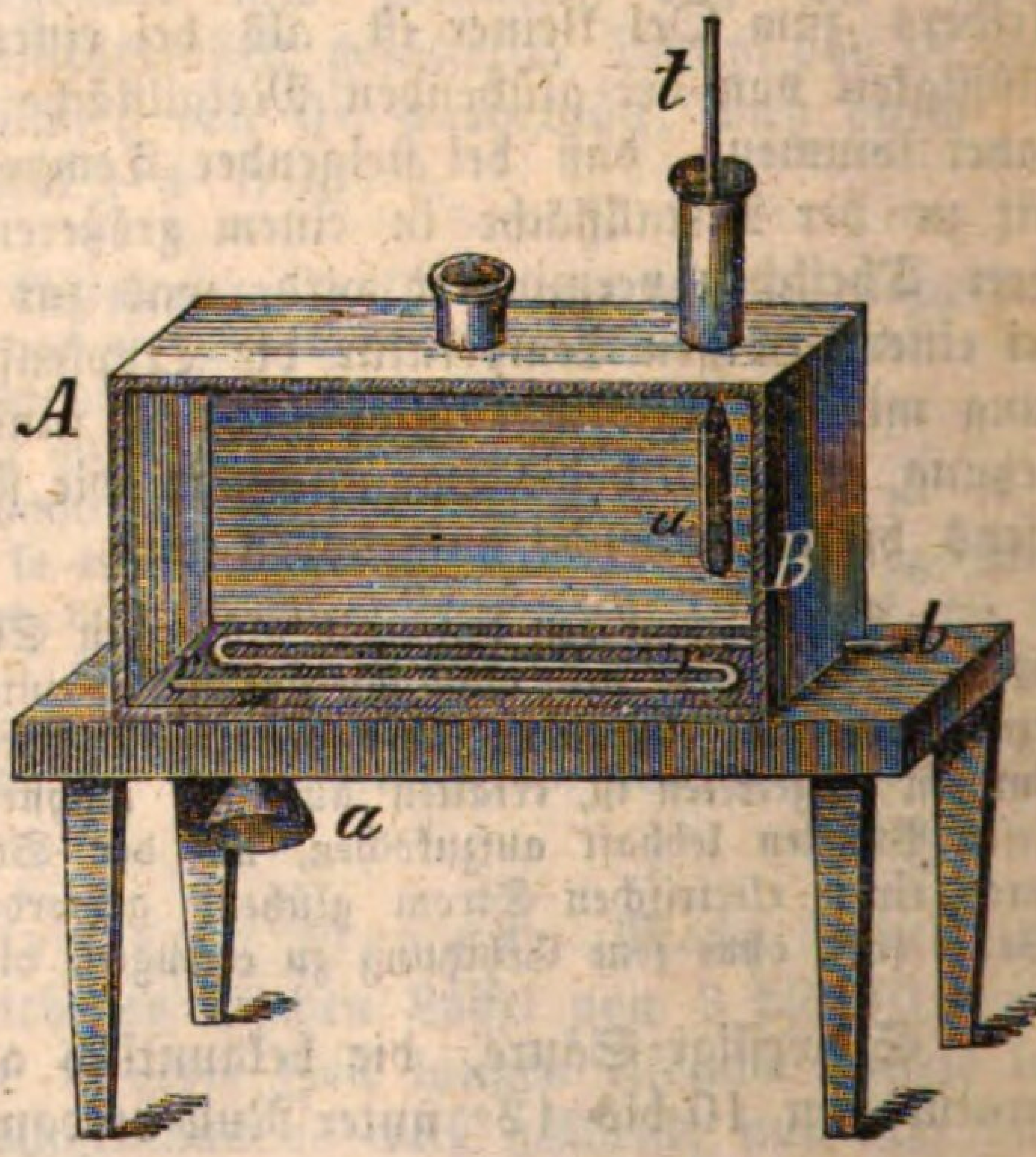
Schweflige Säure, die bekanntlich an der Luft schon bei einer Temperatur von 10 bis 12° unter Null verdampft, wobei ihre Temperatur bis

auf 20°, und wenn man mittelst eines Blasebalgs einen Luftstrom darauf leitet, sogar bis 40° C herabsinkt, nimmt in einem glühenden Plantintiegel die Kugelform an, erscheint vom Platin getrennt, und verdünstet nur langsam; gießt man etwas Wasser darauf, so erstarrt dieses zu Eis, indem die schweflige Säure rasch verdünstet. Faraday brachte mittelst einer Mischung von Aether und condensirter Kohlensäure, welche in einem glühenden Platintiegel sich befanden, Quecksilber in wenigen Secunden zum Gefrieren.

Boutigny hat in der neuesten Zeit die Thatsache constatirt, daß man den Finger, sogar die Hand in geschmolzenes Blei oder Bronze eintauchen kann, ohne verletzt zu werden; denn die Dampfschichte, die sich aus der Hautfeuchtigkeit bildet, verhindert die Berührung der Flüssigkeit und der Haut, so daß nur die strahlende Wärme auf den eingetauchten Körpertheil wirkt und zur Bildung neuer Dämpfe verwendet wird. Boutigny fand, daß man sich nicht auf die natürliche Feuchtigkeit verlassen dürfe, sondern daß der Versuch am besten gelinge, wenn man die Hand mit Seife gerieben und kurz vor dem Eintauchen in eine kalte mit schwefliger Säure gesättigte Lösung von Salmiak, oder auch nur in eine wässerige Salmiaklösung getaucht hat. Indessen wird die Flüssigkeit bald verdampft und die Hitze könnte wieder gefährlich werden, wenn man den Finger oder die Hand nicht schnell zurückzöge: das Eintauchen und Zurückziehen darf jedoch nicht zu rasch vor sich gehen, weil man durch Anstoßen an die geschmolzene Metallmasse die Dampfhülle verdrängen, dadurch eine Berührung derselben mit dem Körpertheil bewirken, und sich verbrennen könnte. Come empfiehlt die Vorsicht, vor dem Eintauchen die Oxydschichte an der Oberfläche der Bleimasse wegzunehmen, weil sich diese leicht an die Hand anlegen könnte; er befeuchtete die Hand vor dem Eintauchen mit schwefliger Säure, und hatte im flüssigen Blei und selbst im Eisen die Empfindung von Kälte. Dieß ist nach Ligal auch der Fall, wenn man die Hand zuvor mit Aether benetzt hat; man kann die mit Aether befeuchtete Hand auch in siedendes Wasser gefahrlos eintauchen.

§. 190. **Bestimmung der Wärmemenge, die beim Verbrennen der Körper entwickelt wird.** Zu dieser Bestimmung bedient man sich des in der Fig. 272. abgebildeten Calorimeters von Rumford, der aus einem parallelepipedischen Kasten von dünnem Kupferblech besteht, an dessen Boden ein nach außen sich erweiternder Trichter angebracht ist; an diesen Trichter ist das eine Ende einer kupfernen Röhre angesetzt, die schlangenförmig, aber so gewunden ist, daß alle Windungen am Boden in der nämlichen horizontalen Ebene sich befinden, das andere Ende dieser Röhre tritt durch die eine Seitenwand hervor. Der Kasten ist mit einer abgewogenen Menge Wasser gefüllt, dessen Temperatur ein Thermometer t angibt, welches anstatt einer Kugel ein durch die ganze Höhe des Wassers gehendes Cylindergefäß hat. Um die Wärme, die beim Verbrennen eines

Fig. 272.



Körpers entwickelt wird, zu ermitteln, verbrennt man diesen Körper, nachdem man ihn klein zerstückelt und abgewogen hat, unter dem Trichter, wodurch eine Temperaturerhöhung des Wassers und des Kastens hervorgebracht wird, aus der sich die beim Verbrennen entwickelte Wärmemenge berechnen läßt. Man kann durch dieses Verfahren nur dann genaue Resultate erhalten, wenn das Wasser vor dem Versuche um eben so viele Grade kälter war, um wie viele es nach beendeter Verbrennung wärmer erscheint, als die Umgebung; außerdem muß auf den Wärmeverlust durch die entweichenden Verbrennungsprodukte so wie auf denjenigen Rücksicht genommen werden, den das Brennmaterial durch Ausstrahlung erleidet. Man soll den Verbrennungsproceß so leiten, daß die aus dem Schlangenrohr austretenden Gase nur sehr wenig wärmer erscheinen, als die Luft.

Auf solche und ähnliche Art hat man gefunden, daß beim Verbrennen von einem Pfund der folgenden Brennstoffe, eine Wärmemenge entwickelt wird, welche die beigesetzte Anzahl Pfunde Wassers von 0 bis 1° C erwärmen könnte:

Vollkommen trockenes Holz	3600	Torfkohle	6300
Lufttrockenes	2900	Baumöl	11.200
Holzkohlen	7500	Rüböl gemengt	9300
Reine Kohle	7800	Talg	8000
Steinkohle, beste	7000	Wachs	9000
Geringere	6000	Alcohol	6000
Coaks	6600	Aether	8000
Torf 2500 bis	3000.		

Dulong und neuestens Andrew's fanden für

Wasserstoff	34.600	Kohlenoxydgas	2500
Sumpfgas	13.300	Leuchtgas	12.200

Manche nehmen an, daß die beim Verbrennen verschiedener Stoffe entwickelten Wärmemengen der Menge des dabei verbrauchten Sauerstoffes proportional ist; allein man muß nicht unberücksichtigt lassen, daß beinahe die Hälfte des Sauerstoffes der zuströmenden Luft mit dem kohlensauren und Stickgase unbenutzt entweicht.

Jede Gewichtseinheit eines Brennstoffes bedarf zum Verbrennen dieselbe Menge Sauerstoff und liefert stets dieselbe Wärmemenge, mag das Verbrennen rasch oder langsam vor sich gehen; allein die Temperatur, die dabei in einer gewissen Zeit erzeugt wird, ist desto höher, je mehr Brennstoff während dieser Zeit verbrennt, was nur bei einer raschen Zuströmung des Sauerstoffes der atmosphärischen Luft möglich ist. Die Wirkung eines schnelleren Luftzuges macht man an dem Verbrennen eines kurzen rothglühenden Eisenstabes ersichtlich, wenn man denselben vermittelst eines Drahtes schnell schwingt. Der Sauerstoff muß den Brennstoff in hinreichend vielen Punkten berühren, daher brennen viele Körper in verdünnter Luft, oder in solcher, die mit Gasen, welche das Verbrennen nicht unterhalten, gemengt ist, entweder gar nicht, oder nur bei sehr hoher Temperatur. Die Fortdauer des Verbrennungsproceßes erfordert ein beständiges, hinreichend schnelles Entweichen der gasförmigen Verbrennungsprodukte, weil sonst der Sauerstoff nicht in gehöriger Menge zuströmen könnte. Die größte Hitze liefert verbrennendes verdichtetes Knallgas, weil beim Verbrennen des Wasserstoffgases sehr viel Wärme entwickelt wird, wenn nur so viel Sauerstoff vorhanden ist, als zum verbrennen nöthig ist, und weil von der entwickelten Wärmemenge nicht erst ein

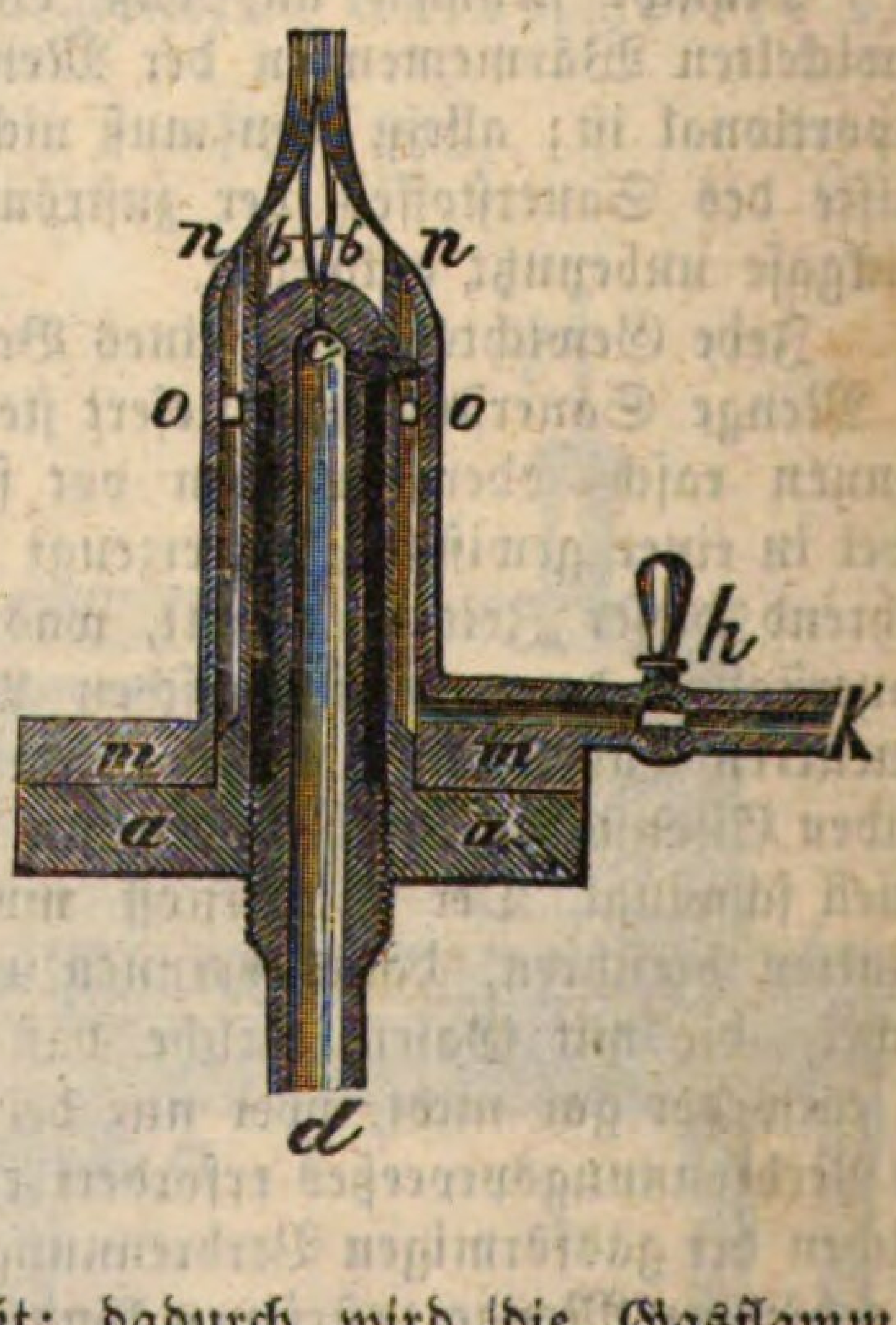
Theil zur Zersetzung des Brennstoffes verwendet wird, ferner auch deshalb, weil beide Bestandtheile des Knallgases im comprimirten Zustande angewendet werden. Um das Verbrennen des Knallgases auf eine gefahrlose Art zu bewerkstelligen, bedient man sich des früher beschriebenen Daniel'schen Hahnes. In der Flamme dieses Gases schmilzt Platin fast wie Wachs. Auch ein Gemenge von Leuchtgas und Sauerstoffgas gibt eine sehr beträchtliche Hitze.

Bei gewöhnlichen Verbrennungsprocessen geht immer ein Theil der entwickelten Wärme für die Zwecke, für die das Verbrennen Statt findet, verloren, indem ein Theil zur Verwandlung des in den Brennstoffen etwa vorhandenen Wassers in Dämpfe, ein anderer Theil zur Zersetzung des Brennstoffes und zur Erhitzung der aufsteigenden Verbrennungsproducte und der unbenützten Bestandtheile der zugeströmten atmosphärischen Luft verwendet wird. Ein Theil der Wärme geht auch durch Strahlung an die Umgebung verloren, insbesondere entzieht das Mauerwerk, welches den Brennstoff umgibt, einen nicht geringen Theil der entwickelten Wärme. — In einem Ofen wird von der entwickelten Wärme mehr benützt, als auf dem Heerde. — Holzkohlen und Coaks geben eine starke Hitze, weil bei ihrer Verbrennung wenig gasförmige Producte entstehen.

Die Leuchtkraft der Flamme wird bekanntlich durch feste Körper, die in der Flamme glühen, sehr gesteigert, wie man es recht auffallend beim Drummond'schen Lichte sieht. Nach Gillard verbreitet eine Wasserstoffgasflamme ein sehr helles Licht, wenn man sie mit einem ihr an Gestalt und Größe gleichem Netze von Platindraht umgibt, das durch die Hitze bald zum Glühen gebracht wird.

In einer messingenen Röhre, die unten in eine Scheibe a a Fig. 273. sich endet, ist eine engere Röhre c d eingeschraubt, welche oben bei c eine Oeffnung hat, und daselbst auch ringsum dicker ist, als unten, dieß zu dem Zwecke, damit die Oeffnung c immer in der Mitte bleibe; m m ist eine zweite Scheibe von Messing, die mit dem Rohre m m n n wieder nur ein Stück bildet; dieses Rohr ist weiter als das vorige, und wird so aufgesetzt, daß die Oberfläche des einen überall gleichweit von der Oberfläche des andern entfernt steht; kleine Hervorragungen an der Röhre o o b b machen, daß die äußere Röhre immer in der nämlichen Lage erhalten wird. In diesen Zwischenraum tritt durch einen Kanal K das brennbare Gas und strömt durch die kreisförmige Spalte zwischen n und b heraus. Das Sauerstoffgas oder atmosphärische Luft geht durch das Rohr d c, das sich höher oder tiefer schrauben läßt; dadurch wird die Gasflamme lebhaft angefacht; sie zieht sich zusammen und erlangt bald einen sehr hohen Grad von Hitze. — Diese Vorrichtung dient im Kleinen als Löthrohr, im größeren Maßstabe wird sie zum Schmelzen und Glasblasen gebraucht.

Fig. 273.



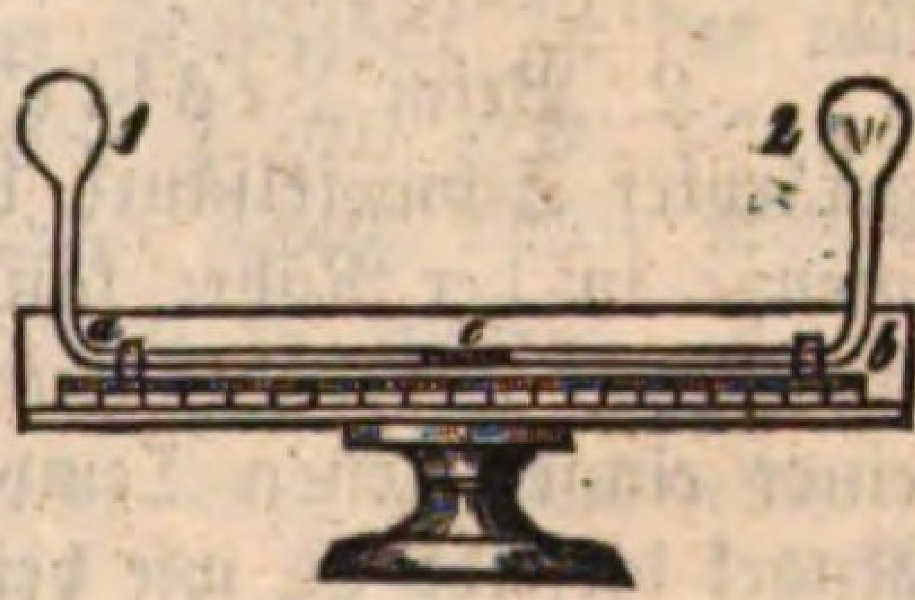
— Wo eine Gasbeleuchtung eingeführt ist, leitet man das Leuchtgas durch ein Kautschukrohr in den Kanal K, und treibt die atmosphärische Luft vermittelst eines Blasebalgs in die Röhre c d. Mittelst des Hahnes h kann der Gasstrom regulirt werden.

Strahlende Wärme.

§. 191. **Instrumente zur Nachweisung und Messung der strahlenden Wärme.** Zu diesen Instrumenten gehören: Rumford's und Leslie's Differenzialthermometer, dann Melloni's Thermo-Multiplikator.

1. Die Angaben der Differenzialthermometer sind mit den Graden eines Quecksilberthermometers vergleichbar, wenn die Flüssigkeit, die hier nur als Inder wirkt, keine Dünste oder nur Dünste von unmerklicher Spannkraft gibt, wie z. B. die Schwefelsäure, ferner wenn die Dimensionen des Instruments angemessen sind. Betrachten wir zuerst das Rumford'sche, und nennen V Fig. 274. das Volumen der links vom Inder befindlichen, und V′ das der auf der anderen Seite vorhandenen Luft; erstere Luft heiße A letztere B. Wird A erwärmt, während B durch einen Schirm vor der Einwirkung der strahlenden Wärme geschützt ist, und seine Temperatur unveränderlich bleibt; so dehnt sich die Luft in A aus, die in B wird zusammengedrückt und verdichtet, bis die Expansivkraft der Luftmassen an beiden Seiten gleich groß wird. Es sei e die Expansivkraft der Luft in A und B vor der Erwärmung des Raumes A, t sei die Anzahl Grade, um welche die Temperatur in A erhöhet wird, und E die Expansivkraft des Luftvolumens V nach dieser Erwärmung; x sei die gemeinschaftliche Expansivkraft beider Luftmassen, nachdem das Volumen V um v vergrößert und V′ um m verkleinert worden, und der Inder wieder zur Ruhe gekommen ist; so hat man für A:

Fig. 274.



$$E : x = 1 + \alpha\, t : 1, \text{ aber auch}$$
$$x : e = V : V + v, \text{ mithin}$$
$$E = \frac{e\, V\, (1 + \alpha\, t)}{V + v}.$$

In B ändert sich die Expansivkraft nur in Folge der Volumverminderung und der dadurch verstärkten Verdichtung, somit ist hier

$$E : e = V' : V' - v \text{ und } E = \frac{e\, V'}{V' - v};$$

somit $\frac{e\, V\, (1 + \alpha\, t)}{V + v} = \frac{e\, V'}{V' - v}$.

Löset man die Gleichung auf, so findet man

$$v = \frac{V\, V' \,.\, \alpha\, t}{V + V' + V \alpha\, t}.$$

Beträgt t nur wenige Grade, und sind die Volume der Kugeln im

Verhältniß zu dem Volumen der Röhre, welche sie verbindet, sehr groß, so kann die kleine Größe $V \alpha t$ bezüglich $V + V'$ vernachläßigt werden, und man hat

$$v = \frac{V V' . \alpha t}{V + V'}, \text{ daher } t = \frac{(V + V') v}{V V' \alpha}.$$

Da $\frac{V + V'}{V V' \alpha} = b$ eine constante Größe, mithin $t = b v$ ist, so wird ersichtlich, daß die Temperaturänderung im Raume A der Raumänderung des Inder direct proportional ist. Für einen anderen Temperaturunterschied t' hat man $t' = b v'$, mithin

$$t : t' = v : v',$$

oder wenn die horizontale Röhre cylindrisch ist, und h, h' die Längen von v und v' bedeuten

$$t : t' = h : h', \text{ und für } t' = 1, \ t = \frac{h}{h'}.$$

Bestimmt man die Länge h' für 1° C., und trägt sie auf der horizontalen Röhre so oft als möglich auf, so gibt die Skala unmittelbar die Anzahl Wärmegrade, welche der Temperaturunterschied von A und B enthält. Die horizontale Röhre muß ziemlich lang sein, um Aenderungen von mehreren Graden messen zu können.

2. Beim Leslie'schen Differenzialthermometer Fig. 275. ist der aus gefärbter Schwefelsäure bestehende Inder sehr lang; die Luftmenge in der Röhre kann rücksichtlich der in den Kugeln vernachläßigt und daher auch angenommen werden, daß auch bei einer eingetretenen Temperaturdifferenz die Luftmenge in jeder Kugel dieselbe ist, wie bei der Gleichheit der Temperatur, und daß der Unterschied in der Spannkraft durch den Unterschied in der Höhe der Flüssigkeitssäulen ausgeglichen wird. Steht bei Gleichheit der Temperatur beider Kugeln die Flüssigkeit in beiden Schenkeln gleich hoch, so sind die Angaben mit dem Quecksilberthermometer leicht vergleichbar. Ist H der Barometerstand, σ das spezifische Gewicht des Quecksilbers, und t die Temperatur beim Schließen der Kugeln, so findet man die Expansivkraft E bei der Temperatur t' in einer Kugel aus der Proportion:

Fig. 275.



$$E : H . \sigma = 1 + \alpha t' : 1 + \alpha t, \text{ und } E = H \sigma \frac{(1 + \alpha t')}{1 + \alpha t}.$$

Hat gleichzeitig die andere Kugel die Temperatur $T + t'$, und heißt E' die Expansivkraft der hier befindlichen Luft; so ist:

$$E' : H \sigma = 1 + \alpha (T + t') : 1 + \alpha t, \text{ und}$$

$$E' = \frac{H \sigma}{1 + \alpha t} [1 + \alpha (T + t').]$$

Dieser durch Erhöhung der Temperatur gesteigerten Expansivkraft der Luft hält nebst der Expansivkraft E auch noch der Druck der im anderen Schenkel gehobenen Säule das Gleichgewicht; heißt s das spezifische Gewicht, und h der Höhenunterschied der flüssigen Säulen in beiden Schenkeln, so ist:

$$E' = E + h\,s, \text{ somit}$$

$$h\,s + H\,\sigma\,\frac{(1 + \alpha\,t')}{1 + \alpha\,t} = H\,\sigma\,\frac{[1 + \alpha\,(T + t)]}{1 + \alpha\,t},$$

woraus sich ergibt

$$h\,s = H\,\sigma\,.\,\frac{\alpha\,T}{1 + \alpha\,t}, \text{ und } T = \frac{h\,s}{H\,\sigma\,.\,\alpha}\,(1 + \alpha\,t),$$

in welchem Ausdrucke nur h veränderlich ist. Für den Temperaturunterschied T′ beider Kugeln hat man

$$T' = \frac{h'\,s\,(1 + \alpha\,t)}{H\,\sigma\,.\,\alpha}, \text{ mithin}$$

$$T : T' = h : h',$$

d. h. die Temperaturunterschiede sind dem Unterschiede der Flüssigkeitshöhen direct proportional. Ist die Röhre, in welcher die Schwefelsäure auf- und absteigt, wohl calibrirt, so erhält man die Skala, indem man die Kugel, die man sonst mit einem Schirm bedeckt z. B. um 5° C. erkaltet, und bemerkt, bis zu welchem Punkte die Oberfläche der Flüssigkeit in der calibrirten Röhre gesunken ist; den Abstand dieses Punktes von dem, an welchem sie bei Gleichheit der Temperatur beider Kugeln stand, theilt man in 5 gleiche Theile, und setzt diese Theilung fort, so weit es angeht.

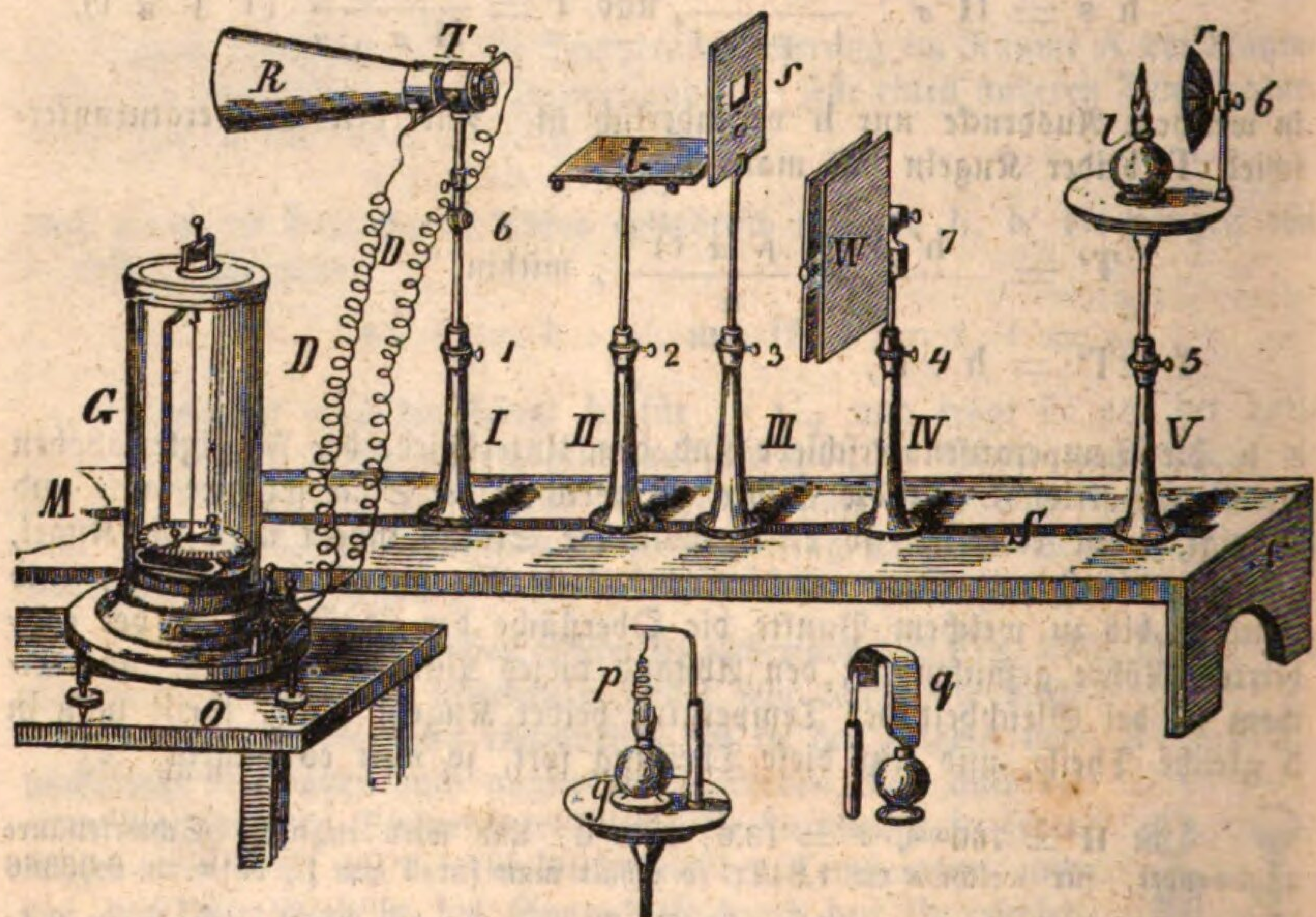
Ist $H = 760^{mm}$, $\sigma = 13.6$, $t = 0$, und wird englische Schwefelsäure angewendet, für welche $s = 1.842$; so erhält man für $T = 1$, da $\alpha = 0.00366$ ist, $h = 20.5$ Millimeter; mithin wird für $T = \frac{1}{50}$ der Werth von $h = 0.4$; somit wird es möglich, noch $\frac{1}{50}$ eines Thermometergrades abzuschätzen. — Man gibt der Kugel, welche der Einwirkung der Wärmestrahlen ausgesetzt wird, einen Ueberzug von Kienruß. — Die Schenkel sollen gleiche Durchmesser haben, um den Einfluß der Capillarität aufzuheben. Ritchie ersetzt die gläsernen Kugeln durch Metallgefäße, wodurch das Instrument viel empfindlicher wird. Howard nahm anstatt der Schwefelsäure Aether, um das Instrument empfindlicher zu machen, indem bei der Erwärmung der Luft in einer Kugel der Druck auf die Flüssigkeit nicht nur durch die vermehrte Expansivkraft der Luft, sondern auch durch die Expansivkraft der in Folge dieser Erwärmung gebildeten Aetherdünste vergrößert wird. Mit diesem Instrumente hat Howard nachgewiesen, daß auch die Mondesstrahlen eine geringe Erwärmung zu erzeugen vermögen.

Steht bei Gleichheit der Temperatur beider Kugeln die Flüssigkeit in beiden Schenkeln nicht gleich, wie dieß gewöhnlich bei diesen Instrumenten vorkommt; so läßt sich eine mit einem Quecksilberthermometer vergleichbare Skala nur dann anbringen, wenn sich annehmen läßt, daß bei Erhöhung der Temperatur der Luft in der einen Kugel die Spannkraft der Luft in der andern durch die aufsteigende Flüssigkeit keine merkliche Veränderung erleide. Wäre bei gleicher Temperatur beider Kugeln der Höhenunterschied $= h$, und übergeht derselbe in H, wenn die eine Kugel um T^{o} wärmer, und in H′, wenn sie um T'^{o} wärmer geworden ist, so ist dann

$$T : T' = H - h : H' - h.$$

3. Ein weit empfindlicheres und zur genauen Messung der strahlenden Wärme mehr geeignetes Instrument ist Mellonis Thermomultiplicator Fig. 276. Dieser besteht aus einem in Millimeter getheilten

Fig. 276.



Stabe, auf dem mehrere verschiebbare zum Heben und zum Senken eingerichtete Stative stehen, wovon das erste von der Rechten zur Linken gerechnet, ein Tischchen trägt, auf das eine Lampe oder eine andere Wärmequelle gestellt werden kann; das zweite hält einen Schirm, der aus zwei Metallplatten mit einer dazwischen befindlichen Luftschichte besteht, um die Wärmestrahlen der Wärmequelle falls es bei Versuchen nöthig ist, vollständig zurückzuhalten; dieser Schirm ist um ein Charnier drehbar und wird herabgesenkt und seitwärts gedreht, wenn die Wärmestrahlen ungehindert sich fortpflanzen sollen. Ein drittes Stativ trägt ebenfalls einen Schirm mit einer quadratischen Oeffnung, um ein Strahlenbündel von bestimmtem Durchmesser durchzulassen; hierauf kommt ein Stativ mit einem Tischchen zum Aufstellen verschiedener Gegenstände, wie Glas, Krystalle, die man bezüglich ihrer Fähigkeit, Wärmestrahlen durchzulassen, untersuchen will. Auf einem fünften Stative ruht eine kleine Thermosäule, deren Löthstellen an beiden Enden sorgfältig mit Kienruß geschwärzt sind, um sie zur Aufnahme der Wärmestrahlen geeigneter zu machen, da Kienruß fast alle auffallenden Wärmestrahlen zu absorbiren vermag. Die berußten Enden werden durch messingene Deckel gegen äußere Einflüsse geschützt; beim Gebrauche der Thermosäule wird der eine Deckel abgenommen, und anstatt seiner ein sogenannter Reflector angesetzt, d. i. ein nach Außen sich er-

weiterndes und inwendig sehr wohl polirtes Rohr, dessen Wände die darauf fallenden Wärmestrahlen durch Reflexion den Löthstellen zubringen. Will man der Thermosäule von der Wärmequelle parallele oder convergirende Wärmestrahlen zuführen, so stellt man auf das Tischchen 5 einen metallenen Hohlspiegel so auf, daß die von ihm reflectirten Strahlen die beabsichtigte Richtung bekommen. Die Schirme sind alle wohl polirt, damit sie die auffallenden Wärmestrahlen größtentheils zurückwerfen und selbst nicht merklich erwärmt werden. Die Thermosäule steht durch Metalldrähte mit einem sehr empfindlichen Galvanometer in Verbindung; die Magnetnadel desselben erscheint bei der geringsten Temperaturdifferenz zwischen den beiden Enden der Thermosäule merklich abgelenkt, und die Ablenkung wächst mit der von dieser Temperaturdifferenz abhängigen Stärke des electrischen Stroms. Der Ablenkungswinkel wird auf einem getheilten Kreise gemessen, jedoch jedesmal erst dann, wenn die Nadel in ihrer neuen Gleichgewichtslage zur Ruhe gekommen ist, was erst nach einer Reihe von Schwingungen geschieht.

Aus Melloni's Untersuchungen geht hervor, daß die Stromstärke der Thermosäule der Temperaturdifferenz direct proportional ist, und daß auch die Ablenkung der Magnetnadel von 0° bis 20° der Stromstärke direct proportional angenommen werden kann. Um die Beziehung zwischen einem größern Ablenkungswinkel und der Stromstärke zu ermitteln, brachte Melloni auf jede Seite der Thermosäule eine constante Wärmequelle in solche Entfernung, daß die eine, wenn sie allein auf das eine geschwärzte Ende einwirkte, während das andere Ende vor der Einwirkung der zweiten Quelle geschützt war, eine Ablenkung von 40° nach der rechten, und die andere wieder für sich allein wirkend, eine Ablenkung von 35° nach der linken Seite bewirkte; ließ er beide Wärmequellen gleichzeitig einwirken, so erhielt er eine Ablenkung von 15°; demnach ist eine Ablenkung von 5° zwischen 35 und 40° eben so viel Werth als eine von 15°. Auf diese Art fand Melloni, daß bei seinem Apparate den beobachteten Ablenkungen von 25°, 30°, 35°, 40° und 45° eigentlich die Werthe von 27°, 35°, 47°, 62° und 83° entsprechen, so daß diese letzteren als die Maße für die Temperaturdifferenzen an beiden Enden der Thermosäule zu betrachten sind. Durch eine Reihe solcher Versuche muß der Beobachter erst den Gang seines Galvanometers für mehrere Grade ermitteln und darnach sich eine Tafel entwerfen. Man stellt die Versuche gewöhnlich so an, daß die Ablenkungswinkel stets kleiner werden als 30°. — Es ist leicht einzusehen, daß die Ablenkung der Magnetnadel in entgegengesetzter Richtung erfolgt, wenn das eine Ende der Thermosäule gegen einen kalten Körper mehr Wärme ausstrahlt, als sie von ihm erhält.

Knoblauch, der in der neuesten Zeit die Lehre von der strahlenden Wärme erweitert, und die Analogie zwischen Licht und Wärme vollständig durchgeführt hat, bediente sich Thermosäulen von 15, 25 und 40 Paaren, die bei Untersuchungen über die Beugung und Doppelbrechung der Wärmestrahlen auf einer Seite zu einer schmalen vertikalen Kante zugeschärft waren.

§. 192. Versuche mit Melloni's Thermomultiplicator.

1. Die Wärmestrahlung kann man nachweisen, wenn man den Reflector an das eine Ende der Thermosäule ansetzt, und diesem gegenüber in einer Entfernung von mehreren Schritten die Hand hält; die von ihr

ausgehenden Wärmestrahlen reichen hin, um eine bemerkbare Ablenkung hervorzubringen.

2. Die geradlinige Fortpflanzung läßt sich nachweisen, wenn man die Wärmequelle z. B. ein Metallgefäß mit heißem Wasser oder eine brennende Lampe auf das Tischchen, ferner den Schirm mit der quadratförmigen Oeffnung und dann auch die Thermosäule in gleiche Höhe bringt, und letztere so stellt, daß die Löthstellen an einem Ende, das man unbedeckt läßt, von den geraden Linien, die man von der Wärmequelle aus durch die Oeffnung im Schirm zieht, getroffen werden, wird vor diese Oeffnung in die Richtung dieser geraden Linien ein Metallschirm gestellt, so ist die Galvanometernadel in Ruhe; wie man aber diesen Schirm wegzieht, so zeigt die Ablenkung, welche nun die Nadel allsogleich erleidet, daß das der Wärmequelle zugewendete Ende der Thermosäule eine Erwärmung erlitten hat, was nur durch die in geradliniger Richtung fortgepflanzten Wärmestrahlen geschehen konnte; denn die Nadel kehrt augenblicklich in ihre frühere Gleichgewichtslage zurück, wenn wir die Oeffnung mit einem Schirm, der die Wärmestrahlen nicht durchläßt, bedecken. Die Fortpflanzung der Wärmestrahlen geschieht mit einer sehr großen Geschwindigkeit, die nach Wrede $\frac{4}{5}$ von der des Lichtes beträgt.

3. Man kann leicht beweisen, daß die Intensität der Wärmestrahlen d. i. die erwärmende Wirkung, die sie an einer Fläche erzeugen, gerade so abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung der Fläche von der Wärmequelle wächst und der Sinus des Neigungswinkels, unter welchem sie die Fläche treffen, kleiner wird, mithin genau von denselben Umständen abhängt, wie die Intensität der Lichtstrahlen. Wird eine glühende Kugel in die kreisförmige Oeffnung eines Schirms gestellt, so sendet nur ein Kugelsegment, dessen ebene Begrenzung der Fläche der Oeffnung gleich ist, Wärmestrahlen der Thermosäule zu; Versuche lehren, daß die Erwärmung, die sie hier erzeugen, genau dieselbe ist, wie wenn nur eine Scheibe von der Größe der Oeffnung, von der materiellen Beschaffenheit, und der Temperatur der Kugel aus derselben Entfernung auf die Thermosäule einwirken würde; wenn nun die größere Fläche des Kugelsegments die nämliche Wirkung erzeugt, wie die gleich warme kleinere Scheibe, so kann der Grund nur darin liegen, daß von dem Kugelsegmente der Thermosäule Wärmestrahlen zukommen, die mit der Oberfläche verschiedene schiefe Winkel einschließen, während die von der Scheibe kommenden mit ihr rechte Winkel bilden, woraus folgt, daß die letzteren am intensivsten sind, erstere aber desto schwächer wirken, je schiefer sie aus dem Körper heraustreten.

4. Daß Wärmestrahlen nach denselben Gesetzen reflectirt werden, wie das Licht, läßt sich beweisen, wenn man zuerst den Schirm aufsetzt, der die von der Wärmequelle in gerader Richtung zur Thermosäule gehenden Strahlen abhält, hierauf seitwärts eine ebene polirte Metallplatte aufstellt, und ihr sowohl die Wärmequelle als die Thermosäule dergestalt zuwendet, daß, wenn von dem Sitze der Wärme Lichtstrahlen ausgehen und die Metallplatte treffen würden, sie durch Reflexion der Thermosäule zukommen müßen; bei dieser Anwendung wird man finden, daß die Magnetnadel wirklich eine Ablenkung erleidet, und daß somit die Wärmestrahlen durch Reflexion

an der Metallplatte dem offenen Ende der Thermosäule zugeführt werden, gerade so, wie wenn sie Lichtstrahlen wären. Die Einwirkung der Wärmestrahlen erscheint schwächer, wenn die Oberfläche der Platte weniger glatt ist; wird diese Oberfläche rauh, so bewirkt sie eine Zerstreuung (Diffusion) der auffallenden Wärmestrahlen, und die Einwirkung auf die Thermosäule ist unbedeutend. Melloni fand, daß Glas, Fayence, Marmor und dgl. wenig Wärme reflectiren, polirte Metalle hingegen ein großes Reflexionsvermögen besitzen. Knoblauch bestätigte den von andern Physikern behaupteten Satz, daß die Intensität der reflectirten Wärme bei wachsender Incidenz beim Glase vermehrt, beim Metall vermindert wird. Bei Körpern, welche die Wärme nur unmerklich zerstreuen, ist das Reflexionsvermögen das Complement des Absorptionsvermögens.

Die Hohlspiegel werden bekanntlich als Brennspiegel verwendet, indem die dem Sonnenlichte beigemengten Wärmestrahlen im Brennraume vereinigt werden und daselbst eine Hitze erzeugen, in welcher selbst schwerflüssige Körper geschmolzen oder sogar verflüchtigt werden. Allein sehr feine Körper z. B. Spinnfäden und feine Fäden von Siegellack erleiden im Brennpunkte der Hohlspiegel bei der intensivsten Hitze keine Veränderung; man glaubt deshalb nicht, weil ihre Oberfläche im Verhältniß zur Masse sehr groß ist, und sie daher durch die zuströmende kalte Luft die Wärme eben so schnell wieder verlieren.

5. Füllt man einen hohlen Würfel von Eisenblech, dessen eine Seitenwand wohl polirt, die zweite mit Glas bedeckt, die dritte matt geschliffen und die vierte berußt ist, mit Wasser und erhitzt dieses, nachdem man es auf das Tischchen gestellt hat, bis zu einem gewissen Grade durch eine darunter gestellte Weingeistlampe, so beobachtet man, daß bei constanter Temperatur des Würfels die Ablenkung der Galvanometernadel immer mehr wächst, wenn man die verschiedenen Seitenwände in der angegebenen Ordnung der Thermosäule zuwendet; hieraus folgt, daß das Wärmeausstrahlungsvermögen (Emissionsvermögen) der Körper verschieden ist. Bei diesen Untersuchungen wird der Reflector an das der Wärmequelle zugewendete Ende der Thermosäule angesetzt, um möglichst viel Wärmestrahlen diesem Ende zuzuführen.

Melloni fand, indem er das Emissionsvermögen des Kienruß mit 100 bezeichnete, jenes vom Bleiweiß 100, Schreibpapier 98, Glas 90 Gummilack 72, Quecksilber 20, polirtes Eisen 15, Zinn, Kupfer, Gold, 12, gewalztes Silber 3. Diese Verhältniße sind jedoch nicht für alle Temperaturen gleich. — Fein zertheilte Körper haben ein größeres Ausstrahlungsvermögen als compacte, überhaupt steht dieses im umgekehrten Verhältniße mit der Aenderung der Dichte eines Körpers. — Eine dünne Firnißschichte, mit der man die polirte Oberfläche eines Metalls überzieht, erhöhet das Wärmeausstrahlungsvermögen, dieß noch mehr, wenn man eine zweite, dritte, vierte Schichte aufträgt, bis zu einer gewissen Dicke der Schichten; wird diese überschnitten, so nimmt das Ausstrahlungsvermögen wieder ab, weil dann die vielen Schichten die Fortpflanzung der Wärme im Inneren zu sehr hemmen.

6. Aus dem Prinzip des beweglichen Gleichgewichts von Prevost folgt, daß das Emissionsvermögen eines Körpers mit seinem Wärmeabsorptionsvermögen im geraden Verhältnisse steht. Um letzteres Vermögen der Körper genau zu bestimmen, setzte Melloni den Reflector an dem der Wärmequelle zugewendeten Ende auf, stellte vor die Mün-

bung desselben mit Hilfe elfenbeinerner Halter kreisrunde Scheiben von dünnem Metallblech und von Durchmessern, welche den der Mündung des Reflectors übertrafen; jede Scheibe war auf der den Löthstellen zugewendeten Seite mit Kienruß überzogen, um die auf der andern Seite absorbirten Wärmestrahlen in möglichst großer Menge gegen die Thermosäule auszustrahlen. Die andere Seite der Scheibe wird mit demjenigen Stoffe überzogen, dessen Absorptionsvermögen man messen will. Melloni fand, daß wenn bei 80° R zwei Stoffe das nämliche Emissionsvermögen hatten, sie bei der nämlichen Temperatur auch gleiches Absorptionsvermögen besaßen, falls die Wärmestrahlen gleichen Ursprung hatten.

7. Die Wärmestrahlen, die auf einen Körper fallen, können theils reflectirt oder zerstreut, theils absorbirt, aber auch theilweise durchgelassen werden. Die Eigenschaft der Körper, Wärmestrahlen durchzulassen, heißt Diathermanität oder Transmissionsvermögen. Die Versuche bezüglich dieser Eigenschaft stellte Melloni auf folgende Weise an: Eine constante Wärmequelle wurde von der Thermosäule soweit entfernt, daß sie durch ihre Wärmeausstrahlung eine Ablenkung der Galvanometernadel von 30° hervorbrachte; hierauf setzte man den Körper, dessen Diathermanität man untersuchen wollte, auf das Tischchen (2) so auf, daß die Wärmestrahlen von ihm aufgefangen wurden, und beobachtete nun die Ablenkung der Magnetnadel, das Verhältniß dieser Ablenkung zu der früheren, gibt auch das Verhältniß der durchgelassenen Strahlen zu denen, welche von der Wärmequelle ausgegangen sind. War der aufgestellte Körper atherman, so erschien die Wirkung der Wärmequelle auf die Thermosäule vollständig aufgehoben. Auf solche Art fand Melloni, daß die Wärmestrahlen nach dem Durchgange durch eine Steinsalzplatte von 4 Millimeter Dicke eine Ablenkung von 28° bewirken, und daß die Nadel bis auf 15° zurückging, wenn sie durch eine gleichdicke Quarzplatte durchgegangen sind; woraus folgt, daß das Steinsalz eine weit größere Fähigkeit, Wärmestrahlen durchzulassen besitzt, als Bergkrystall. Eine dünne ganz durchsichtige Alaunplatte verminderte die Ablenkung bis auf 3°, während eine viel dickere fast undurchsichtige Platte von Rauchtopas sie nur auf 15° reducirte; hieraus ergibt sich, daß die Durchsichtigkeit auf die Diathermanität ohne Einfluß ist. Glasplatten von gleicher Dicke und gleicher materiellen Beschaffenheit lassen mehr Wärmestrahlen durch, wenn ihre Oberfläche recht glatt ist.

8. Die Untersuchungen lehren, daß eine klare und polirte Steinsalzplatte von 1000 auffallenden Wärmestrahlen immer 923 durchläßt, die Platte mag dünn oder dick sein; daraus folgt, daß der Verlust von 77 Strahlen nicht von der Absorption kommen kann, sondern nur von der rechtwinkeligen Reflexion an der vorderen und an der hinteren Fläche beim Uebergange der Strahlen aus einem Mittel ins andere herrührt. Bei Glas, Bergkrystall und vielen andern Körpern scheint der in Folge der rechtwinkeligen Reflexion an der Vorder- und Hinterseite eintretende Verlust eben so viel, nämlich $\frac{1}{13}$ von den auffallenden Wärmestrahlen zu betragen; dagegen ist die Absorption beträchtlich. Die Größe der Absorption hängt aber nicht bloß von der Natur des Körpers, und der Beschaffenheit der Wärmequelle, sondern auch von der Dicke der Platten ab; indem sie

mit zunehmender Dicke Anfangs rasch wächst, bei einer gewissen Dicke ihr Maximum erreicht, wo dann eine weitere Vermehrung der Dicke keinen merklichen Einfluß äußert. Die Dicke, bei welcher die Wärmestrahlen fast ganz absorbirt werden, ist bei verschiedenen Wärmequellen verschieden groß, da Strahlen von einer Quelle schon bei einer geringen Dicke der Platte absorbirt erscheinen, während die von anderen Wärmequellen kommenden noch eine bedeutende Dicke durchdringen.

9. Der Unterschied in der Beschaffenheit der Wärmestrahlen zeigt sich auch, wenn man die Wärmestrahlen durch mehrere hinter einander stehende diathermane Platten durchgehen läßt. Melloni fand, daß von 100 Wärmestrahlen die durch weißes Glas gegangen sind, nur 25 von einer Alaunplatte durchgelassen wurden; von 100, die durch grünes Glas oder durch grünen Turmalin oder gelben Bernstein gingen, kamen durch die Alaunplatte nur 5, 7, 30 durch. Dagegen durchdringen die durch eine Alaunplatte gegangenen Wärmestrahlen fast alle farblosen und durchsichtigen Mittel, wie die von der Sonne ausgehenden.

Knoblauch bewies durch directe Versuche, daß der Durchgang der strahlenden Wärme durch diathermane Körper nicht im directen Zusammenhange mit der Temperatur der Quelle steht. Die durchgehenden Wärmestrahlen erhöhen die Temperatur des Körpers nicht; daher werden Körper, welche die Sonnenstrahlen durchlassen, davon nicht erhitzt; daher wird Weingeist, der sich in einem Becherglase befindet, selbst im Brennpunkte des stärksten Brennspiegels nicht entzündet.

10. Um das Verhalten der diathermanen Körper gegen verschiedene Wärmequellen zu erforschen, gebrauchte Melloni als Wärmequelle: 1. die Flamme einer Oellampe l Fig. 276., 2. eine Spirale p von Platindraht, welche durch eine Alcoholflamme rothglühend erhalten wurde, 3. geschwärztes Kupferblech q, welches man durch eine Weingeistlampe auf 400° C. erwärmt, dann 4. siedendes Wasser in einem geschwärzten hohlen Würfel von Kupfer- oder Messingblech. Das Ergebniß der Untersuchungen zeigt folgende Tabelle für Platten von der Dicke von 2.6 Millimeter, wenn die Menge der Wärmestrahlen bei freier Strahlung der Wärmequelle jedesmal mit 100 bezeichnet wird:

	Oelflamme	Platin	Kupfer	Wasser
Steinsalz klar	92	92	92	92
Flußspath, klar und farblos	78	69	42	33
Kalkspath klar	39	28	6	0
Spiegelglas	39	24	6	0
Bergkrystall	38	28	6	0
Krystallisirter Gyps	14	5	0	0
Citronensäure	11	2	0	0
Alaun	9	2	0	0
Eis	6	0	0	0
Schwarzes Glas 1 Millim. dick	26	25	12	0
Schwarzes Glimmer	20	20	9	0.

Hieraus ist ersichtlich:

a) daß die Diathermanität der Körper bezüglich derselben Wärmequelle verschieden groß ist,

b) daß die Steinsalzplatte Strahlen jeder Wärmequelle in gleichem

Maße durchläßt, und überhaupt sehr diatherman ist; daß dagegen die übrigen Körper gegen die Wärmestrahlen verschiedener Quellen sich eben so verhalten, wie durchsichtige Körper gegen die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen, indem sie die Strahlen einer Wärmequelle in größerer, die einer andern in geringerer Menge oder gar nicht durchlassen, so wie gewisse durchsichtige Körper, Strahlen einer Farbengattung leicht, die einer anderen nur in geringem Maße oder gar nicht durchlassen.

Die Eigenschaft der Körper, gewisse Wärmestrahlen durchzulassen, andere zu absorbiren, nennt Melloni Diathermansie, auch Wärmefarbe oder Thermochrose. Körper, welchen diese Eigenschaft zukommt, nennt man nach Pouillet thermanisirende, und Wärmestrahlen, die durch solche Körper durchgegangen sind, thermanisirte; diese haben gleichsam eine gewisse Wärmefärbung erhalten, wie die Lichtstrahlen beim Durchgange durch farbige Gläser; das Steinsalz ist der einzige bisher bekannte Körper, der die Wärmestrahlen nicht thermanisirt. — Aus Knoblauchs Untersuchungen geht hervor, daß diese Verschiedenartigkeit der Wärmestrahlen verschiedener Wärmequellen nur bei höheren Temperaturen hervortritt; bei Temperaturen zwischen 30° und 112° C. strahlen athermane Körper bei der nämlichen Temperatur Wärmestrahlen aus, welche diathermane Platten in gleichem Verhältnisse durchdringen, somit gleichartig oder einfärbig sind. Die vom diathermanen Körper ausgehenden Wärmestrahlen bestehen aus zwei Theilen, aus denen, welche die Körper in Folge der angenommenen Erwärmung ausstrahlen, und aus den durchgestrahlten, nur letztere zeigen ein verschiedes Verhalten gegen andere diathermane Platten.

11. Der Unterschied der Wärmestrahlen zeigt sich nicht bloß in der Verschiedenheit ihrer Fähigkeit durch ein Mittel durchzugehen, sondern auch darin, daß Strahlen verschiedener Wärmequellen, welche dieselbe Einwirkung auf die Thermosäule äußern, von einem und demselben athermanen Körper in ungleicher Menge absorbirt werden; dieß wird ersichtlich, wenn man das Absorptionsvermögen der Körper für Strahlen verschiedener Wärmequellen auf die früher angegebene Weise untersucht. Setzt man das Absorptionsvermögen des Kienrußes für jede Wärmequelle gleich 100, so ergibt sich das der übrigen Körper nach Melloni:

	bei glühendem Platin	bei Kupfer von 400° C.	bei Kupfer von 100°
Kienruß	100	100	100
Bleiweiß	56	89	100
Hausenblase	54	64	91
Tusch	95	87	85
Gummilak	47	70	72
Blanke Metallfläche	13.5	13	13.

Aus diesen Resultaten ist zu ersehen, daß Kienruß die Wärmestrahlen aller Wärmequellen am vollständigsten absorbirt, und für alle ein gleiches Absorptionsvermögen besitzt, was Melloni auch auf einem anderen Wege bewiesen hat; Bleiweiß absorbirt die von Kupfer bei 100° ausgestrahlte Wärme eben so gut, in geringster Menge aber die vom glühenden Platin ausgehenden, während Tusch ein umgekehrtes Verhalten zeigt. Der Kienruß verhält sich gegen die Wärmestrahlen gerade so, wie ein schwarzer Körper gegen das Licht.

12. Knoblauch hat gezeigt, daß Wärmestrahlen verschiedener Quellen von der nämlichen Substanz in ungleichem Maße zerstreut

werden, und daß die Wärmefarbe der zerstreuten Strahlen gewöhnlich von der einfallenden verschieden ist, daß somit die Wärme durch Diffusion an den verschiedenartigen Oberflächen verändert wird; läßt man z. B. die Wärmestrahlen einer Argand'schen Lampe einmal auf eine weiße, das andere Mal auf eine schwarze Papierfläche auffallen, und leitet die durch diese Flächen zerstreute Wärme durch eine Kalkspathplatte, so gehen die von der ersten Fläche kommenden leichter durch, als die von der zweiten zerstreute. Die Oberflächen der Körper scheinen nur gewisse Wärmestrahlen zurückzuwerfen und andere zu absorbiren, wie z. B. farbige Körper vom auffallenden Sonnenlichte nur Strahlen gewisser Brechbarkeit zurückwerfen. Die Metalle zerstreuen die Wärme so wie sie auffiel, und verhalten sich gegen die Wärme, so wie weiße Flächen gegen das Licht. Die Veränderungen der Wärme bei diffuser Reflexion hängt von der Beschaffenheit der Wärmequelle und der Substanz ab.

Prevostaye und Desains haben gefunden, daß die durch Glas durchgegangenen Wärmestrahlen von den Metallen in geringerem Maße zurückgeworfen werden als andere, und daß somit ihr Zurückwerfungsvermögen auch von der Wärmequelle abhängig ist.

13. In Betreff der Erwärmung durch Strahlung geht aus dem Gesagten hervor, daß verschiedene Substanzen von derselben Wärmequelle in ungleichem Grade erhitzt werden, und daß der Grad der Erwärmung bei jeder Substanz von der Beschaffenheit der Oberfläche abhängig ist; Knoblauch bewies durch Versuche, daß die Erwärmung bei gleicher Intensität der eingestrahlten Wärme unabhängig ist von der Temperatur der Wärmequelle, und daß die Körper innerhalb der Temperatur von 100° und der einer Argand'schen Lampe sich um so mehr erwärmen, je dicker sie sind, jedoch nur bis zu einer gewissen Grenze, die bei derselben Substanz von der Natur der Wärmequelle abhängt.

14. Die Brechung der Wärmestrahlen wird bewiesen, wenn man die Wärmestrahlen einer Oelflamme auf ein Steinsalzprisma leitet, das auf dem Tischchen t so aufgestellt ist, daß Lichtstrahlen die kleinste Ablenkung erleiden, und hierauf die Thermosäule in die Richtung dieser Strahlen stellt; die Ablenkung der Magnetnadel, die sich gleich einstellt, und die sogleich wieder verschwindet, wenn man die von der Wärmequelle kommenden Strahlen durch einen Schirm zurückhält, oder wenn man die Thermosäule etwas seitwärts aus der Richtung der austretenden Strahlen bringt, beweiset, daß es nicht die dem Steinsalz eigenthümlichen, sondern nur die durchgehenden aber beim Durchgange von ihrer geradlinigen Richtung abgelenkten d. i. gebrochenen Wärmestrahlen sind, welche die Einwirkung auf die Thermosäule erzeugen, ferner daß die Brechung nach demselben Gesetz erfolgt, nach welchen Lichtstrahlen gebrochen werden. — Dieselben Erscheinungen bieten sich dar, wenn man die Wärmestrahlen anderer Wärmequellen, selbst solcher die nur Wärme- und keine Lichtstrahlen aussenden, auf das Steinsalzprisma fallen läßt. Die Brechbarkeit verschiedener Wärmestrahlen ist ungleich groß; mit der Erhöhung der Temperatur einer Wärmequelle nimmt die Menge der brechbaren Strahlen zu. Da die meisten thermanisirenden Körper die Wärmestrahlen der Wärmequellen von niederer Temperatur vorzugsweise absorbiren, so können wir auch sagen, daß sie die weniger brechbaren absorbiren, die von größerer Brechbarkeit aber durch-

lassen. — Schwarzes Glas und schwarzer Glimmer lassen nur Wärmestrahlen von mittlerer Brechbarkeit, dagegen berußtes Steinsalz nur die am wenigsten brechbaren durch.

Die Brechbarkeit der Wärmestrahlen macht es möglich, sie so wie die Lichtstrahlen mittelst einer diathermanen Linse in einem Punkte zu vereinigen. Daß das Sonnenlicht Wärmestrahlen von verschiedener Brechbarkeit enthält, wie dieß im Sonnenspectrum, das man durch ein Steinsalzprisma erzeugt, ersichtlich wird, ist bereits in der Experimentalphysik auseinandergesetzt worden. — Der Unterschied, den wir zwischen den Eigenschaften, der mit dem Sonnenlichte verbundenen und von anderen Wärmequellen ausgehenden Wärmestrahlen bemerken, liegt nach Melloni nur in der Mengung mehrer Strahlengattungen in verschiedenen Verhältnissen; und Knoblauch fand, daß die Mannigfaltigkeit der von dem nämlichen Körper ausgesendeten Wärmestrahlen mit der Temperatur zunimmt.

15. Das Verfahren, dessen man sich bedient, um die Polarisation der irdischen Wärmestrahlen nachzuweisen, besteht darin, daß man sich zuerst parallele Wärmestrahlen auf die Weise verschafft, daß man den Vereinigungspunkt der von einer glühenden Platinspirale kommenden und auf eine Steinsalzlinse auffallenden Wärmestrahlen durch die Wirkung auf eine Thermosäule aufsucht, und in einem der Brennweite der Linse gleichem Abstande eine zweite Steinsalzlinse von der nämlichen Brennweite aufstellt; aus dieser letzteren Linse treten die Wärmestrahlen in parallelen Richtungen heraus, und man läßt sie nun auf eine aus 30 bis 120 dünnen Glimmerblättchen bestehende Säule auffallen. Die optischen Axen dieser Plättchen müssen genau parallel zu einander liegen; man braucht nur eine dicke Glimmerplatte über Kohlenfeuer zu erwärmen, so spaltet sie sich in eine Menge von dünnen Plättchen die man über einander in der nämlichen Richtung legt, welche sie vor der Spaltung hatten. Der Versuch lehrt, daß von senkrecht auffallenden Wärmestrahlen fast keine durch die aus 120 Plättchen bestehende Glimmersäule durchgehen; läßt man sie aber schief auffallen, so nimmt die Menge der durchgehenden mit der Größe des Einfallswinkels zu und erreicht das Maximum, wenn dieser Winkel 33°.5 groß wird. Hieraus ergibt sich, daß die unter 33°.5 auffallenden Wärmestrahlen in den ersten Plättchen durch Brechung die Eigenschaft erlangen, die folgenden ohne Verlust durchzudringen, und daß sie somit durch Brechung polarisirt worden sind.

Knoblauch hat auf einem andern Wege sowohl die Polarisation durch Reflexion, als durch einfache Brechung bewiesen. Prevostaye und Desains haben gezeigt, daß die Wärme auch bezüglich der Polarisation in allen Beziehungen sich so verhält, wie das Licht.

Die doppelte Brechung der mit dem Sonnenlichte verbundenen Wärmestrahlen hat Knoblauch auf die Art nachgewiesen, daß er mittelst eines Heliostats directes Sonnenlicht durch eine vertikale enge Spalte in ein verfinstertes Zimmer leitete, dieses durch eine zweite solche Spalte durchgehen und auf ein Kalkspathprisma auffallen lies; hinter diesem Prisma wurde in die Richtung der austretenden Strahlen eine Thermosäule, deren Löthstellen eine schmale zugeschärfte, und vertikalstehende Kante bildeten, aufgestellt, und in horizontaler Richtung langsam bewegt. Knoblauch fand zwei vollkommen von einander getrennte Wärmewirkungen; eine erzeugt durch

Wärmestrahlen, die auf die gewöhnliche Art, die andere durch solche, die auf die ungewöhnliche Art gebrochen werden, wie dieß bei Lichtstrahlen beobachtet wird. —

Die in der Richtung der optischen Axe durch das Prisma gehenden Wärmestrahlen erleiden keine doppelte Brechung. Ein Nicol'sches Prisma kann man eben so gut zur Polarisation der Sonnenwärme gebrauchen, wie zur Polarisation des Lichtes; fängt man die Wärmestrahlen nach ihrem Austritte aus einem Nicol's-Prisma mit einem zweiten nahe an dem ersten befindlichen Prisma auf, so gehen sie nicht durch, wenn die Hauptschnitte nicht zu einander parallel sind.

Leitet man die in einer Glimmersäule durch Brechung polarisirten Wärmestrahlen auf eine zweite ganz gleiche Glimmersäule, so gehen sie durch die letztern durch, wenn die Einfallsebenen auf beiden Glimmersäulen zu einander parallel sind; dreht man die zweite Säule, so daß die Einfallsebenen einen Winkel einschließen, so nimmt die Menge der durchgelassenen Strahlen ab, und ist am kleinsten, wenn dieser Winkel ein rechter ist. — Stellt man zwischen beide Glimmersäulen, wenn die Einfallsebenen zu einander parallel sind, ein dünnes Gypsplättchen so auf, daß es von den Wärmestrahlen senkrecht getroffen wird, so ändert sich die Intensität dieser Wärmestrahlen nach ihrem Austritte aus der zweiten Säule nicht, sobald der Hauptschnitt des Plättchens zur Einfallsebene, in welcher die Strahlen die Säulen treffen, parallel ist, oder auf ihr senkrecht steht; in jeder anderen Lage des Hauptschnittes tritt eine Aenderung in der Wärmewirkung der Strahlen ein; damit wird bewiesen, daß die Wärmestrahlen im Plättchen durch Doppelbrechung polarisirt werden.

Melloni hat gemeinschaftlich mit Biot durch Versuche bewiesen, daß es auch eine circuläre Polarisation nach rechts und links für die durch Quarz durchgehenden Wärmestrahlen gibt, wie für das Licht. Prevostaye und Desains zeigten, daß Terpentinöl und Zuckerlösung die Wärmestrahlen circulär polarisiren.

17. Die Beugung der Wärmestrahlen bezeugt die Thatsache, daß die durch eine enge Spalte geleiteten Strahlen sich hinter der Spalte mehr ausbreiten, als es geschehen würde, wenn sie an den Kanten keine Ablenkung von ihrer geradlinigen Richtung erlitten hätten. Bei dieser Untersuchung wendet man nach Knoblauch die zur Nachweisung der doppelten Brechung construirte Thermosäule an. Knoblauch fand, daß die Ausbreitung der Wärmestrahlen hinter der Spalte desto stärker erscheint, je weiter von der Spalte die Messung vorgenommen wird, je enger die Spalte und je größer ihr Abstand von der Wärmequelle.

18. Knoblauch, Fizeau und Foucault, neuestens auch Seebeck, haben die Interferenz der Wärmestrahlen nachgewiesen; die Interferenzstreifen fallen mit denen des Lichtes zusammen.

Seebeck leitete Sonnenlicht durch eine 1.25 Zoll breite Spalte in ein verfinstertes Zimmer, und ließ es auf ein 10 Fuß weit stehendes Fernrohr, vor dessen Objectiv ein feines Gitter angebracht war, auffallen; die aus dem Ocular ausgetretenen Strahlen zeigten auf einer Tafel das bekannte Beugungs- oder Interferenzphänomen; nun wurde die schwarze Kugel eines Leslie'schen Thermometers zuerst in das weiße Feld in der Mitte, dann in die angrenzenden dunklen Räume, und endlich in die ersten Spectra gebracht. In diesen drei Lagen erhielt Seebeck im Mittel die Werthe 2.05; 0.34; 1.1; in einem andern Falle bei 1.5 Zoll breiter Spalte, 15 Fuß Abstand mit einem empfindlicheren Thermometer, die Mittelwerthe 7.8, 0.9, 3.0, was offenbar die Interferenz beweist.

§. 193. Quellen der Wärme. In der Experimentalphysik wurde bereits die Wärmeentwicklung durch Aenderung der Wärmecapacität

eines Körpers, durch chemische Proceße, Reibung, Verbrennung und Einwirkung der Sonnenstrahlen besprochen; es gibt aber noch andere Wärmequellen, nämlich den Weltraum, die Erde, den Lebensproceß und die Electricität, mit denen wir uns noch zu befassen haben. Die Wärmeentwicklung, welche in guten Leitern durch electrische Ströme entsteht, wird später in der Lehre von der Electricität behandelt werden.

1. Nicht nur die Sonne, sondern auch der Weltraum mit seinem unzähligen Sternenheere wirkt erwärmend auf unsere Erde. Pouillet schließt aus seinen Beobachtungen, daß der Weltraum eine Temperatur von beiläufig 140° C. unter Null besitze. Fourier schätzt sie dagegen nur auf — 60° C. Obgleich der Weltraum eine sehr niedrige Temperatur hat, so ist doch, da er eine 200.000mal größere Oberfläche hat, als die Sonne, die Wärmemenge beträchtlich, welche die Erde in einem Jahre von ihm erhält; diese Sternenwärme soll ⅘ von der Sonnenwärme betragen.

2. Der Wärmezustand der Erde unter der Fläche von unveränderlicher Temperatur in 60 bis 80 Fuß Tiefe ist von der Einwirkung der Sonne und des Weltraumes unabhängig; Untersuchungen dieses Wärmezustandes in verschiedenen Tiefen, die an vielen Orten der Erde vorgenommen wurden, lehren ohne Ausnahme, daß von der Fläche an, wo alle Temperatur-Schwankungen aufhören, die Temperatur gegen den Mittelpunkt der Erde beständig wächst. Die Beobachtungen der artesischen Brunnen in Wien zeigen bei einer Zunahme der Tiefe von 80 Fuß eine Erhöhung der Temperatur von 1° R.; an anderen Orten ergab sich diese Erhöhung erst bei einer etwas größeren Tiefe; denn auf diese Wärmezunahme nach Innen üben manche locale Umstände einen Einfluß, wie die Wärmeleitungsfähigkeit der Gebirgsarten, Eindringen des Regenwassers, der kalten Luft von oben. — Man ist durch diese Thatsache zu der Annahme berechtigt, daß die Erde eine eigenthümliche Wärme besitze, vermöge welcher schon in einer Tiefe von wenigen Meilen Glühhitze herrscht, und die Erde im Innern im geschmolzenen Zustande sich befindet, die schlechte Leitungsfähigkeit der oberen erkalteten Erdkruste verhindert jedoch die Wahrnehmung der inneren Hitze. Für diese eigenthümliche Wärme spricht auch die von Bischoff angeführte Thatsache, daß bis zu einer Höhe von 6000 Fuß das Eis unter den Gletschern da, wo es den Boden berührt, abschmilzt; die Temperatur des Bodens bleibt aber beständig bei 0°, weil die aus dem Inneren der Erde kommende Wärme zum Schmelzen des Eises verwendet wird. Daß auch die Erde an der Oberfläche in der Urzeit eine höhere Temperatur hatte, bezeugen die einem tropischen Klima angehörigen Pflanzenüberreste in den Polarländern, insbesondere in den Steinkohlenformationen, ja daß sie sogar im flüssigen Zustande sich befand, beweiset die Beschaffenheit der meisten Felsarten, die Kugelgestalt, und die Abplattung an den Polen. Allein seit mehr als 2000 Jahren ist, wie schon früher bewiesen wurde, die Temperatur der Erde unverändert geblieben, indem der Erde durch die Sonne und die unzähligen Weltkörper die Wärme wieder ersetzt wird, die sie durch Ausstrahlung in den Weltraum verliert.

Die Quellen, die in der Tiefe von unveränderlicher Temperatur ihren Ursprung nehmen, haben eine Temperatur, die mit der mittleren Temperatur des Ortes übereinstimmt, und im Laufe eines Jahres sich kaum um 1° oder 2° R. ändert. Jene Quellen, die ihr Wasser von höher liegenden Schichten erhalten, besitzen eine Tempe-

ratur, die höher ist als die mittlere Ortswärme, aber nur um wenige Grade, solange die Tiefe, aus der das Wasser kommt, über 20 Fuß zählt. Hieraus erklärt sich, warum in Teichen manche Stellen im Sommer sehr kalt, im Winter aber gar nicht gefroren sind. Die jährlichen Temperaturänderungen der Quellen, die nicht tief ihren Ursprung haben, sind desto beträchtlicher, je geringer diese Tiefe ist. — Da die Quellen ihr Wasser in Gegenden von größerer geographischer Breite hauptsächlich während der heißen, in geringeren Breiten aber während der kalten Jahreszeit erhalten, so ist die Temperatur der ersteren um einige Grade höher, der letzteren um einige Grade niedriger als die Jahreswärme.

Quellen, denen aus Tiefen unter der Fläche der unveränderlichen Temperatur das Wasser zugeführt wird, sind an dem höheren Wärmegrade erkennbar, welchen sie besitzen, und der unveränderlich bleibt, wie wir es bei vielen artesischen Brunnen finden. Die Unveränderlichkeit heißer Mineralquellen (Thermen) ist ein Beweis, daß sie ihre Wärme nicht electrischen und chemischen Prozessen verdanken, da diese nicht durch viele Jahre unausgesetzt mit derselben Stärke vor sich gehen könnten.

Auf Bergen ist die Tiefe der Fläche der unveränderlichen Temperatur tiefer als in den Thälern, weil sie einen größeren Wärmeverlust erleiden; allein unter dieser Fläche nimmt die Erdwärme zu, weshalb bei hohen und ausgedehnten Bergen nicht selten heiße Quellen an ihrem Fuße entspringen.

Die Erscheinungen der Vulkane lassen sich aus der inneren Erdwärme und der Expansivkraft der Dämpfe genügend erklären; denn sobald Wasser in jene Tiefen dringt, wo Glühhitze herrscht, entstehen Dämpfe von sehr hoher Spannkraft, die, indem sie einen Ausweg suchen, Erdbeben, Emporhebungen von Inseln und ganzer Länderstrecken, so wie alle bei vulkanischen Ausbrüchen beobachteten Erscheinungen zu bewirken vermögen. Die Menge der aus den Kratern aufsteigenden Dämpfe ist ungeheuer groß, so daß dagegen die übrigen Gase, die dem Dampfe beigemischt sind, verschwinden; durch die Spannkraft dieser Dämpfe werden aus dem Schlunde des Kraters größere oder kleinere Gesteinstrümmer herausgeschleudert, die oft bis zu 6000 Fuß hoch emporsteigen. Die Lava verdankt ihren Ursprung den festen Steinmassen, die durch Berührung mit den erhitzten Wasserdämpfen geschmolzen werden. — Durch Erdbeben können neue Gebirgsspalten entstehen, durch die das aus bedeutenden Tiefen aufsteigende Wasser an die Erdoberfläche zu kommen vermag, oder es können sich auch Gebirgsspalten schließen, durch die bisher den Quellen warmes Wasser zugeführt wurde, daher können Erdbeben neue heiße Quellen erzeugen, oder solche schließen.

3. Wärmeentwicklung durch den Lebensproceß. Nach Lavoisier nimmt ein erwachsener Mensch täglich 65 Loth, somit in einem Jahre 742 Pfund Sauerstoff durch die Lunge in sich auf, und doch ist, wenn er mäßig sich bewegt, und hinreichende Nahrung hat, am Ende des Jahres keine Veränderung im Gewichte seines Körpers wahrzunehmen; folglich muß diese eingeathmete Sauerstoffmenge wieder aus dem Körper herausgetreten sein. Dieß geschieht, indem er sich im Organismus mit dem Kohlenstoffe und Wasserstoffe gewisser leicht oxydirbarer Theile verbindet, und in Form von kohlensaurem Gas und Wasserdunst den Organismus verläßt. — Liebig, dem wir eine genauere Kenntniß der im Organismus entwickelten Wärme verdanken, hat durch sorgfältige, längere Zeit fortgesetzte Untersuchungen die Kohlenstoffmenge bestimmt, die ein erwachsener Mann (ein Soldat) in seinen Speisen zu sich nahm, davon die Menge des mit den Excrementen abgegangenen Kohlenstoffes abgezogen, und auf diese Art gefunden, daß bei mäßiger Bewegung des Mannes täglich 27.8 Loth Kohlenstoff in Form von Kohlensäuregas durch Haut und Lunge austreten, wobei 74 Loth Sauerstoff verwendet werden. Ein Theil des in den Organismus eintretenden Sauerstoffes verbindet sich daselbst auch mit dem Wasserstoffe, jedoch ist diese Menge geringer als die, welche mit dem Kohlenstoffe in Verbindung tritt. — Die Bildung dieser Verbindungen ist noth-

wendig; denn im Organismus geht ein beständiger Stoffwechsel vor sich, indem bei jeder Kraftanwendung zu willkürlichen und unwillkürlichen Bewegungen des thierischen Organismus gewisse dabei thätige Theile leblos, aber durch die Thätigkeit der Lebenskraft in einiger Zeit aus dem Blute wieder ersetzt werden; diese leblos gewordenen Theile sind unvermögend, der Einwirkung des eingeathmeten Sauerstoffes zu wiederstehen, ihre Elemente gehen neue Verbindungen ein, die theils als Kohlensäuregas, theils als Wasserdunst durch Haut und Lunge, theils in anderen Formen auf anderen Wegen aus dem Organismus herauskommen. Bei der Bildung dieser Verbindungen entwickelt sich die Wärme, deren der Organismus bedarf, damit die Lebenskraft ungeschwächt wirksam bleibe.

Die Untersuchungen lehren, daß alle lebenden Wesen, deren Existenz an die Aufsaugung von Sauerstoff gebunden ist, eine Wärmequelle in sich selbst besitzen, die von der Temperatur der Luft, welche sie umgibt, oder dem Wasser, in dem sie leben unabhängig ist, und die bewirkt, daß der Organismus stets bei einem Wärmegrade erhalten wird, der in der Regel etwas höher ist, als der Wärmegrad der Umgebung. Dieß zeigt sich nicht allein bei den Thieren, sondern auch beim keimenden Samen, bei der Blüthe und der reifenden Frucht der Pflanze, da die Pflanze in diesen Perioden ihrer Entwicklung Sauerstoff aufnimmt.

Die zuverläßigsten Beobachtungen beweisen, daß bei allen Thieren, die durch Lungen athmen, deren ganze Blutmasse den Weg durch die Lunge nimmt, aber auch nur bei diesen, die ihnen eigenthümliche Wärme (Eigenwärme) von dem Wärmegrade der Umgebung vollständig unabhängig ist und immer bei demselben Grade bleibt. Man nennt solche Thiere warmblütige. So hat der Mensch in allen Ländern, am Pol, wie am Aequator, auf Bergen und in Thälern, im Winter und im Sommer dieselbe, niemals wechselnde Temperatur von 30° R. Ist die Umgebung wärmer, so strömt allerdings dem Organismus Wärme von Außen zu; diese wird aber zur Schweißbildung und zur Verdünstung des erzeugten Schweißes verbraucht, die Temperatur des Körpers bleibt unverändert. Diese Eigenwärme ist für die Wirksamkeit der Lebenskraft unerläßlich, so daß jede Aenderung dieses Wärmegrades einen unbehaglichen oder gar einen Krankheitszustand zur Folge hat.

Die eigenthümliche Wärme beträgt bei einem Kinde 31.2, bei einem Vogel 32 bis 32.8, bei einem vierfüßigen Thiere 30 bis 30.8. R.

Die Eigenwärme eines Fisches oder eines Amphibiums ist um 1⅓ bis 2° größer als die des Mittels, in dem sie leben.

Diesen unveränderlichen Wärmegrad besitzen nur diejenigen Theile des thierischen Organismus, zu welchen das arterielle Blut, das in der Lunge den eingeathmeten Sauerstoff aufgenommen hat, während der Circulation gelangen kann; daher haben Haare, Federn, Nägel, Klauen, Hörner, die Oberhaut, da sie keine Blutgefäße besitzen, keine Eigenwärme, und ihre Temperatur ist in einer kalten Umgebung 2 bis 3° niedriger, als die der übrigen Theile des Körpers. Hieraus folgt, daß die Wärme nur in denjenigen Theilen entsteht, zu denen der Sauerstoff gelangen kann, wo sich aber auch Stoffe in einem dem Sauerstoffe leicht zugänglichen Zustande vorfinden, wie es die leblos gewordenen, verbrauchten Theile des Organis-

mus, aber auch gewisse andere Stoffe sind, die aus den stickstofffreien, zur Blutbildung nicht geeigneten Nahrungsmitteln, wie Zucker, Stärke, Gummi, Fett, Weingeist durch die Thätigkeit der Verdauungsorgane im Organismus gebildet werden.

Die im Organismus vor sich gehende Verbindung des Sauerstoffes mit Kohlen- und Wasserstoff muß nothwendig von einer Wärme-Entwicklung begleitet sein, ja die dabei erzeugte Wärmemenge beträgt genau so viel, als wenn diese Stoffe in der Luft oder im Sauerstoffgase verbrannt worden wären; der einzige Unterschied besteht darin, daß der Vorgang der Verbindung im lebenden Körper langsamer stattfindet, als bei dem gewöhnlichen Verbrennungsproceße, weil im Thierkörper ein bestimmtes Gewicht von Kohlen- und Wasserstoff erst in einer längeren Zeit mit dem Sauerstoffe in Verbindung treten, und die diesem Gewichte entsprechende Wärmemenge entwickelt werden kann.

Nun ist zu untersuchen, ob durch diese Verbindung des Sauerstoffes mit den beiden Brennstoffen im Organismus eine so bedeutende Wärmemenge entstehen könne, als nöthig ist, um ihn bei seiner Eigenwärme zu erhalten?

Obwohl die Versuche über den Sauerstoffverbrauch und über die dabei erzeugte Wärme nicht einen hohen Grad von Genauigkeit haben können, so sind sie doch für die aufgestellte Frage entscheidend. Denn nach Dulong ist die Wärmemenge die beim Verbrennen von 1 Loth Kohlenstoff entwickelt wird, so groß, daß man damit 85.58 Loth Wasser von 0° bis 80° R. oder 228.2 Loth Wasser von 0 bis 30° R erwärmen könnte; demnach wäre es möglich, mit der Wärme von 27.8 Loth Kohlenstoff, welche im Körper eines Erwachsenen, bei mäßiger Bewegung innerhalb 24 Stunden in Kohlensäure umgewandelt werden, immer 198.3 Pfund Wasser von 0° bis auf 30° R. zu erwärmen.

Berücksichtigen wir, daß derselbe Mann in 24 Stunden beinahe 3 Pfund Wasser durch Lunge und Hautausdünstung verliert, wozu eine Wärmemenge verbraucht wird, mit der man 48 Pfund Wasser von 0° bis 30° R. erwärmen könnte, und ziehen wir diese Wärmemenge von der durch das Verbrennen des Kohlenstoffes erzeugten ab, so bleibt noch immer eine Wärmemenge übrig, welche 150.3 Pfund Wasser von 0° bis auf 30° R. zu erwärmen fähig wäre. Eine solche Wärmemenge ist aber im Stande, ein viel größeres Gewicht von thierischen Substanzen, wie Muskeln, Knochen, Blut, Fett, Gehirnsubstanz u. s. f. auf den Wärmegrad von 30° R. zu bringen, weil die spezifische Wärme dieser Substanzen kleiner ist, als die des Wassers. Die spezifische Wärme des menschlichen Körpers wird im Durchschnitt $= \frac{79}{100}$ von der des Wassers angenommen; mithin ist die Wärme, welche die Temperatur von 150.3 Pfund Wasser von 0 bis 30° zu steigern vermag im Stande, 189 Pfund von der Masse des menschlichen Körpers von 0 bis 30° R. und 120 Pfunde von 0 bis nahe 48° R. zu erwärmen. Diese durch das Verbrennen des Kohlenstoffes im menschlichen Körper entstandene Wärmemenge wird in 24 Stunden entwickelt; es entfallen daher für jede Stunde 2° R. die zur Deckung des Wärmeverlustes dienen, den der Körper von 120 Pf. beständig

zu erleiden hat. — Wir haben aber noch zu beachten, daß nicht aller vom Organismus aufgenommene Sauerstoff zur Bildung von Kohlensäure verwendet wird; die Beobachtungen lehren, daß von 10 Volumen Sauerstoff, welche durch das Blut in den Thierkörper gekommen sind, bei Pflanzenfressern nur 9 Volume, bei Fleischfressern nur 6 bis fünf Volume in der Form von Kohlensäure herausgetreten sind; der übrige Theil des Sauerstoffes geht mit dem Wasserstoffe eine Verbindung ein, wobei abermals eine nicht geringe Wärmemenge entwickelt wird, so daß die gesammte durch das langsame Verbrennen des Kohlenstoffes und des Wasserstoffes im menschlichen Körper erzeugte Wärme in der That hinreichend groß ist, um den Körper stets bei der Temperatur von 30° zu erhalten, vorausgesetzt, daß man die nöthigen Schutzmittel gegen starken Wärmeverlust nicht außer Acht läßt. Denn der Thierkörper verhält sich gegen seine Umgebung eben so, wie jeder andere warme Körper; ist diese Umgebung kälter, so gibt er einen Theil seiner Wärme ab; er nimmt von ihr Wärme auf, sobald sie eine höhere Temperatur besitzt. Der Wärmeverlust an die kältere Umgebung ist in jeder Zeitsecunde desto bedeutender, je größer die Temperaturdifferenz zwischen ihr und dem organischen Körper ist; daher im Winter beträchtlicher als im Sommer, aber insbesondere groß in den Polarländern, wo den Menschen oft eine Atmosphäre umgibt, deren Wärmegrad 40° bis 50° niedriger ist, als der seines Körpers; dagegen ist der Wärmeverlust, den ein Südländer z. B. in Palermo erleidet, sehr gering, da hier der Wärmegrad der Luft beinahe derselbe ist, wie der seines Körpers.

Die Erkaltung erfolgt nicht bei allen Körpern gleich schnell; so geben z. B. fette Leute im Allgemeinen weniger Wärme ab, und frieren daher in geringerem Grade als magere. Ferner hängt auch die Größe des Wärmeverlustes, den ein Körper durch die Umgebung erleidet, von der Größe seiner Oberfläche ab; da nun eine kleinere Masse verhältnißmäßig eine größere Oberfläche hat, als eine größere von gleicher Beschaffenheit, so erkaltet die kleinere rascher als die größere; daher erfrieren zarte Kinder leichter, sobald ihnen die nöthigen Schutzmittel gegen die Kälte mangeln.

Hat der Thierkörper einen größeren Wärmeverlust erlitten, so bedarf er auch eines größeren Ersatzes an Wärme, der nur möglich ist, wenn eine größere Menge von Sauerstoff aufgenommen und mehr Kohlen- und Wasserstoff verbrannt wird. Letztere Stoffe müssen dem Körper aus den genossenen Nahrungsmitteln ersetzt werden; daher wächst der Bedarf an Nahrungsmitteln mit der Größe des Wärmeverlustes, den der Thierkörper erleidet. Der Thierkörper, sagt Liebig, erscheint in dieser Beziehung wie ein Ofen, und die Speise als Brennmaterial; was immer die Speisen für Veränderungen im Körper erleiden mögen, die letzte Veränderung, die sie erfahren, ist immer eine Verwandlung des Kohlenstoffes in Kohlensäure und des Wasserstoffes in Wasser; der Stickstoff und der unverbrannte Kohlenstoff der organischen Stoffe, werden in dem Urin und in den festen Excrementen abgeschieden. Soll der Wärmegrad eines Ofens unveränderlich bleiben, so muß die Menge des Brennmaterials jederzeit der wechselnden äußeren Temperatur entsprechen; gerade so verhält es sich mit dem Thierkörper, dessen Temperatur, ungeachtet des beständigen, bald größeren bald kleineren Wärmeverlustes an die kältere Umgebung, stets bei demselben Grade erhalten werden muß. Allein damit in derselben Zeit mehr Brennmaterial verbrenne, und so eine größere Wärmemenge erzeugt werde, ist auch eine größere

Menge von Sauerstoff nöthig, daher entsteht die Frage, durch welche Umstände die Menge des in einer bestimmten Zeit in den Thierkörper eindringenden Sauerstoffes vermehrt oder vermindert werde. Diese sind:

a) Die Anzahl und Stärke der in dieser Zeit geschehenen Athemzüge, so finden wir, daß bei Kindern die Pulsschläge und Athemzüge rascher aufeinander folgen als bei Erwachsenen, weshalb auch der Wärmegrad ihres Blutes höher ist, und sie schon deßhalb häufiger und verhältnißmäßig mehr Nahrung brauchen als Erwachsene.

Männliche Personen athmen im Allgemeinen mehr Sauerstoff ein, als weibliche vom gleichen Alter, weil die Brusthöhle größer, somit die Athemzüge stärker sind. Auch soll nach Dulk die Fähigkeit der Respirationsorgane, Luft und somit Sauerstoff einzusaugen, am Tage um $\frac{1}{3}$ größer sein, als zur Nachtzeit. — Auch bei einem Vogel sind die Respirationswerkzeuge in größerer Thätigkeit als beim Menschen, weßhalb die Eigenwärme des Vogels höher ist, und er beim Mangel an Nahrung schon am dritten Tage stirbt. Eine Schlange athmet äußerst langsam, und verzehrt, unter eine Glasglocke gebracht, in einer Stunde so wenig Sauerstoff, daß das dabei erzeugte kohlensaure Gas kaum bemerkbar wird, daher kann eine Schlange sogar drei Monate ohne Nahrung bestehen.

Bewegung und Arbeit, so wie auch Sprechen und Schreien mehrt die Anzahl der Athemzüge, mithin auch den Sauerstoffverbrauch. Hieraus wird uns die Wärmeentwicklung begreiflich, die bei einer schnellen Bewegung und beim anhaltenden Sprechen zu entstehen pflegt. Wird mehr Wärme entwickelt als zum Ersatze des erlittenen Wärmeverlustes erforderlich ist, so tritt der Schweiß heraus, durch dessen Verdünstung die überflüßige Wärme abgeführt wird; entblößen wir die schwitzende Hautfläche und begünstigen dadurch die Verdünstung, so verlieren wir bald das Gefühl der Hitze im ganzen Körper.

Nach Bewegung und Arbeit bedarf der Organismus wegen des stärkeren Verbrauchs an Sauerstoff mehr Nahrung als im Zustande der Ruhe. Ein Zugochs braucht daher, wenn er zur Arbeit verwendet wird, mehr Nahrung, als wenn er nicht arbeitet und dazu in einem warmen Stalle ruht.

b) Die Menge des Sauerstoffes, der mit jedem Athemzuge aufgenommen wird, ist nicht unter allen Umständen dieselbe, obwohl das Volumen der Brusthöhle und somit auch das Volumen der mit jedem Athemzuge eintretenden atmosphärischen Luft eine unveränderliche Größe ist; denn die Dichte dieses Luftvolumens und folglich auch die in demselben vorkommende Sauerstoffmenge ist nicht immer dieselbe, und nimmt zu, wenn die Temperatur der Luft niedriger und der Luftdruck größer wird.

Daher nehmen wir im Winter, wo die Luft kalt ist, mit jedem Athemzuge mehr Sauerstoff auf, als im Sommer, deshalb bedürfen wir im Winter, falls wir uns viel in der kalten Luft aufhalten, mehr Nahrung als in der warmen Jahreszeit. — An der Meeresfläche nimmt der Mensch bei gleicher Anzahl von Athemzügen mehr Sauerstoff auf, als auf Berghöhen, da dort der Luftdruck und somit auch die Dichte der Luft größer ist, und mit der Erhebung über die Meeresfläche beständig abnimmt. Berücksichtigt man, daß auf hohen Bergen auch der Wärmegrad der Luft geringer, und daher der Verlust an Wärme in jedem Zeitmomente größer ist, als in der Tiefe oder an der Meeresfläche, so wird man begreifen, daß der Bergbewohner sehr anstrengenden körperlichen Arbeiten sich unterziehen muß, um durch die dabei vorkommenden Bewegungen die Respiration in der Art zu steigern, daß er die Menge von Sauerstoff in sich aufnimmt, die zum Ersatze der verlorenen Wärme erforderlich ist.

c) Der Sauerstoff dringt auch durch die Haut in den Organismus ein,

und dieß desto reichlicher, je mehr für die Reinlichkeit der Haut gesorgt wird. Man hat die ganze äußere Körperoberfläche eines Kaninchens mit einem luftdichten Firniße überzogen, und gefunden, daß seine Temperatur schon in einer Stunde um 12° gesunken ist.

Aus dem Gesagten lassen sich mehrere wichtige Erscheinungen leicht erklären. Bei warmer Bekleidung ist das Bedürfniß nach einer starken, die Respiration fördernden Bewegung und daher auch das Bedürfniß nach Speise nicht so dringend, als bei schlechten Schutzmitteln gegen die Kälte. Würden wir nakt herumgehen, wie die Indianer, so müßten wir viel angestrengter arbeiten und mehr Nahrung verbrauchen. Reisende erzählen mit Verwunderung, daß der Samojede, der beim Jagen und Fischen bedeutender Kälte ausgesetzt ist, etwa 10 Pfund Fisch oder Fleisch, dazu ein Dutzend Talglichter und eine Menge Branntwein oder Thran in einem Tage zu sich nimmt, deren reichlicher Kohlen- und Wasserstoff ihm dazu dient, den Ersatz an Wärme mit dem Wärmeverluste bald ins Gleichgewicht zu setzen.

In der gemäßigten und kalten Zone wird der Mensch zur Anstrengung und Arbeit gedrängt, um den starken Wärmeverlust zu ersetzen, aber auch um im Stoffwechsel sich die Mittel zum Widerstande gegen die dichte, sauerstoffreiche Luft, die unseren Körper zu verzehren droht, zu verschaffen. Denn findet der Sauerstoff im Inneren des Organismus keine leblos gewordenen oder solchen Stoffe, die aus den stickstofffreien Nahrungsmitteln entstanden und geeignet sind, sich leicht mit ihm zu verbinden, so greift er die Respirationsorgane an, und es entstehen Lungenkrankheiten sie entstehen bekanntlich häufig in der kalten Jahreszeit, wo die Luft sehr dicht ist. Ein schnelles Laufen bei großer Kälte kann leicht eine Lungenentzündung herbeiführen.

Jede Abkühlung des Körpers nöthigt uns mehr zu essen; so wird durch bloßen Aufenthalt im Freien, selbst ohne vermehrte Bewegung der Appetit gesteigert, weil der Wärmeverlust durch Ausstrahlung der Wärme und durch gesteigerte Verdünstung erhöhet wird; daher hat man auf Reisen in der Regel immer guten Appetit, Stillung des Hungers ist das wirksamste Schutzmittel gegen Kälte. — Der häufige Genuß von kaltem Wasser vermehrt den Appetit, weil durch das Wasser, das im Körper bis auf 30° R. erwärmt wird, ein großer Wärmeverlust herbeigeführt wird; um nun den Sauerstoff, der zum Ersatz der verlorenen Wärme nothwendig ist, zu gewinnen, muß man durch anhaltende Bewegung die Respiration steigern. Allein man muß auch starker Verdauungsorgane sich erfreuen, um im Stande zu sein, die größere Menge von Speisen in der gehörigen Zeit in den Zustand zu versetzen, in welchem die Verbindung mit dem Sauerstoffe leicht erfolgen kann. Personen von schwachen Verdauungsorganen dürfen sich den Genuß von großen Quantitäten kalten Wassers nicht erlauben.

Raubthiere der kalten Klimate sind viel gefräßiger als die in warmen Gegenden hausenden. Wäre der Norden die Heimath des Löwen und des Tigers, so würden sie eine weit größere Menge von Thieren verzehren, als in der heißen Zone. Die Raubvögel schützt die Natur durch ein starkes Gefieder gegen großen Wärmeverlust; sie hausen gewöhnlich in Höhen, wo die Luft dünner ist, und sie deshalb weniger Sauerstoff einathmen; sonst würden sie weit mehr Thiere zu ihrer Erhaltung bedürfen.

Ein Südländer z. B. in Neapel oder in Sicilien, der in einer warmen Atmosphäre lebt, also auch nur warme, und weniger dichte Luft einathmet, braucht in seinen Speisen bei weitem nicht so viel Kohlen- und Wasserstoff als der Bewohner des Nordens, ja bei einer größeren Menge von kohlenstoffhaltigen Speisen, als die eingeathmete Menge von Sauerstoff in Kohlensäure umzuwandeln vermag, entstehen gefährliche Anhäufungen von Kohlenstoff in der Leber (Kohlenstoffkrankheiten), wie sie auch bei uns gewöhnlich im Sommer bei Mangel an Bewegung, also bei Mangel an Sauerstoff sich zu bilden pflegen. Eine unerforschliche Weisheit hat deshalb die Einrichtung getroffen, daß die Speisen des Süd- und des Nordländers bei gleichem Gewichte doch einen verschiedenen Gehalt an Kohlenstoff besitzen. In den Früchten, die der Südländer genießt, sind nur 12 Procent Kohlenstoff, während in dem Speck und dem Thran des Nordländers 66 bis 70 Procent Kohlenstoff enthalten sind. Man

sieht, daß es den Italienern oder Arabern nicht schwer fallen kann, mäßig zu leben; unter dem Aequator ist es möglich, dem Hunger selbst längere Zeit hindurch Trotz zu bieten, aber in kalten Klimaten reiben Kälte und Hunger den Körper bald auf.

Der Engländer, der in seiner Heimath an reichliche und derbe Kost gewohnt ist, sieht, wenn er in das heiße Klima von Jamaica kommt, mit Bedauern seinen Appetit schwinden.

Aus dem Gesagten wird auch ersichtlich warum Nordländer, deren Verdauungswerkzeuge zu schwach geworden sind, um jene Menge von Speisen zu genießen, die das Klima ihrer Heimath erheischt, in südliche Gegenden sich begeben, wo das Bedürfniß nach Nahrung nicht so dringend ist, daher die geringe Menge von Nahrung, die hier der Mensch braucht, auch noch von den geschwächten Verdauungsorganen gehörig verarbeitet werden kann. Ein schwächlicher Mensch kann sich, wie man leicht einsieht, an einem warmen Wohnorte bei wenig Bewegung und leicht verdaulicher mäßiger Nahrung lange Zeit erhalten.

Es gibt Krankheiten, in welchen sich Stoffe erzeugen, die zur Assimilation nicht verwendbar sind und aus dem Körper herausgeschafft werden müssen; dieß geschieht oft schon dadurch, daß man sich des Genußes von Speisen enthält, weil dann die Bestandtheile dieser Krankheitsproducte mit dem aufgenommenen Sauerstoffe in Verbindung treten und aus dem Körper entweichen; denn der Sauerstoff der in den Körper eingedrungen ist, verbindet sich daselbst mit allen Materien, mit denen er in Berührung kommt, wenn sie seiner Thätigkeit keinen Widerstand zu leisten vermögen, was bei allen leblosen organischen Producten bei Gegenwart von Wasser und einem Wärmegrade über Null der Fall ist.

Der Respirationsprozeß wird uns vollkommen klar, wenn wir den Zustand eines Menschen oder eines Thieres bei Enthaltung aller Speisen beobachten. Die Athembewegungen bleiben ungeändert, daher werden täglich mehr als 65 Loth Sauerstoff in den Organismus aufgenommen, der ihm eine gewisse Menge von Kohlen- und Wasserstoff entziehet, und dadurch das Gewicht desselben vermindert. Dieß wird zuerst an dem Verschwinden des Fetts wahrnehmbar; denn da das verschwundene Fett in den Excrementen des Verhungernden nicht nachweisbar ist, so ist es gewiß, daß sein Kohlen- und Wasserstoff in Verbindung mit dem Sauerstoffe durch Haut und Lunge ausgetreten ist. — Auf diese Art wird bei den Winterschläfern das Fett, das sich vor der Zeit des Schlafes reichlich ablagert, während des Winterschlafes, wo ein schwacher Lebensprozeß fortdauert, ganz aufgezehrt. Das Fett enthält nämlich in 100 Theilen 78.7 Theile Kohlenstoff, 11.8 Wasserstoff und 9.4 Sauerstoff, und ist ganz geeignet, die Einwirkung des in den Organismus eintretenden Sauerstoffes auf sich zu ziehen. Ein Kranker, führt Liebig an, der nicht schlingen konnte, verlor während eines Monats 100 Pfund an seinem Gewichte; ein verschüttetes Schwein blieb 160 Tage ohne Nahrung und verlor 120 Pfund am Gewichte.

Ist das Fett verzehrt worden, und dauert die Entziehung der Nahrungsmittel noch länger fort, so werden nach und nach alle festen der Löslichkeit fähigen Theile vom Sauerstoff angegriffen, die Muskeln werden dünn, mürbe, sie verlieren ihre Fähigkeit sich auszudehnen und zusammenzuziehen, weil alle die weichen, der Bewegung fähigen Theile des Körpers zu Sauerstoffverbindungen verwendet werden, um die zum Bestehen des Lebens wesentlichen Gebilde, wie die Gehirn- und Nervensubstanz gegen die zerstörende Einwirkung des Sauerstoffes zu schützen. Erhält der Körper noch immer keine Nahrung, so werden auch diese wichtigen Gebilde angegriffen; die Gehirnsubstanz erliegt dieser Einwirkung des Sauerstoffes, es tritt Irrreden, Wahnsinn ein und endlich erfolgt der Tod, das heißt, es hört jeder Widerstand im Organismus auf, alle seine Theile werden durch den Einfluß des Sauerstoffes zerstört. Nichts bleibt bei solchen Personen, welche den Hungertod sterben, übrig, als Haut, Sehnen und Knochen.

Magnetismus.

§. 194. Diamagnetismus. In früheren Zeiten kannte man an einem Magnete nur die Eigenschaft, Eisen anzuziehen, und bei freier Beweglichkeit sich nach den Weltgegenden zu stellen; später erkannte man auch an ihm die Fähigkeit unter gewissen Umständen in guten Electricitätsleitern electrische Ströme zu induciren. Im Jahre 1845 hat Faraday den Naturforschern ein neues Feld durch die wichtige Entdeckung eröffnet, daß der Magnet auf alle Körper wirkt, daß aber diese Wirkung nicht nur rücksichtlich der Stärke, sondern auch rücksichtlich der Richtung verschieden ist, indem er auf einige anziehend, auf andere abstoßend wirkt, und dieß nicht bloß bei der Berührung, sondern auch in die Ferne; aber die Erscheinungen der Abstoßung werden erst erkennbar, wenn der Magnet einen hohen Grad der Stärke besitzt. Um das Verhalten der Körper bei der Einwirkung eines Magnets zu prüfen, stellt man einen sehr kräftigen Electromagnet so auf, daß seine Schenkel vertikal aufwärts stehen, legt auf die oberen Enden parallelepipedisch geformte starke Eisenstücke, die an einem Ende konisch zugespitzt sind, so auf, daß die Spitzen einander zugekehrt erscheinen; diese Spitzen bilden nun die Pole der Magnete, zwischen die der Körper, den man untersuchen will, in Cylinder- oder Stäbchenform an einem Coconfaden in horizontaler Lage aufgehängt wird. Die Spitzen können einander mehr oder weniger genähert werden; ihre Entfernung von einander muß jedesmal etwas größer sein, als die Länge des hängenden Stäbchens, und dieses muß, bevor die Kette geschlossen ist, in der Mitte zwischen den beiden Spitzen schweben.

Hängt man zuerst ein Eisenstäbchen auf, so stellt es sich, wenn die Kette geschlossen und das Eisen magnetisch wird, stets in die Richtung, welche die beiden Pole verbindet, und die Faraday die axiale nennt; schwebt aber ein Wismuthstäbchen zwischen den beiden Polen, so nimmt es nach einigen Schwingungen eine Lage an, welche auf der Verbindungslinie der beiden Pole senkrecht steht, und welche Faraday die äquatoriale heißt. Untersuchungen mit verschiedenen Körpern lehren, daß die Körper rücksichtlich ihres Verhaltens zum Magnetismus in zwei Klassen zerfallen, in solche, die sich axial, und in solche, die sich äquatorial stellen, die ersteren nennt man nach Faraday magnetische, die andern diamagnetische.

Plücker fand, daß sich Stäbchen z. B. von Buchsbaumkohle, Streifen aus der Rinde von Baumzweigen und anderen organischen Substanzen genommen in der Richtung ihrer Länge, wenn sie den Polen nahe stehen, und der Electromagnet sehr stark ist, äquatorial stellen, dagegen in größeren Entfernungen die axiale Lage annehmen. Wahrscheinlich bestehen solche Körper aus magnetischen und diamagnetischen Bestandtheilen, und es nimmt die Wirkung der Pole auf die letzteren rascher ab, als auf die ersteren.

Wendet man nur einen Pol an, oder gibt man dem Körper eine Form, bei welcher keine Dimension vorwaltet, z. B. die Form eines Würfels, einer Kugel, oder eines regelmäßigen Polyeders und hängt ihn so auf, daß er einem Pole näher steht, als dem andern, so überzeugt man sich, daß die

magnetischen Körper von den Polen angezogen, die diamagnetischen aber abgestoßen werden. Wirkt nun jeder Pol auf ein schwebendes Stäbchen mit gleicher Kraft abstoßend, so muß es die äquatoriale Lage annehmen.

Plücker machte ferner die merkwürdige Entdeckung, daß, wenn man einen kleinen Kalkspathkrystall mittelst Wachs an einem Coconfaden befestigt, und zwischen die Pole des starken Electromagnets stellt, die optische Axe von beiden Magnetpolen abgestoßen wird, und eine äquatoriale Lage annimmt. Bei anderen einaxigen Krystallen, wie z. B. bei Kalkspath der etwas isomorphes kohlensaures Eisenoxydul enthält, stellt sich die optische Axe axial. Bei Krystallen mit zwei Axen, wird jede von jedem Pole mit derselben Kraft entweder angezogen, oder abgestoßen, und die Krystalle sind entweder magnetisch oder diamagnetisch. Turmalin und manche andere Krystalle sind nach Plücker in der Richtung der optischen Axe diamagnetisch, in anderen Richtungen magnetisch.

Die Kraft, mit welcher die Körper in die äquatoriale Lage geführt werden, nimmt mit der Entfernung rascher ab, als die, welche die magnetische Wirkung ausübt, und diese wieder rascher als die, welche auf die optischen Axen einwirkt. Der Diamagnetismus nimmt mit der Zunahme der Temperatur ab. Die Untersuchungen lehren ferner, daß es Körper gibt, welche in einem Mittel magnetisch, in einem andern unter gleichen Umständen diamagnetisch erscheinen.

Bei Anwendung starker Magnete fand man, daß außer Eisen, Nikel, Kobalt, Mangan und Chrom, auch Titan, Cer, Platin, Palladium und Osmium magnetisch sind; eben so fast alle Eisenverbindungen wie z. B. grünes Bouteillenglas und Eisensalze. — Diamagnetisch sind: insbesondere Wismuth und Phosphor, schwächer Antimon, Zink, Zinn, Quecksilber, Blei, Silber, Kupfer, Gold, Arsen, Flintglas. Eine dünnwandige Röhre von Flintglas zeigt für sich eine schwache Wirkung, und kann zur Untersuchung von Flüssigkeiten angewendet werden, indem man die Röhre mit diesen Flüssigkeiten füllt, und dann zwischen den Polen aufhängt; so fand man Wasser, Alcohol, Aether, Schwefelsäure fette und ätherische Oele, Blut, Milch diamagnetisch. — Aus Versuchen, die Faraday mit Eisenvitriol-lösungen von verschiedener Concentration, womit Glasröhrchen gefüllt waren, anstellte, ergab sich, daß sie in Luft, Wasser, Alcohol, zwischen die Pole eines Magnets gebracht, sich stets axial stellten, eben so in einer Eisenvitriollösung, wenn diese weniger concentrirt war, als die im Röhrchen befindliche; war sie hingegen concentrirter, so stellte sich das Röhrchen äquatorial. — Gießt man nach Plücker eine Flüssigkeit in ein flaches Uhrglas, und stellt dieses unter die Pole des Electromagnetes, so läßt sich an der Gestalt, welche die Flüssigkeit annimmt, erkennen, ob die Pole anziehend oder abstoßend wirken; so wirken sie z. B. auf eine Auflösung von Eisenchlorid in Wasser anziehend, auf Blut oder Milch abstoßend. — Gase und Dämpfe schienen sich indifferent zu verhalten, später fand aber Faraday, daß sie diamagnetisch sind, Sauerstoff am wenigsten Wasserstoff am stärksten. Auch die atmosphärische Luft ist diamagnetisch und zwar desto mehr, je wärmer sie ist; Flammen, d. i. die erhitzten Gase eines Kerzenlichtes oder einer Weingeistlampe werden von beiden Polen abgestoßen. Man kann die Abstoßung leicht an dem Rauch wahrnehmen, der von einem brennenden Räucherkerzchen, daß sich unter den Polen des Magnetes befindet, in die Höhe steigt; eben so an gefärbten Gasen z. B. an Joddämpfen die von einem erhitzten Blech, worauf ein Stückchen Jod gelegt worden ist, sich erheben.

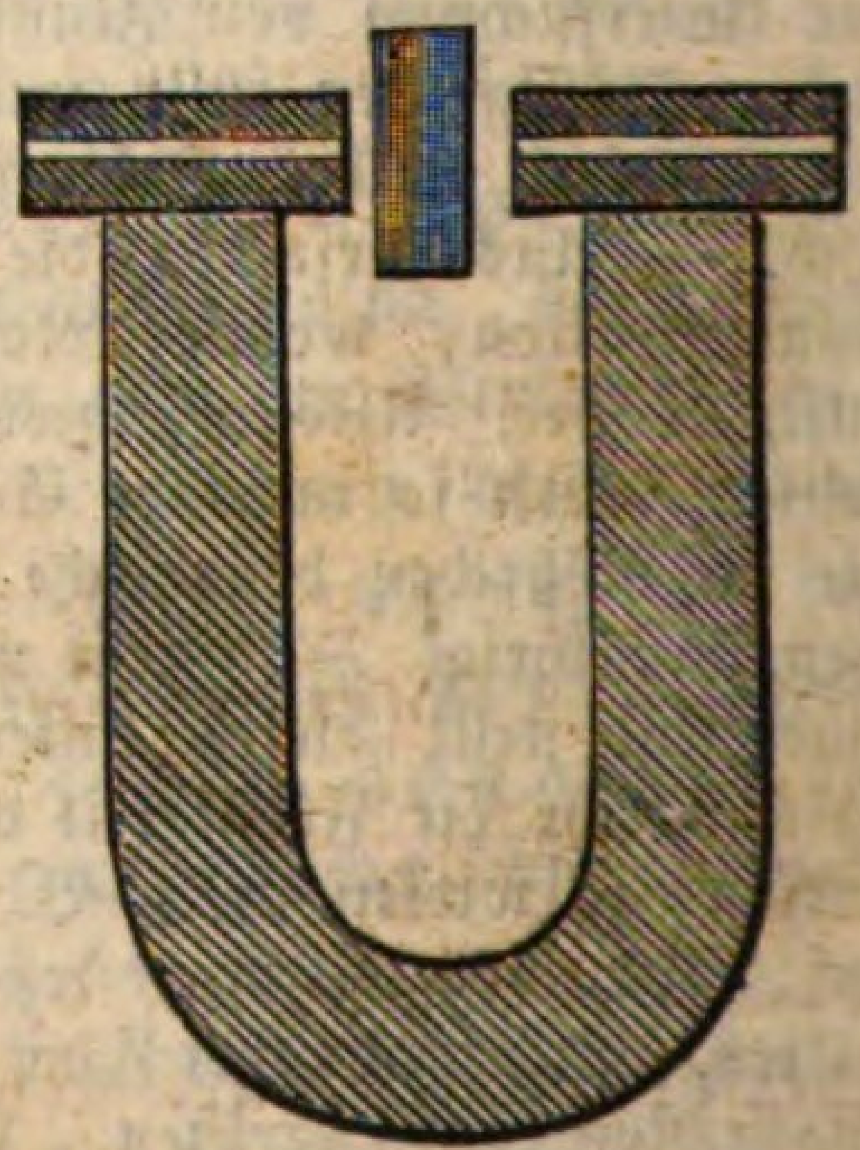
Man sieht in diesen Fällen, daß sich der aufsteigende Rauch oder Dampf in der Aequatorialebene ausbreitet, in der axialen Linie aber zusammengepreßt erscheint. Ein gleiches Verhalten zeigte der Rauch eines glimmenden Wachsstocks, oder die Flamme von Terpentinöl. Farblose Gase ließ Faraday zwischen den beiden Polen aus einer Röhre ausströmen, und zwar aufwärts, wenn sie eine geringere, und abwärts,

wenn sie eine größere Dichtigkeit hatten, als die atmosphärische Luft; dem Gasstrom gegenüber wurden in verschiedenen Richtungen Körper gestellt, an denen das strömende Gas bemerkbare chemische Veränderungen erzeugen mußte. — Nach den bisherigen Erfahrungen scheint es, daß die Grundstoffe entweder magnetisch oder diamagnetisch sind, die chemisch zusammengesetzten aber sich nach der Eigenschaft des vorwaltenden Bestandtheils richten, daher indifferent sind, wenn sich die entgegengesetzten Eigenschaften der Bestandtheile ausgleichen.

Zur Erklärung des Diamagnetismus nehmen mehrere Physiker an, daß in den diamagnetischen Körpern durch den Electromagnet electrische Ströme, die vorher nicht da waren, inducirt werden, und zwar nach solcher Richtung, daß dem Nordpol gegenüber wieder ein Nordpol, und dem Südpol gegenüber wieder ein Südpol entsteht; in den magnetischen Körpern werden Ströme von entgegengesetzter Richtung hervorgerufen.

§. 195. **Drehung der Polarisationsebene durch den Einfluß eines Magnetes oder eines electrischen Stromes.** In der neuesten Zeit machte Faraday die merkwürdige Entdeckung, daß die Polarisationsebene eines polarisirten Strahls beim Durchgange durch einen diamagnetischen durchsichtigen Körper, der eine Stellung hat, in welcher weiches Eisen durch einen Magnet oder durch einen electrischen Strom magnetisch wird, eine Drehung erleidet, deren Größe mit der Brechbarkeit des Lichtes, mit der Dicke des durchsichtigen Körpers, und mit der Stärke des Magnetismus oder des electrischen Stromes zunimmt. Um dieß zu beweisen, legt man auf die Polenden eines kräftigen Electromagnetes zwei gleiche, der Länge nach durchbohrte Halbanker von weichem Eisen und stellt sie so, daß die Bohrungen in eine gerade Linie zu liegen kommen, wie Fig. 277 zeigt. Man bringt diese Halbanker nur so nahe an einander, daß dazwischen ein durchsichtiger Körper stehen kann. Leitet man durch die Bohrungen und den durchsichtigen Körper polarisirtes Licht; und erzeugt einen hinreichend starken electrischen Strom, der das Eisen magnetisch macht, so beobachtet man in manchen Fällen eine Drehung der Polarisationsebene, nach der nämlichen Richtung, nach welcher der Ampere'schen Hypothese zufolge die electrischen Ströme das magnetische Eisen umkreisen, nämlich wenn der Nordpol des Magnetstabes nach Norden gekehrt ist, am unteren Theile desselben von Ost nach West. — Geht das Licht durch eine in einer Glasröhre mittelst ebener Glasplatten eingeschlossene Flüssigkeit, die selbst die Fähigkeit besitzt, die Polarisationsebene rechts oder links zu drehen, so wird die Größe dieser Drehung durch die Einwirkung des Magnetes erhöht oder vermindert, je nachdem die Wirkung des Magnetes mit der Wirkung der Flüssigkeit übereinstimmt oder nicht. Die stärkste Drehung zeigt sich beim kieselborsaurem Bleioxyde (schweres Glas), und auch beim borsauren Bleioxyd; beim Flintglas ist sie kleiner, und noch kleiner beim Steinsalz, Feldspath, Alaun. An Körpern, die das Licht doppelt brechen, beobachtete Becquerel eine schwache Drehung der Polarisationsebene.

Fig. 277



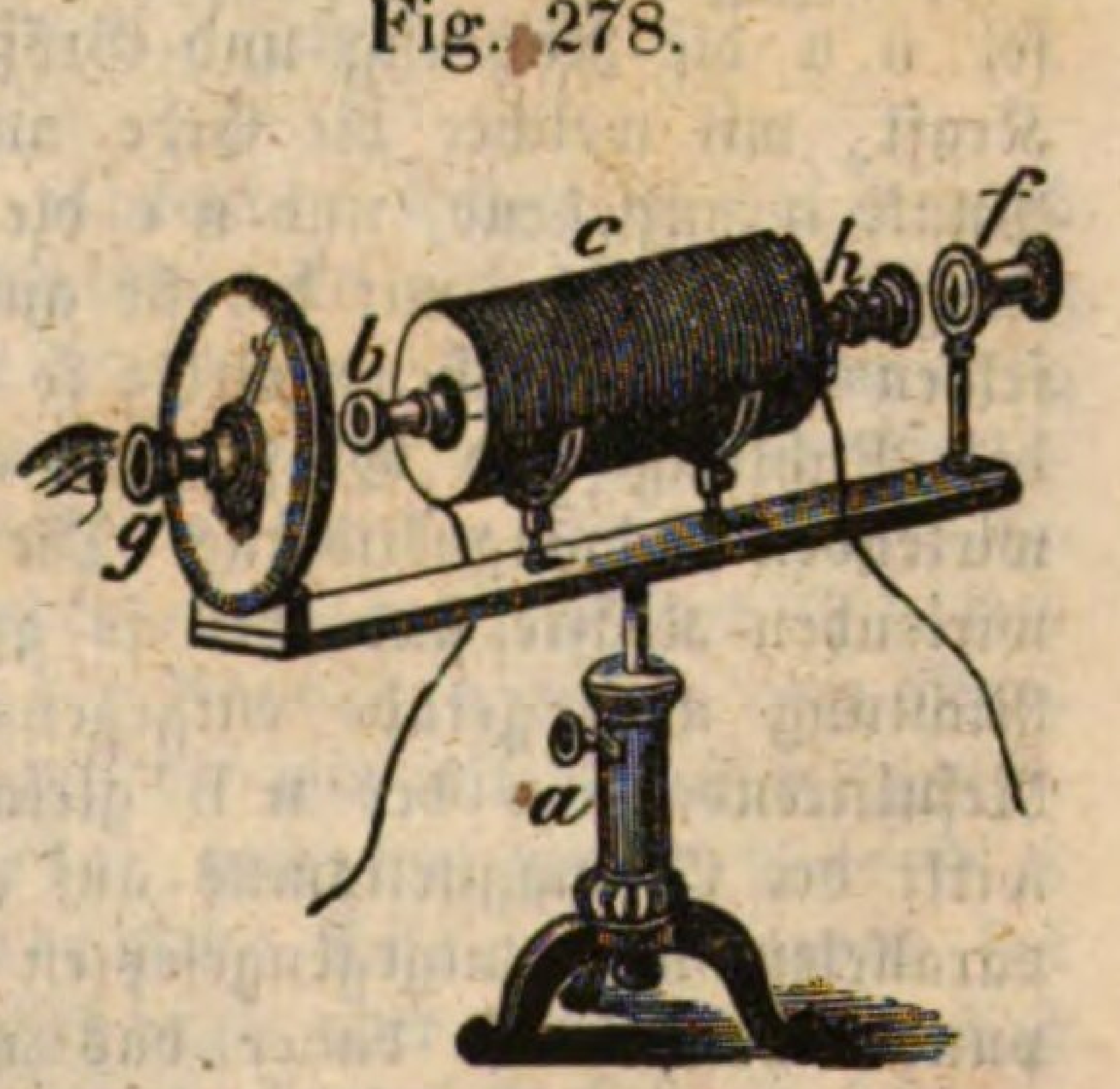
Man gibt bei diesen Versuchen den festen Körpern die Form von Parallelepipeden, bei denen die Flächen, in die das Licht eintritt, und aus denen es wieder heraustritt, polirt und zu einander genau parallel sind. Flüssigkeiten bringt man in Röhren von Glas oder von Messing, die mit ebenen Glasplatten versehen sind, zwischen die beiden Halbanker.

Alle Flüssigkeiten erlangen durch den Einfluß des Magnetismus das Vermögen, die Polarisationsebene, jedoch mit verschiedener Stärke zu drehen. Bei Gasen wurde bisher diese Fähigkeit nicht wahrgenommen. Die Drehung der Polarisationsebene erfolgt nach denselben Gesetzen, nach welchen der Bergkrystall die Polarisationsebene des durchgehenden polarisirten Lichtes dreht; der Drehungswinkel ist der Brechbarkeit des Lichtes umgekehrt, und, bei übrigens gleichen Umständen, der Dicke des durchsichtigen Körpers direkt proportional. Jedoch ist zu berücksichtigen, daß bei größerer Dicke des durchsichtigen Körpers die Halbanker weiter von einander zu liegen kommen, und daher ihr Einfluß schwächer wird; daher war bei einer Platte von 1 Linie Dicke, der die Anker an beiden Seiten fast bis zur Berührung genähert wurden, der Drehungswinkel beinahe eben so groß, wie unter gleichen Umständen bei einer Platte von 10 Linien.

Die Drehung nimmt mit der Intensität des den Magnetismus erzeugenden electrischen Stromes zu, und erfolgt in der entgegengesetzten Richtung, sobald die Richtung dieses Stromes umgekehrt wird. — Geht das polarisirte Licht durch den durchsichtigen Körper in einer auf der Verbindungslinie beider Pole senkrechten Richtung, so nimmt man keine Drehung der Polarisationsebene wahr.

Man kann die Versuche in der Art anstellen, daß man an jedes Ende des Kanals, den die beiden Bohrungen bilden, ein Nicol'sches Prisma befestiget, in der Richtung der Bohrungen eine argandische Lampe aufstellt, so daß man sie durch die Prismen und den durchsichtigen Körper sehen kann, und hierauf das Ocularprisma so lange dreht, bis das Licht verschwindet. Hierauf schließt man die Volta'sche Kette, und nun wird es in Folge der stattgehabten Drehung der Polarisationsebene im Gesichtsfelde nach und nach wieder hell; dreht man das Ocularprisma in der Richtung in welcher die Polarisationsebene durch den Einfluß des Magnetes gedreht wurde, bis das Minimum der Lichtstärke eintritt, so gibt der Drehungswinkel die Größe der durch den Magnetismus bewirkten Drehung der Polarisationsebene.

Fig. 278.



Die Fig. 278 zeigt einen, von Böttger construirten, sehr zweckmäßigen Apparat; c ist ein hohler Cylinder von Eisenblech von 5½ Zoll Länge und 1⅓ Zoll Weite, um den ein mit Seide übersponnener dicker Kupferdraht in 5 Lagen herumgewunden ist; in die Mitte seiner Höhlung stellt man eine mit ebenen Glasplatten verschlossene und mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllte Röhre; der Höhlung gegenüber steht an jeder Seite ein Nicol'sches Prisma, f und g. Das Ocularprisma g läßt sich im Mittelpunkte einer feststehenden Scheibe um seine Axe drehen, und ist mit einem Zeiger versehen, der an einem getheilten Kreise die Größe der geschehenen

Drehung der Polarisationsebene angibt. Man sieht durch die beiden Prismen nach der Flamme der argandischen Lampe, und bringt die Enden des gewundenen Drahtes mit einer Grove'schen Batterie von 6 Elementen in gehörige Verbindung. Die Polarisationsebene erscheint nach derselben Richtung gedreht, nach welcher der positive Strom in dem Kupferdrahte circulirt. Anstatt der Nicol'schen Prismen können zwei senkrecht auf die Axe geschnittene Turmalinplatten gebraucht werden.

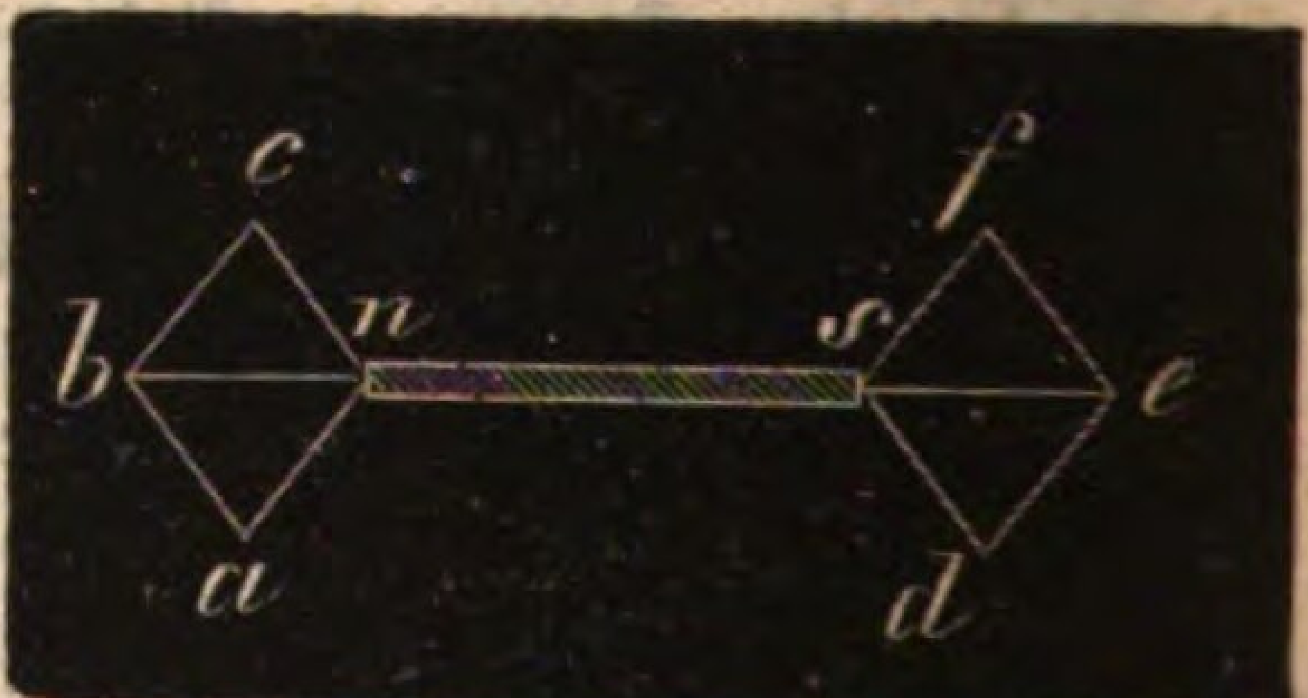
Um ganz geringe Drehungen zu beobachten, stellt man zwischen f und g Soleils Doppelplatte, und bringt das Ocularprisma in die Lage, daß diese Platte gleichförmig gefärbt erscheint, und die Uebergangsfarbe zeigt.

§. 196. Einwirkung der Erde auf einen Magnet.

1. Da die Erde wie ein Magnet wirkt, so müssen wir sie, wie jeden andern Magnet, als ein Aggregat von magnetischen Elementen betrachten, deren jedes auf einen außerhalb der Erde befindlichen magnetischen Punkt mit einer gewissen Stärke anziehend, und mit derselben Stärke abstoßend wirkt; aus den anziehenden Kräften aller magnetischen Elemente geht eine Resultirende hervor, die anziehend, und eine zweite, die auf denselben Punkt abstoßend wirkt; beide Resultirenden erleiden in ihrer Größe und Richtung keine merkliche Aenderung, mag der magnetische Punkt außerhalb der Erde wo immer in dem Raume, den ein Körper einnimmt, angenommen werden, wenn nur die Ausdehnung dieses Körpers gegen die der Erde verschwindend klein ist, und die Quantität und Qualität seines Magnetismus ungeändert bleibt; geht aber die Qualität des Magnetismus im Körper in die entgegengesetzte über, während die Quantität desselben dieselbe bleibt, so werden auch die Richtungen der beiden resultirenden magnetischen Erdkräfte den früheren entgegengesetzt.

2. Betrachten wir die Einwirkung des Erdmagnetismus auf ein magnetisches Element n s Fig. 279., dessen eine Hälfte nördlichen, und die andere eben so viel südlichen Magnetismus enthält; nehmen wir der Einfachheit wegen an, der nördliche Magnetismus sei im Punkte n, der südliche dagegen in s concentrirt, und es sei n a die Richtung und Größe der Kraft, mit welcher die Erde auf den Punkt n anziehend, und n c die Richtung und Größe, mit der sie auf denselben Punkt abstoßend wirkt; so ist n b die Richtung und Größe des auf n wirkenden Erdmagnetismus. Die auf den südlichen Magnetismus in s einwirkenden Kräfte sind eben so groß, wie die auf n thätigen, und nur der Richtung nach gerade entgegengesetzt; so ist auch die in s sich ergebende Resultirende s e der n b gleich, parallel aber entgegengesetzt. Demnach wirkt der Erdmagnetismus auf ein magnetisches Element mit zwei gleichen, parallelen und entgegengesetzten Kräften, die jedoch verschiedene Angriffspunkte haben; ist daher das magnetische Element um seinen Schwerpunkt beweglich, so muß es sich so lange drehen, bis es einen Lage erhält, bei welchen die beiden Kräfte des Erdmagnetismus einander

Fig. 279.
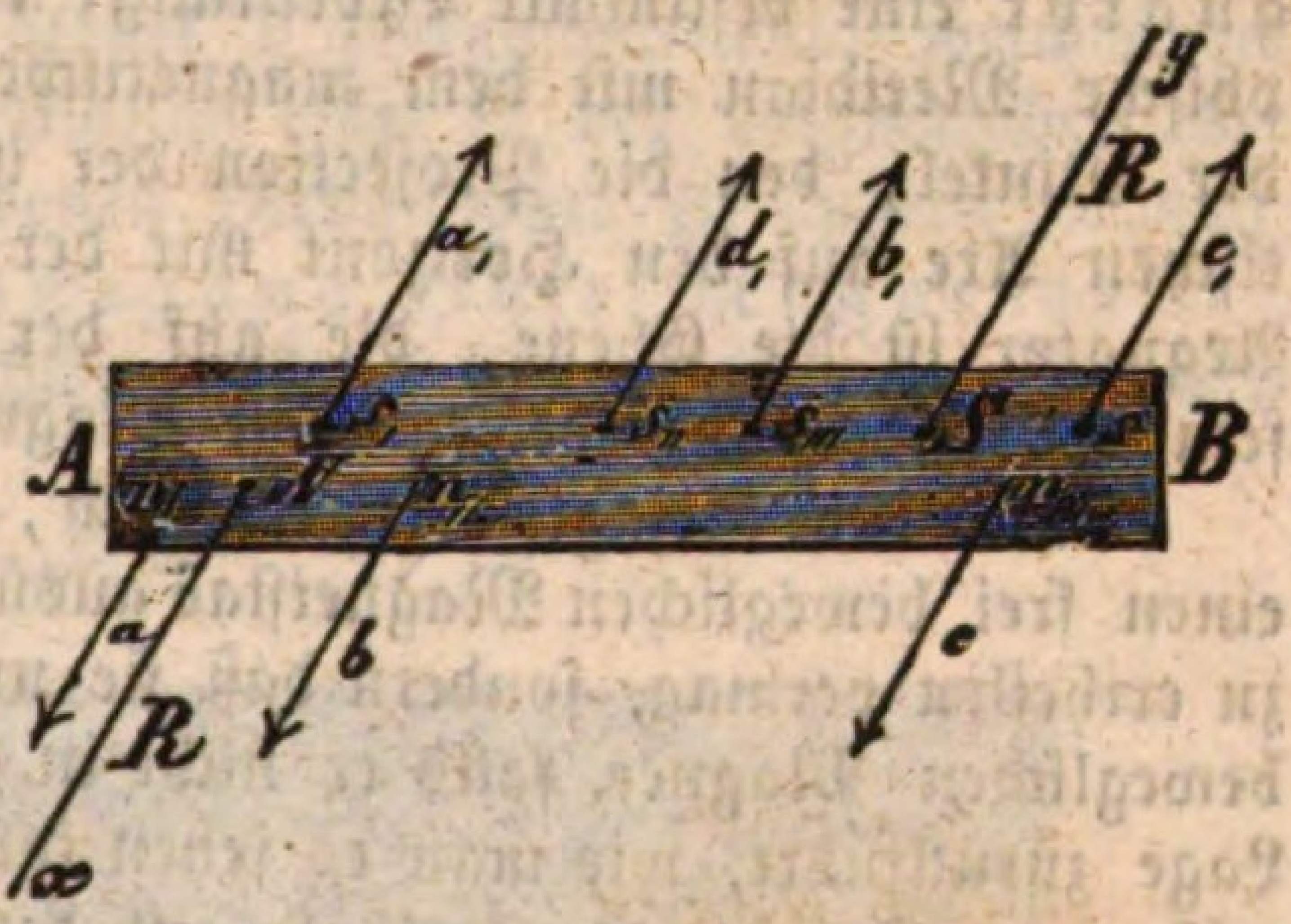


gerade entgegengesetzt erscheinen, wo sie dann, da sie gleich sind, in ihren Wirkungen sich gegenseitig aufheben.

3. Ist in den Punkten n und s 2, 3 ... m mal mehr Magnetismus vorhanden, so wird, da jedes magnetische Theilchen auf gleiche Weise affizirt wird, die erzeugte Wirkung, 2, 3 ... m mal größer sein; demnach wächst die Stärke der Einwirkung des Erdmagnetismus auch mit der Menge des in jedem Elemente befindlichen Magnetismus. Man nimmt jenen Magnetismus als Einheit an, der in einem Punkte concentrirt gedacht einem andern mit gleichviel Magnetismus begabten, und in der Entfernung = 1 liegenden Punkte in der Zeit 1 die Geschwindigkeit 1 ertheilt.

Ist nach dieser Einheit gemessen, P die magnetische Kraft der Erde, und m die Größe des in n vorhandenen nördlichen, mithin — m die des in s befindlichen südlichen Magnetismus; so sind + P m, und — P m die Kräfte, mit welchen das magnetische Element n s gedreht wird.

4. Da ein Magnet AB Fig. 280. aus unzählig vielen magnetischen Elementen besteht, welche in n, n′, n″ ... die nördlichen Magnetismen m, m′, m″, ... und in s, s′, s″, ... die südlichen Magnetismen — m, — m′, — m″, ... besitzen; so wirken auf die ersteren Punkte die Kräfte P m, P m′, P m″, ... nach gewissen Richtungen, die, wenn die Dimensionen des Magnets bezüglich jener der Erdkugel verschwindend klein, zu einander parallel sind; auf die andern mit südlichem Magnetismus begabten, wirken die Kräfte — Pm, — Pm′, — P m″, ..., deren Richtungen den vorigen parallel, aber entgegengesetzt sind; die ersteren geben eine Resultirende

Fig. 280.



$$S = P\,m + P\,m' + P\,m'' + \ldots = P\,(m + m' + m'' + \ldots)$$

oder wenn $m + m' + m'' + \ldots = \mu$ gesetzt wird,

$$S = P\,\mu;$$

die Resultirende aller auf s, s′, s″, ... wirkenden Kräfte ist daher auch $= P\,\mu$, aber sie hat einen andern Angriffspunkt und ist der Richtung nach entgegengesetzt. Demnach besteht die magnetische Gesammteinwirkung der Erde auf einen Magnet in der Aeußerung zweier auf zwei verschiedene Angriffspunkte wirkenden parallelen Kräfte, die der Stärke nach einander gleich, aber der Richtung nach einander entgegengesetzt sind. Die Angriffspunkte der Kräfte S, deren Lage von der Vertheilungsweise des Magnetismus in dem Magnete abhängig ist, und die wir mit N und S bezeichnen wollen, sind die magnetischen Pole, und die gerade Linie N S welche diese Pole verbindet, ist die magnetische Axe des Magnets. Ist nun ein Magnetstab im Schwerpunkte aufgehängt, oder unterstützt, so, daß er nur gegen den Fall gesichert ist, übrigens aber sich frei um seinen Schwerpunkt bewegen kann, so muß er in Folge der Einwirkung des Erd-

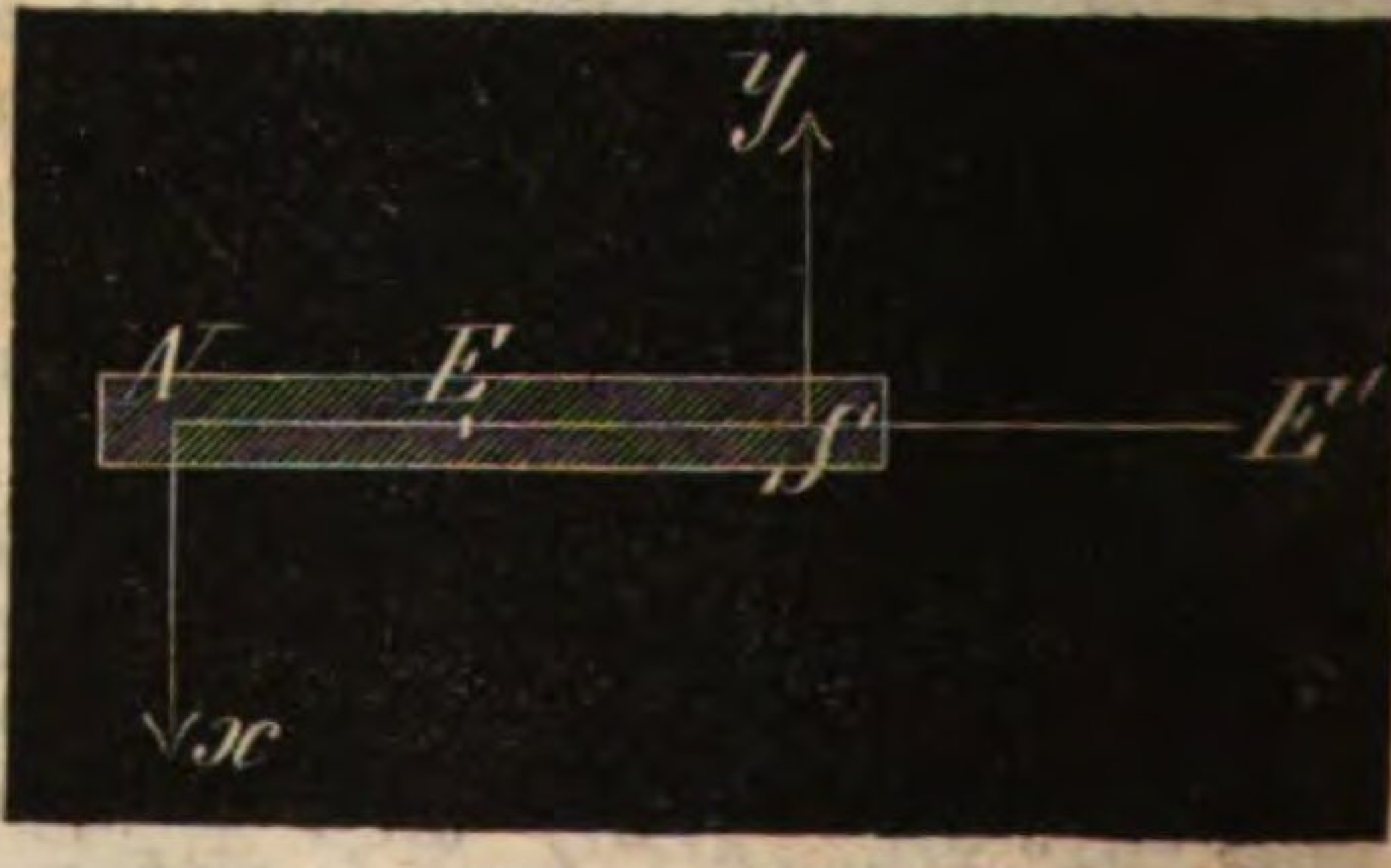
magnetismus sich drehen, und kann erst in derjenigen Lage im Gleichgewichte sich befinden, in welcher die Richtungen der Kräfte S in die Verlängerung der magnetischen Axe N S fallen, da sie nur bei dieser Lage einander gerade entgegengesetzt wirken und sich aufheben. Hieraus folgt, daß die Richtung der magnetischen Axe eines nach allen Seiten hin um seinen Schwerpunkt drehbaren Magnetstabes in der Lage des Gleichgewichts mit der Richtung der auf den Magnetstab wirkenden magnetischen Erdkräfte $\pm$ S d. i. mit der Richtung des Erdmagnetismus zusammenfällt.

Bei dünnen Stahlstäben, die mit Vorsicht durch Längenstriche magnetisirt worden sind, liegt die magnetische Axe parallel zur Längenrichtung des Stabes, und die Pole befinden sich in der Nähe der Enden. Die durch die magnetische Axe in der Gleichgewichtslage gelegte verticale Ebene ist der magnetische Meridian, und der Winkel, den in dieser Lage die magnetische Axe mit der horizontalen Ebene bildet, ist die magnetische Inclination. Die Richtung des Erdmagnetismus ist daher für jeden Ort dem magnetischen Meridiane parallel und bildet mit dem Horizonte stets einen Winkel, welcher der magnetischen Inclination dieses Ortes gleich ist. Jetzt erhält auch die Declination, und der magnetische Aequator eine bestimmte Bedeutung; erstere ist der Winkel, den der geographische Meridian mit dem magnetischen einschließt, oder was gleichviel ist, der Winkel, den die Projection der im Gleichgewichte befindlichen magnetischen Axe auf den Horizont mit der Mittagslinie bildet; der magnetische Aequator ist die Ebene, die auf der ruhenden magnetischen Axe des um seinen Schwerpunkt beweglichen Magnetstabes senkrecht steht.

Aus dem Gesagten ist ersichtlich, daß die Kraft, welche die Erde auf einen frei beweglichen Magnetstab ausübt, diesem keine fortrückende Bewegung zu ertheilen vermag, sondern daß sie nur eine richtende Kraft ist, welche den beweglichen Magnet, falls er nicht in seiner Gleichgewichtslage ist, in diese Lage zurückführt, wie man es sehen kann, wenn man eine Magnetnadel mittelst eines Stückchens Korkholz auf dem Wasser schwimmen läßt. Auch ist zu ersehen, daß durch den Erdmagnetismus weder das Gewicht eines Magnets, noch die Richtung, nach welcher er zur Erde fällt, abgeändert werden kann; und da diese, mit der Erfahrung übereinstimmenden Folgerungen aus der Annahme sich ergeben, daß jeder Magnet eben so viel nördlichen als südlichen Magnetismus enthält; so ist auch diese Annahme gerechtfertigt.

5. Befindet sich in der Geraden NS Fig. 281, oder in ihrer Verlängerung eine fixe Axe E oder E′, um welche der Magnetstab sich drehen läßt, und wirken die magnetischen Erdkräfte + S und — S nach den auf NS senkrecht stehenden Richtungen N x und S y; so ist in beiden Fällen das größte Drehungsmoment bezüglich der Axe = S.NS; denn geht die Axe zwischen N und S durch den Punkt E, so streben die Kräfte die Grade NS in demselben Sinne zu drehen; daher ist

Fig. 281.



das aus dem Zusammenwirken beider Kräfte hervorgehende Drehungsmoment

$$S . NE + S . SE = S . NS;$$

geht die Axe durch den in der Verlängerung liegenden Punkt E′, so sind die Bestrebungen der Kräfte, die Linie NS um den Punkt E′ zu drehen, einander entgegengesetzt, daher das resultirende Drehungsmoment

$$S . NE' - S . SE' = S . NS.$$

Das Drehungsmoment S . NS ist größer als jedes andere, mit dem die Kräfte die Linie NS zu bewegen streben, wenn die Winkel, welche NS mit den Richtungen der Kräfte einschließt, von einem rechten abweichen, wo dann die von der Axe auf die Richtungen der Kräfte gefällten Senkrechten immer kleiner sind als EN und ES, oder als E′N und E′S.

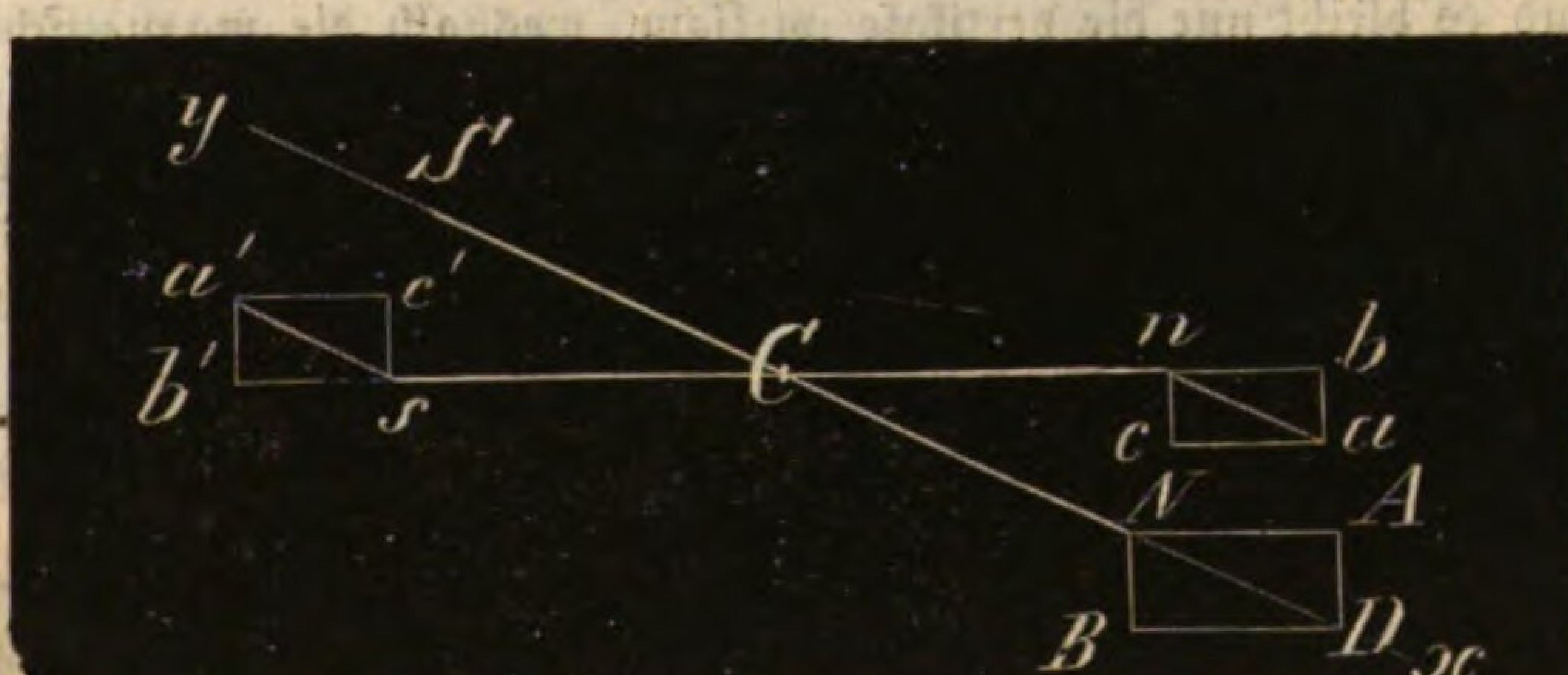
Setzen wir NS = δ, und für S den früher gefundenen Werth, so ist

$$S . NS = P . \mu\delta.$$

Für P = 1, ist S. N S = $\mu\delta$ = M; dieses Product M heißt das magnetische Moment des Magnetes NS, und erscheint gleich dem größten Drehungsmomente eines Gewichtes μ an einem Hebelarme von der Länge δ. — Das Product PM aus der magnetischen Erdkraft, und dem Momente eines Magnetes ist das größte Drehungsmoment, welches der Erdmagnetismus auf den Magnet bezüglich einer in der magnetischen Axe befindlichen und mit ihm fest verbundenen Drehungsaxe zu äußern vermag.

§. 197. Schwingende Bewegung einer Magnetnadel. Geht die Drehungsaxe durch den Schwerpunkt C Fig. 282. einer Magnet-

Fig. 282.



nadel, und steht sie zugleich senkrecht auf der Ebene des magnetischen Meridians, so heißt diese Magnetnadel eine Inclinationsnadel; die magnetische Axe dieser Nadel kann sich nur in der Ebene des Meridians auf und ab bewegen. Ist NS die Gleichgewichtslage der magnetischen Axe, so wirkt der Erdmagnetismus nach den Verlängerungen Nx und Sy; wird die Nadel von der Gleichgewichtslage ein wenig abgelenkt und in die Lage ns versetzt, so wirkt der Erdmagnetismus auf die Pole noch immer in Richtungen na und sa′, die zu den früheren Nx und Sy parallel sind. Drücken wir durch na und sa′ die Größe der auf die Pole wirkenden magnetischen Erdkräfte, deren jede = S ist, aus, und zerlegen jede in zwei Componenten, wovon die eine in der Verlängerung von ns und die andere darauf senkrecht wirkt; so ist zu ersehen, daß sich die ersteren, da sie gleich

und einander gerade entgegengesetzt sind, aufheben, die letzteren aber die Magnetnadel in ihre frühere Gleichgewichtslage auf ähnliche Art zurückführen, wie die Schwerkraft ein Pendel, das von seiner vertikalen Lage ein wenig entfernt worden ist; die frei hängende Magnetnadel muß daher unter dem Einflusse des ganzen Erdmagnetismus in eine schwingende Bewegung gerathen, die nach denselben Gesetzen, wie die eines gewöhnlichen zusammengesetzten Pendels vor sich geht.

Die magnetische Erdkraft $P = ND$ kann man in eine horizontale Componente $NA = H$ und in eine vertikale $NB = Q$ zerlegen. Bezeichnet i den Winkel AND, den die magnetische Axe mit ihrer horizontalen Projection bildet, und der nichts anderes als die magnetische Inclination angibt; so ist

$$H = P \cos. i, \text{ und } Q = P \sin. i.$$

Bei einer **Declinationsnadel** steht die Drehungsaxe vertikal, und die magnetische Axe horizontal; diese Magnetnadel erhält ihre Richtung nur durch die horizontale Componente, indem die vertikale aufgehoben wird, weshalb sie nur in einer horizontalen Ebene sich bewegen kann. In der Gleichgewichtslage befindet sich die magnetische Axe dieser Nadel im magnetischen Meridian; wird sie von dieser Lage seitwärts abgelenkt, so kommt sie in Schwingungen, bei denen jedoch nur die horizontale Componente des Erdmagnetismus thätig ist.

Bringt man eine Inclinationsnadel, die nur in einer vertikalen Ebene sich bewegen kann, in eine solche Lage, daß ihre horizontale Drehungsaxe in den magnetischen Meridian zu liegen kommt; so wird die horizontale Componente durch den Widerstand der unbeweglichen Drehungsaxe aufgehoben, und es bleibt nur die vertikale wirksam, weshalb die magnetische Axe im Gleichgewichtszustande vertikal steht.

Ist K das Trägheitsmoment eines zusammengesetzten Pendels bezüglich der Drehungsaxe, M die Masse desselben, a der Abstand des Schwerpunktes von der Axe, g die Acceleration der Schwere, so ist bekanntlich die Dauer einer Schwingung bei einer sehr kleinen Elongation

$$t = \pi \sqrt{\frac{K}{Mga}}$$

da nun Mg das absolute Gewicht des Pendels, mithin Mga das größte Drehungsmoment ist, mit welchen die Schwere das Pendel um die Axe zu bewegen vermag; so hat man in diesem Ausdrucke für t anstatt Mga nur das größte Drehungsmoment zu setzen, welches der ganze Erdmagnetismus oder eine Componente desselben rücksichtlich der Drehungsaxe der Magnetnadel auszuüben im Stande ist, um einen Ausdruck für die Dauer einer Schwingung von kleiner Elongation zu erhalten. Heißt T die Dauer einer Schwingung, so ist für eine Inclinationsnadel,

die im magnetischen Meridian schwingt, $T = \pi \sqrt{\frac{K}{PM}}$, für eine andere, deren horizontale Drehungsaxe im magnetischen Meridian liegt,

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{QM}}$$

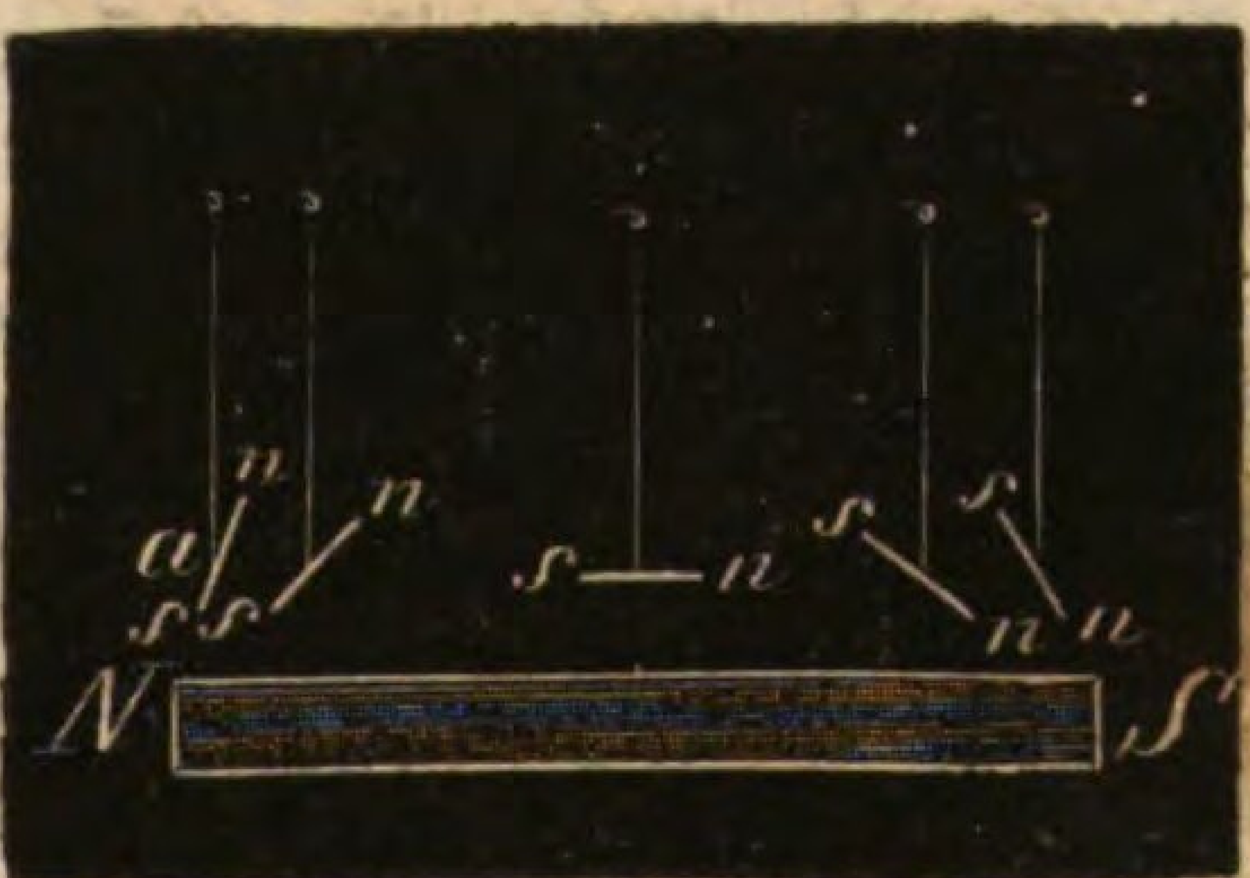
und für eine Declinationsnadel $T = \pi \sqrt{\frac{K}{HM}}$, wo K das Trägheitsmoment und M das magnetische Moment der schwingenden Magnetnadel bedeutet.

Aus dem Gesagten ist auch zu ersehen, daß, wenn der Magnetismus im Stabe irgend eine Veränderung erlitte, sei es hinsichtlich seiner Quantität oder seiner Vertheilung, so würde die Resultirende eine andere Intensität oder einen andern Angriffspunkt haben, kurz der Werth von M würde ein anderer, und die Nadel ein anderes Pendel sein.

§. 198. **Versuche über die Vertheilung des Magnetismus im Innern eines Magnetstabes.** Stellt man einer kleinen Declinationsnadel verschiedene Querschnitte eines vertical stehenden Magnetstabes gegenüber, jedoch so, daß der Abstand desselben von einem Pole der Nadel immer gleich groß bleibt, so überzeugt man sich, daß in dem Falle, wo der durch die Mitte gehende Querschnitt der Nadel gegenübersteht, diese genau so schwingt, wie wenn der Stab nicht vorhanden wäre; ferner, daß die eine Hälfte auf den Südpol, die andere auf den Nordpol der Nadel stets anziehend wirkt, mag was immer für ein Querschnitt gegenüber gestellt werden. Bringt man einen andern Querschnitt derjenigen Hälfte des Stabes, welche den Südpol der Nadel anzieht, diesem Südpole, oder einen Querschnitt der andern Hälfte dem Nordpole der Nadel gegenüber, so nimmt die Schnelligkeit der Schwingungen desto mehr zu, je weniger der Querschnitt von den Enden des Stabes entfernt ist. Demnach ist die Wirkung, die durch die gleichzeitige Wirksamkeit der magnetischen Elemente eines Magnetstabes auf ein außerhalb desselben befindliches magnetisches Theilchen hervorgebracht wird, dieselbe, als ob die eine Hälfte des Stabes nur nördlichen, die andere nur südlichen, die Mitte aber gar keinen Magnetismus hätte, und die Vertheilung des Magnetismus in jeder Hälfte von der Art wäre, als ob seine Stärke von der Mitte gegen die Enden zunehmen, und die Gesammtkraft des einen Magnetismus von einem, und die des andern von einem andern Punkte ausgehen würde, welche Punkte den Enden des Stabes nahe liegen, gleich weit von ihnen abstehen, und gewöhnlich die **Pole** des Magnetstabes genannt werden.

Bringt man ein an einem Coconfaden horizontal hängendes Stückchen eines Eisendrahtes, wie die Fig. 283 zeigt, über die Mitte eines Magnetstabes NS; so wirken beide Hälften desselben mit gleicher Stärke vertheilend auf das Eisen, weßhalb dieses eine zu NS parallele Lage annimmt; an einer andern dem Nordpole näheren Stelle a, senkt sich der Südpol des Eisenstäbchens mehr herab, weil er vom Nordpole stärker angezogen wird, als n von S; über dem Nordpole stellt es sich vollkommen senkrecht auf NS. Bringt man das Eisenstückchen über eine Stelle der zweiten Hälfte des Magnets, so senkt sich das andere Ende desto mehr, je näher diese

Fig. 283.



Stelle dem Pole S liegt; über dem Pole selbst steht es wieder senkrecht auf NS.

Würde man eine Reihe von Eisenstückchen neben einander längs einer Seite des Magnetstabes und über die Pole hinauslegen, so erhält jedes eine andere Neigung gegen NS; sorgt man dafür, daß immer mit dem Ende des einen Eisenstückchens, der Anfang eines nächsten in Berührung kommt, so bilden sie zusammen eine krumme Kette von einem Pole zum andern, die, wenn die Eisenstückchen sehr klein z. B. Eisenfeile sind, als krumme Linie sich darstellt, die man eine magnetische Curve oder Magnetkraftlinie nennt. Sind zwei solche Reihen neben einander vorhanden, so stoßen sich die gleichnamigen Pole, die neben einander zu liegen kommen ab, so daß zwischen beiden Curven ein freier Raum entsteht.

Nach den Wirkungen, die ein Magnet in dem ihn umgebenden Raume hervorbringt, wollte man die Vertheilung des Magnetismus im Inneren eines Magnetes kennen lernen; allein aus höheren Rechnungen wird ersichtlich, daß sich unendlich viele Vertheilungsarten des Magnetismus im Inneren eines Körpers denken lassen, denen dieselbe Wirkung nach Außen entspricht, weshalb aus dieser Wirkung kein sicherer Schluß über die Beschaffenheit der inneren Vertheilung des Magnetismus gezogen werden kann.

§. 199. Gesetz der magnetischen Anziehung und Abstoßung.

1. Wenn nur ein Pol auf eine Magnetnadel wirkt. Um das Gesetz zu finden, nach welchem ein Magnetstab auf eine Magnetnadel einwirkt, wenn die Entfernung dieser Nadel sich ändert, und nur ein Pol des Magnetstabes als wirksam auftritt, lasse man eine kleine gegen Luftströmungen gehörig geschützte Declinationsnadel unter dem Einflusse der horizontalen Componente des Erdmagnetismus durch eine gewisse Zeit T schwingen; es sei n die Anzahl der in dieser Zeit vollbrachten Schwingungen, K das Trägheits- und M das magnetische Moment der schwingenden Nadel; so ist die Dauer einer Schwingung

$$\frac{T}{n} = \pi \sqrt{\frac{K}{HM}} \quad (1).$$

Nun lege man einen langen Magnetstab horizontal in den magnetischen Meridian, so, daß der Nordpol nach Norden gekehrt erscheint, und stelle in die Verlängerung seiner Mittellinie an der Nord- oder an der Südseite die kleine Declinationsnadel in einem gewissen Abstande von dem Magnetstabe ein; so läßt sich wegen der beträchtlicheren Länge dieses Magnetstabes näherungsweise annehmen, daß nur der Pol, welcher der Magnetnadel am nächsten ist, auf sie einwirke, und zwar auf sämmtliche Theilchen mit der nämlichen Stärke und in der nämlichen Richtung; es sei F die Intensität dieser Einwirkung auf die in einem Punkte concentrirt gedachte Einheit der Magnetismen. Da die Kraft F mit der magnetischen Erdkraft H übereinstimmend wirkt, indem beide die abgelenkte Magnetnadel stets in der nämlichen Richtung in den magnetischen Meridian zurückzuführen streben, so wird nun die schwingende Bewegung der kleinen Declinationsnadel schneller vor sich gehen; es sei N die Anzahl der in der Zeit T geschehenen Schwingungen, wenn d der Abstand der Nadel vom wirksamen Magnetpole ist, dann hat man

$$\frac{T}{N} = \pi \sqrt{\frac{K}{(H+F)M}}\ (2),\ \text{mithin}\ \frac{N}{n} = \sqrt{\frac{H+F}{H}}$$

und $$\frac{N^2}{n^2} = \frac{H+F}{H} = 1 + \frac{F}{H};\ \text{hieraus}$$

folgt $$\frac{F}{H} = \frac{N^2 - n^2}{n^2}\ (3).$$

Versetzt man die Declinationsnadel in einen größeren Abstand d′ vom Magnetpole des Stabes; so übergeht die Kraft F in die kleinere F′, bei deren Wirksamkeit nur N′ Schwingungen in der Zeit T Statt finden, und

$$\frac{F'}{H} = \frac{N'^2 - n^2}{n^2}\ (4)$$

wird. Aus (3) und (4) erhält man

$$F : F' = N^2 - n^2 : N'^2 - n^2.$$

Nun lehren die Versuche, daß auch sehr nahe

$$N^2 - n^2 : N'^2 - n^2 = d'^2 : d^2$$

ist; folglich ist

$$F : F' = d'^2 : d^2;$$

d. h. die Kraft, mit welcher ein Pol eines Magnetstabes auf eine Magnetnadel aus verschiedenen Entfernungen wirkt, nimmt in dem Maße ab, in welchem das Quadrat der Entfernung der Magnetnadel vom wirksamen Pole wächst.

So fand Coulomb, daß eine Magnetnadel, die unter dem Einflusse des Erdmagnetismus 15 Schwingungen in der Minute machte, deren 24 vollbrachte, wenn ein Magnetstab in der Entfernung von 8 Zoll die Schwingungen beschleunigte, und 41, wenn die Entfernung nur 4 Zoll betrug; mithin ist

$$F : F' = 24^2 - 15^2 : 41^2 - 15^2 = 351 : 1456,$$

also nahe $F : F' = 1 : 4$,
während sich die Entfernungen wie 2 : 1 verhalten.

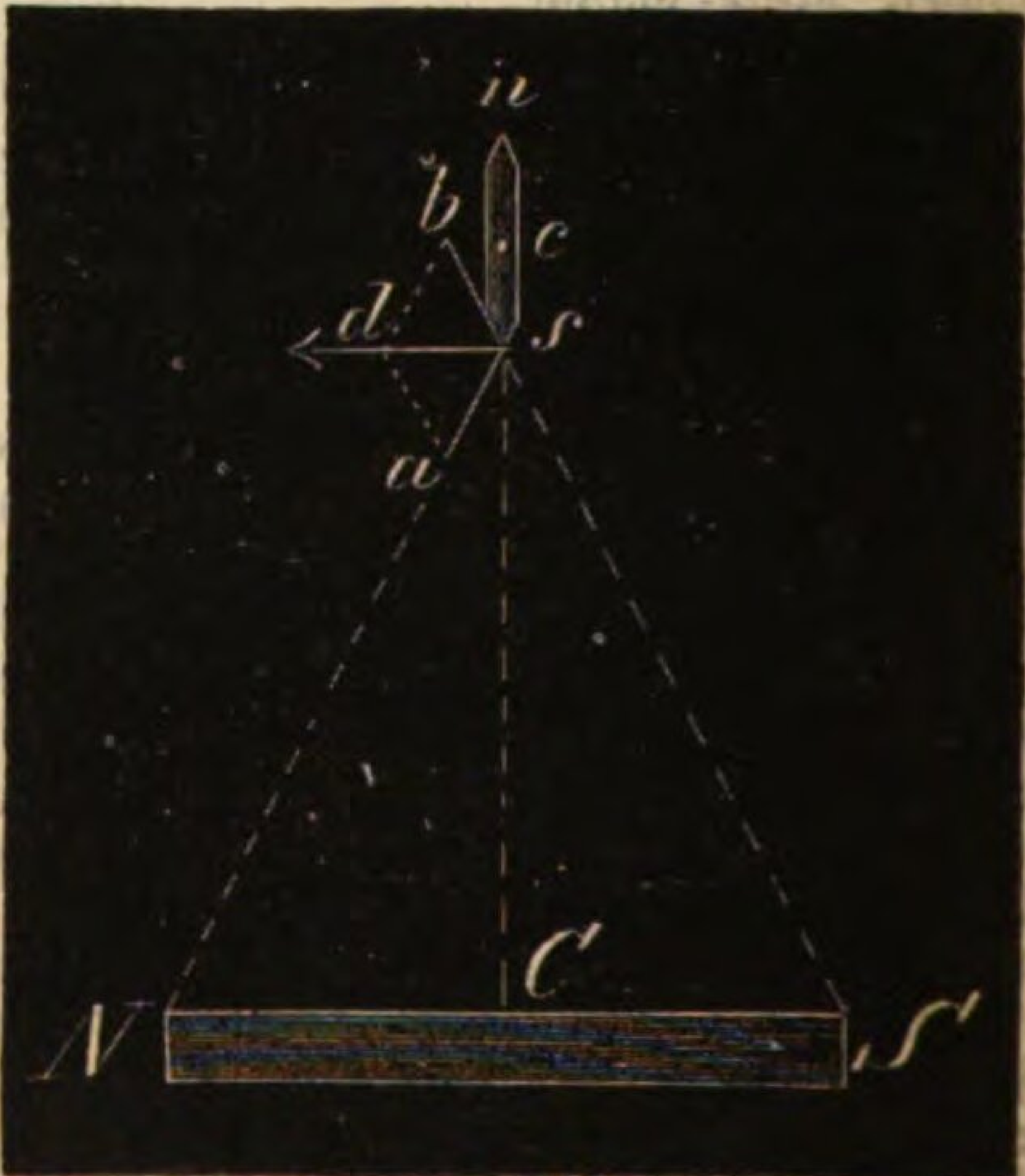
Will man die Aenderungen erfahren, die ein langer Magnetstab durch irgend eine Operation erlitten hat; so bringt man den Stab vor der Operation einer kleinen Declinationsnadel in einem gewissen Abstande gegenüber, versetzt letztere in Schwingungen, und zählt die Anzahl derselben, welche in der Zeit T vollbracht werden; nach der mit dem Magnetstabe vorgenommenen Operation bringt man denselben genau in die nämliche Lage und in den nämlichen Abstand, wie früher, und beobachtet wieder die Anzahl der Schwingungen, welche die Nadel in der Zeit T vollbringt; aus diesen Daten läßt sich, wie vorhin, das Verhältniß der Kräfte finden, welche der Magnetpol in den beiden Fällen zu äußern vermag. Auf diese Art kann man auch erkennen, ob die Stärke des Magnetismus beim Magnetisiren eines Stahlstabes zunimmt oder nicht. Findet man, daß die magnetische Kraft eines Stabes selbst dann nicht mehr größer wird, wenn man ihn mit stärkeren Magneten genau so wie früher gestrichen hat; so ist der Stab bis zum Sättigungspunkte magnetisirt. — Auf ähnliche Art ermittelt man das Verhältniß zweier verschiedenen Magnete bezüglich ihrer Stärke. — Durch solche Schwingungsversuche hat man auch die Umstände erfahren, welche die Stärke der magnetischen Stäbe abzuändern im Stande sind; unter diesen spielt die Wärme eine sehr wichtige Rolle. Die magnetische Kraft der Magnete nimmt mit der Temperatur ab; aber der Magnet muß längere Zeit einer bestimmten Temperatur ausgesetzt sein, bevor seine Stärke die dieser Temperatur entsprechende Veränderung erleidet. Durch neues Magnetisiren bekommen künstliche Magnete die frühere magnetische Kraft wieder; allein der natürliche Magnet erlangt nicht mehr die ursprüngliche Stärke. — Eisen wird in der Weißglühhitze, Mangan bei 16° bis 20° R., Nickel bei 280° R. von gewöhnlichen Magneten nicht mehr angezogen, jedoch hat Faraday mit Hilfe

sehr starker Electromagnete in neuerer Zeit sich überzeugt, daß die Körper durch Erhitzung ihren Magnetismus niemals vollständig verlieren. — Wenn man einen Stahlmagnet in warmes Wasser von 32° R. eintaucht, und nach geschehener Abkühlung an der Luft bis zur Sättigung magnetisirt, hierauf dasselbe Verfahren mehrere Male nach einander wiederholt; so wird der Verlust an magnetischer Kraft bei jeder folgenden Abkühlung kleiner, bis er endlich keine dauernde Schwächung mehr erleidet. Hieraus ersieht man, wie es möglich ist, Magnetnadeln von dauernder Kraft zu verfertigen; nur müssen sie stets vor Rost geschützt werden.

Kupffer hat durch Schwingungsversuche nachgewiesen, daß bei einem nicht bis zur Sättigung magnetisirten Stabe, der vertical steht, und dessen Nordpol nach oben gekehrt ist, der Südpol mit einer stärkeren Intensität wirkt, als der Nordpol und der Indifferenzpunkt ihm näher liegt, daß aber bei umgekehrter Stellung des Stabes die magnetische Kraft beider Pole durch den Einfluß des Erdmagnetismus erhöhet wird.

2. **Wenn beide Pole auf eine Magnetnadel einwirken.** Wir haben in dem früheren Falle angenommen, das ein Pol des Magnetstabes in so großer Entfernung von der Declinationsnadel sich befand, daß er die Wirkung des andern nicht merklich abändern konnte; ist dieß jedoch nicht der Fall, und müssen die Einwirkungen beider Pole berücksichtiget werden, so ergeben sich ganz andere Resultate. Wir wollen nur zwei Fälle betrachten: a) wo die Verlängerung der Axe einer kleinen ruhenden Declinationsnadel n s auf einem kurzen Magnetstabe NS Fig. 284 senkrecht steht und ihn halbirt; dann b) wo die Verlängerung dieses Magnetestabes mit der kleinen Declinationsnadel einen rechten Winkel bildet, und sie halbirt. Für beide Fälle wird angenommen, daß die von den Polen N und S ausgehenden entgegengesetzten magnetischen Kräfte dieselbe Stärke besitzen und daß die Entfernung der kleinen Nadel vielmal größer ist, als die Länge NS des Magnetes. N, n seien die Nord- und S, s die Südpole.

Fig. 284.



Stellt im ersten Falle s a die Richtung und Stärke der Anziehung vor, die der Nordpol N auf den Südpol s äußert, und ist s b die Richtung und Stärke der Abstoßung die derselbe Pol s vom Südpole S erfährt, und die offenbar gleich s a ist, so gibt die Diagonale s d des Kräftenparallelogramms a d b s die Resultirende beider Kräfte; die Dreiecke b ds und N S s sind gleichschenklig, und ihre Scheitelwinkel d b s und N s S gleich, da b d parallel zu N s und s b in der Verlängerung von S s liegt; folglich sind die beiden Dreiecke einander ähnlich, und die Winkel b s d und N S s einander gleich, somit ist die Richtung s d, in welcher der Südpol der Declinationsnadel bewegt wird, parallel zu NS. Heißt R die Größe der Resultirenden und F die Größe einer Componente, so ist

$$R : F = sd : bs = NS : Ss.$$

Setzt man $NS = \delta$, $Cs = x$ und berücksichtigt, daß der Unterschied zwischen Cs und Ss sehr unbedeutend ist; so wird

$$R = \frac{F\,\delta}{x}.$$

Bedeutet μ die gemeinschaftliche Quantität des Magnetismus von N und S, und m jene in n, s, so ist

$$F = \frac{m\,\mu}{x^2}, \text{ daher } R = \frac{m\,\mu\,\delta}{x^3} = \frac{Mm}{x^3}$$

wenn das magnetische Moment $\mu\,\delta$ mit M bezeichnet wird.

Im zweiten Falle wirkt der näher stehende Südpol S Fig. 285 stärker

Fig. 285.



als der entferntere Nordpol, und bewirkt eine Ablenkung der Magnetnadel wobei sich der Pol n dem Südpole nähert. Wegen der Kleinheit der Nadel n s und der großen Entfernung C c kann man $nS = Sc$ und $Nn = Nc$ setzen; sind F und F′ die Kräfte, mit welchen die Magnetpole S und N auf n wirken, so ist die Resultirende derselben

$$R' = F - F' = \frac{m\,\mu}{Sc^2} - \frac{m\,\mu}{Nc^2}.$$

Setzt man wieder $NS = \delta$, und $Cc = x$, so ist

$$Sc = x - \frac{\delta}{2} \text{ und } Nc = x + \frac{\delta}{2}, \text{ daher}$$

$$R' = m\,\mu\left(\frac{1}{\left(x - \frac{\delta}{2}\right)^2} - \frac{1}{\left(x + \frac{\delta}{2}\right)^2}\right)$$

$$= \frac{2\,m\,\mu\,\delta\,x}{\left(x^2 - \frac{\delta^2}{4}\right)^2};$$

wird $\frac{\delta^2}{4}$ bezüglich x^2 vernachlässigt, so hat man annäherungsweise

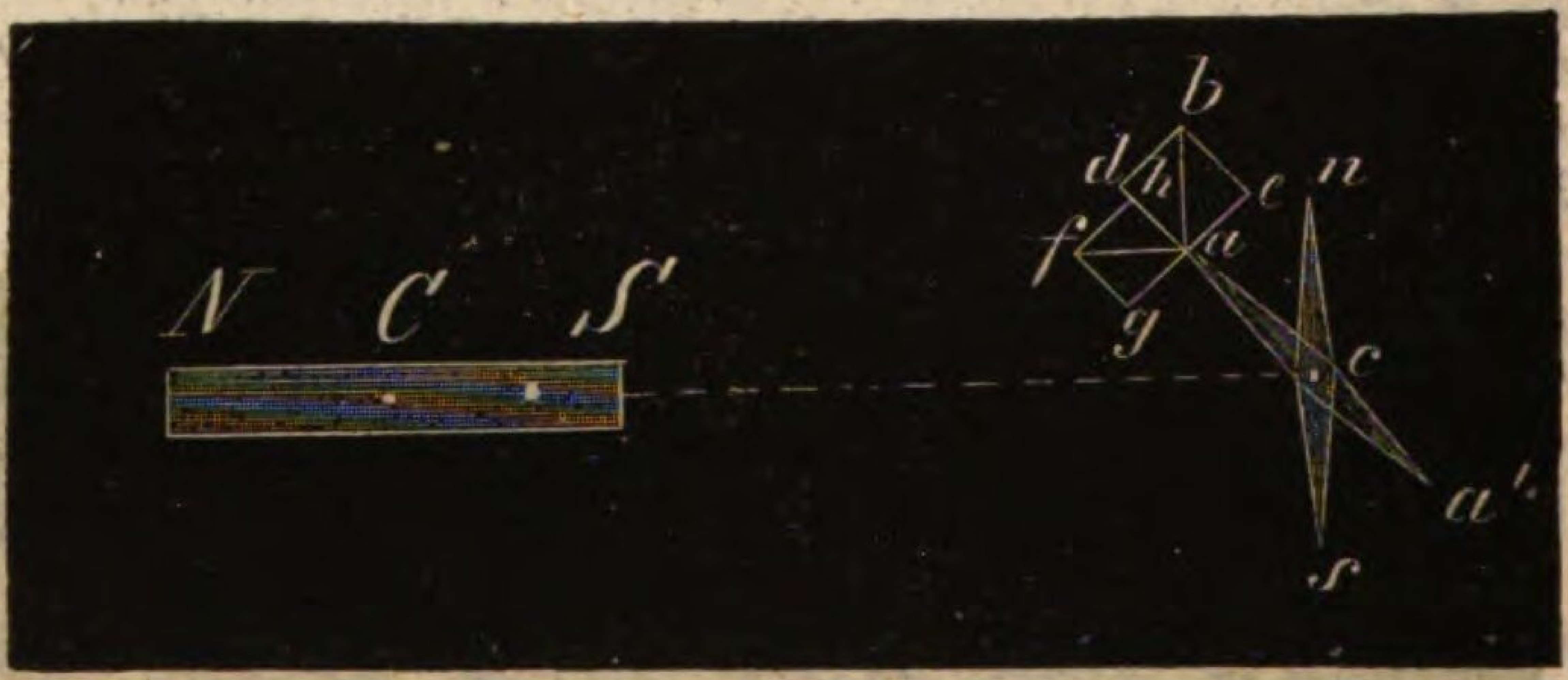
$$R' = \frac{2\,m\,M}{x^3}.$$

Demnach ist im zweiten Falle bei gleichem Werthe von x die Resultirende doppelt so groß, als im ersten; und in beiden Fällen ist sie der dritten Po-

tenz der Entfernung des affizirten Punktes von der Mitte des einwirkenden Magnetstabes umgekehrt proportionirt.

§. 200. **Ablenkung einer Declinationsnadel vom magnetischen Meridian, bewirkt durch einen fernstehenden kurzen Magnetstab.** Die Größe der Ablenkung, welche in den beiden angenommenen Fällen eine kleine Declinationsnadel n s durch einen Magnetstab NS Fig. 286. und 287. erfährt, läßt sich leicht auf folgende Weise

Fig. 286.



bestimmen. Nehmen wir an, die Declinationsnadel komme in Folge der gleichzeitigen Einwirkung des Magnetstabes und der horizontalen Componente H des Erdmagnetismus in der Lage a a' in's Gleichgewicht; der Ablenkungswinkel a c n sei im ersten Falle gleich w, im zweiten gleich w'. Man zerlegt die Kraft H, welche parallel zu n s wirkt und durch a b ausgedrückt wird, in die zwei Componenten a d und a e, wovon a e auf a a' senkrecht steht, und die Nadel in den magnetischen Meridian zurückzuziehen strebt, a d aber in der Verlängerung der Nadel wirkt und schon durch den Widerstand der Drehungsare aufgehoben wird; die Kraft R im ersten, und R' im zweiten Falle, deren Richtung zu NS parallel ist, und deren Größe durch a f vorgestellt wird, zerlegt man auf gleiche Weise in zwei Componenten a g und a h; letztere wird wieder aufgehoben, erstere aber, die auf a a' senkrecht steht, ist der Componente a e entgegengesetzt. Da die Nadel in der Lage a a' im Gleichgewichte steht, so müssen die beiden wirksamen Componenten a g und a e einander gleich sein. Nun ist

Fig. 287.



im ersten Falle $ae = H \sin. w$, und
$ag = R \cos. w$,
im zweiten Falle $ae = H \sin. w'$, und
$ag = R' \cos. w'$,

weil die Schenkel des Winkels g a f auf den Schenkeln des Winkels a c n stückweise senkrecht stehen; somit ist

$$R \cos. w = H \sin. w, \text{ und } R' \cos. w' = H \sin. w',$$

woraus folgt:

$$R = H \tang w, \text{ und } R' = H \tang w'.$$

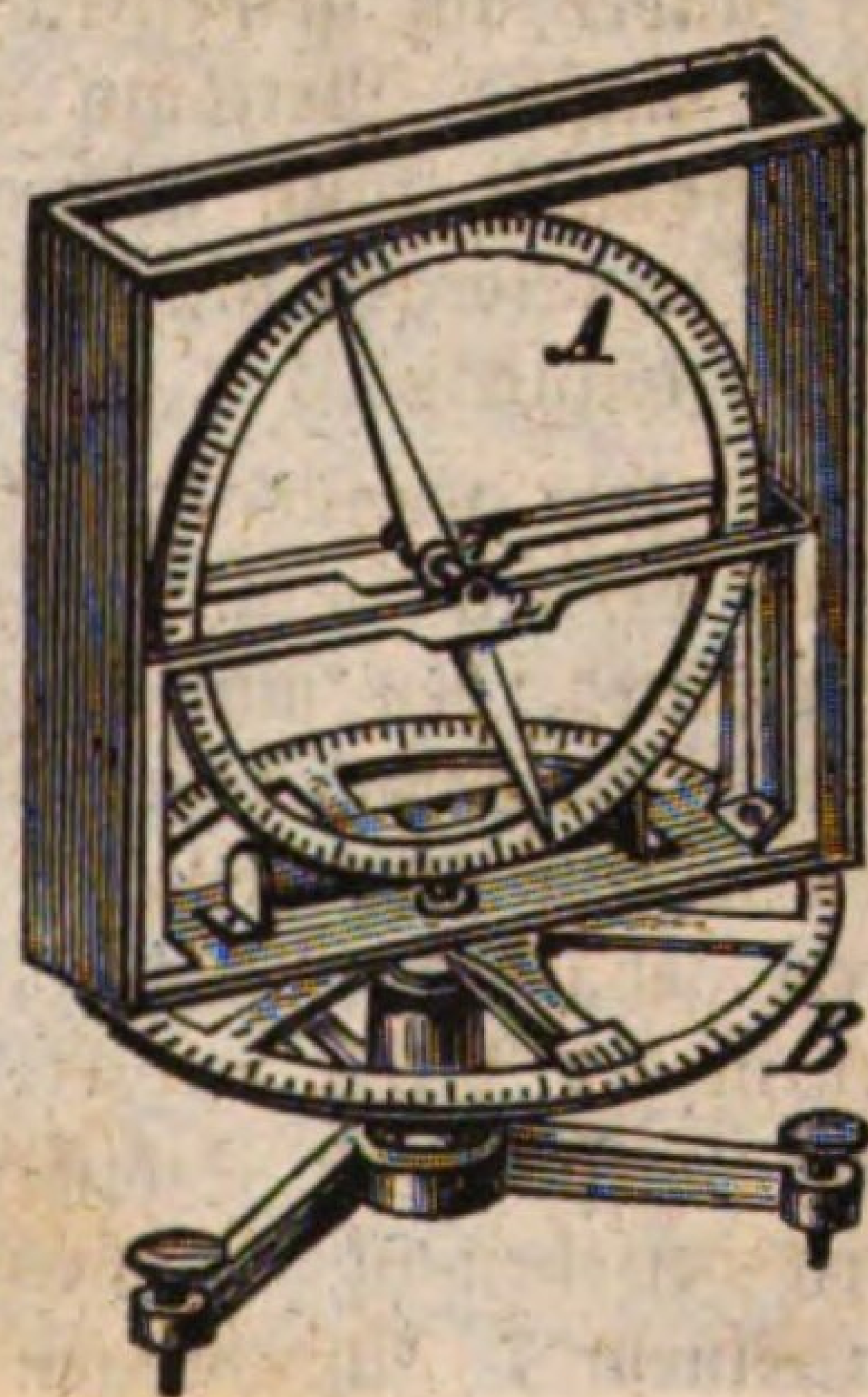
Substituirt man für R und R' die früher gefundenen Werthe, und setzt m = 1, so erhält man

$$\tang w = \frac{M}{H} \text{ und } \tang w' = \frac{2M}{H} = 2 \tang w.$$

Die letzte Gleichung ist durch vielfältige Versuche als richtig befunden, und damit auch die Richtigkeit des bei der Ableitung dieser Gleichung vorausgesetzten Lehrsatzes bewiesen worden, nämlich, daß die magnetische Aktion eines Magnetpols auf einen fernstehenden magnetischen Punkt dem Quadrate der Entfernung dieses Punktes umgekehrt proportional ist.

§. 201. **Erdmagnetismus.** Der an einem Orte herrschende Erdmagnetismus ist bestimmt, so bald man seine Richtung und Intensität, so wie die periodischen Aenderungen, die in diesen Bestimmungen stattfinden, ermittelt hat. Die Richtung erfährt man durch genaue Bestimmung der an dem gegebenen Orte vorkommenden magnetischen Inclination und Declination; dazu dienen eigene Instrumente, die man **Inclinatorien** und Declinatorien nennt.

Fig. 288.



1. Ein Inclinatorium stellt die Fig. 288. vor; es enthält eine sehr empfindliche Magnetnadel, die um eine durch ihren Schwerpunkt gehende horizontale Axe beweglich ist; diese Axe geht zugleich durch den Mittelpunkt eines verticalen getheilten Kreises, in dessen Ebene sich die Magnetnadel dreht, und der sich über der Ebene eines zweiten horizontal liegenden und ebenfalls getheilten Kreises bewegen läßt; dieser Horizontalkreis hat den Zweck, den Vertikalkreis leichter mit Genauigkeit in den magnetischen Meridian einzustellen, oder ihm eine beliebige Neigung gegen diesen Meridian zu geben, oder auch, um ihn genau um 180° drehen zu können, was in manchen Fällen nothwendig ist. Der Nullpunkt der Theilung des Vertikalkreises liegt in dem horizontalen Durchmesser desselben; befindet sich dieser Kreis sammt der magnetischen Axe der Nadel in der Ebene des Meridians, so gibt der Bogen zwischen dem Nullpunkte und der magnetischen Axe die Größe der magnetischen Inclination an.

Bewegt man den Vertikalkreis so lange, bis die Nadel eine vollkommen verticale Stellung erlangt, so hat man nur nöthig, diesen Kreis um 90° zu drehen, um ihn in den magnetischen Meridian zu bringen. Läßt man die Inclinationsnadel in der verticalen Ebene, in der sie im Gleichgewichtszustande vertikal steht, schwingen, und zählt die in einer gewissen Zeit T gemachten Schwingungen, bringt hierauf die Nadel in den magnetischen Meridian, und beobachtet die Schwingungen, die sie in der nämlichen Zeit T vollbringt; so wird es möglich die magnetische Neigung zu berechnen, denn im ersten Falle ist nur die vertikale Componente Q des Erdmagnetismus, im zweiten

der ganze Erdmagnetismus wirksam; ist nun N die Anzahl der im ersten und N' die der im zweiten Falle in der Zeit T vollbrachten Schwingungen, so ist

$$\frac{T}{N} = \pi \sqrt{\frac{K}{Q\,M}}, \text{ und } \frac{T}{N'} = \pi \sqrt{\frac{K}{P\,M}},$$

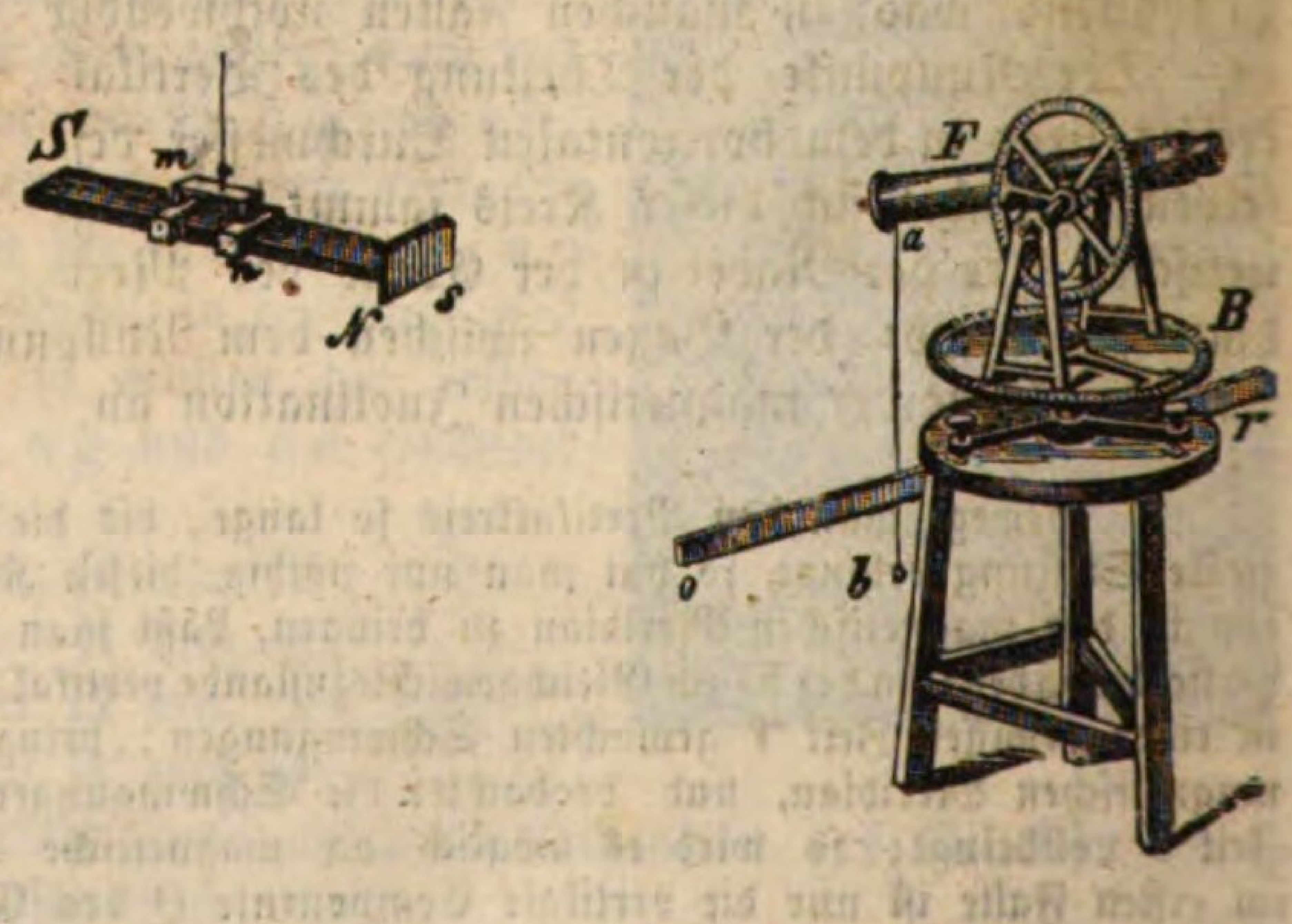
mithin $$\frac{N^2}{N'^2} = \frac{Q}{P}$$

nun ist $$Q = P \sin. i, \text{ folglich } \sin. i = \frac{N^2}{N'^2}.$$

2. Kommt es bei der Bestimmung der Declination auf keine große Genauigkeit an, so bedient man sich dazu einer Boussole, und verfährt auf die bereits in der Experimentalphysik, Seite 267 angegebene Art. Eine genauere Bestimmung wird möglich, wenn man an einer Seite des Gehäuses einer Boussole ein kleines Fernrohr dergestalt befestiget, daß seine optische Axe parallel läuft zu dem Durchmesser, welcher durch den Nullpunct des getheilten Kreises gezogen ist; man richtet die Boussole so ein, daß sich der genau horizontal gestellte Kreis sammt dem Fernrohre um eine durch den Mittelpunkt des Kreises gehende vertikale Axe in horizontaler Richtung drehen läßt. Stellt man nun zuerst die Boussole so ein, daß die Axe des Fernrohres zur Richtungslinie der Nadel, also auch zum magnetischen Meridian parallel ist, und dreht dann die Boussole, deren Nadel ihre Lage unveränderlich beibehält, so lange, bis die Axe des Fernrohres auf einen im astronomischen Meridiane befindlichen Gegenstand zeigt, so gibt die Spitze der Nadel am getheilten Kreise die Größe des Winkels an, welchen der astronomische Meridian mit dem magnetischen bildet. — Eine so eingerichtete Boussole kann auch als Winkelinstrument dort gute Dienste leisten, wo nicht zu besorgen ist, daß eisenhaltige Gegenstände die Richtung der Nadel stören könnten.

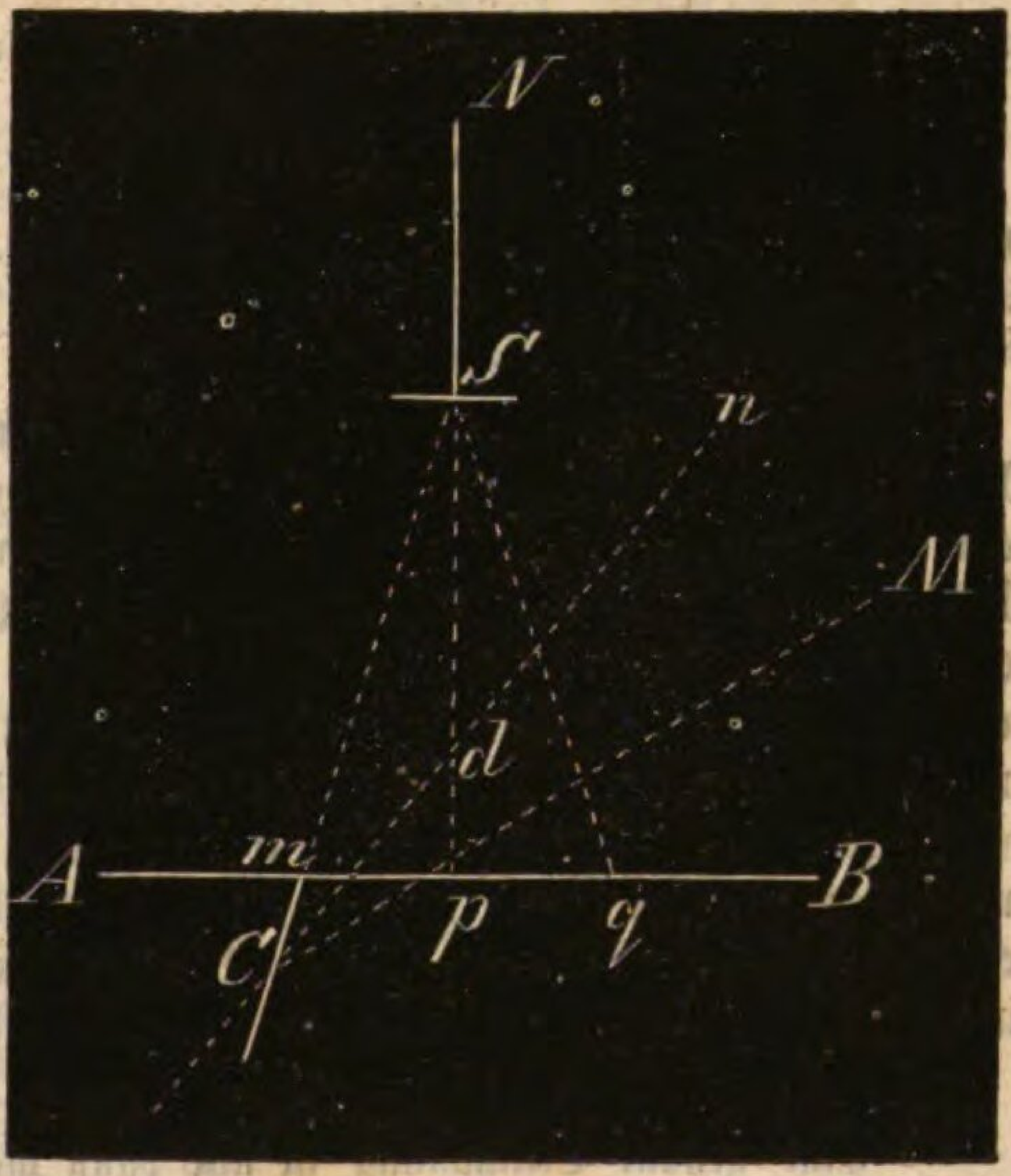
Zur genauen Bestimmung der Declination für einen gewissen Zeitpunkt bedient man sich eines von Gauß im Jahre 1832 ausgeführten Apparates, den man Magnetometer nennt. Dieser besteht aus einem 4 bis 25 Pfund schweren parallelepipedischen Magnetstabe NS Fig. 289. von feinem und vollkommen gehärtetem Stahle, der in der Mitte mit einem messingenen Schiffchen versehen ist, welches an einem 7 Fuß langen und aus ungedrehten Conconfäden bestehenden Seidenfaden, oder an einem feinen Metalldrahte aufgehängt ist. An einem Ende des genau horizontal liegenden Magnetstabes ist ein kleiner Planspiegel s dergestalt befestiget, daß man ihn genau senkrecht zur Magnetaxe einstellen

Fig. 289.



kann. Um den Einfluß der Luftströme unschädlich zu machen, ist der Magnetstab möglichst luftdicht in einem Kasten eingeschlossen, durch dessen Decke der Aufhängefaden geht, und der an der Seitenwand, welcher der Spiegel zugekehrt ist, eine Oeffnung hat, die etwas größer ist als der Spiegel; dieser Oeffnung gegenüber in einer Entfernung von etwa 16 Fuß wird auf einem festen Fundamente ein Theodolith *) und an dessen Fußgestelle eine in Millimeter getheilte Skala aufgestellt, die auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. Damit die Zahlen und Theilungen der Skala durch das Fernrohr des Theodolithen in Folge der Reflexion der Strahlen am Spiegel gesehen werden könnten, muß der Magnetstab in der mittleren Höhe zwischen der Skala und dem Fernrohre schweben, und letzteres gegen die Mitte des Spiegels gerichtet sein; von der Mitte des Objectivs geht ein feiner durch ein Gewicht gespannter Faden über die Skala herab, und zeigt den Skalentheil an, der mit der optischen Axe des Fernrohrs in derselben Verticalebene sich befindet. Die Fig. 290. zeigt die Haupttheile des Apparates projicirt auf die Horizontalebene der Magnetaxe; NS ist die Magnetaxe, die in S den Spiegel trägt, AB die Skala, Cm die Axe des Fernrohrs, und m derjenige Skalentheil, den der vom Objectiv herabhängende Faden des Bleiloths trifft. Ist die Spiegelebene auf der NS senkrecht, und Sp die Verlängerung von NS, mithin auch auf dem Spiegel senkrecht, so ist Sp die Spiegelaxe, und p liegt im magnetischen Meridian. Macht man mp = pq, so wird der Strahl qs nach sm vom Spiegel reflectirt, und der Skalentheil q unter dem Fadenkreuze im Fernrohre erscheinen; hieraus läßt sich die Richtung der Spiegelaxe sogleich bestimmen, da

Fig. 290.



$$\text{m p} = \frac{\text{m q}}{2} \text{ ist.}$$

*) Der Theodolith besteht aus zwei concentrischen Kreisen B, die mit einem festen Fußgestelle versehen sind, sich genau horizontal stellen und auch um eine durch ihren Mittelpunkt gehende verticale Axe sich drehen lassen; der innere Kreis trägt zwei an den Endpunkten eines Durchmessers stehende verticale Säulen, die eine horizontale Axe tragen, um die ein kleines Fernrohr sammt einer mit ihm verbundenen Alhidade in der Ebene eines Verticalkreises sich auf und ab bewegen läßt. Sowohl der innere Kreis als die Alhidade sind mit einem Nonius versehen. Das Fernrohr ist mit einem Fadenkreuze versehen, dessen vertikaler Faden genau durch die optische Axe geht.

Man wählt zu den Bestimmungen der Declination die sogenannten Wendestunden, in denen sie ein Maximum oder ein Minimum wird, und daher die Aenderungen in der Declination am kleinsten sind. Die Declination erreicht um 1 Uhr Nachmittags ihren größten und von 6 bis 8 Uhr ihren kleinsten Werth.

Der Winkel R S p = δ, welchen die optische Axe des Fernrohrs D m, projicirt auf die Horizontalebene der magnetischen Axe, mit letzterer einschließt, ergibt sich, wenn man die Entfernung S p = a der Spiegelfläche von der Verticalebene, in welcher die Skala liegt, gemessen hat. Man hat dann:

$$\tang \delta = \frac{m\,p}{a} = \frac{1}{2}\,\frac{m\,q}{a}.$$

Heißt w der Winkel m S p für den Fall, daß m q gleich ist einem Skalentheile, so ist $\tang w = \frac{1}{2\,a}$; oder, da dieser Winkel sehr klein ist, so kann man ihn gleich in Bogensecunden ausdrücken, nämlich

$$w\,Arc\,1'' = \frac{1}{2\,a};$$

nun ist $Arc\,1'' = \frac{\pi}{180.60.60}$ somit

$$w = \frac{206264.8}{2\,a}.$$

Man braucht nur diesen Werth eines Skalentheils mit der Anzahl der Skalentheile die m q enthält, zu multipliciren, um sogleich die Anzahl der Secunden zu erfahren, die der Winkel δ enthält.

Zur Bestimmung der Declination ist es nöthig, einen Punkt (die Mire) in der Nähe des Horizontes zu haben, dessen Winkelabstand von dem nahe befindlichen geographischen Meridiane man genau kennt. Es sei M die Mire, und S n die durch die Drehungsaxe C des Fernrohrs D m gelegte geographische Meridianebene, so ist n C M = α als bekannt anzunehmen. Befestigt man den äußeren horizontalen Kreis des Theodolithen, und dreht den inneren bis die Mire M in der Axe des auf die gehörige Höhe gestellten Fernrohrs erscheint; so gibt der Winkel, welchen der Nullpunkt des Nonius des inneren Kreises an dem äußeren durchlaufen hat, den Winkel S C M = β. Heißt D die Declination des Magnetstabes für einen gewissen Zeitpunkt, nämlich der Winkel S d n; so ist

$$D = \beta - \alpha + \delta.$$

Eine genaue Bestimmung ist nur dann möglich, wenn alle Einflüsse, welche die Lage des Magnetstabes zu ändern vermöchten, insbesondere Eisenmassen beseitigt worden sind; daher muß das Observatorium, in welchem Messungen des Erdmagnetismus vorgenommen werden, ganz eisenfrei sein.

Die schwingende Bewegung, in der sich der Magnetstab beständig befindet, erschwert die genaue Angabe desjenigen Skalentheils, der bei ruhiger Stellung des Magnetes unter dem Faden erschienen wäre, man bestimmt diesen Skalentheil, indem man zuerst die Schwingungsdauer t genau ermittelt, und nun die Skalentheile n und n' notirt, die in der Zeit $T - \frac{t}{2}$ und in der Zeit $T + \frac{t}{2}$ vom Ocularfaden gedeckt wurden; der gesuchte Skalentheil ist dann $\frac{n + n'}{2}$ für die Zeit T. Man pflegt aus mehreren solchen Beobachtungen das Mittel zu nehmen. — Hieraus ist zu

ersehen, daß eine genaue Uhr bei magnetischen Beobachtungen unerläßlich ist, und daß aus den für die einzelnen Tagesstunden gefundenen Declinationen, auch die succesiven Veränderungen bekannt werden, die in der Declination eines jeden Tages Statt finden. — Magnetometer, bei denen nur die Richtung und nicht die Schwingungsdauer beobachtet wird, pflegt man mit einem kupfernen Gehäuse zu umgeben, oder auch ihnen eine Kupferplatte in geringem Abstande unterzulegen, um die Schwingungen schnell zu verkleinern, weshalb diese Vorrichtung der Dämpfer genannt wird. Bei kleineren Magneten, die man luftdicht einschließen kann, ist ein Dämpfer nicht nothwendig. Das Gesagte reicht hin, um eine Einsicht in den Zweck und die Hauptbestandtheile des Gauß'schen Magnetometers zu erhalten; eine genaue ins Einzelne gehende Beschreibung und Anwendung der verschiedenen Bestandtheile, so wie eine Beschreibung kleinerer magnetischer Apparate findet man in Kreils Entwurfe eines meteorologischen Beobachtungssystems, herausgegeben von der k. k. Akademie der Wissenschaften.

3. Intensität des Erdmagnetismus. Die Größe der horizontalen Componente des Erdmagnetismus für einen gegebenen Ort findet man, wenn man einen Magnetstab genau horizontal aufhängt, in Schwingung versetzt, und die Dauer einer Schwingung $= T$ für den Fall bestimmt, wo der Stab einzig unter dem Einflusse des Erdmagnetismus steht; man hat dann

$$T = \pi \sqrt{\frac{K}{M H}}, \text{ und } M H = \frac{\pi^2 K}{T^2} . \quad (1)$$

Bestimmt man nun die Größe der Ablenkung w oder w', die dieser Magnetstab an einer in leicht meßbarem Abstande x befindlichen Declinationsnadel bewirkt, wenn diese in eine der zwei oben angegebenen Stellungen gebracht wird, so bekommt man aus den Gleichungen

$$\text{tang } w = \frac{M}{H x^3}, \text{ oder tang } w' = \frac{2M}{H x^3}$$

die Werthe w und x oder w' und x, und findet

$$\frac{M}{H} = x^3 \text{ tang } w, \text{ oder } \frac{M}{H} = \frac{1}{2} x^3 \text{ tang } w' \quad (2) .$$

Aus dem Producte und dem Quotienten zweier Größen läßt sich leicht der Werth einer jeden Größe berechnen. Wird (1) durch (2) dividirt, so erhält man

$$H^2 = \frac{\pi^2 K}{T^2 x^3 \text{ tang } w} \text{ und } H = \frac{\pi}{T x} \sqrt{\frac{K}{x \text{ tang } w}} \quad (3)$$

daher $M = \frac{\pi x^2}{T} \sqrt{\frac{K \text{ tang } w}{x}}$.

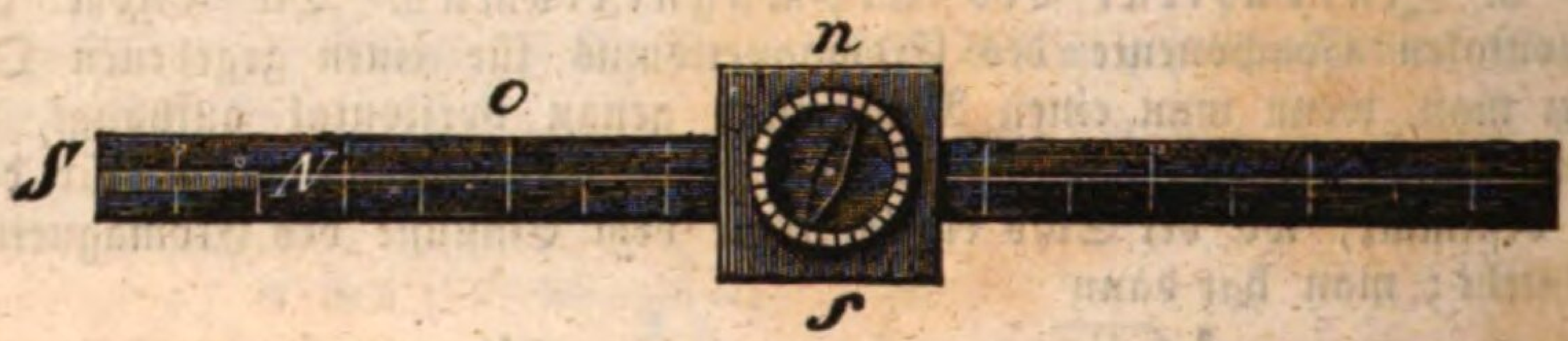
Berechnet man das Trägheitsmoment des Magnetstabes, so gibt die Gleichung (3) die Größe der horizontalen Componente, aus der sich der absolute Werth der ganzen magnetischen Kraft P der Erde für einen bestimmten Ort ergibt, wenn man bereits die magnetische Inclination i ermittelt hat; denn bekanntlich ist

$$H = P \cos. i, \text{ somit } P = \frac{H}{\cos. i} .$$

W. Weber hat einen einfachen Apparat angegeben, der sich zu ziemlich genauen Intensitätsbestimmungen des Erdmagnetismus eignet, und auf Reisen sehr bequem ist; dieser besteht aus einer Boussole, deren Nadel 60 mm = 27.33

W. L. lang ist, dann aus einem genau parallelepipedisch gearbeiteten Magnetstabe von 100mm = 45.55 W. L. Länge und aus einem 1 Meter langen getheilten Maßstabe, der so breit ist, daß man die Boussole darauf stellen kann. Der Magnetstab hat in der Mitte ein kleines Loch, in das man eine Nähnadel stellen und darin befestigen kann. Durch das Oer dieser Nähnadel zieht man einen Coconfaden durch, um den Stab daran aufhängen, in Schwingungen versetzen und die mittlere Schwingungsdauer T aus einer großen Anzahl von Beobachtungen ermitteln zu können. — Man bringt den Maßstab in eine genau horizontale Lage und stellt ihn zuerst senkrecht zum magnetischen Meridian; in die Mitte des Maßstabes setzt man die Boussole und an das Ende parallel mit dem Maßstabe den kleinen Magnetstab auf, wie die Fig. 291. zeigt; nun beobachtet man die Ablenkung der Magnetnadel und bestimmt

Fig. 291.



die Entfernung derselben von der Mitte des ablenkenden Stabes; wiederholt diese Beobachtung des Ablenkungswinkels mit Umkehrung der Pole des Magnetstabes und in verschiedenen Entfernungen, und berechnet aus vielen Beobachtungen den mittleren Werth von $\frac{M}{H}$. — Ist a die Länge, b die Breite und p das Gewicht des parallelepipedischen Magnetstabes, so ist das Trägheitsmoment

$$K = \left(\frac{a^2 + b^2}{12}\right) p, \text{ daher } H\,M = \pi^2 \frac{(a^2 + b^2)}{12\,T^2}\,p.$$

In neuester Zeit haben Gauß und Weber einen noch mehr compendiösen Reise-Apparat construirt, der noch genauere Bestimmungen gestattet.

4. Will man nur das Verhältniß der magnetischen Erdkräfte an zwei verschiedenen Orten der Erde erfahren, so läßt man eine Magnetnadel zuerst an einem Orte schwingen, überträgt sie dann ohne Aenderung der Stärke ihres Magnetismus an den andern Ort, und versetzt sie abermals in Schwingungen; ist im ersten Falle T, im zweiten T′ die Dauer einer Schwingung und bezeichnet man die Intensität der wirksamen magnetischen Kraft für einen Ort mit J für den andern mit J′, so ist

$$T^2 : T'^2 = J' : J;$$

oder wenn man mit N und N′ die den beiden Orten von der Magnetnadel in der nämlichen Zeit vollbrachte Anzahl der Schwingungen bezeichnet,

$$N^2 : N'^2 = J : J'.$$

6. Zur Beobachtung der Variationen, die in der Intensität der horizontalen Componente des Erdmagnetismus vorgehen, dient ein eigener, unter dem Namen Bifilar-Magnetometer bekannter Apparat. Um diesen Apparat zu begreifen, wollen wir uns zuerst einen nicht magnetischen Stab an zwei Fäden so aufgehängt denken, daß er sich in horizontaler Richtung frei drehen kann; offenbar wird er in jener Lage im Gleichgewichte stehen, in welcher beide Fäden ihrer ganzen Länge nach sammt der durch den Schwerpunkt des Stabes senkrecht zu diesen Fäden gezogenen Linie in der

nämlichen vertikalen Ebene sich befinden. Ist jedoch der Stab magnetisch, so wird diese Ebene die des magnetischen Meridians sein; stellt man nun diese durch die beiden Fäden gehende Ebene so, daß sie mit der magnetischen Meridianebene einen Winkel einschließt, so wird der untere Theil der Fäden, in Folge der Einwirkung des horizontalen Antheils des Erdmagnetismus, der den Magnet in den magnetischen Meridian zu stellen sucht, aus der Vertikal-Ebene heraustreten, und sich solange drehen, bis die magnetische Kraft durch die Torsionskraft der Fäden aufgehoben ist. In dieser Gleichgewichtslage würde der Magnetstab bleiben, wenn die horizontale magnetische Erdkraft unveränderlich dieselbe Stärke behielte; allein die Stärke nimmt zu und ab, im ersten Falle nähert er sich mehr dem magnetischen Meridiane, bis die durch stärkere Drehung vergrößerte Torsionskraft dem stärkeren Erdmagnetismus wieder das Gleichgewicht hält; im zweiten Falle erlangt die Torsionskraft das Uebergewicht, und der Magnetstab muß sich vom magnetischen Meridiane entfernen; daher ist es möglich aus den Aenderungen in den Stellungen des an zwei Fäden horizontal hängenden Magnetstabes die Aenderungen in der Intensität des Erdmagnetismus zu erkennen. Derjenige Stand des Magnetstabes, in welchem der Erdmagnetismus die größte Drehkraft äußert, ist der rechtwinkelige, weshalb man den Stab senkrecht auf den magnetischen Meridian stellt. Die Veränderung in der Stellung nimmt man in einem daran befestigten Spiegel wahr, wie beim Gauß'schen Magnetometer.

Man findet es vortheilhafter, alle Variationen der Declination und Inclination, so wie die, welche in der Stärke des Erdmagnetismus vorgehen, mittelst eigener Apparate zu beobachten, die man magnetische Variations-Apparate nennt; man braucht zu ihrer Aufstellung keine eisenfreien Orte, sondern nur solche, wo sie ungestört sind und wo auch in den nächsten Umgebungen keine Aenderung vorgeht, die auf die Stellung der Magnete von einigem Einfluß sein könnte.

Zur Erforschung der Gesetze und der Ursachen der magnetischen Variationen sind auf Alex. von Humboldt's Anregung seit 1829 an mehreren Orten der Erdoberfläche magnetische Observatorien errichtet worden; man ist übereingekommen, die Beobachtungen überall zu derselben physischen Zeit anzustellen, also alle Beobachtungszeiten auf denselben Beobachtungsort, also auf denselben Meridian zu beziehen. Man wählte den Meridian von Göttingen zur Anerkennung der Verdienste, die sich der große Gelehrte Gauß um diesen Zweig der Naturforschung erworben hat. Die Variationen hängen auch von localen Umständen ab, weshalb die Ermittelung der Gesetze, nach welchen sie erfolgen, erst nach vielen Jahren möglich wird.

Um ein deutliches Bild der Abweichung, Neigung und Stärke des Erdmagnetismus an den verschiedenen Orten der Erdoberfläche zu geben, hat man Landkarten, wo Orte, an denen die Declination gleich ist, durch Linien verbunden erscheinen, die man isogonische heißt, die Linien, welche durch Orte von nämlicher Inclination gezogen werden, heißen isoclinische, und diejenigen, welche durch Orte gehen, an denen die Intensität des Erdmagnetismus die nämliche ist, werden isodynamische genannt.

In Europa ist die Declination westlich, und ist zwischen 7 und 8 Uhr ein Minimum, sie nimmt dann zu bis 1 oder 2 Uhr, wo sie ihr Maximum erreicht, worauf eine Abnahme bis zum Einbruch der Nacht, oder bis zum folgenden Morgen stattfindet; sie ist im April am größten, im December am kleinsten. Die tägliche Variation ist nicht überall gleich groß; sie beträgt zu Göttingen im Mittel 10′ 24″. Nach Kreils Beobachtungen hat der Mond und nach Kämtz auch der Wind einen merklichen Einfluß auf die Declination; Nord - Ostwinde vermindern sie, bei West- und Südwestwinden wird sie größer.

Nach Kreil ist die Inclination im Sommer zwischen 8 und 9 Uhr Morgens, und im Winter zwischen 10 und 11 Uhr ein Maximum; um Mittag ein Minimum, um 3 Uhr Nachmittags ein zweites Maximum, später Abends tritt ein zweites Minimum, nach Mitternacht ein drittes Maximum und Morgens ein drittes Minimum ein.

Die Intensität des Erdmagnetismus nimmt von den wärmeren Gegenden nach den kälteren zu, mit der Erhebung über der Meeresfläche ab.

An manchen Tagen z. B. beim Erscheinen eines Nordlichtes beobachtet man plötzlich eintretende und schnelle Aenderungen der magnetischen Kraft, welche die täglichen Variationen um mehr als den zehnfachen Werth übertreffen; sie werden magnetische Störungen genannt, und treten gleichzeitig an allen Orten der Erdkugel ein.

Man war vielfältig bemüht den magnetischen Zustand der Erde nach gewissen aufgestellten Hypothesen zu erklären; nun hat Gauß aus den bisher bekannten Elementen, und den Gesetzen der Anziehung und Abstoßung der magnetischen Fluida, ohne Annahme einer Hypothese, die Theorie des Erdmagnetismus soweit ausgebildet, daß es möglich wird, aus der bekannten Intensität und Richtung des Erdmagnetismus an einigen Orten, deren Lage gegen einander und einen dritten Ort auch bekannt ist, die Richtung und Intensität der magnetischen Erdkraft für diesen letzteren Ort zu berechnen, welche Berechnung von der Erfahrung nur dort beträchtlich abweicht, wo locale Ursachen einen bedeutenden Einfluß auf die Magnetnadel üben. Die magnetische Erdkraft kann nach Gauß der vereinten Wirkung von 8 einpfündigen Magnetstäben in jedem Kubikmeter Erde gleich gesetzt werden. Aus dieser Theorie folgt, daß es nur zwei magnetische Pole auf der Erde gibt; der eine liegt im Norden von Amerika, der andere im Süden von Van-Diemensland.

Die Ursache der täglichen und der von Jahreszeiten abhängigen magnetischen Variationen ist höchst wahrscheinlich die Sonnenwärme. Morgens ist die Ostseite stärker erwärmt als die Westseite, daher ist die Anziehung von Ost kleiner als von West, und so geht der Nordpol Vormittags westwärts d. h. die Declination nimmt zu; und weil die Südseite während des Tages eine höhere Temperatur erhält als die Nordseite, so nimmt die Inclination gegen die Mittagszeit immer mehr ab. Bei Nacht, so wie bei bedecktem Himmel sind die Temperaturänderungen gering, daher auch die magnetischen Variationen; im Sommer sind sie beträchtlicher als im Winter. Daraus erklärt sich auch, warum die mittlere Inclination am Erdäquator südlich ist, indem die mittlere Temperatur der nördlichen Halbkugel höher ist, als die der südlichen.

§. 202. Aufhebung des Einflußes der Eisenmassen auf die Richtung der Magnetnadeln. Der Erdmagnetismus bewirkt in jeder Eisenmasse eine seiner Stärke entsprechende Vertheilung des in ihm befindlichen Magnetismus, so daß die gegen Norden liegende Hälfte nördlichen, die andere Hälfte südlichen Magnetismus äußert, wodurch die Richtung einer nahe befindlichen Magnetnadel eine Störung erleidet. Mit jeder Aenderung der Stellung dieser Eisenmassen bezüglich der Weltgegenden tritt eine Aenderung in der Vertheilung des Magnetismus in ihr ein, wodurch auch der Einfluß, den diese Eisenmassen auf die Magnetnadel äußert, ein anderer werden kann. Die Störung die eine Eisenmasse in der Richtung der Magnetnadel erzeugt, wird unter denselben Umständen desto beträchtlicher, je größer die Intensität des Erdmagnetismus ist, mithin in größeren Breiten beträchtlicher als in kleineren.

Durch den Einfluß des Erdmagnetismus erhält nach Barlow eine eiserne Kugel eine zur Richtung der magnetischen Erdkraft parallele magnetische Axe und einen auf dieser Axe senkrechten magnetischen Aequator. Eine in die Ebene dieses Aequators gebrachte Magnetnadel erleidet, da sie von beiden Kugelhälften gleich stark angezogen wird, keine Ablenkung, während sie nördlich und südlich von diesem Aequator desto mehr

von ihrer Richtung abgelenkt wird, je weiter sie gerückt wird. Bei hohlen Kugeln erhielt Barlow dasselbe Resultat, wie bei massiven von gleichem Durchmesser.

Auf einem Schiffe kommen bedeutende Eisenmassen verschiedenartig vertheilt vor, und äußern einen störenden Einfluß auf die Magnetnadeln, wodurch eine Abänderung in ihrer Declination bewirkt wird, deren Werth sich mit der Stellung des Schiffes rücksichtlich der Weltgegenden ändert, und in verschiedenen geographischen Breiten verschieden groß ist; weßhalb die Angaben der Magnetnadeln besonders in größeren geographischen Breiten sehr unsicher werden. Barlow hat das große Verdienst, diesen Uebelstand durch Befestigung einer Eisenplatte in der Nähe des Compasses aufgehoben zu haben.

Nach Barlow stellt sich ein Beobachter am Ufer A Fig. 292., ein anderer auf dem Schiffe in B mit einem Winkelinstrumente und einem Compasse auf, der erste visirt zuerst nach B, hierauf in der Richtung der Magnetnadel AE, während der andere von B nach A und dann in der Richtung der Magnetnadel BE visirt; dadurch werden die Winkel EAB = b und EBA = b′ bestimmt. Ist AD die Richtung des durch A gehenden Himmelsmeridians, und BD′ die zu ihr parallele Richtung des durch B gezogenen; so ist die Declination am Ufer EAD = a, und am Schiffe EBD′ = a′. Setzen wir den Winkel AEB = d, so ist offenbar

$$d = a' - a;$$

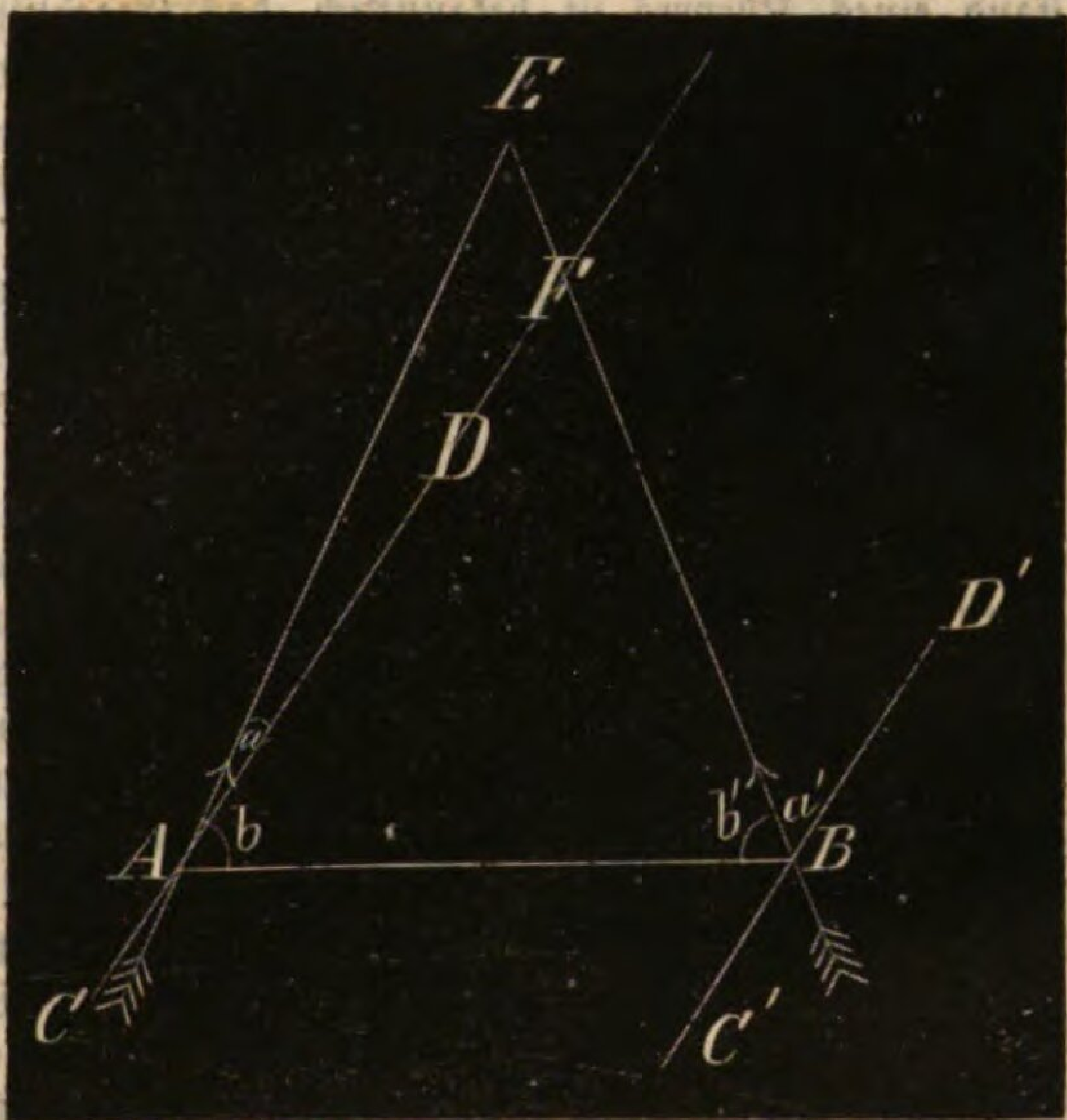
allein aus dem Dreiecke AFB folgt

$$a' + b - a + b' = 180^\circ,$$

mithin

$$a' - a = 180^\circ - (b + b'),$$ ∴ $a' - a = 180^\circ - (b + b') - a$

Fig. 292.



Man erfährt also durch die vorgenommenen Messungen den Unterschied, a′ — a, der das Maß der Störung ist, welche die Magnetnadel am Schiffe durch das daselbst vorhandene Eisen erfährt. Nun dreht man das Schiff, und stellt dieselben Beobachtungen bei jedem Windstriche von 10 bis 12° an, so erhält man für jede Lage den Werth der bewirkten Störung. Durch Interpolation findet man die einem jeden einzelnen Grade entsprechende Ablenkung. — Nachdem dieß alles geschehen ist, bringt man den Schiffscompaß ans Land, und stellt ihn auf einen hölzernen Kasten, der sich um eine durch den Drehungspunkt der Magnetnadel gehende Verticale drehen läßt, und an dessen einer Seite gleich weit abstehende Löcher angebracht sind, in die man den magnetischen Compensator einstellen kann. Der Compensator besteht aus einer eisernen Doppelscheibe von 12 bis 13 engl. Zoll im Durchmesser und 3 Pfund Gewicht, die an einem Stabe von Kupfer befestigt ist; man sucht durch Versuche diejenige Stellung des Compensators aufzufinden, in welcher er bei jeder Drehung des Gestells genau dieselben Störungen in der Richtung der Magnetnadel bewirkt, wie

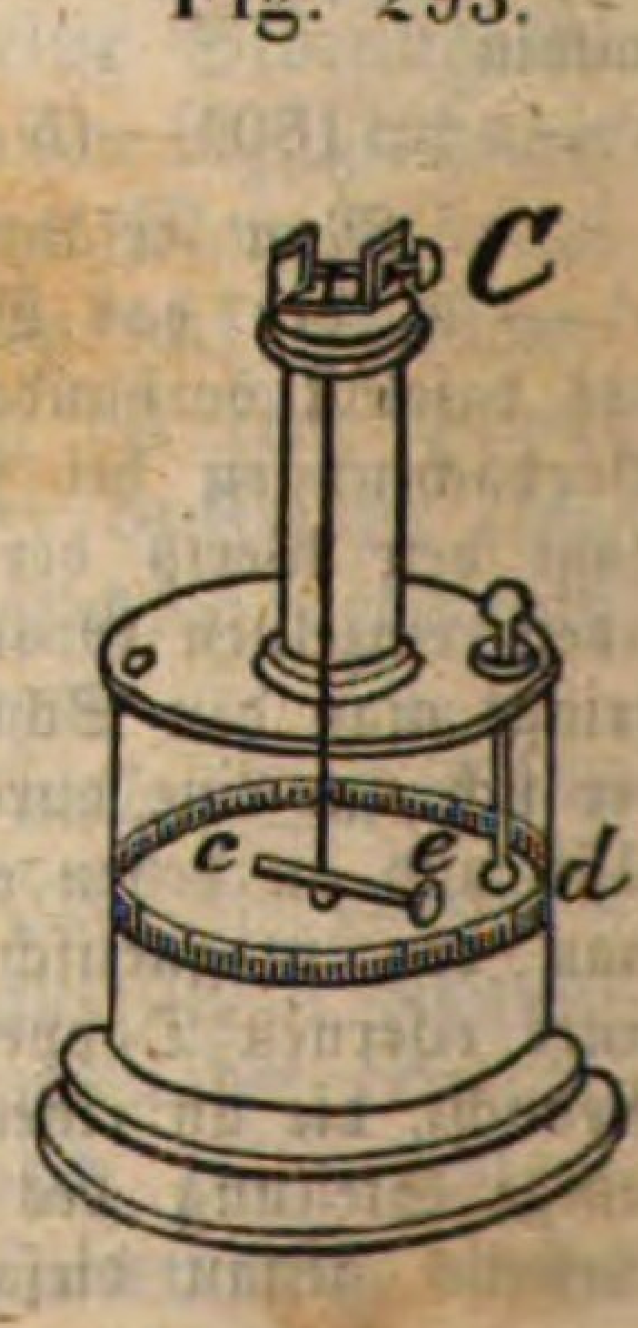
das Eisen auf dem Schiffe, wenn dieses um denselben Winkel gedreht wird. Hat der Compaß auf dem Schiffe seine gewöhnliche Stelle eingenommen, so bringt man den Compensator am Fuße desselben genau in dieselbe Lage, wie früher am Kasten. Beobachtet man dann auf dem Schiffe, daß die Declination ohne Compensator z. B. 36°, mit dem Compensator 40° beträgt, so ist die wahre Declination 36° — 4° = 32°, da der Compensator dieselbe Wirkung hervorbringt, wie das Eisen des Schiffes. Sollte die Declination durch Mitwirkung des Compensators vermindert erscheinen, so muß die Differenz zu der Declination, die ohne Compensator beobachtet wurde, addirt werden.

Der Erdmagnetismus äußert auch einen Einfluß auf den Gang der Chronometer am Schiffe; weshalb man die Chronometer möglichst weit von den Eisenmassen aufstellt, und immer in der nämlichen Lage läßt.

Electricität.

§. 203. Coulomb's electrische Drehwage. Der natürliche Zustand eines Körpers ist bekanntlich das Ergebniß des Zusammenbestehens der beiden entgegengesetzten in jedem Körper vorhandenen Electricitäten; wird die eine durch irgend einen Einfluß bekämpft, so wird die andere frei und der Körper erscheint electrisch. Auch ist bereits bekannt, daß sich gleichnamige Electricitäten gegenseitig abstoßen, die ungleichnamigen dagegen anziehen. Um einen Ausdruck für die electrische Action eines mit freier Electricität begabten Punktes gegen einen andern in der Entfernung r befindlichen zu finden, nehmen wir als Einheit diejenige Action an, die von einer in einem Punkte A concentrirt gedachten freien Electricitätsmenge ausgeht, und im Stande ist, einer gleich großen in einem andern Punkte B concentrirten und in der Entfernung = 1 befindlichen die bewegende Kraft = 1 zu ertheilen. Bleibt die freie Electricität in B unverändert, während die in A, 2, 3, . . . m mal größer wird, so wird auch die Wirkung, die B erleidet; 2, 3, . . . m mal stärker; nimmt die freie Electricitätsmenge in B um das m'fache zu, während die in A gleich m bleibt, so ist die Kraft, mit welcher B von A bewegt wird, auch m'mal größer; mithin ist m m' die Größe der Action, die ein Punkt mit der Electricitätsmenge m gegen einen andern äußert, der die Electricitätsmenge m' besitzt, und vom ersteren in der Entfernung = 1 absteht. Bringt man den Punkt B in eine größere Entfernung von A, so nimmt die gegenseitige Action ab. Um das Gesetz dieser Abnahme zu finden, und überhaupt die Stärke der Abstoßung, die ein electrischer Punkt oder ein electrisches kleines Flächenstück auf einen andern gleichnamig electrischen Punkt oder ein anderes Flächenstück in einem bestimmten Abstande äußert, zu ermitteln und darnach die Electricitätsmenge in einem und dem andern Flächenstücke zu bestimmen, dient Coulomb's electrische Drehwage. Eine Nadel c e Fig. 293. von Schellack oder von Glas, das mit Schellack überstrichen ist, hängt an einem in seinem Schwerpunkte befestigten feinen Metall- oder Glasfaden, und ist an einem Ende mit einem Scheibchen c von Goldpapier, oder einem kleinen

Fig. 293.



vergoldeten Kügelchen von Hollundermark versehen; am andern Ende trägt die Nadel eine Masse, die sie äquilibrirt d. h. in einer genau horizontalen Lage erhält. Um den Einfluß der Luftströmungen auf die Nadel zu beseitigen, befindet sich die Nadel in einem Kasten, der aus Glasplatten gebildet und entweder cylindrisch oder viereckig gestaltet ist; auf den hölzernen überfirnißten Boden steht ein Schälchen mit Chlorcalcium, um die Luft stets trocken zu erhalten. Auch der Deckel des Glaskastens ist von Glas, und hat in seiner Mitte eine kreisförmige Oeffnung, über der eine Glasröhre befestigt ist, deren oberes Ende mit einer kreisförmigen Platte geschlossen ist; in der Mitte dieser Platte ist eine dreieckige Oeffnung so angebracht, daß das eine Eck den Mittelpunkt eines an der Scheibe verzeichneten und in Grade getheilten Kreises bildet. Durch dieses Eck geht der Faden, der die Nadel trägt; sein oberes Ende ist um ein horizontales, um seine Axe bewegliches Stäbchen geschlungen, durch dessen Umdrehung die Nadel gehoben oder herabgelassen werden kann. Das Stäbchen ruht auf Stützen, die auf einer Metallplatte C stehen, die sich mit sanfter Reibung auf der Scheibe um den Mittelpunkt derselben drehen läßt, und an der ein Strich (ein Index) verzeichnet ist, welcher auf den Nullpunkt der Kreiseintheilung zeigt, wenn der Faden in seinem natürlichen Zustande sich befindet, d. h. nicht gedreht ist. In der horizontalen Ebene, in welcher die Nadel schwebt, befindet sich am Umfange des Kastens eine Kreiseintheilung, deren Nullpunkt derjenige ist, auf den die Spitze der Nadel zeigt, die das unelectrische Scheibchen oder Hollundermarkkügelchen e trägt; über diesem Nullpunkte befindet sich am Deckel des Kastens ein Loch, durch das man ein Metallkügelchen d so einsetzt, daß es mit e in Berührung kommt.

Um die Möglichkeit einzusehen, mittelst dieses Apparates die electrische Abstoßung zu messen, müssen wir uns erinnern, daß der Metall- oder Glasfaden, der an einem Ende befestiget, und am andern durch ein daran hängendes horizontales Stäbchen gespannt ist, einer Kraft, die ihn mittelst dieses Stäbchens um seine Längenaxe zu drehen strebt, innerhalb seiner Elasticitätsgrenze einen Widerstand leistet, der dem Drehungswinkel direct proportional ist. Wird nun dem Kügelchen d Electricität mitgetheilt, so wird auch e gleichnamig electrisch, folglich abgestoßen, und die Nadel von ihrer früheren Lage abgelenkt, bis der mit der Drehung des Fadens wachsende Widerstand der electrischen Abstoßung des Kügelchens d das Gleichgewicht hält.

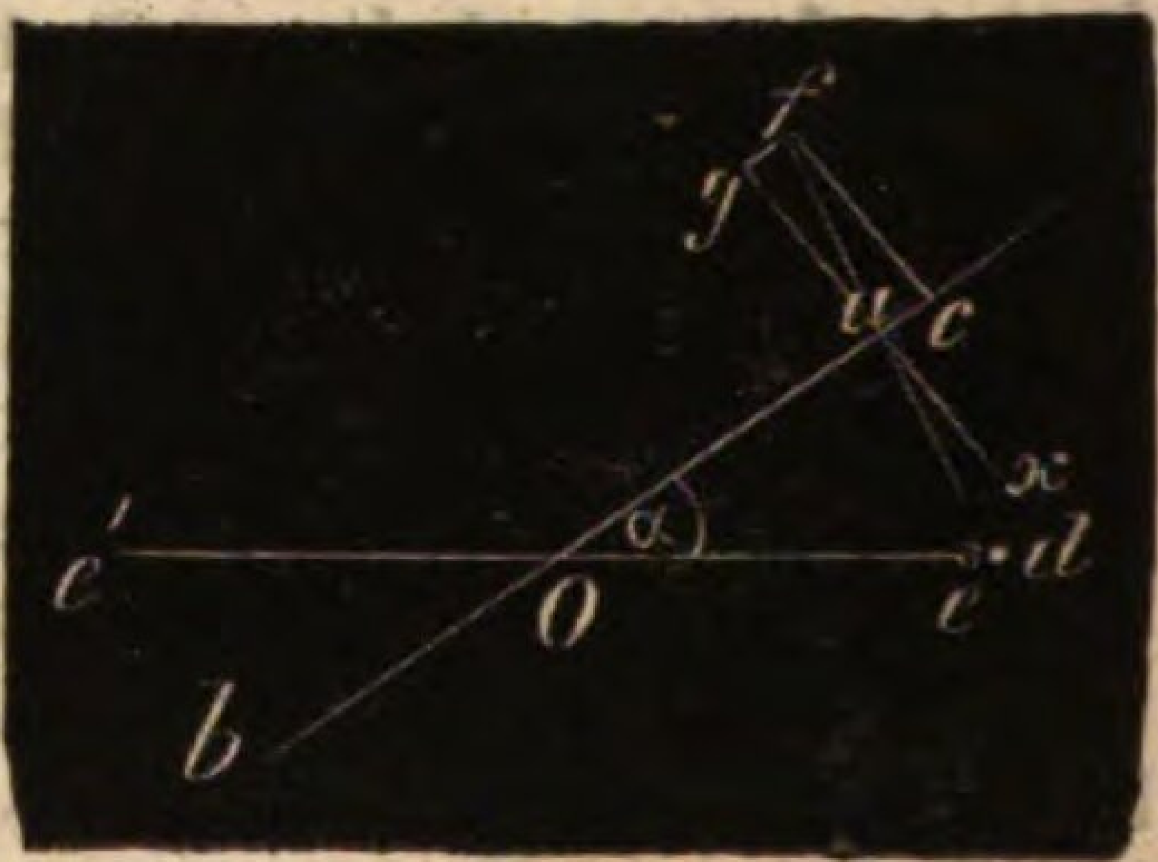
Um die in verschiedenen Fällen wirksamen Abstoßungskräfte mit einander vergleichen zu können, ist es nöthig die Nadel jedesmal in denselben Abstand von d zu bringen; dieß geschieht, indem man die an der oberen Scheibe befindliche Metallplatte C so dreht, daß dabei die Nadel dem Nullpunkte d. i. ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage genähert wird.

Man bringt jedesmal die Nadel in einen Abstand von d, der nur wenige Grade zählt; in diesem Abstande hält der von d ausgehenden Abstoßungskraft die Torsionskraft des Fadens das Gleichgewicht. Die Torsionskraft, d. i. das Bestreben der Nadel, ihre ursprüngliche Gleichgewichtslage zu gewinnen, ist dem Winkel proportional, um welchen der Faden oben durch die Platte C gedreht wurde, vermehrt um den Ablenkungswinkel der Nadel. Hat man z. B. die Platte C um 60° drehen müssen, um die Nadel in den Abstand von 5° zu bringen; so zählt der Torsionswinkel

65°, und somit hält die electrische Abstoßungskraft von d der Torsionskraft von 65° das Gleichgewicht.

1. Es sei d Fig. 294. das fixe electrische Metallkügelchen, a b die Stellung der Nadel, in welcher sie mit ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage c e den Winkel a O e = α einschließt, und der Torsionswinkel w Grade zählt. Da die Abstoßungskraft von d in der Richtung d a f wirkt, die nicht auf a b senkrecht steht; so drücken wir sie durch a f aus, und zerlegen sie in a g senkrecht auf a b und in a e in der Verlängerung von a b; letztere stellt den Faden in eine etwas schiefe Lage, die jedoch nur unbedeutend ist, wenn α nur wenige Grade beträgt; erstere Componente hält der Torsionskraft, die nach a x senkrecht auf a b wirkt, das Gleichgewicht, und muß ihr deshalb gleich sein. Die a g ist eine Tangente und die Grade a e die Sehne des Bogens a e, der dem Centriwinkel α entspricht, daher ist

Fig. 294.



der Winkel $fag = \frac{\alpha}{2}$ und $ag = af \,.\, \cos.\frac{\alpha}{2}$;

die Torsionskraft ist $= kw$, wo k die Verhältnißzahl bedeutet; mithin ist

$$kw = af \,.\, \cos.\frac{\alpha}{2}.$$

Bezeichnet man die Abstoßungskraft des Kügelchens d, wenn die Entfernung des Scheibchens von d gleich Eins ist, mit p, und nimmt an, daß sie in dem nämlichen Verhältnisse abnimmt, wie das Quadrat der Entfernung wächst, so ist, falls

$ad = r$ angenommen wird,

$$af = \frac{p}{r^2}.$$

Ist $l = aO$, so ist $r = 2\,l \sin.\frac{\alpha}{2}$,

mithin $kw = \dfrac{p \cos.\frac{\alpha}{2}}{4l^2 \sin.^2\frac{\alpha}{2}}$, und $\dfrac{p}{4kl^2} = w \tang\frac{\alpha}{2} \sin.\frac{\alpha}{2}$.

Da der erste Theil der letzten Gleichung für jeden Werth von w und α ein constanter Ausdruck ist, so muß es auch der zweite sein, wenn die Abstoßungskraft wirklich dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Zahlreiche Versuche bei verschiedenen Werthen von α und w bestätigen, daß das Produkt $w \tang\frac{\alpha}{2} \sin.\frac{\alpha}{2}$ immer denselben Werth behält; also nimmt die electrische Abstoßungskraft wirklich so ab, wie das Quadrat der Entfernung wächst.

2. Hat man in einem Falle

$$kw = \frac{p}{r^2} \cos.\frac{\alpha}{2},$$

und bei einem andern elektrischen Zustande von d, nachdem man durch Verwandlung des Torsionswinkels von w in w' die Nadel abermals auf den Ablenkungswinkel α gebracht hat,

$$k\,w' = \frac{p'}{r^2} \cos. \frac{\alpha}{2}$$

so ist $p : p' = w : w'$

d. h. die Abstoßungskräfte sind bei demselben Ablenkungswinkel der Nadel dem Torsionswinkel direkt proportional.

3. Bringt man eine mittelst eines Schellackstängelchens isolirte electrische Metallkugel K an die Stelle von d, mithin in Berührung mit dem Scheibchen e, und bestimmt den Torsionswinkel w, nachdem man die Nadel so weit zurückgeführt hat, daß ihre Ablenkung nur noch 4° beträgt; berührt ferner diese Metallkugel mit einer vollkommen gleichen, auf gleiche Weise isolirten und nicht electrischen, so erhält letztere durch Mittheilung die Hälfte der freien Electricität der ersteren, und man wird finden, daß der Torsionswinkel nur halb so groß zu sein braucht, um die Ablenkung der Nadel von 4° zu erhalten; woraus folgt, daß, wenn K auf d nur mit der halben Electricität wirkt, die Abstoßungskraft nur halb so groß ist. Nimmt man der Kugel K abermals die Hälfte von ihrer Electricität weg, so wird die Abstoßungskraft wieder um die Hälfte vermindert. Hieraus ist ersichtlich, daß eine mfache Electricitätsmenge in der Kugel K eine mmal stärkere Abstoßungskraft äußert; aber auch dann, wenn die Electricitätsmenge des Scheibchens e vermehrt wird, findet man, daß die Abstoßungskraft im gleichen Verhältniße zunimmt. Heißt P die Stärke der Abstoßung, welche ein Punkt A, der die nach was immer für einer Einheit gemessene Electricität m besitzt, auf einen mit der Electricität m' begabten und in der Entfernung = r stehenden Punkt B äußert, so ist

$$P = \frac{m\,m'}{r^2}.$$

4. Eine genaue Messung und Vergleichung elektrischer Kräfte wäre unmöglich, wenn wir den Verlust an Electricität, den ein Körper theils durch die ihn umgebende Luft, theils durch die Isolatoren in einer bestimmten Zeit erleidet, nicht in Rechnung bringen könnten; man muß daher diesen Verlust jedesmal zu ermitteln suchen. Coulomb überzeugte sich, daß ein Schellackstängelchen von 20 Linien Länge und einer Linie Dicke, schwache electrische Ladungen vollkommen isolire, indem eine electrische Metallkugel, die man durch mehrere solche Stängelchen isolirte, denselben Verlust an Electricität in einer gegebenen Zeit erlitt, wie wenn die Isolirung nur durch ein einziges solches Stängelchen vorgenommen worden war. Dies setzt uns in den Stand, den Verlust zu finden, den ein electrischer Körper durch die atmosphärische Luft allein erfährt. Dieser Verlust wird nicht allein durch die in der Luft vorhandenen Wasserdünste, sondern durch die Luft selbst herbeigeführt; denn die Erfahrung lehrt, daß ein electrischer Körper selbst in einer durch Chlorcalcium vollkommen getrockneten Luft einen Verlust an Electricität erleidet; indem die Lufttheilchen, die den electrischen Körper berühren, Electricität aufnehmen, diese aber andern Theilchen nur langsam mittheilen. Beobachtet man, daß die Schellacknadel anfänglich z. B. bei einer Torsion des Fadens von 344° um 20° von ihrer

ursprünglichen Gleichgewichtslage abgelenkt, und daher die Torsionskraft, die der Abstoßungskraft das Gleichgewicht hält, dem Winkel von 364° proportional ist, und muß man nach einer Minute die Torsion z. B. um 8° vermindern, damit die Schellacknadel wieder bei der früheren Ablenkung bleibe; so ist nach einer Minute die der electrischen Abstoßung Gleichgewicht haltende Torsionskraft nur noch dem Winkel von 356°, und die mittlere electrische Abstoßung während dieser Minute dem Winkel von $\frac{364 + 356}{2}$ $= 360°$ proportional; somit betrug in diesem Falle bei d der Verlust an Electricität während einer Minute $\frac{8}{360} = \frac{1}{45}$ der mittleren electrischen Kraft. Wird die Dichte der Electricität an der Oberfläche eines Körpers d. i. die electrische Spannung größer, so erscheint auch der in einer bestimmten Zeit sich ergebende Electricitätsverlust größer.

Coulomb fand den in einer Minute eintretenden Verlust $\frac{1}{60}$ bis $\frac{1}{70}$ der mittleren Kraft; an feuchten Tagen oft $\frac{1}{10}$, weßhalb an feuchten Tagen keine genauen Versuche möglich sind. An Tagen, wo die Luft nur geringe Veränderungen in der Wärme oder Windesrichtung erfährt, fand Coulomb den durch die Luft bewirkten Verlust den ganzen Tag hindurch gleich groß.

Um den durch die Luft erzeugten electrischen Verlust eines außerhalb der Drehwage befindlichen Körpers zu finden, bedient man sich eines sogenannten Probescheibchens d. i. eines sehr kleinen Scheibchens von Goldpapier, das durch ein Schellackstängelchen isolirt ist; mit diesem berührt man eine Stelle des electrischen Körpers, bringt es dann an die Stelle des fixen Kügelchens d in der Drehwage, und bestimmt den Torsionswinkel für eine gewisse kleine Ablenkung der Schellacknadel. Man versetzt hierauf das Probescheibchen in den natürlichen Zustand, berührt damit dieselbe Stelle des electrischen Körpers, und untersucht abermals die Größe der Abstoßung an der Drehwage für denselben Ablenkungswinkel, wie früher. Da der Verlust an Electricität bei den Körpern immer in der Art erfolgt, daß das Verhältniß der electrischen Spannung an allen Theilen der Oberfläche stets dasselbe bleibt, so reicht es hin, nur die Aenderungen in der Elektricitätsmenge an einer Stelle kennen zu lernen, um die an der ganzen Oberfläche zu erfahren.

Der Verlust an Electricität durch die Isolatoren wird theils durch die Flüssigkeitsschichte, mit der sich manche, wie z. B. Glas bedecken, theils durch ihre Substanz selbst hervorgebracht; daher soll man durch Erwärmung die Flüssigkeitsschichte entfernen, und Glas, das gut isoliren soll, mit einer Schichte Schellackfirniß überziehen. Coulomb überzeugte sich, daß ein 15 bis 20 Zoll langer und gefirnißter Glasstab eben so gut schwache Electricität isolirte, wie Schellack selbst. — Kennt man bereits den Verlust an Electricität, den die Luft in einer gewissen Zeit herbeiführt, so isolirt man eine Metallkugel mit einer wohl abgetrockneten Substanz, die man untersuchen will, macht die Kugel electrisch, und bestimmt an der Drehwage den während einer Minute erlittenen Verlust an Electricität; zieht man davon den in derselben Zeit durch die Luft bewirkten Verlust ab, so gibt der Rest den Verlust an, welchen die Substanz selbst erzeugte.

Man fand, daß dieser Verlust bei verschiedenen Isolatoren verschieden groß, und bei allen desto bedeutender ist, je größer die electrische Spannung des isolirten Körpers ist. Für sehr schwache Spannungen erscheinen alle Körper als vollkommene Isolatoren. — Um Electricität von starker Spannung vollständig zu isoliren, muß der Isolator eine hinreichende Länge und Dicke besitzen.

5. Man kann durch Versuche an der Drehwage nachweisen, daß die über der Oberfläche einer gut leitenden Kugel verbreitete Electricität eine durchaus gleichförmig dichte Schichte bildet; denn berührt man die electrische Kugel an irgend einer Stelle mit dem Probescheibchen, so bildet dieses daselbst einen Theil der Kugeloberfläche und die Electricität erscheint an ihm genau von der nämlichen Dichte, wie früher an dem damit bedeckten Theile der Kugel; man hebt hierauf das Probescheibchen mittelst seines isolirenden Stängelchens ab, und untersucht die Stärke seiner Electricität an der Drehwage. Man mag nun die Kugeloberfläche an was immer für einer Stelle berühren, immer findet man die Electricität von derselben Stärke.

Ist der isolirte Leiter nicht kugelförmig, so erscheint die electrische Spannung nicht an allen Stellen gleich groß; sie ist an einem cylindrischen an den Enden abgerundeten Leiter an den Enden in der Verlängerung der Axe am größten, und nimmt gegen die Mitte mehr und mehr ab. — Je größer die Krümmung an einer Stelle ist, desto stärker ist daselbst die electrische Spannung, und wird an einer Spitze ungeheuer groß. Ecken und scharfe Kanten wirken auf ähnliche Weise wie Spitzen, daher darf ein Körper, der die erhaltene Electricität längere Zeit behalten soll, keine Spitzen und eckige Formen haben.

Das Bestreben der Electricität, einen guten Leiter zu verlassen, kommt daher, daß die an irgend einer Stelle a vorhandene von der gleichnamigen an jeder andern Stelle b abgestoßen wird; verdoppelt man die Electricität in dem guten Leiter, so erscheint sie sowohl in a als in b verdoppelt, und es wird nun die gegenseitige Abstoßung viermal größer; bei $n$facher Dichtigkeit der Electricität am Leiter, wird in a und in b die Electricität $n$mal dichter, mithin die gegenseitige Abstoßung n^2mal größer. Demnach wächst das Bestreben der Electricität, sich vom guten Leiter zu entfernen, wie das Quadrat der Dichte der electrischen Schichte, oder mit andern Worten, wie das Quadrat der electrischen Spannung zunimmt. Hieraus wird ersichtlich, daß der electrische Verlust isolirter Leiter in einem größeren Verhältnisse als die electrische Spannung wächst.

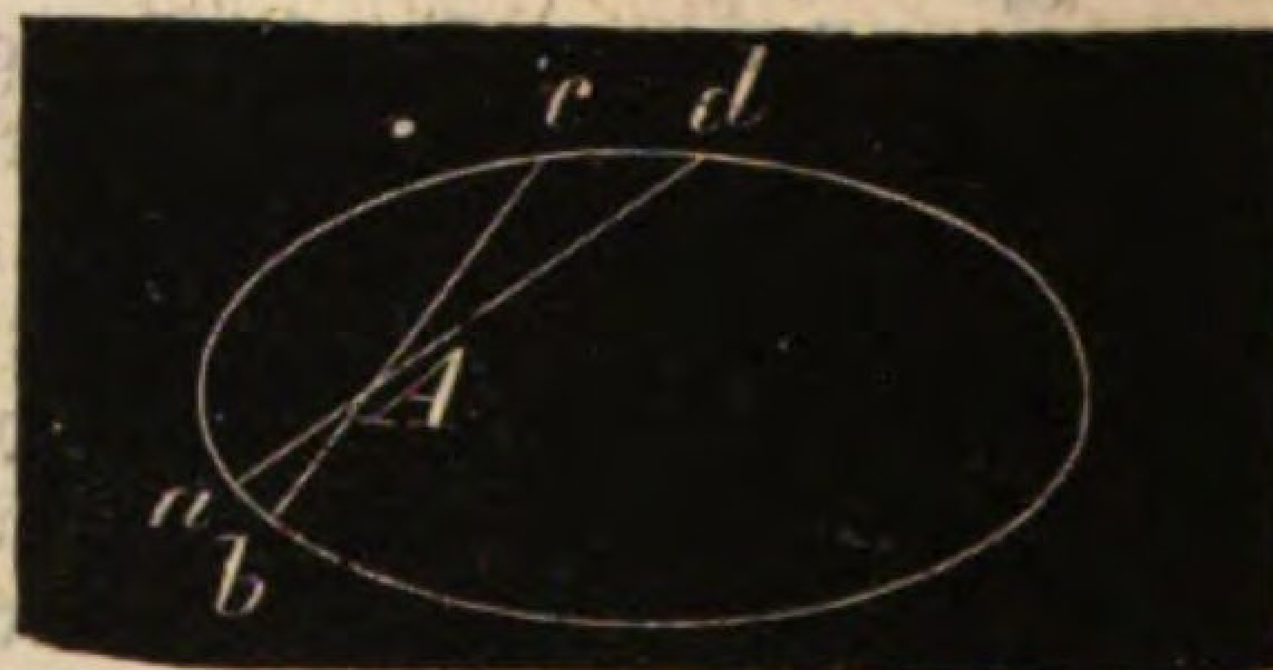
6. Coulomb hat ferner bewiesen, daß auch die electrische Anziehung die zwischen ungleichnamigen electrischen Punkten besteht, den Electricitätsmengen, die sie enthalten, direct und dem Quadrate ihrer gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportional ist. Dieß ergibt sich, wenn man eine Schellacknadel horizontal an einem Coconfaden aufhängt, die Enden derselben mit Scheibchen von Goldpapier oder Blattgold versieht, und unter dem Einfluße eines isolirten electrischen Leiters mit Beseitigung jeder Luftströmung schwingen läßt, nachdem man dem Scheibchen die entgegengesetzte Electricität mitgetheilt hat. Die Intensität der auf die Nadel einwirkenden Kraft ist bekanntlich dem Quadrate der Anzahl, der in einer bestimmten Zeit vollbrachten Schwingungen direct proportional.

§. 204. **Bedingung des Gleichgewichts.** Die Electricität muß im Zustande des Gleichgewichts an der Oberfläche eines Leiters in der Art angeordnet erscheinen, daß die Wirkungen, welche sämmtliche elec-

trische Elemente in irgend einem Punkte im Innern des Leiters gleichzeitig hervorbringen, sich gegenseitig aufheben, so daß dieser Punkt im natürlichen Zustande bleibt; denn wäre dieß nicht der Fall, so müßte in dem Punkte eine Störung des natürlichen Zustandes und damit eine neue Entwicklung freier Electricität eintreten, was dem angenommenen Gleichgewichtszustande widerspricht. Berücksichtigt man dieses, und auch das frühere Gesetz bezüglich der Abnahme der electrischen Action mit zunehmender Entfernung der auf einander einwirkenden Punkte, so ergibt sich, daß die Electricität an der Oberfläche einer durchaus gleichartigen gut leitenden Kugel im Gleichgewichtszustande eine gleichförmig dichte Schichte bildet, somit an allen Stellen dieselbe Spannung besitzen muß, wie es die früher angeführten Versuche bestätigen.

Nehmen wir an der Oberfläche eines nicht kugelförmigen Leiters ein Flächenstück a b, Fig. 295 an, ziehen von seinem Umfange durch A gerade Linien, so erhält man auf dem gegenüberliegenden Theile der Oberfläche ein Flächenstück c d, welches dieselbe, jedoch entgegengesetzte electrische Action auf A äußert, wie a b. Sind M und m die in a b und c d vorhandenen Electricitätsmengen, R und r die Entfernungen dieser Flächenstücke von A, so ist $\frac{M}{R^2} = \frac{m}{r^2}$

Fig. 295.



d. h. die Electricitätsmengen auf den beiden Flächenstücken verhalten sich gerade so, wie die Quadrate ihrer Entfernungen von A; würden die beiden Flächenstücke auch in diesem Verhältnisse stehen, wie dieß bei einer Kugel der Fall ist, so wäre die Dichte der Electricitäten gleich groß; allein man ersieht, daß c d in größerem Verhältnisse wächst, weßhalb die Dichte der daselbst verbreiteten Electricität geringer ist, als an dem stärker gekrümmten Stücke a b.

Geht man von der Thatsache aus, daß die Electricität im Zustande des Gleichgewichtes an der Oberfläche eines kugelförmigen Leiters eine gleichförmig dichte Schichte bildet; so läßt sich leicht erweisen, daß die Kräfte mit welchen zwei electrische Theilchen auf einander wirken dem Quadrate der Entfernung ihrer Angriffspunkte umgekehrt proportional sind; denn es sei A Fig. 296. ein Punkt im Innern einer Kugel, auf den die Theilchen der electrischen gleichförmig dichten Hohlkugel, welche die Oberfläche bedeckt, einwirken; legen wir durch A eine Ebene B C, so muß in A die Wirkung aller electrischen Theilchen oberhalb B C durch die entgegengesetzte der unterhalb B C befindlichen aufgehoben werden; theilt man die Oberfläche des Kugelsegment in recht viele z. B. viereckige sehr kleine Theilchen, zieht durch die Eckpunkte und durch A Linien und verlängert diese bis zur Oberfläche des andern Kugelsegments; so wird letztere in eben so viele Flächentheile getheilt, und es muß die Wirkung eines jeden oberen Theilchens a b in A durch die entgegengesetzte des ihm ähnlichen unteren a′b′ aufgehoben erscheinen; allein letzteres, welches wohl größer aber von A mehr entfernt ist als a b, kann auf A nur

Fig. 296.

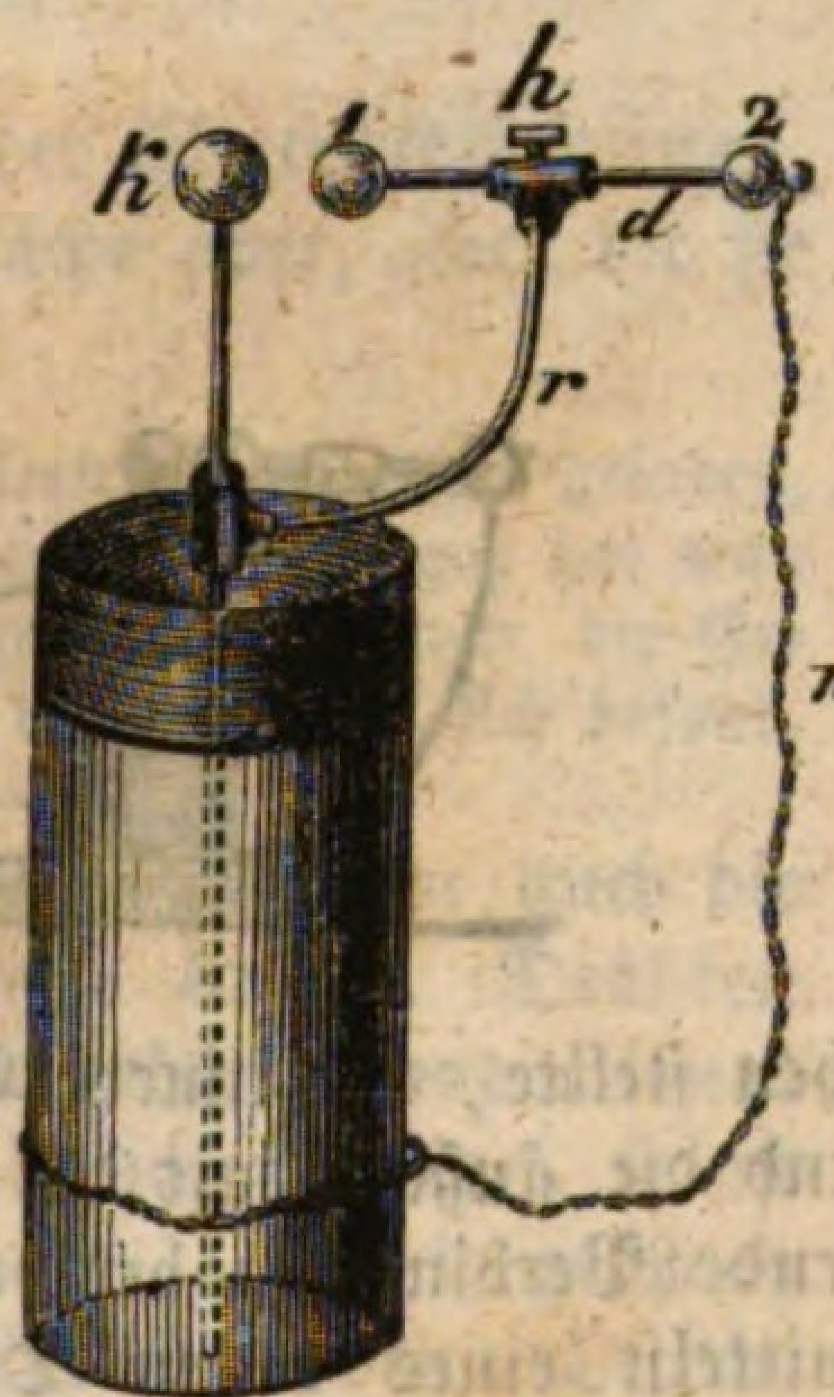


dann mit derselben Stärke wirken, wie das obere, wenn die electrische Kraft des unteren Flächenstückes mit der Entfernung von A in demselben Verhältniße abnimmt, in welchem sein Flächeninhalt wächst. Nun verhalten sich die Flächeninhalte von a b und a' b' gerade so wie die Quadrate der Höhen dieser Pyramiden a b A und a' b' A, also wie die Quadrate der Entfernungen der Flächenstücke a b und a' b' von A; mithin nimmt die electrische Action eines jeden Theilchens auf A in demselben Verhältniß ab, wie das Quadrat seiner Entfernung von A wächst.

Das Gesetz bezüglich der Intensität der Kraft, mit welcher zwei electrische Theilchen von der Ferne auf einander einwirken, in Verbindung mit dem oben angeführten Fundamentalgesetze für das electrische Gleichgewicht, setzt uns in Stand, die Anordnung der Electricität auf der Oberfläche isolirter Leiter zu finden, wenn diese wechselseitig auf einander einwirken, oder auch unter dem Einflusse nicht electrischer Leiter stehen.

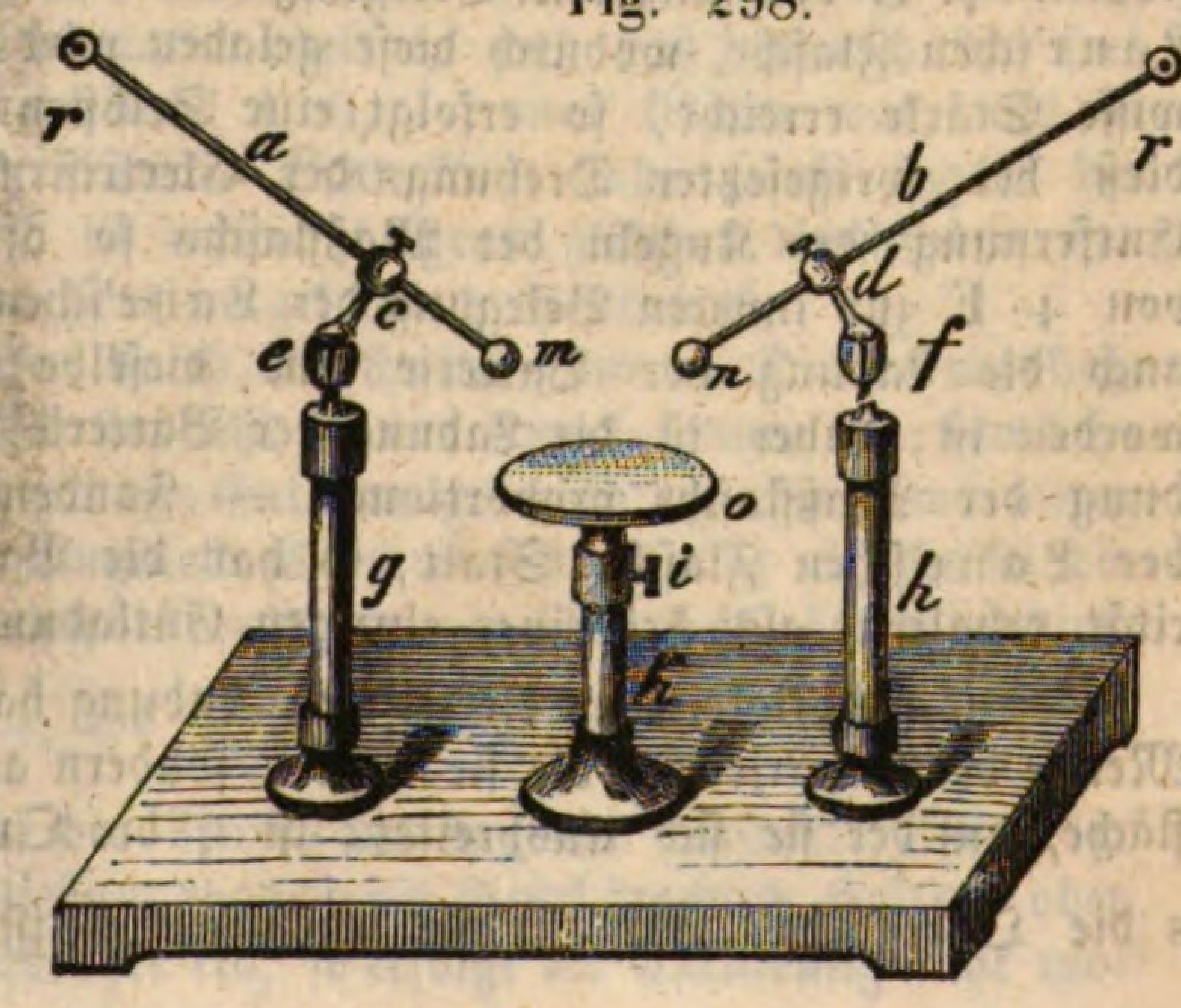
§. 205. **Lane's Flasche, und Henley's allgemeiner Auslader.** In mehrfachen Fällen, leistet die Einrichtung Fig. 297, welche Lane der Leidner Flasche gegeben hat, vortreffliche Dienste. An dem Metallstabe des Knopfes K der Flasche wird ein krummes Glasrohr befestiget, das oben eine Hülse trägt, in der sich ein an den Enden mit Kugeln versehenes horizontales Metallstäbchen hin- und herschieben, und in einer gewissen Lage mittelst eines Schräubchens h feststellen läßt; wird die äußere Belegung durch einen Metalldraht mit diesem Stäbchen verbunden, und hierauf die Flasche wie gewöhnlich geladen, so entladet sie sich von selbst, sobald die electrische Spannung an den Belegungen so groß geworden ist, daß die Electricität die Luftschichte zwischen dem Knopfe und der nächsten Kugel zu durchbrechen vermag. Die electrische Spannung, bei der die Entladung erfolgt, mithin auch die Stärke des Entladungsschlages, wird desto bedeutender, je größer der Abstand des Knopfes von der Kugel (1) ist. Man nennt diese Flasche auch Maßflasche.

Fig. 297.



Henley's allgemeiner Auslader, der bei den Untersuchungen der Wirkungen des Entladungsschlages fast unentbehrlich ist, besteht aus zwei massiven Glassäulen Fig. 298, deren jede oben mit einer in einem Charnier (Kugelgelenke) beweglichen Hülse versehen ist; jede Hülse hält ein Metallstäbchen, das sich in Kugeln endigt, beliebig bewegen, und in einer gewissen Lage

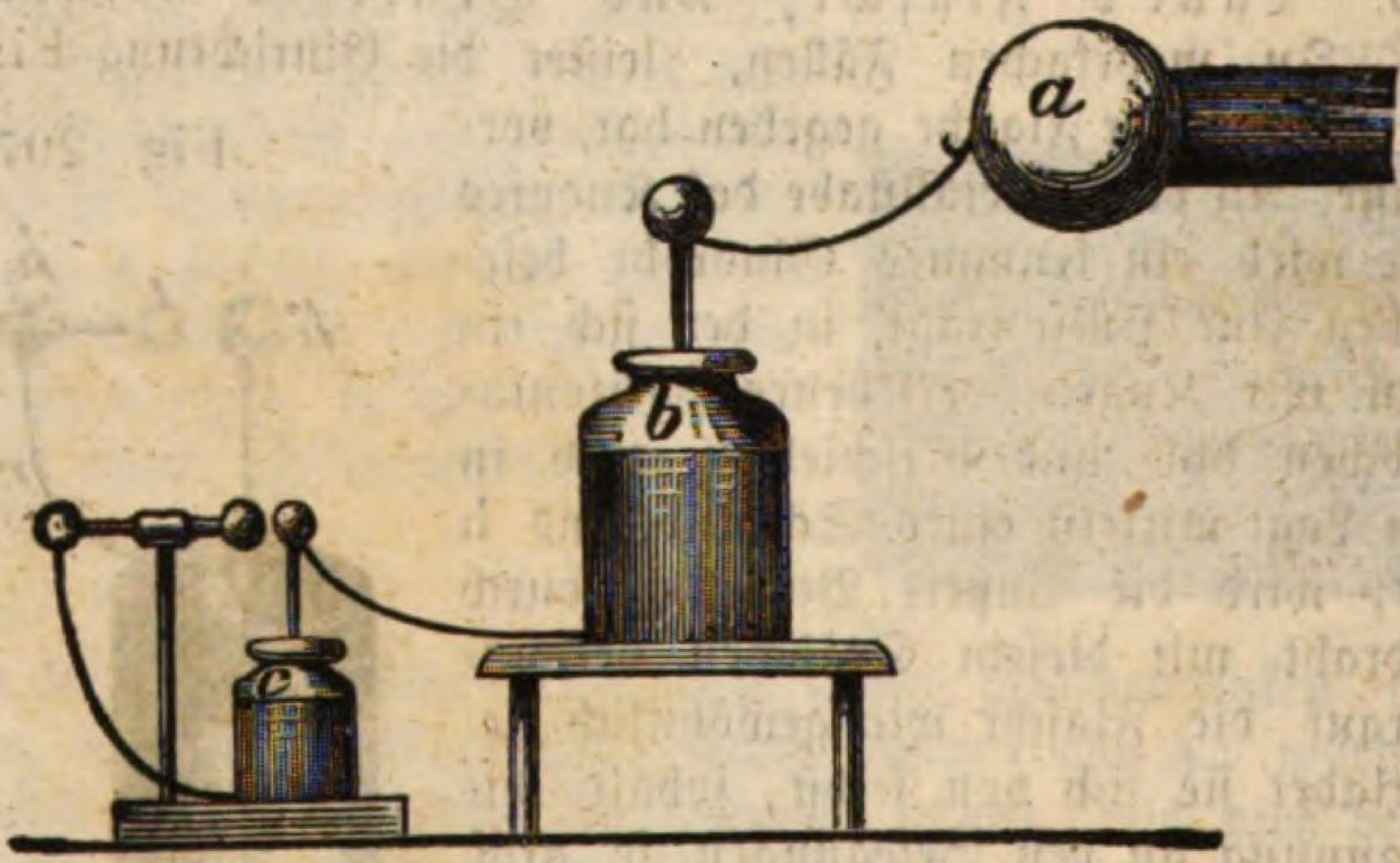
Fig. 298.



durch ein Schräubchen feststellen läßt. Zwischen den beiden Säulen ist ein mit einer Glasplatte bedecktes Tischchen, das sich heben und senken läßt, und das den Gegenstand trägt, durch den der electrische Strom geleitet wird.

§. 206. Wirkungen des Entladungsschlages. Wir haben die vorzüglichsten Wirkungen desselben bereits angeführt, und es bleibt nur übrig, noch einige andere Wirkungen und die Gesetze, nach denen sie erfolgen, zu besprechen. Rieß, der die Wirkungen desselben genau und gründlich untersuchte, verschaffte sich zuerst ein genaues Maß für die Quantität der auf einer Flasche oder einer Batterie angehäuften Electricität, indem er die Flasche oder Batterie b Fig. 299 auf ein mit Glasfüßen versehenes Tisch-

Fig. 299.



chen stellte, die innere Belegung mit dem Conductor der Electrisirmaschine, und die äußere mit der inneren Belegung einer Lane'schen Flasche in leitende Verbindung brachte; die äußere Belegung dieser Flasche wurde vermittelst eines dicken Drahtes mit einer großen, nicht isolirten Metallfläche z. B. mit einem Zinkdache verbunden, um eine vollkommene Ableitung zu erzielen. Bei der Ladung der Batterie übergeht die abgestoßene + E der äußeren Belegung von b zur inneren Belegung der Lane'schen Flasche, wodurch diese geladen wird; hat diese Ladung eine gewisse Stärke erreicht, so erfolgt eine Selbstentladung dieser Flasche, und dieß bei fortgesetzter Drehung der Electrisirmaschine und unveränderter Entfernung der Kugeln der Maßflasche so oft, wie oft dieselbe Menge von + E zur inneren Belegung der Lane'schen Flasche übergegangen, also auch die Ladung der Batterie um dieselbe Electricitätsmenge vermehrt worden ist; daher ist die Ladung der Batterie der Anzahl der Selbstentladung der Maßflasche proportional. — Fanden z. B. n Selbstentladungen der Lane'schen Flasche Statt, so hat die Batterie n Mal mehr Electricität erhalten, als bei einer einzigen Entladung.

Die Dichtigkeit der electrischen Ladung hängt nicht allein ab von der Menge der Electricität, die sie erhält, sondern auch von der Größe der Oberfläche, auf der sie sich ausbreitet; ist q die Quantität der Electricität und s die Oberfläche, auf der sie ausgebreitet ist, so gibt der Quotient $\frac{q}{s}$

die Dichtigkeit der E an der geladenen Batterie. Dieser Dichtigkeit ist nach den Versuchen von Rieß die Schlagweite proportional; letzere ist aber unabhängig von der Beschaffenheit des Schließungsbogens, wenn nur die Flächen, zwischen welchen die Entladung vor sich geht, unverändert bleiben. Allein die Beschaffenheit des Funkens wird eine andere, wenn der Schließungsbogen geändert wird; so erhält man bei Flaschen, wenn man Kupferdraht anwendet, 1½ Linien lange Funken von einem sehr intensiven Glanze, begleitet von einem schmetternden Knalle; gebraucht man Platindraht, so sind die Funken eben so lang, aber das Licht schwach, der Schall dumpf.

Um die Erwärmung dünner Drähte, erzeugt durch den Entladungsschlag der Batterie zu ermitteln, bediente sich Rieß eines Luftthermometers mit einer Kugel von drei Zoll im Durchmesser, durch die ein dünner, schraubenförmig gewundener Platindraht hindurchging; wurde durch den Entladungsschlag der Draht erwärmt, so mußte auch die Luft in der Kugel erwärmt, und die Flüßigkeitssäule in der Röhre niedergedrückt werden. Das Ergebniß der Versuche war

a) daß die Erwärmung des Drahtes dem Quadrate der Electricitätsmenge, womit die Batterie geladen ist, direkt, der Oberfläche aber, über die sie ausgebreitet erscheint, umgekehrt proportional ist.

War die nämliche Flasche mit der nfachen Electricitätsmenge geladen, so war die Erwärmung n^2 mal größer, als bei der einfachen Menge; hat man aber mit der nämlichen Electricitätsmenge n Flaschen geladen, so war die Erwärmung nmal kleiner, als wenn dieselbe Menge E in einer Flasche sich befand.

b) daß die Temperaturerhöhung der Luft in der Kugel, mithin auch die im Drahte freigewordene Wärmemenge bei gleich langen Drähten desselben Metalls den Querschnitten derselben umgekehrt proportional ist. Ist der Durchmesser eines Drahtes 2, 3, . . . mal größer, so ist sein Querschnitt, mithin auch seine Masse 4, 9, . . . mal größer; würde nun die Temperatur nur 4, 9, . . . mal kleiner als beim Durchmesser = 1, so wäre eigentlich die freigewordene Wärmemenge dieselbe, wie bei dem Durchmesser = 1; allein man fand, daß in einem 2, 3, . . . mal dickeren Drahte bei demselben Entladungsschlage eine 16, 81, . . . mal geringere Temperatur eintrat, und daß demnach die frei gewordene Wärmemenge wirklich 4, 9, . . . mal kleiner war, als in einem Drahte von einfacher Dicke. Man kann daher auch sagen: die Temperatur eines Drahtes ist unter übrigens gleichen Umständen der 4ten Potenz seines Halbmessers umgekehrt proportional.

c) Wird der Schließungsbogen durch Einschaltung neuer Drähte namhaft verlängert, während der Platindraht in der Kugel immer der nämliche bleibt, so wird dadurch die durch den Entladungsschlag erzeugte Erwärmung in allen Theilen des Schließungsleiters vermindert. Heißt h die in der Kugel beobachtete Erwärmung bei der Länge = l des Schließungsbogens; so ist $h = \frac{a}{1 + b\,l}$, wo a der Werth von h ist für l = o, und b eine von der Natur des Leiters abhängende constante Größe ist.

d) Schaltet man in den Schließungsbogen ein Stück feuchten Holzes, oder eine mit Wasser gefüllte Glasröhre ein, so erfolgt die Entladung nicht mo-

mentan, sondern nach und nach, und selbst die stärksten Batterien sind nicht im Stande eine Senkung der Flüssigkeit im Luftthermometer von 0 . 1''' zu bewirken. Daraus schließen wir, daß jede Verminderung der Erwärmung nur die Folge einer Verzögerung der Entladung ist, und daß auch die Veränderung in der Länge und Dicke des Drahtes einen Unterschied in der Entladungszeit herbeiführt. Die Untersuchungen lehren, daß die Erwärmung eines Drahtes durch electrische Entladung der Dauer dieser Entladung umgekehrt proportional ist; durch Einschaltung von homogenen Drähten wird die Entladung um eine Zeit verzögert, die der Länge des eingeschalteten Drahtes direct und seinem Querschnitte umgekehrt proportional ist.

e) Werden verschiedenartige Metalle von gleicher Länge und Dicke in den Schließungsbogen eingeschaltet, aber der Draht im Thermometer unverändert gelassen, so erscheint bei demselben Entladungsschlage die Temperaturerniedrigung sehr verschieden; man schließt hieraus daß die Verzögerungskraft der Metalle spezifisch verschieden ist. So mußte man den Kupferdraht 6.44 Mal länger machen, als einen gleich dicken Platindraht, um dieselbe Verzögerungskraft zu bekommen.

Die Verzögerungskraft bestimmt die Größe des Leitungswiderstandes, und ihr reciproker Werth heißt Leitungsfähigkeit. Setzt man die Leitungsfähigkeit des Kupferdrahtes = 100, so ist nach Rieß die des Drahtes von Silber = 149, von Gold 89, von Messing 28, Eisen 18, Platin 15, Blei 10, Neusilber 9.

f) Stärkere Entladungen bringen den Draht zum Glühen, bevor die dazu nöthige Electricitätsmenge erreicht ist; dabei beobachtet man, daß der Draht sichtbar erschüttert wird, daß Funken an seinen Enden auftreten, und von seiner Oberfläche Theilchen losgerissen werden, die in Gestalt eines dichten Dampfes von ihm aufsteigen, der Draht erhält Einbiegungen, die mit der Stärke der Ladung an Zahl und Größe zunehmen.

Bezeichnet man mit 1 die Stärke des Entladungsstromes, welche zum Glühen eines Platindrahtes erforderlich ist, so glüht bei gleichen Dimensionen ein Draht

von Eisen bei einer Stromstärke	0.816
„ Messing „ „ „	2.59
„ Silber „ „ „	4.98
„ Kupfer „ „ „	5.95

g) Durch wachsende Verstärkung des Entladungsstromes wird der Draht weiß glühend, reißt dann von seinen Befestigungspunkten ab, er zersplittert, schmilzt und zerstäubt. Wo eine electrische Schmelzung eintritt, ist immer eine Zersplitterung des Drahtes vorhergegangen und die Schmelzung ist nur die Wirkung der Hitze auf fein zertheiltes Metall, weshalb sie bei einer Temperatur unter dem Schmelzpunkte vor sich geht. Die geschmolzenen Theilchen werden in Form von Kügelchen zerstreut. Leicht oxydirbare Metalle nehmen Sauerstoff auf, wobei eine neue Temperaturerhöhung eintritt, welche die Schmelzung erleichtert; daher schmilzt das Eisen oft bei Entladungen, die für sich allein nur ein mäßiges Glühen erzeugt haben würden. Durch Steigerung der Ladung über den Punkt hinaus, bei welchem sie den Draht vollständig schmelzen würde, ist es möglich die ganze Drahtmasse unter

glänzender Lichtentwicklung und starkem Knall in eine Dampfwolke zu verwandeln.

2. Durch den Entladungsstrom einer electrischen Batterie kann auch die Magnetnadel abgelenkt werden, jedoch muß die Entladung, wie in dem Falle, wo durch den electrischen Funken Schießpulver entzündet werden soll, dadurch, daß man z. B. feuchte Schnüre, oder mit Wasser gefüllte Glasröhren in den Schließungsbogen einschaltet, verzögert werden. Sind die Windungen des Multiplicators sehr gut isolirt z. B. dadurch, daß man den Draht dreimal mit Seide überspinnt und noch mit Schellackfirniß mehrmal überzieht, so erzeugt man eine Ablenkung der Magnetnadel durch einen Strom von Reibungselectricität, indem man das eine Drahtende des Multiplicators mit dem Conductor, das andere mit dem Reibzeug der Electrisirmaschine in leitende Verbindung bringt, und hierauf die Maschine in Gang setzt.

3. Der Entladungsstrom erzeugt auch chemische Wirkungen. Verschließt man z. B. eine mit Wasser gefüllte Glasröhre an jedem Ende mit einem Korkpfropf, und steckt durch jeden ein Haarröhrchen, in dem ein feiner Platindraht eingeschmolzen ist, so durch, daß die sichtbaren Drahtenden nur wenig von einander abstehen, verbindet die andern Drahtenden mit dem Conductor und dem Reibzeuge der Electrisirmaschine, so bewirkt der electrische Strom der beim Drehen der Maschine entsteht eine Zersetzung des Wassers, dessen Bestandtheile an den Drahtspitzen sichtbar werden. — Legt man auf eine Glasplatte zwei Streifen Stanniol einander gegenüber, und auf jeden einen Platindraht, so, daß er über den Streifen herausragt, und ein Raum zwischen beiden Drahtenden verbleibt, den man durch einen dicken Strich von Kupfervitriollösung ausfüllt, so wird letztere zerlegt, sobald man den einen Streifen mit dem Conductor und den andern mit dem Reibzeuge einer in Gang befindlichen Electrisirmaschine in Verbindung setzt; an dem mit dem Reibzeuge verbundenen Drahte scheidet sich metallisches Kupfer aus. Gebraucht man eine Auflösung von Jodkalium, so scheidet sich das Jod an dem mit dem Conductor verbundenen Drahte aus.

4. Durch Electricität kann man auch auf der Oberfläche verschiedener Körper Figuren, die man durch Bestäuben oder Anhauchen sichtbar macht. erzeugen, weshalb man Staub- und Hauchfiguren unterscheidet. Rieß hat durch Versuche die Umstände ermittelt, unter welchen sie entstehen. Die Staubfiguren (Lichtenbergische Figuren) erhält man nach Rieß am leichtesten, wenn man eine Kupferplatte auf einer Seite mit Pech überzieht, dann die Metallfläche durch einen Draht mit der Erde in Verbindung setzt und auf die Pechfläche eine isolirte Metallspitze aufstellt; wird diese am oberen Ende mit dem Knopfe einer positiv geladenen Flasche berührt, hierauf isolirt entfernt, und die electrisch gewordene Stelle mit einem Gemenge von Schwefelblumen und Mennige bestreut, das durch das Beuteln gleichfalls electrisch wird; so sieht man eine gelbe runde Sonne mit dichten Strahlen, indem sich die Schwefeltheilchen an die positiv electrischen, die Mennige an die negativ electrischen Stellen der Harzschichte sammeln. Geschah die Berührung des oberen Theils der Metallspitze mit einer negativ geladenen Flasche, so entsteht eine kreisrunde rothe Sonne; die Figur ist auch kleiner als die erstere. Im luftleeren Raume entstehen keine Figuren.

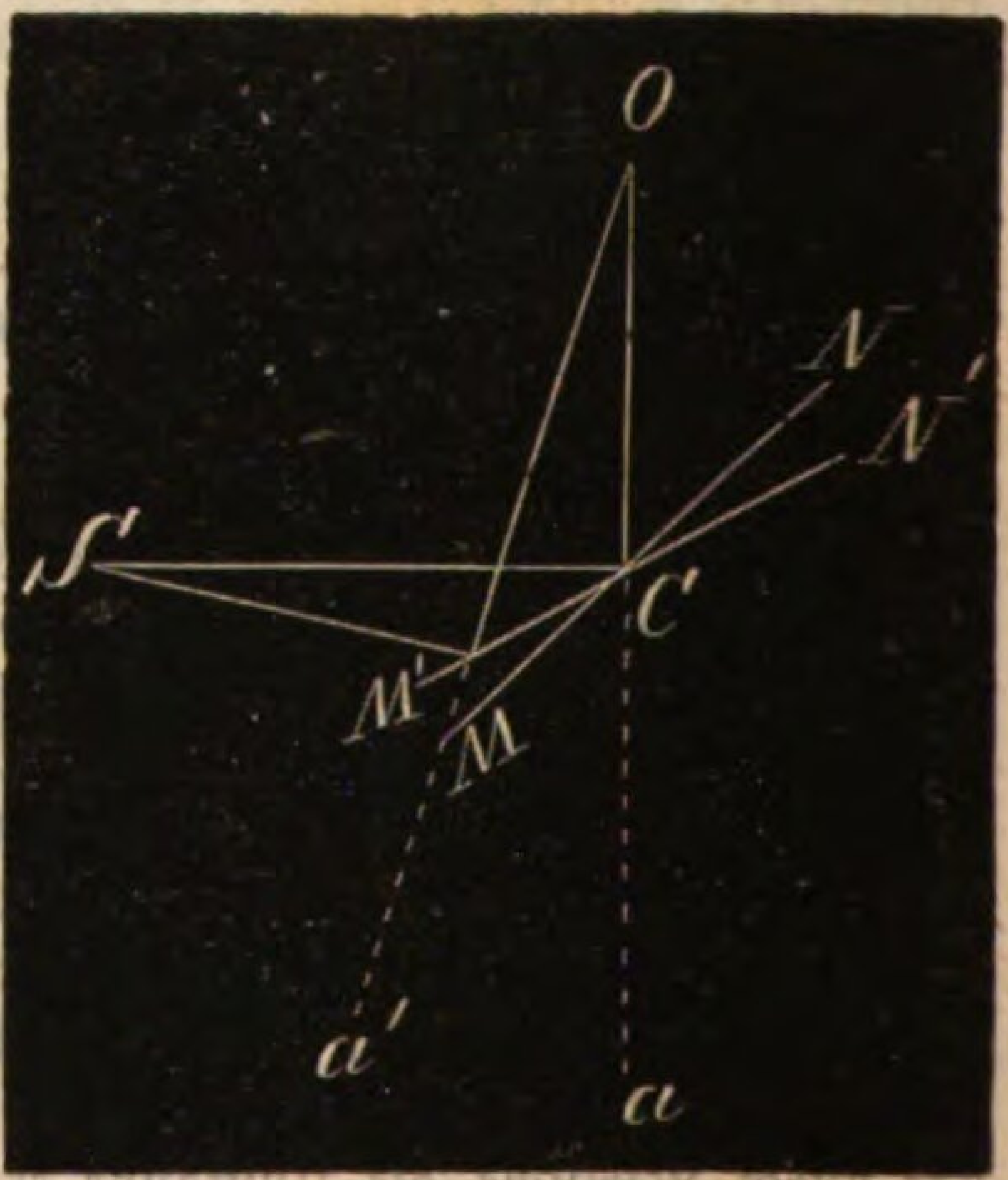
Rieß hat gezeigt, daß die Staubfiguren nur dann entstehen, wenn der Uebergang der Electricität auf die isolirende Platte successiv geschieht; er nimmt an, daß

dabei die Luft und die in ihr befindlichen Wasserdünste gewaltsam gegen die Oberfläche der Platte getrieben werden, wodurch diese (wie Faraday gezeigt hat) negativ electrisch wird, und die Ausbreitung der nachfolgenden positiven Electricität, somit das Entstehen einer strahligen Figur begünstigt; läßt man auf die Harzschichte negative Electricität übergehen, so wird ihre Ausbreitung durch die negative der Harzfläche gehindert; die Figur wird nicht groß und eine abgerundete Gestalt annehmen.

Legt man nach Karsten eine Münze auf Spiegelglas, das auf einer ableitenden Metallplatte ruht, und läßt hierauf viele Funken aus dem Conductor der Maschine auf die Münze schlagen, die zugleich um den Glasrand herum von der Münze auf die Metallplatte übergehen, so stellt sich beim Behauchen des Glases das vollständige Bild der Münze dar. —

§. 207. **Dauer des electrischen Entladungsfunkens und Forpflanzungsgeschwindigkeit des electrischen Stroms.** Um die Versuche, die Wheatstone über diese Gegenstände angestellt hat, zu begreifen, wollen wir Folgendes vorausschicken. Es sei MN Fig. 300, ein Spiegel, der um eine in seiner Ebene liegende Axe gedreht wird, gegenüber dem Spiegel in gleicher Höhe mit ihm entstehe ein electrischer Funke S gerade in dem Augenblicke, wenn der Spiegel mit dem horizontalen Strahle S C den Winkel von 45° bildet; so wird dieser Strahl vertikal aufwärts reflectirt; gelangt er ins Auge O eines Beobachters, der von oben in den Spiegel sieht, so erscheint ihm das Bild des Funkens in der Verlängerung von O C z. B. in a. Kommt der Spiegel in die Lage M′ N′ und dauert der Funke fort, so erblickt ihn der Beobachter in der von S auf M′ N′ gefällten Senkrechten im Punkte a′ das Bild erscheint bei jeder Veränderung der Lage des Spiegels an einem andern Orte, und bewegt sich bekanntlich dergestalt, daß der Drehungswinkel des Bildes a C a′ zweimal so groß ist als der Drehungswinkel des Spiegels M C M′. Beträgt S C z. B. 5 Fuß = 60 Zolle, so ist auch C a = 60 Zoll, mithin die ganze Peripherie nahe = 377 Zoll, und ein Grad etwas mehr als 1 Zoll. Würde der Funke, während der Zeit in welcher der Spiegel $\frac{1}{2}$, mithin sein Bild einen ganzen Grad zurücklegt, fortdauern, so müßte der Beobachter eine Lichtlinie von 1 Zoll Länge im Spiegel sehen. Geschieht die Drehung des Spiegels in der entgegengesetzten Richtung, so entfernt sich das Bild rechts von den verticalen O a.

Fig. 300.

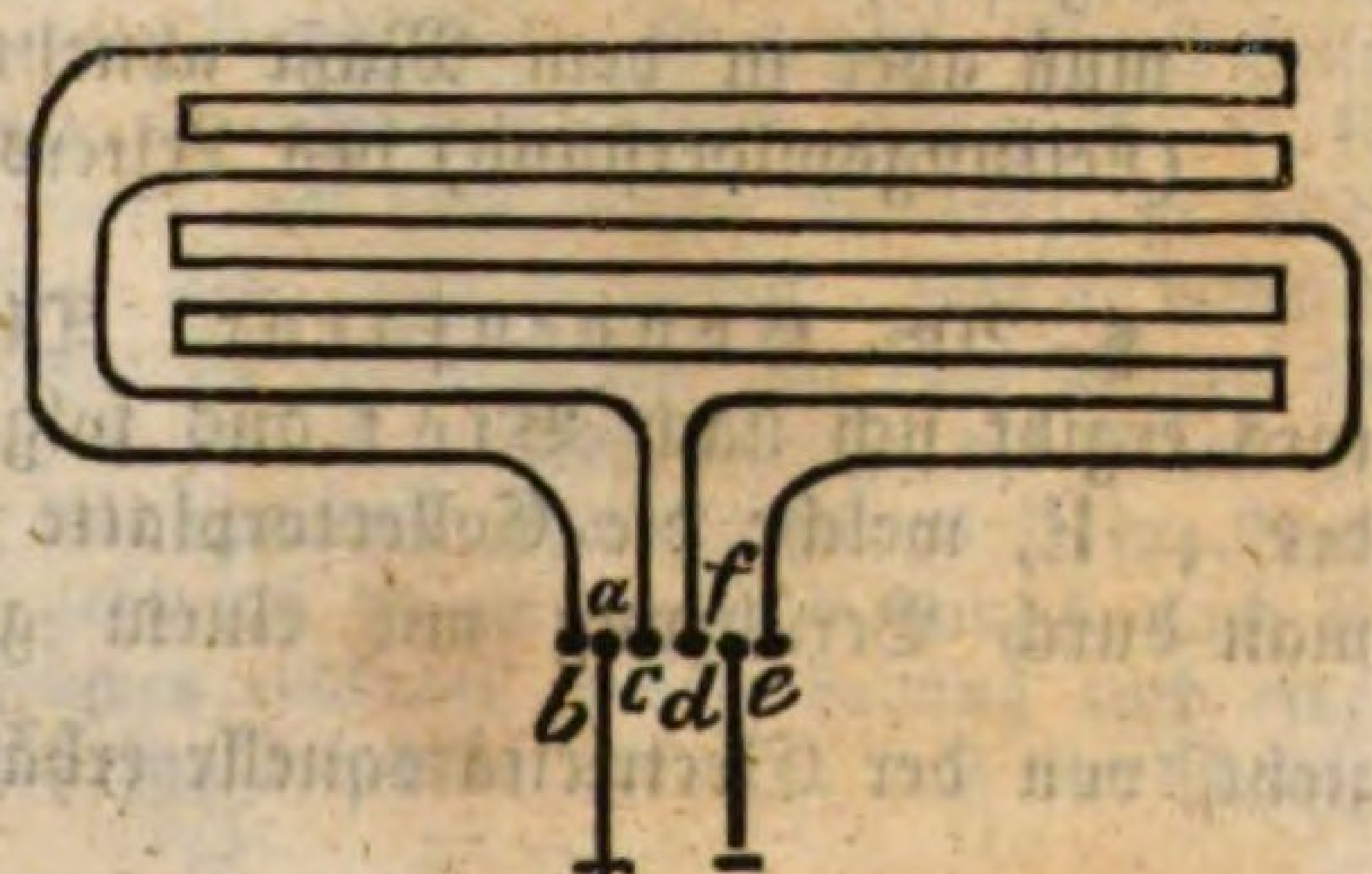


Wheatstone gab seinem Apparate die Einrichtung, daß der Spiegel 50 Umdrehungen in 1″ machte, und dem Spiegel gegenüber durch Entladung einer Leidnerflasche ein Funke genau in dem Augenblicke entstand, wo der Spiegel gegen den Horizont um 45° geneigt war; demnach war

die Zeit einer Umdrehung $= \frac{1''}{50}$, und die Zeit für den Drehungswinkel von $\frac{1}{4}$ Grad $= \frac{1''}{50.360.4} = \frac{1''}{72000}$; während dieser letztgenannten Zeit durchläuft das Bild einen Bogen von $\frac{1}{2}$ Grad; würde der Funke eben so lange fortdauern, so müßte er dem Beobachter im rotirenden Spiegel als ein Lichtstreifen von $\frac{1}{2}$ Zoll Länge erscheinen. Dieß ist aber nicht der Fall, sondern der Funke erschien vollkommen so, wie in dem ruhenden Spiegel; somit beträgt seine Dauer nicht einmal $\frac{1}{72000}$ einer Secunde.

Um die Fortpflanzungsgeschwindigkeit zu ermitteln, befestigte Wheatstone auf einem Brette 6 Fig. 301. Metallkügelchen a, b, c, d, e, f, dergestalt, daß sie gehörig isolirt waren, und genau in einer horizontalen Linie lagen und zwar so, daß a von b um $\frac{1}{10}$ Linie, eben so weit c von d und e von f, aber diese Paare selbst viel weiter von einander entfernt waren. An den Kügelchen a und f waren zwei Dräthe befestiget, die mit den Belegungen einer Leidnerflasche in Verbindung gesetzt werden konnten; vom Kügelchen b ging in vielen Windungen ein $\frac{1}{4}$ englische Meile langer Draht zum Kügelchen c und ein gleich langer von Kügelchen e zum d. War der Spiegel gegen den Horizont um 45° geneigt, und in dieser Lage ruhig gelassen, so sah man bei der Entladung einer Leidner Flasche drei Funken; nun wurde der Spiegel gedreht, und machte 800 Umdrehungen in einer Secunde, mithin eine Umdrehung in $\frac{1''}{800}$; er durchlief daher einen Winkel von $\frac{1}{4}$ Grad in $\frac{1''}{800.360.4} = t$. Bei dieser schnellen Umdrehung sah man alle drei Funken als kleine parallele Lichtlinien, von denen die mittlere gegen die beiden äußern um einen halben Zoll, mithin um $\frac{1}{2}$ Grad verschoben erschien, und zwar rechts, wenn die Drehung von rechts nach links, und wieder links, wenn sie in entgegengesetzter Richtung geschah. Hieraus folgt:

Fig. 301.



a) daß bei einer beträchtlichen Länge des Entladungsdrahtes die Entladung nicht momentan ist, sondern einige Zeit fortdauert, weshalb sich das Bild des Funkens als eine kleine Lichtlinie darstellt;

b) daß die beiden äußern Funken gleichzeitig erscheinen, da ihre Bilder dieselbe Lage haben; mithin beginnt die electrische Strömung gleichzeitig an beiden Belegungen der Leidnerflasche, und geht gegen die Mitte des kupfernen Schließungsleiters, wobei jede Strömung den Weg von $\frac{1}{4}$ Meile zurückzulegen hat.

c) Der mittlere Funke, dessen Bild um $\frac{1}{2}$ Grad verschoben erscheint, konnte erst entstanden sein, nachdem bereits der Spiegel eine Drehung von $\frac{1}{4}$ Grad gemacht hat; da in dieser Zeit der electrische Strom den Weg $s = \frac{1}{4}$ einer englischen Meile zurückgelegt hat, so ist, wenn man die Geschwindigkeit, mit welcher er sich in dem gebrauchten Kupferdrahte fortpflanzt, mit c bezeichnet,

$$c = \frac{s}{t} = \frac{1}{4} : \frac{1}{800.360.4} = 288000$$

englische, oder 61000 österreichische Meilen. Diese Geschwindigkeit muß aber in dem Maße abnehmen, in welchem die Verzögerungskraft (Leitungswiderstand) des Leiters wächst.

§. 208. Condensator. Die condensirende Kraft eines Condensators ergibt sich nach Biot aus folgender Betrachtung: Ist P die Menge der + E, welche die Collectorplatte unter Mitwirkung der Oberplatte, der man durch Berührung mit einem guten Leiter die abgestoßene + E entzieht, von der Electricitätsquelle erhält, und vermag diese z. B. $\frac{9}{10} P = Q$ von der — E der Oberplatte zu binden, so wird auch letztere einen Theil der + E an der Collectorplatte binden, der $\frac{9}{10} Q = \left(\frac{9}{10}\right)^2 P$ beträgt, daher ist die Menge der freien positiven Electricität an der Collectorplatte

$$P - \frac{81}{100} P = 0.19 P,$$

mithin beinahe ein Fünftel von der ganzen mitgetheilten Menge, während $\frac{4}{5}$ gebunden sind.

Bleibt die Spannkraft der Electricitätsquelle, ungeachtet diese der Collectorplatte Electricität mitgetheilt hat, stets gleich groß, und ist R die freie Electricitätsmenge, welche die Collectorplatte ohne Mitwirkung der Oberplatte erhalten könnte; so tritt bei Mitwirkung der Oberplatte das Gleichgewicht ein, wenn die freie Electricität wieder gleich R wird, mithin wenn

$$R = P - 0.81 P = 0.19 P, \text{ mithin } P = \frac{100}{19} R$$

d. h. die Electricitätsmenge, die sich in der Collectorplatte unter Mitwir-

kung der Oberplatte ansammelt, ist beinahe 5 mal größer als ohne diese Mitwirkung.

Ist im Allgemeinen $Q = mP$, wo m stets ein echter Bruch ist, mithin $m^2 P$ die gebundene Electricität in der Collectorplatte, so ist

$$R = P\,(1 - m^2) \text{ und } \frac{P}{R} = \frac{1}{1 - m^2}$$

die condensirende Kraft des Apparates. Offenbar ist diese Kraft desto größer, je mehr sich das Bindungsvermögen m der Einheit nähert, mithin je dünner die isolirende Schichte ist; jedoch darf diese nicht zu dünn sein, weil sie dann zu leicht von der Electricität durchbrochen würde.

Die gefundene Formel für $\frac{P}{R}$ dient nur, um die Wirkung eines Condensators anschaulich zu machen, aber nicht zur wirklichen Berechnung der condensirenden Kraft, indem diese nach den Untersuchungen von Rieß auch abhängt von der Form und Größe der Condensatorplatte, von der Lage des Ableitungsdrahtes dieser Platte, sogar von der Stelle, an welcher der Collectorplatte die Electricität zugeführt wird.

Die schwächsten electrischen Spannungen entdeckt man mittelst eines Duplicators, der aus zwei mit Collectorplatten versehenen Strohhalmelectrometern A und B, einer Oberplatte C und einem isolirten Metallstäbchen D besteht. Zuerst stellt man C auf A, bringt die Unterplatte mit dem electrischen Körper K, der z. B. + E hat, in Verbindung, während man die Oberplatte mit dem Finger berührt; so wird A mit + E, und C mit — E geladen. Nun zieht man K zurück, setzt C mittelst des isolirenden Stäbchens auf B und berührt die Unterplatte mit dem Finger, so wird in Folge der Vertheilung, welche die — E von C daselbst erzeugt, die Platte B mit + E' geladen; jetzt bringt man A mit B vermittelst des Stäbchens D in Verbindung und berührt C mit dem Finger, so geht fast die ganze + E von A nach B über, so daß B mit + E und mit + E' geladen erscheint, welche Ladung auch eine entsprechende Menge von negativer Electricität in C binden wird, so daß die Menge derselben z. B. um — E' vergrößert wird.

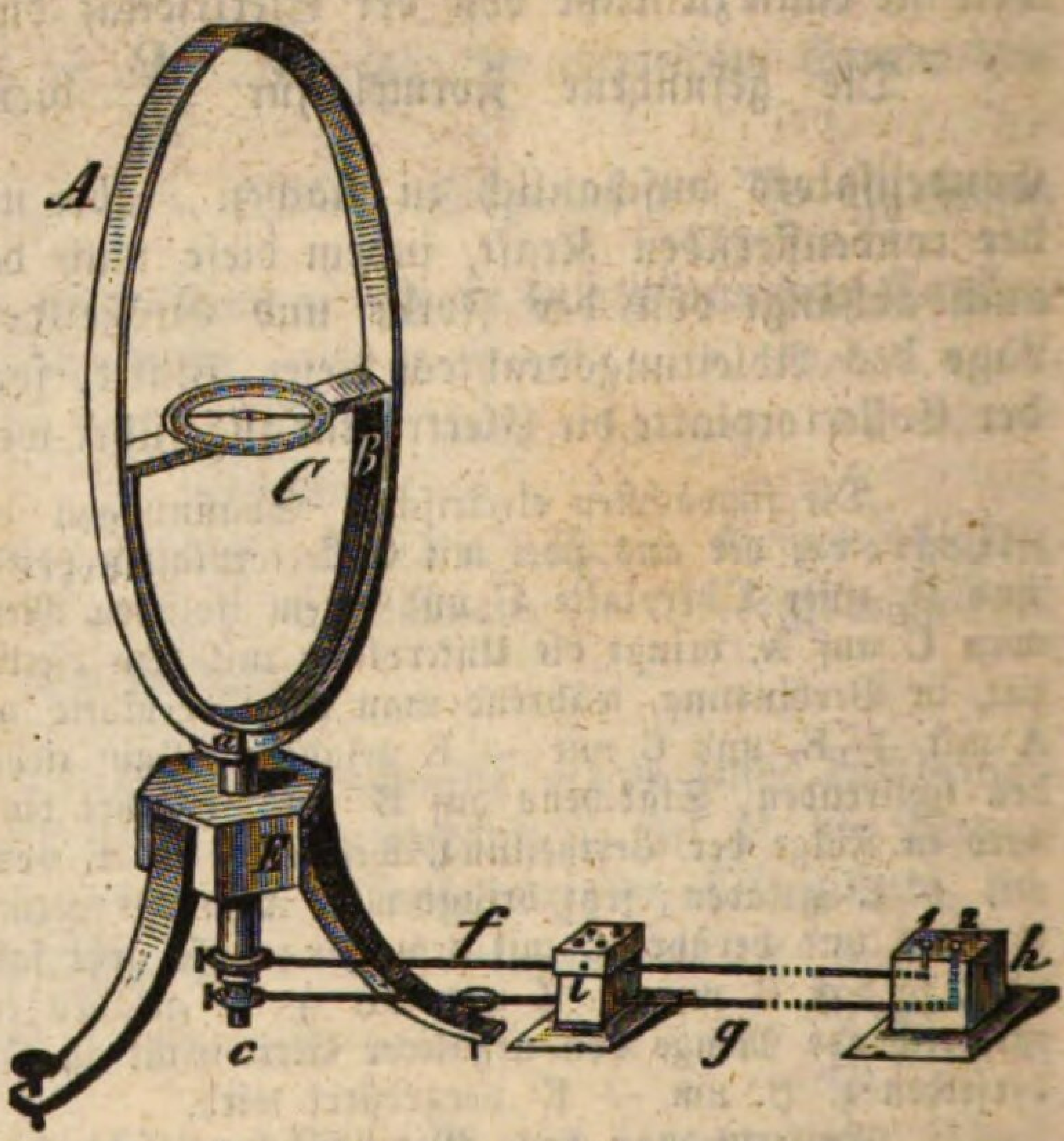
Entfernt man das Metallstäbchen, setzt die Platte C auf A und berührt gleichzeitig A mit dem Finger, so erhält A durch Vertheilung die positive Electricität E''; verbindet man A und B wieder mittelst des Metallstäbchens und berührt mit dem Finger die Oberplatte C, so strömt fast alle Electricität von B nach A und gesellt sich zu der hier durch Vertheilung erzeugten E'', so daß die Anhäufung von positiver Electricität in der Collectorplatte noch größer wird. Durch Wiederholung dieses Verfahrens ist man im Stande eine weit stärkere Spannung zu erzeugen, als sie anfänglich in der Collectorplatte war.

§. 209. **Messung der Intensität eines continuirlichen electrischen Stroms.** Bekanntlich setzt uns das Voltameter in den Stand, aus der in einer bestimmten Zeit mittelst eines electrischen Stroms erzeugten Menge von Knallgas die Stärke dieses Stromes zu bestimmen; allein es gibt noch andere Instrumente, sogenannte Galvanometer, die es uns möglich machen, nach der Ablenkung der Magnetnadel von ihrer Gleichgewichtslage, die durch einen electrischen Strom hervorgebracht wird, sowohl die Richtung des Stroms zu erkennen, als auch die Stärke desselben zu messen. Die Richtung ergibt sich, wenn man sich im electrischen Strome eine menschliche Figur denkt, mit dem Gesicht gegen die Nadel gekehrt, und mit der linken Seite nach jener Gegend gewendet, nach welcher der Nordpol abgelenkt erscheint; der Strom geht dann stets von den Füßen zum Kopf dieser Figur.

Die wichtigsten Galvanometer sind die unter dem Namen Tangenten- und Sinus-Boussole bekannten; bei dem ersten ist die Tangente des Ablenkungswinkels, beim zweiten der Sinus desselben der Stromstärke proportional.

1. Die Tangentenboussole, nach Webers Construction, Fig. 302. besteht aus einem kreisförmig gebogenen Kupfer- oder Messingstreifen, dessen Ebene vertikal steht, und in dessen Centrum der Mittelpunkt einer Declinationsnadel steht; die Länge dieser Nadel ist wenigstens 4mal kleiner als der Durchmesser des Kreises; das eine Ende des kreisförmigen Metallstreifens ist verbunden mit einem vertical abwärts gehenden Metallstabe a b, das andere mit einer metallenen Röhre a c, welche den Stab a b umgibt, aber von ihm durch eine gut isolirende Zwischenlage getrennt ist; von b und c gehen zwei parallele mit Seide übersponnene Drähte zu den Polen einer voltaischen Kette, die von der Magnetnadel so weit absteht, daß der durch sie gehende Strom die Nadel nicht mehr merklich zu affiziren vermag. Die Einwirkungen von a b und a c so wie die der parallelen Drähte auf die Magnetnadel sind einander gleich, und entgegengesetzt, heben sich somit gegenseitig auf, so daß die Ablenkung, welche die Nadel erfährt, nur durch den kreisförmigen Theil des electrischen Stroms hervorgebracht wird.

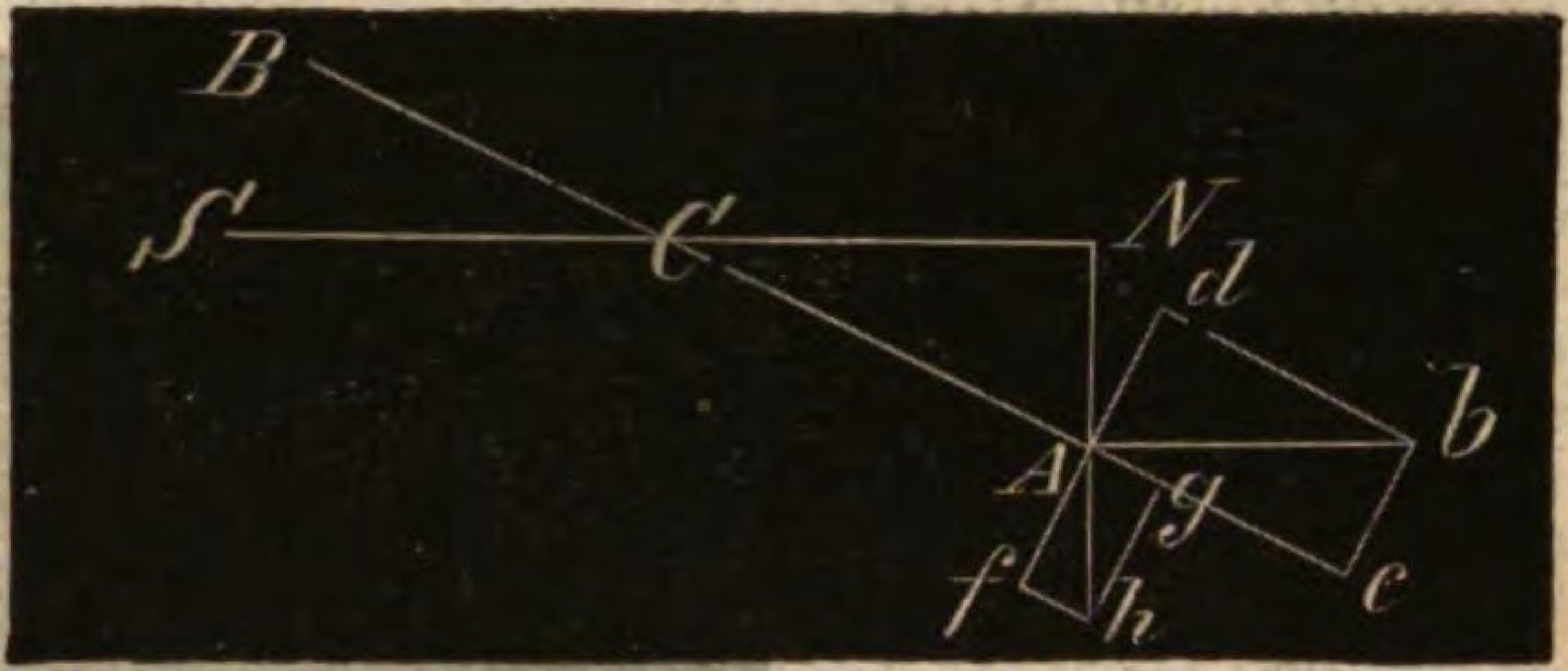
Fig. 302.



Beim Gebrauche wird das Instrument so aufgestellt, daß die Ebene des Kreises in den magnetischen Meridian zu liegen kommt; da sämmtliche Theile des kreisförmigen Stroms sammt den Polen der Magnetnadel in der Kreisebene sich befinden, so werden die Pole von allen Stromtheilchen in einer auf dieser Ebene senkrechten Richtung abgestoßen, und da wegen der Kleinheit der Magnetnadel rücksichtlich des Halbmessers des Kreises die Unterschiede in den Abständen der verschiedenen Stromtheilchen von den Polen der Nadel sehr unbedeutend sind, und dieß selbst dann, wenn die Nadel ihre Gleichgewichtslage verläßt; so läßt sich auch annehmen, daß alle Stromtheilchen mit gleicher Stärke auf die Pole wirken; ihre Resultirende ist demnach eine Kraft, welche die Pole der Magnetnadel in einer auf der Ebene des kreisförmigen Metallstreifens senkrechten Richtung abstößt, und deren Stärke sich nicht merklich ändert, wenn die Magnetnadel sich von ihrer ursprünglichen Gleichgewichtslage entfernt.

Ist NS Fig. 303. die Lage der um C drehbaren Magnetnadel vor der Einwirkung des electrischen Stroms, und AB die Lage, in welcher sie nach der Einwirkung desselben ins Gleichgewicht kommt; so ist NCA = a der Ablenkungswinkel, und die Kräfte, die auf den Nordpol in A wirken, sind: die horizontale Componente H des Erdmagnetismus, wirkend in einer zu NS parallelen Richtung Ab, und die Kraft P des electrischen Stroms in einer auf NS senkrechten Richtung Ah. Wird erstere durch Ab und letztere durch Ah ausgedrückt, und jede in zwei Componenten zerlegt, wovon die eine in der Verlängerung von BA, die andere auf AB senkrecht wirkt; so wird ersichtlich, daß im Zustande des Gleichgewichts die auf AB senkrechten, und in entgegengesetzten Richtungen wirkenden Componenten Ad und Af einander gleich sein müssen; nun ist

Fig. 303.



$$A\,d = H \sin. a, \text{ und } A\,f = P \cos. a,$$

somit $P = H \text{ tang } a.$

Ist in einem anderen Falle die Stromstärke P′, der Ablenkungswinkel a′; so ist

$$P' = H \text{ tang } a', \text{ und}$$

$$P : P' = \text{tang } a : \text{tang } a',$$

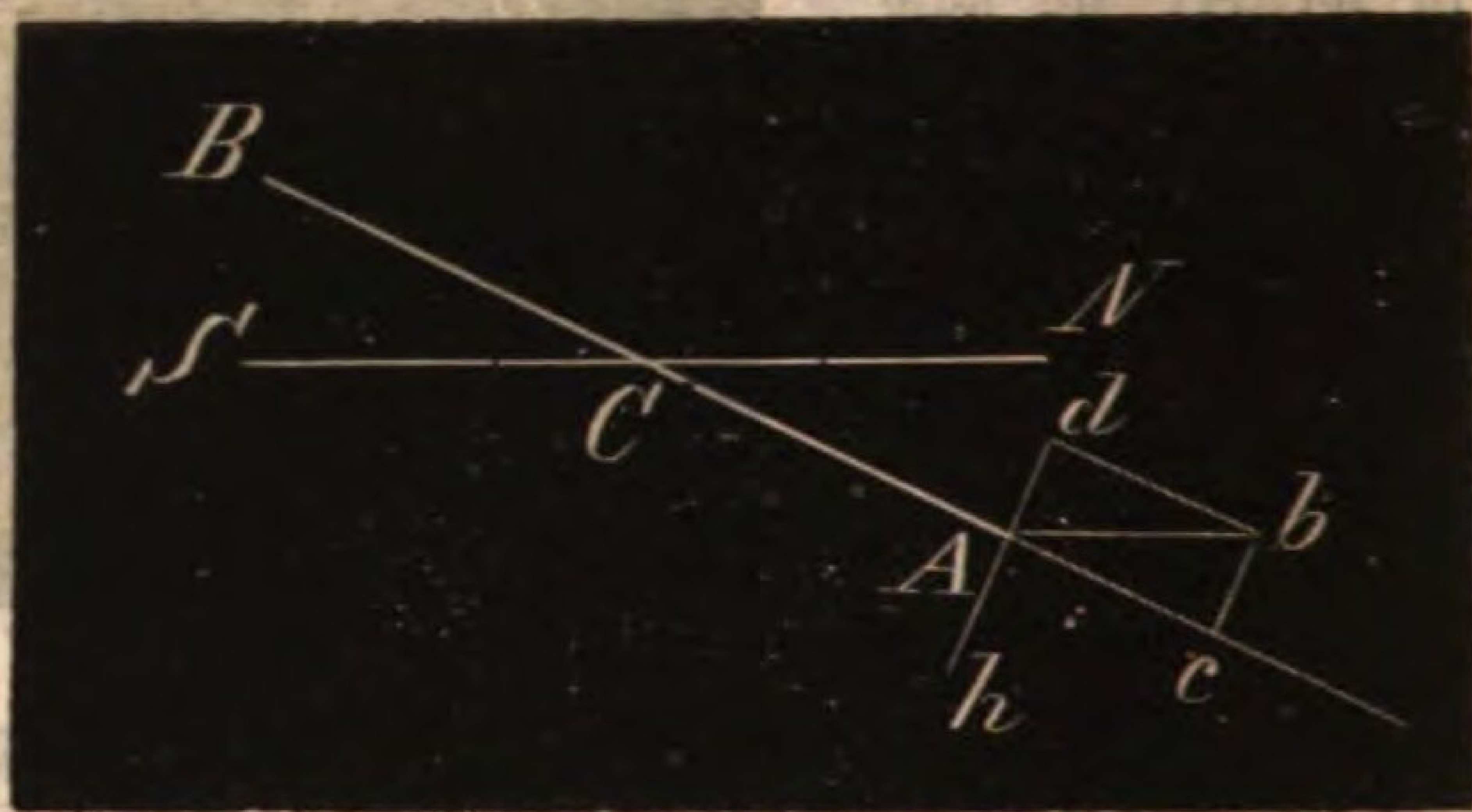
d. h. die Stromstärke ist für denselben Ort der Tangente des Ablenkungswinkels direct proportional; dieß desto genauer, je kleiner die Länge der Magnetnadel im Vergleich zum Durchmesser des Kreises ist. Der Quotient $\frac{P}{H}$, mithin auch der Winkel a erfährt keine Aenderung, wenn der Magnetismus der Nadel ein anderer wird, weil P und H sich stets im gleichen Verhältnisse ändern.

Um den Ablenkungswinkel messen zu können, muß die Magnetnadel mit einem in Grade getheilten Kreise versehen sein, dessen Nullpunkt in der Ebene des Stromes sich befindet; soll die Abmessung mit Genauigkeit geschehen, so nimmt man einen Theilkreis, dessen Halbmesser größer ist als die halbe Magnetnadel, befestigt aber an dieser eine feine Glasnadel von dunkler Farbe, deren Enden sich über der Theilung bewegen. Die Länge der Magnetnadel beträgt gewöhnlich 1 bis 1½ Zoll, die des Halbmessers des Verticalkreises 8 bis 16 Zoll.

2. Die Sinusboussole. Um das Galvanometer auch für schwächere Ströme empfindlich zu machen, muß der kreisförmige Stromleiter der Magnetnadel näher gebracht werden; allein, da sich in diesem Falle die Kraft, mit welcher der Strom auf die Nadel einwirkt, mit ihrer Stellung rücksichtlich der Ebene des Stromleiters ändert; so muß man dem Instrumente eine Einrichtung geben, bei welcher es möglich wird, die kreisförmige

Ebene des Stromleiters so zu bewegen, daß die abgelenkte Magnetnadel beständig in dieser Ebene erhalten werden kann. Es sei NS Fig. 304. die Gleichgewichtslage der Magnetnadel im magnetischen Meridiane, dessen Ebene mit der des Stromleiters anfänglich zusammenfällt; wird die Nadel durch den Strom abgelenkt, so bewegt man die Ebene des Stromleiters nach der Richtung, nach welcher die Ablenkung erfolgt, und bringt es dahin, daß die Nadel, wenn sie z. B. in der Lage AB in Ruhe kommt, abermals in der Ebene des Stromleiters sich befindet, weshalb dieser auf den Pol A in einer auf AB senkrechten Richtung Ah mit der nämlichen Kraft P wirkt, wie bei der ersten Stellung in der Ebene des Meridians. Die magnetische Erdkraft H = Ab, werde wieder so wie früher in die Componenten Ac und Ad zerlegt; im Gleichgewichtszustande ist

Fig. 304.



$$A\,d = P, \text{ mithin } P = H \sin. a.$$

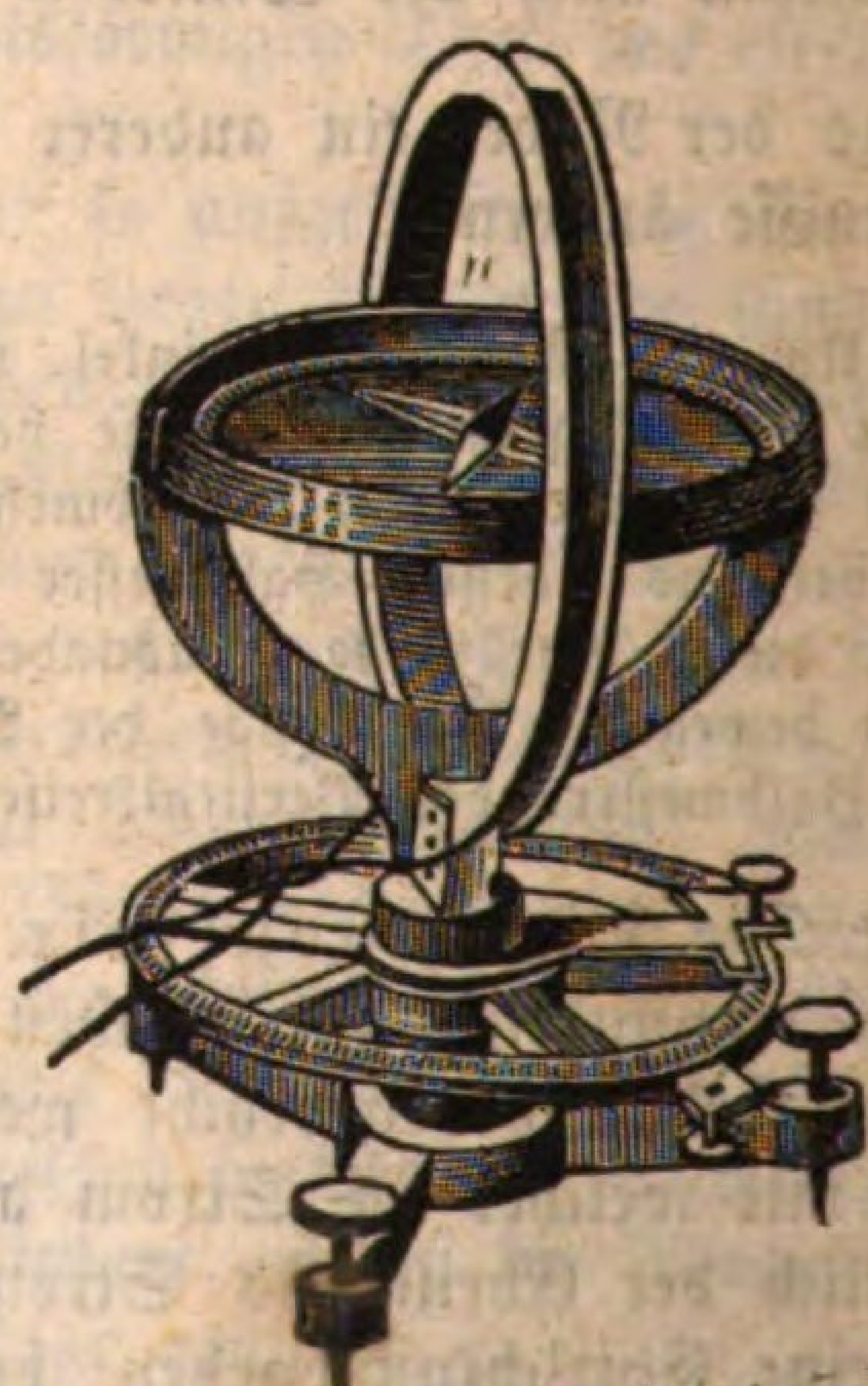
Für die Stromstärke P′ und den Ablenkungswinkel a′, ist $P' = H \sin. a'$; woraus folgt:

$$P : P' = \sin. a : \sin. a'$$

d. h. die Stromstärke ist bei der Sinusboussole für denselben Ort dem Sinus des Ablenkungswinkels direct proportional.

Die Sinusboussole (nach einer von Poggendorf verbesserten Einrichtung) besteht aus einem hölzernen verticalstehenden Kreise A Fig. 305. von 6 Zoll im Durchmesser über den ein mit Seide umsponnener Draht, der den electrischen Strom leitet, mehrmal gewunden ist und mit dem ein horizontaler Kreis B in fester Verbindung steht; der Verticalkreis A sitzt auf der Alhidade eines zweiten unten befindlichen, in Grade und in halbe Grade getheilten horizontalen Kreises C, so daß sein verticaler Durchmesser mit der Axe, um welche die Alhidade gedreht wird, zusammenfällt. Die Magnetnadel ist mittelst eines Coconfadens am Vertikalkreise A dergestalt befestigt, daß ihr Drehungspunkt genau in den Mittelpunkt des Kreises B zu liegen kommt; unterhalb der Nadel in der Richtung des verticalen Durchmessers ist ein zweiter Faden befestigt, der durch eine kleine Kugel gespannt ist, die in einem Glascylinder hängt; dadurch wird das Schwanken und die Torsion des Fadens, der die Nadel trägt, vermieden. An der Alhidade befinde

Fig. 305.



sich, wie gewöhnlich, ein Nonius mit einer Mikrometerschraube. Vor dem Beginne der electrischen Strömung wird das Instrument so aufgestellt, daß die Magnetnadel parallel zur Ebene des vertikalen Kreises steht, und auf den Nullpunkt des Kreises B zeigt; in dieser Stellung wird die Lage der Alhidade am unteren Kreise C angemerkt, und hierauf die electrische Strömung eingeleitet.

Nach geschehener Ablenkung der Magnetnadel, dreht man mittelst der Alhidade den verticalen Kreis A sammt dem mit ihm fest verbundenen horizontalen B so lange, bis die Magnetnadel abermals auf den Nullpunkt von B zeigt, und mithin bezüglich der Ebene des Kreises A genau dieselbe Lage hat, wie im magnetischen Meridiane; nun sieht man, auf welchen Theilstrich des horizontalen Kreises C der Inder der Alhidade zeigt, und erkennt daran die Größe der Drehung der Alhidade, die der Größe des Ablenkungswinkels der Magnetnadel gleich ist. — Die Empfindlichkeit des Instrumentes nimmt zu mit der Zahl der Windungen um den hölzernen Kreis. Bei der Bestimmung des Ablenkungswinkels hat man jedesmal die ruhige Stellung der Magnetnadel abzuwarten.. — Es ist für sich klar, daß man mittelst der beiden Galvanometer nur das Verhältniß der Intensitäten der Ströme erhält, welche während der Einschaltung des Instrumentes stattfinden, aber nicht die, welche der Strom besitzt, bevor das Instrument einen Theil des Schließungskreises bildet, da der Multiplicatordraht den Leistungswiderstand vermehrt.

Wenn man den electrischen Strom einer kräftigen constanten Kette durch einen Wasserzersetzungsapparat (Voltameter) und hierauf durch eine Tangentenboussole leitet; so wird in einer bestimmten Zeit eine gewisse Menge Knallgas erzeugt, während die Nadel in einer gewissen Ablenkung a beharrt. Wird der electrische Strom auf irgend eine Art verstörkt, so nimmt die Menge des Knallgases in demselben Verhältnisse zu, wie die Tangente des Ablenkungswinkels wächst, mithin wie die magnetische Wirkung des Stroms; demnach ist letztere Wirkung der electrolytischen direct proportional, und steht somit mit der Menge der Electricität, die während einer festgesetzten Zeit durch einen Querschnitt durchgeht, im geraden Verhältnisse, daher kann die Kraft, mit welcher ein electrischer Strom auf die Magnetnadel wirkt, als Maß seiner Intensität betrachtet werden.

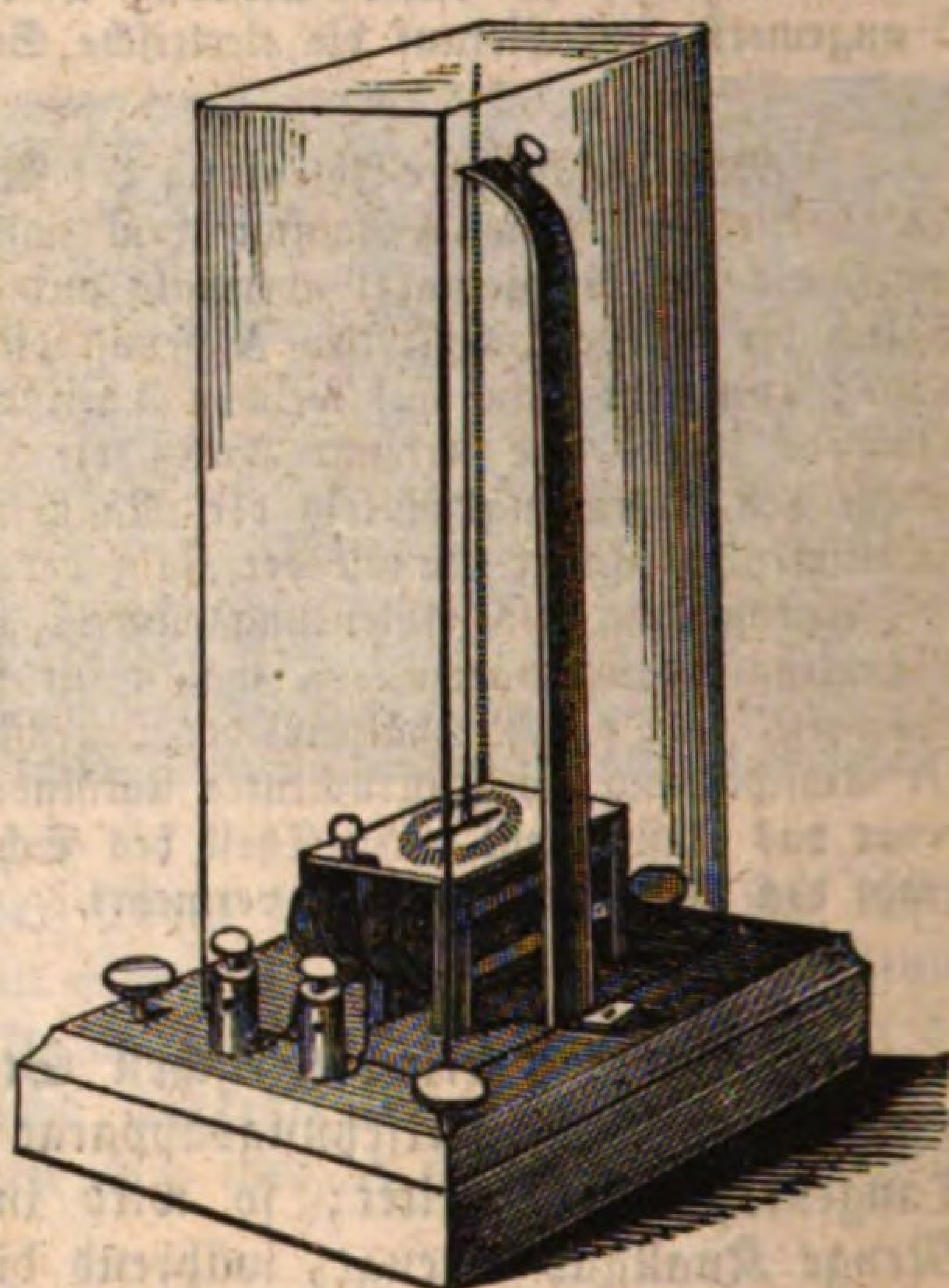
Man kann das Verhältniß der Intensitäten zweier electrischen Ströme auch durch Schwingungsversuche ermitteln, indem man eine Deklinationsnadel zuerst unter dem Einfluße des Erdmagnetismus schwingen läßt, und die Anzahl n der in einer gewissen Zeit gemachten Schwingungen anmerkt, hierauf aber diese Nadel in einen kreisförmigen, wie bei der Tangentenboussole eingerichteten, und auf der Ebene des Meridians senkrecht stehenden Stromleiter stellt, in Schwingungen versetzt und die Anzahl N derselben, die in der nämlichen Zeit wie früher gemacht werden, beobachtet; da im letzteren Falle die Kraft P des electrischen Stroms die Nadel in eine auf der Ebene des Stromleiters senkrechte Lage, mithin in den magnetischen Meridian zu bringen strebt, so wirkt sie übereinstimmend mit dem Erdmagnetismus, weshalb N größer wird als n. Macht die Nadel unter dem Einfluße einer andern Stromstärke P′ eine andere Anzahl N′ Schwingungen, so hat man die Proportion:

$$P : P' = N^2 - n^2 : N'^2 - n^2.$$

Will man das Vorhandensein und die Richtung sehr schwacher electrischer Ströme erkennen, so bedient man sich eines von Nobili construirten Multiplicators. Dieser besteht Fig. 306. aus zwei stählernen, sehr dünnen, gleich stark magnetisirten

Stricknadeln, die so verbunden sind, daß die ungleichnamigen Pole genau über einander stehen; diese auf solche Art verbundenen Nadeln hängen an einem Coconfaden, und bleiben in jeder Lage in Ruhe, weil sie der Erdmagnetismus nach entgegengesetzten Richtungen zu drehen sucht; deshalb heißt diese Verbindung ein astatisches Nadelsystem. Hat der Magnetismus in den beiden Nadeln nicht dieselbe Stärke, so bleibt noch eine schwache Einwirkung des Erdmagnetismus übrig, und es muß der Nordpol der stärkeren Nadel sich nach Norden richten. Das astatische Nadelsystem bringt man mit den Windungen eines über Einen Rahmen gezogenen Multiplicatordrahtes dergestalt in Verbindung, daß die untere Nadel zwischen diesen Windungen, die obere darüber schwebt; um die untere Nadel zwischen die Windungen einzuführen, haben diese in der Mitte einen 3 bis 5 Linien breiten Schlitz. Die obere Nadel spielt über einer in Grade getheilten kreisförmigen Platte; ist diese von Kupfer, und mit Papier überzogen, auf dem die Theilung verzeichnet ist, so dient sie als Dämpfer für die Schwingungen, und bringt die Nadel früher zur Ruhe. — Die Enden des Multiplicatordrahtes werden am besten unter Klemmschrauben gelegt, in die man die Enden des von der Electricitätsquelle kommenden Schließungsleiters einspannt. Das Ganze ist durch einen Glassturz gegen den Luftzug gesichert, wie die Figur 306 zeigt; die Klemmschrauben liegen außerhalb des Glassturzes. Der Rahmen läßt sich gewöhnlich um eine verticale Axe drehen; beim Gebrauche stellt man ihn so, daß der Nullpunkt der Theilung nach Norden zu liegen kommt. — Gewöhnlich läßt man die Stahlnadeln blau anlaufen, und putzt sie dann auf der Südseite wieder hell; man pflegt daher bei ungleich starken Magnetismen der Nadel die stärkere oben zu geben, wo dann der Nordpol gegen Norden gerichtet erscheint. — Geht der electrische Strom durch den Multiplicatordraht, so dreht er die obere Nadel genau nach derselben Richtung, wie die zwischen den Windungen befindliche, und so ist es möglich, daß schon ein sehr schwacher Strom die Nadel senkrecht auf den magnetischen Meridian stellt, wenn der Erdmagnetismus ganz unwirksam ist, aber auch leicht den schwachen Einfluß desselben, falls er vorhanden ist, überwindet, und einen deutlichen Ausschlag der Nadel hervorbringt.

Fig. 306.



Ein Multiplicatordraht, der ein Gewinde hat, das aus zwei neben einander laufenden Drähten besteht, um gleichzeitig zwei nach entgegengesetzten Richtungen gehende electrische Ströme durchzuleiten, bringt eine Ablenkung der Magnetnadel hervor, die dem Unterschiede der Intensitäten beider Ströme entspricht, und wird deshalb Differenzial-Galvanometer genannt.

Um die Stärke des electrischen Stroms durch eine Zahl auszudrücken, muß man eine gewisse Stromstärke als Einheit annehmen z. B. diejenige, bei welcher in einer festgesetzten Zeit eine gewisse Menge Knallgas durch Zerlegung des Wassers erzeugt wird. Leitet man einen electrischen Strom durch ein Voltameter und zugleich durch ein Galvanometer, berechnet die Stromstärke nach der angenommenen Einheit aus der electrolytischen Wirkung, und beachtet den Stand des Galvanometers, so wird man in Stand gesetzt, in jedem andern Falle aus den Angaben des Galvanometers die Stromstärke nach der angenommenen Einheit zu berechnen, da die magnetische Wirkung der electrolytischen direct proportional ist.

§. 210. Leitungswiderstand. Untersuchungen mit dem Galvanometer lehren, daß bei unveränderter Wirksamkeit der Electricitätsquelle die Stromstärke durch Hinwegnahme eines beliebigen Theils des Schließungsleiters vergrößert, durch Einschalten eines neuen Stückes vermindert wird. Hieraus wird ersichtlich, daß jeder Theil des Schließungsleiters die Stromstärke schwächt, somit dem Strome einen Widerstand entgegensetzt, welcher die Menge der durch einen Querschnitt in jeder Secunde durchgehenden Electricität vermindert. Man nennt diesen Widerstand Leitungswiderstand; Stromleiter, die denselben Leitungswiderstand äußern, und daher in einem gegebenen Stromkreise einander ersetzen können, ohne die Stromstärke zu ändern, heißen äquivalente Leiter. Die Versuche beweisen, daß nur metallische Leiter, die bei einer bestimmten Beschaffenheit der Electricitätsquelle und des Schließungskreises als äquivalent sich bewähren, in jedem anderen Falle äquivalent bleiben, wenn nur ihre Temperatur unverändert bleibt, und sie im Schließungskreise an feste Leiter sich anschließen; daher äußert ein metallischer Leiter einen bestimmten Leitungswiderstand, dessen Größe sowohl von der Wirkungsweise der Electricitätsquelle, als von der Art der Fortpflanzung des Stromes unabhängig ist. Anders verhält es sich mit den flüssigen Leitern; hat ein fester Leiter in einem Falle einen flüssigen Leiter ohne Aenderung der Stromstärke vertreten, so geschieht es nicht mehr in einem anderen Falle bei einer anderen Electricitätsquelle oder einem andern Schließungsbogen. Aus diesem Grunde sollen zuerst die Umstände ermittelt werden, von welchen der Leitungswiderstand bei metallischen Leitern, die in Form von (cylindrischen oder prismatischen) Drähten gebraucht werden, abhängig ist.

1. Bei diesen Untersuchungen dient am besten als Electricitätsquelle ein thermoelectrisches Wismuth-Kupferelement, das aus einer an den Enden rechtwinkelig gebogenen Wismuthstange besteht, an deren Enden Kupferdrähte angelöthet sind; die eine Löthstelle bleibt stets im siedenden Wasser, die andere im Eis, mithin ist der Unterschied in der Temperatur beider Löthstellen immer derselbe, folglich behält der electrische Strom, der bei Schließung der Kette entsteht, fortwährend dieselbe Stärke; und da dieses Element für sich selbst dem Strome nur einen sehr geringen Widerstand leistet, so ist man im Stande, selbst geringe, durch kleine Aenderungen in der Beschaffenheit des Schließungsleiters erzeugte Veränderungen in der Stromstärke zu erkennen, was nicht möglich ist, wenn der electrische Strom bereits in der Electricitätsquelle einen bedeutenden Widerstand überwunden hat, wie z. B. in einer voltaischen Säule, wo flüssige Leiter vorkommen, die einen viel größeren Widerstand äußern als die Metalle, weil dann ein neuer eingeschalteter Widerstand nur sehr geringe Aenderungen in der Stromstärke herbeiführt. Schließt man die Kette mit Drähten von verschiedener Länge, Dicke, Temperatur und materieller Beschaffenheit, so läßt sich aus den Abänderungen, die dabei in der Stromstärke vorkommen, der jedesmalige Leitungswiderstand beurtheilen, da dieser in demselben Verhältnisse wächst, wie die Stromstärke abnimmt.

Den Leitungswiderstand, den ein Metalldraht von der Länge $= 1$, und dem Querschnitte $= 1$ äußert und den wir stets mit k bezeichnen wollen, heißt man den spezifischen, zum Unterschiede vom absoluten d. i. demjenigen, den ein Stromleiter überhaupt leistet, ohne Rücksicht auf

seine Länge, Querschnitt oder Temperatur. Der spezifische Leitungswiderstand ist dasselbe, was Rieß die electrische Verzögerungskraft nennt. Der reciproke Werth des Leitungswiderstandes heißt Leitungsfähigkeit. Man überzeugt sich leicht, daß die Größe k für jedes andere Metall, und für jede andere Temperatur desselben Metalls einen anderen Werth hat. Es ist ganz naturgemäß anzunehmen, daß der nämliche Metalldraht bei unveränderlicher Dicke und Temperatur einen 2, 3, 4 . . . n mal größeren Leitungswiderstand äußert, sobald seine Länge 2, 3, 4 . . . n mal größer wird; daher ist für den Querschnitt = 1, und die Länge = l, der Leitungswiderstand = k l.

Eben so ist die Annahme naturgemäß, daß zwei, drei, vier . . . gleich lange und gleich dicke Drähte, die neben einander liegen, und zu einem Leiter verbunden sind, zwei-, drei-, viermal mehr Electricität in derselben Zeit durchleiten, als ein einziger solcher Draht, weshalb auch die Stromstärke in diesem Verhältnisse vergrößert wird; wenn daher die Länge l und die Temperatur eines Drahtes unverändert bleibt, aber der Querschnitt um das qfache vergrößert wird, so erscheint der Leitungswiderstand w um das q fache vermindert, mithin

$$w = \frac{k\,l}{q}.$$

Daß der Leitungswiderstand bei Drähten von derselben materiellen Beschaffenheit der Länge des Stromleiters direct, und dem Querschnitte umgekehrt proportional ist, hat Pouillet durch directe Untersuchungen nachgewiesen. Für einen andern Metalldraht hat man

$$W = \frac{K\,L}{Q}, \text{ mithin ist:}$$

$$W : w = \frac{K\,L}{Q} : \frac{k\,l}{q} \quad (1).$$

Sind zwei Drähte äquivalent, so ist $W = w$, und

$$\frac{K\,L}{Q} = \frac{k\,l}{q},$$

folglich $$l = \frac{K}{k} \,.\, L \,.\, \frac{q}{Q};$$

nach dieser Formel läßt sich die Länge eines Drahtes vom Querschnitte q und dem spezifischen Leitungswiderstande k berechnen, welcher denselben Widerstand dem Strome entgegensetzt, wie ein anderer von der Länge L, dem Querschnitte Q und dem spezifischen Leitungswiderstand K. Nimmt man nun den spezifischen Leitungswiderstand k irgend eines Drahtes z. B. des Kupferdrahtes bei 0° R. als Einheit an, und ist auch sein Querschnitt $q = 1$; so erhält man

$$l = \frac{K\,L}{Q} = W.$$

Diese Länge l heißt die reducirte Länge des Metalldrahtes von der Länge L, dem Querschnitte Q und dem spezifischen Leitungswiderstande K, und ist das Maß des Widerstandes, den letzterer Draht dem Strome entgegensetzt, da l eben so viele Einheiten zählt als die Größe W.

Aus obiger Proportion (1) folgt, daß zwei Drähte aus demselben

Metall, und von derselben Temperatur äquivalent sind, wenn sich ihre Längen so zu einander verhalten, wie ihre Querschnitte, denn da in diesem Falle K = k ist, so wird offenbar W = w, wenn $\frac{L}{Q} = \frac{l}{q}$.

In Betreff des Einflußes der **Temperatur** auf den Leitungswiderstand der Stromleiter wollen wir nur im Allgemeinen bemerken, daß mit der Zunahme der Temperatur des Leiters sein Leitungswiderstand wächst, daß aber diese Erhöhung bei verschiedenen Metallen sehr ungleich ist. — Viele Körper leiten im festen Zustande die Electricität nicht, wohl aber im geschmolzenen, wie z. B. Eis, die Oxyde von Kalium, Blei, Silberchlorid und Bleichlorid.

Die Untersuchungen über den Leitungswiderstand verschiedener Metalle werden durch einen Apparat sehr erleichtert, welcher unter dem Namen **Rheostat** bekannt ist, und bei dem man beliebige, an dem Apparat leicht zu messende Längen desselben Drahtes in den electrischen Strom einschalten kann, ohne die Kette zu öffnen. **Wheatstone**, **Jacobi**, **Poggendorf** haben solche Apparate construirt. Die Figuren 307. und 308. zeigen einen von **Wheatstone** construirten **Rheostat** in $\frac{1}{7}$

Fig. 307.

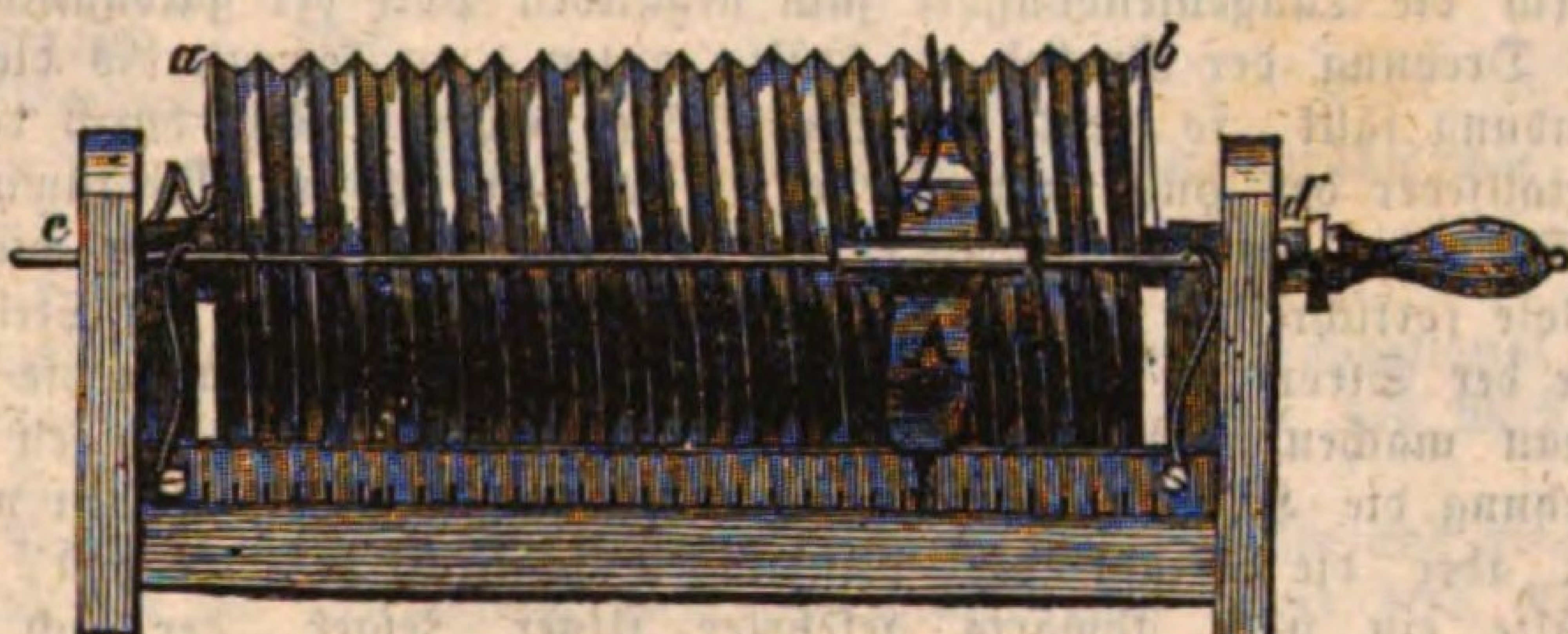
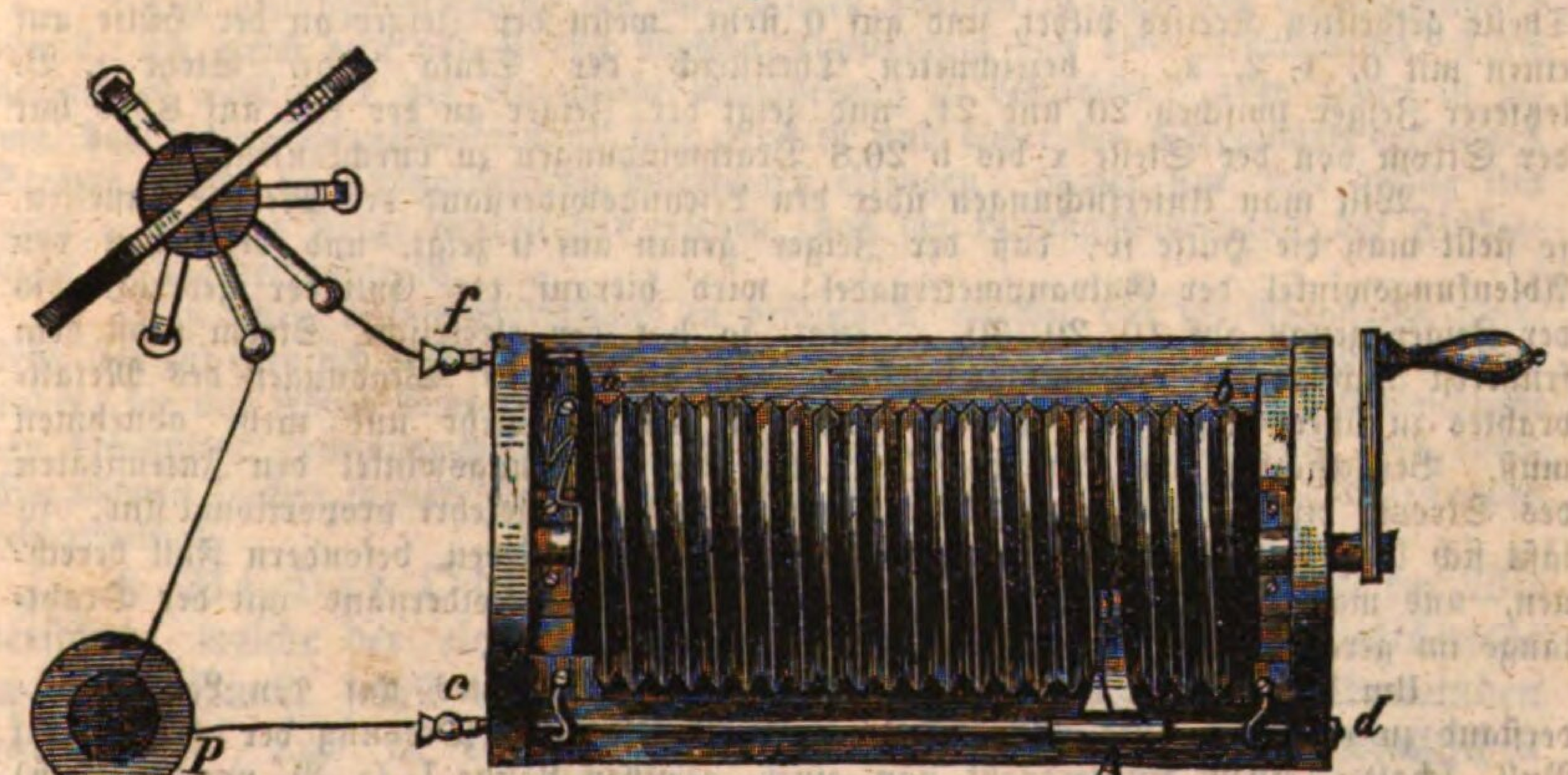


Fig. 308.



der natürlichen Größe; dieser besteht aus einem Cylinder von trockenem Holze, der um seine aus Eisen bestehende Axe mittelst einer Kurbel gedreht werden kann; auf der Oberfläche dieses Cylinders ist ein feiner aus 100 Windungen bestehender Schrau-

bengang von ganz geringer Tiefe eingeschnitten, (in der Figur ist derselbe der Deutlichkeit wegen um das Vierfache tiefer gezeichnet) um einen feinen ½—1 Millimeter dicken Messing- oder Neusilberdraht aufzunehmen, von dem ein Ende im Holze bei a befestigt ist; das andere Ende wird in b durch ein am Holze angebrachtes Loch durchgeleitet und an der eisernen Umdrehungsaxe festgemacht. An der Seite des Cylinders befindet sich ein Metallstab c d, an dem eine verschiebbare metallene Hülse A angebracht ist, die ein bis an den Cylinder reichendes Holzklötzelchen trägt, in welches Rinnen dergestalt eingeschnitten sind, daß sie in die Schraubengänge vollkommen passen, wodurch man bewirkt, daß bei Umdrehung des Cylinders die Hülse fortgeschoben wird, und zwar bald nach der einen, bald nach der andern Seite, je nachdem man die Kurbel rechts oder links dreht. — An der Hülse ist auch eine Metallfeder befestigt, die einen gewundenen Metalldraht gegen den Draht am Holzcylinder fest andrückt; die Stelle an der die Berührung zwischen diesen beiden Drähten Statt findet, ändert sich, sobald die Hülse ihre Lage ändert; wir wollen diese Berührungsstelle x nennen.

Bei c ist eine Klemmschraube, die den einen Polardraht einer galvanischen Kette festhält; der vom andern Pole ausgehende Draht ist mit einem Drahtende einer Tangentenboussole in Verbindung, während das andere Drahtende derselben in f eingeklemmt, und durch eine an der Drehungsaxe schleifende Feder mit dieser Axe verbunden ist. Steht die Hülse A ganz am Ende der Schraube, so daß die Stelle x mit b zusammenfällt; so geht der Strom vom positiven Pole durch den Metallstab c d und durch die Metallfeder an der Hülse nach b, von da zur Axe, durch diese nach f, dann durch die Tangentenboussole zum negativen Pole der galvanischen Kette. — Wird durch Drehung der Kurbel die Hülse gegen c zu bewegt, bis die Stelle x in die 10. Windung fällt, so geht der Strom vom positiven Pole durch den Metallstab und die Metallfeder der Hülse zur Stelle x, von da an den Metallwindungen nach der rechten Seite hin bis b, von wo er zur eisernen Axe und dann wie früher zum negativen Pole fortschreitet. — Die Zahl der Windungen von der Stelle x bis zum Ende b, die der Strom zu durchlaufen hat, ergibt sich, wenn man die Umdrehungen zählt, die man machen muß, um die Hülse von b nach x zu bringen, indem mit jeder Umdrehung die Hülse um einen Schraubengang weiter geschoben wird.

Um aber die Anzahl der Windungen sogleich zu erkennen, befindet sich an der Hülse ein nach abwärts gekehrter feiner Zeiger, der sich längs einer unter dem Stabe festgemachten Skala bewegt, und die Zahl der geschehenen Umdrehungen angibt. Um auch Zehntel einer Umdrehung bestimmen zu können, ist am Ende der Umdrehungsaxe ein Zeiger, welcher den Halbmesser eines in 10 gleiche Theile getheilten Kreises bildet, und auf 0 steht, wenn der Zeiger an der Hülse auf einen mit 0, 1, 2, 3, .. bezeichneten Theilstrich der Skala zeigt. Steht z. B. letzterer Zeiger zwischen 20 und 21, und zeigt der Zeiger an der Axe auf 8, so hat der Strom von der Stelle x bis b 20.8 Drathwindungen zu durchlaufen.

Will man Untersuchungen über den Leitungswiderstand der Metalle anstellen, so stellt man die Hülse so, daß der Zeiger genau auf 0 zeigt, und beobachtet den Ablenkungswinkel der Galvanometernadel; wird hierauf der Cylinder gedreht, bis der Zeiger genau auf 10, 20, 30, . . zeigt, so hat der electrische Strom nebst dem früheren auch noch den Leitungswiderstand von 10, 20, 30 Windungen des Metalldrahtes zu überwinden, weshalb der Ablenkungswinkel mehr und mehr abnehmen muß. Berücksichtigt man, daß die Tangenten der Ablenkungswinkel den Intensitäten des Stroms direct, mithin den Leitungswiderständen umgekehrt proportional sind, so läßt sich leicht der Zuwachs an Leitungswiderstand für jeden besondern Fall berechnen, und man überzeugt sich, daß in der That der Leitungswiderstand mit der Drahtlänge im geraden Verhältnisse wächst.

Um den Einfluß des Querschnittes des Metalldrahtes auf den Leitungswiderstand zu erfahren, stellt man den Zeiger der Hülse durch Drehung der Kurbel auf Null, schaltet einen Kupferdraht von einer gewissen Länge L (z. B. von 15 Fuß) und vom Querschnitte Q zwischen den positiven Pol und den Metallstab c d ein; man findet die Ablenkung der Magnetnadel kleiner als ohne diesen Draht; nehmen wir an, sie sinke auf a Grade herab. Nun entfernt man den eingeschalteten Draht verbindet wieder den Polardraht mit c und dreht die Kurbel solange, bis die Gal-

vanometernadel wieder die Ablenkung a anzeigt; so ist der Widerstand, welchen die Drahtwindungen leisten, die jetzt der Strom zu durchlaufen hat, genau derselbe, wie jener des früher eingeschalteten Kupferdrahtes; demnach sind diese Drahtwindungen mit dem Kupferdrahte äquivalent. Es sei die Zahl dieser Windungen z. B. gleich 4. Nimmt man hierauf einen Kupferdraht von der nämlichen Länge L, aber von halb so großem Durchmesser, mithin von 4mal kleinerem Querschnitte als früher, und sucht auf die nämliche Art wie früher die ihm äquivalenten Drahtwindungen, so findet man die Anzahl derselben 4mal größer, als im früheren Falle. Man kann den Versuch mit verschiedenartigen Querschnitten wiederholen, und immer kommt man zu demselben Resultate, daß die Leitungswiderstände der Drähte ihren Querschnitten umgekehrt proportional sind.

Zur Bestimmung der spezifischen Leitungswiderstände der Metalle nimmt man verschiedene Drähte von gleicher Länge, die durch dasselbe Loch des Drahteisens durchgezogen worden sind, und daher genau die nämliche Dicke haben, schaltet sie, nachdem man den Zeiger der Hülse auf 0 gebracht hat, nach einander in den Schließungskreis ein, und beobachtet bei jedem die Ablenkung der Magnetnadel am Galvanometer. Hierauf dreht man den Rheostat und bestimmt die Zahl der Windungen die den einzelnen früher eingeschalteten Drähten äquivalent sind; das Verhältniß dieser Zahlen gibt das Verhältniß der spezifischen Leitungswiderstände der gebrauchten Drähte. Hatte man z. B. Drähte von 5 Metern Länge und 0.26''' Dicke angewendet, so fand man den Widerstand

bei	Kupferdraht	4.2 Windungen
„	Messingdraht	16.6
„	Eisendraht	29.5
„	Neusilberdraht	65;

mithin verhalten sich die spezifischen Leitungswiderstände dieser Drähte wie

4.2 : 16.6 : 29.5 : 65, oder wie

1 : 3.95 : 7.02 : 15.48.

Da die Leitungsfähigkeit dem Leitungswiderstande umgekehrt proportional ist, so ist, wenn die Leitungsfähigkeit des Kupfers = 100 gesetzt wird, die des Messings 25.3, des Eisens 14.2, des Neusilbers 6.4.

Nach Pouillet, der die Leitungsfähigkeit der Metalle auf einem andern Wege bestimmte, ist die Leitungsfähigkeit bei Silber 136, Gold 103, Kupfer 100, Zink 28, Platin 22, Eisen 17, Quecksilber 2.6, welche Resultate von denen, welche Rieß für die Leitung des Entladungsschlages bei den verschiedenen Metallen fand, nicht viel abweichen.

Der Leitungswiderstand des menschlichen Körpers ist nach den Untersuchungen von Lenz gleich dem von 91762 Metern Kupferdraht von 1^{mm} Durchmesser. Diese Angabe ist wohl nur als eine grobe Annäherung zu betrachten; aber soviel ist gewiß, daß dieser Leitungswiderstand sehr groß ist und daher die Stromstärke derjenigen Ströme, welche die physiologischen Wirkungen erzeugen, immer nur sehr gering sein kann. — In der Folge werden wir ersehen, daß der Leitungswiderstand der Flüssigkeiten noch bedeutender ist.

Um einen Leitungswiderstand zu bestimmen, welcher den des Rheostaten übertrifft, bedient man sich sogenannter Widerstandsrollen, nämlich trockener Holzcylinder, die mit feinen Schraubengängen versehen sind, in die ein feiner Metalldraht von bekanntem Leitungswiderstande aufgewunden ist. Durch Einschalten oder durch Wegnehmen solcher Rollen werden bedeutende Aenderungen des Leitungswiderstandes bewerkstelligt.

§. 211. Das Ohm'sche Gesetz. Bezeichnen wir die Summe der Widerstände, welche der electrische Strom einer constanten Electricitätsquelle in dieser Quelle selbst und in den metallischen Leitungen zu überwinden hat, mit W, und in einem andern Falle, wo man mit der metallischen Leitung eine Aenderung vorgenommen hat, aber die Electricitätsquelle dieselbe bleibt, mit w, die Intensitäten, mit denen der Strom in den beiden Fällen auftritt, mit S und s, so lehren die Untersuchungen, daß

$$S : s = w : W \text{ und } SW = sw$$

d. h. daß die Intensitäten des Stromes sich zu einander verhalten, wie umgekehrt die Gesammtwiderstände des ganzen Stromkreises, und daß somit das Produkt aus der Intensität in den Gesammtwiderstand für dieselbe Electricitätsquelle eine constante Größe ist.

Dieß läßt sich beweisen, wenn man sich einer zweiten Electricitätsquelle B bedient, in den Schließungskreis derselben die erste Electricitätsquelle A sammt einem Galvanometer einschaltet und die Ablenkung der Magnetnadel beobachtet, hierauf A hinwegnimmt, durch einen Kupferdraht vom Querschnitte 1 ersetzt, und die Länge desselben solange vergrößert, bis die Magnetnadel dieselbe Ablenkung zeigt, wie früher; so ist die Länge des Kupferdrahtes das Maß des Leitungswiderstandes der Electricitätsquelle. Auf diese Weise reducirt man den Leitungswiderstand eines jeden einzelnen metallischen Bestandtheils des Schließungskreises auf den gleich großen Widerstand eines Kupferdrahtes von einer gewissen Länge und vom Querschnitte 1; man wird dadurch in den Stand gesetzt, den Gesammtwiderstand durch eine Zahl auszudrücken, und von der Richtigkeit des angeführten Gesetzes sich zu überzeugen. Man kann aber auch auf eine indirecte Weise diese Richtigkeit nachweisen. Bezeichnet man mit x die Länge eines Drahtes, dessen Leitungswiderstand dem der Electricitätsquelle gleich ist, und mit L, L′ L″ die Längen desselben Drahtes, die nach einander den Schließungskreis bilden; S, S′, S″,... seien die Intensitäten des electrischen Stroms in diesen verschiedenen Fällen; ist nun das angeführte Gesetz richtig, so müssen auch folgende Gleichungen richtig sein:

$$(x + L)\, S = (x + L')\, S', \quad (x + L')\, S' = (x + L'')\, S'', \text{ u. s. f.}$$

und die aus diesen Gleichungen sich ergebenden Werthe von x müssen sämmtlich einander gleich sein, was die Untersuchungen vollkommen bestätigen.

Das Produkt SW, welches für dieselbe Electricitätsquelle stets denselben, aber für verschiedene Electricitätsquellen einen andern Werth hat, ist das Maß der *electromotorischen Kraft*, welche die zur Entstehung des Stroms nöthige Electricität erzeugt, und sie durch die Leitung treibt; denn offenbar ist

a) diese Kraft 2, 3, nmal größer, wenn bei demselben Widerstande durch jeden Querschnitt 2, 3, . . nmal mehr Electricität in jeder Secunde durchgeht, d. h. die Stromstärke 2, 3, . . . nmal größer ist; eben so müssen wir schließen, daß

b) diese Kraft 2, 3, . . . nmal größer ist, wenn bei 2, 3, . . . nmal größerem Widerstande die Stromstärke gleich groß erscheint.

Zur Messung der electromotorischen Kraft nimmt man als Einheit diejenige an, die einen Strom von der Stärke 1 bei dem Leitungswiderstande = 1 hervorbringt, wo dann die electromotorische Kraft E, durch die ein electrischer Strom von der Intensität S bei dem Leitungswiderstande W erzeugt wird, durch den Ausdruck

$$E = W S$$

gegeben ist; hieraus folgt $S = \frac{E}{W}$. Dieser letzte Ausdruck heißt das *Ohm'sche* Gesetz, weil *Ohm* dasselbe zuerst entdeckte; allein fast gleichzeitig gelangte *Pouillet* auf einem anderen fast ganz experimentalen Wege zur Kenntniß dieses Gesetzes, so daß auch ihm die Ehre der Entdeckung gebührt.

Das Ohm'sche Gesetz setzt uns in den Stand die Abhängigkeit der Stromstärke von der Anzahl und Größe der Elemente einer electrischen Säule zu beurtheilen. Hat man eine einfache galvanische Kette, bei der die electromotorische Kraft E und der Leitungswiderstand K ist, während L den Leitungswiderstand des Schließungsbogens bedeutet, so ist die Stromstärke

$$S = \frac{E}{K + L} \quad (1)$$

Stellt man aus n solchen einfachen Ketten (Elementen) eine Batterie zusammen, so wirkt in jedem Elemente die electromotorische Kraft E, mithin ist die Gesammtkraft n E, und der Gesammtwiderstand in allen Elementen = n K; wird die Batterie mit demselben Leiter geschlossen, wie die einfache Kette, so ist die Stromstärke der Batterie

$$S' = \frac{nE}{nK + L} \quad (2).$$

Um den Einfluß zu erkennen, den die Vergrößerung der Oberfläche einer einfachen Kette äußert, so denke man sich jede Metallplatte derselben um das nfache vergrößert, übrigens bleibe Alles ungeändert; da bei dieser Einrichtung der Querschnitt der leitenden Flüssigkeit zwischen den Electromotoren nmal größer wird, so ist der Leitungswiderstand in jedem Elemente nmal kleiner, mithin nicht mehr K, sondern $\frac{K}{n}$; aber die electromotorische Kraft da sie von der Größe der Electromotoren unabhängig ist, bleibt die nämliche, wie bei der einfachen Kette aus kleinen Electromotoren. Ist S'' die Stromstärke dieser neuen einfachen Kette und L der Leitungswiderstand des Schließungsbogens, so ist

$$S'' = \frac{E}{\frac{K}{n} + L} = \frac{nE}{K + nL} \quad (3).$$

1. Nehmen wir an, L könne bezüglich K vernachläßigt werden, wie es der Fall ist, sobald der Schließungsbogen ein kurzer und dicker Metalldraht ist; so ist

$$S = \frac{E}{K}, \quad S' = \frac{nE}{nK} = S, \text{ und } S'' = \frac{nE}{K} = nS.$$

Hieraus wird ersichtlich, daß in dem angenommenen Falle die Batterie von n Elementen keinen stärkeren Strom gibt, als eine einfache Kette, daß aber die Intensität des Stroms einer einfachen Kette um das nfache vergrößert wird, wenn man die Oberfläche der Electromotoren in gleichem Maße vergrößert. — Bei großen Platten ist die Gesammtmenge der an der Oberfläche befindlichen freien Electricität größer, der Widerstand in der Kette kleiner; daher ist der Strom wohl im Stande, große thermische und magnetische Wirkungen zu erzeugen, allein die electromotorische Kraft ist dieselbe wie bei kleinen Platten, weshalb der Strom keinen großen Widerstand zu überwinden, daher auch keine bedeutenden physiologischen und chemischen Wirkungen hervorzubringen vermag.

2. Läßt sich K und selbst n K rücksichtlich L vernachläßigen, wie z. B. in dem Falle wo der Strom durch Flüssigkeiten, den menschlichen Körper, oder durch einen sehr langen und dünnen Draht durchzugehen hat; so ist

$$S = \frac{E}{L},\ S' = \frac{nE}{L} = n\,S,\ S'' = \frac{nE}{nL} = S$$

d. h. eine einfache großplattige Kette gibt einen Strom von der nämlichen Stärke, wie eine mit kleinen Platten; aber die Stärke des Stroms nimmt in dem Maße zu, wie die Anzahl der Elemente der Batterie wächst.

3. Die zwei angenommenen Fälle sind die beiden äußersten Grenzen der Veränderungen, die in den Widerständen der Kette und d.s Schließungsbogens eintreten können; zwischen den für diese Fälle sich ergebenden Intensitäten ist die Stromstärke in allen andern Fällen eingeschlossen. Man ersieht hieraus, daß man in den Fällen, wo ein geringer Leitungswiderstand zu überwinden ist, nur wenige, oder nur ein einziges großplattiges Element anzuwenden braucht, hingegen einer großen Anzahl bedarf, wo dem Strome ein starker Widerstand sich entgegenstellt. Die Vermehrung der Elemente vermehrt nicht die circulirende Menge der Electricität, aber sie vervielfacht die electromotorische Kraft, die den Strom treibt, weshalb es diesem möglich wird, große Leitungswiderstände zu überwinden. Aus dem Ausdrucke

$$S' = \frac{nE}{nK + L} = \frac{E}{K + \frac{L}{n}}$$

ist zu ersehen, daß der Werth von S' sich dem Werthe von $\frac{E}{K}$ desto mehr nähert, je größer die Anzahl der Elemente wird, ja daß er bei einer bedeutenden Anzahl derselben ihm recht nahe kommt, ihn aber niemals vollkommen erreicht. Man kann demnach für jeden eingeschalteten Leiter durch Vermehrung der Zahl der Plattenpaare es dahin bringen, daß der Strom nahe dieselbe Stärke erlangt, wie bei einer einfachen Kette, die durch einen sehr kurzen und dicken Draht geschlossen ist; aber immer wird die Stromstärke kleiner bleiben als $\frac{E}{K}$. — Man findet leicht die Grenze, über welche hinaus eine Vermehrung der Elemente nicht mehr nützt; bewirkt z. B. der Strom eines Elements einer Batterie an einer eingeschalteten Tangentenboussole eine Ablenkung von 70°, so wird diese Ablenkung sogleich bedeutend vermindert, wenn noch ein Voltameter in den Schließungskreis eingeführt wird; allein vermehrt man die Anzahl der Elemente, so nimmt die Größe der Ablenkung der Magnetnadel abermals zu, und erhält bei einer gewissen Anzahl nahe den früheren Werth von 70°; ist diese Stärke erreicht, so wird eine weitere Vermehrung der Platten nichts mehr nützen.

Ist es nöthig, mittelst des electrischen Stromes eine Wirkung hervorzubringen, zu der die Intensität des Stromes größer sein muß als $\frac{E}{K}$; so kann dieß durch keine Vermehrung der Plattenpaare, sondern nur dadurch geschehen, daß man eine Electricitätsquelle anwendet, in welcher E, größer oder K kleiner ist, d. h. in welcher eine stärkere electromotorische Kraft wirksam, oder der Leitungswiderstand geringer ist. So kann man durch Vergrößerung der Metallflächen, die mit der Flüssigkeit in Berührung

stehen, den Werth von K beliebig vermindern und daher jede beliebige Wirkung erzielen.

4. Bezeichnen wir wieder den Gesammtwiderstand einer Kette mit W und die Gesammtkraft mit E, die Stromstärke mit S, so ist bekanntlich

$$S = \frac{E}{W};$$

bringt man nun in den Schließungskreis einen neuen Leiter, der den Widerstand R äußert, so erscheint die Stromstärke vermindert; ist sie nun S', so hat man

$$S' = \frac{E}{W + R}, \text{ mithin}$$

$$S : S' = \frac{1}{W} : \frac{1}{W + R} = W + R : W$$

oder $$S : S' = 1 + \frac{R}{W} : 1.$$

Die Stromstärke S' wird sich offenbar von der Stromstärke S desto weniger unterscheiden, je geringer der Werth von $\frac{R}{W}$ ist, d. h. die Stromstärke wird durch den neuen eingeschalteten Leiter desto weniger geändert, je geringer der Leitungswiderstand desselben rücksichtlich des großen Widerstandes W ist, welchen der Strom bereits überwunden hat; hingegen wird der Strom sehr geschwächt erscheinen, sobald der Widerstand R des eingeschalteten Leiters größer als W ist. Wäre R groß, so kann nur dadurch der starken Schwächung des Stromes vorgebeugt werden, daß man in einem noch größeren Maße W vergrößert.

5. Es ist übrigens für sich klar, daß die Stromstärke durch alle Umstände erhöhet wird, durch die eine Verminderung des Leitungswiderstandes herbeigeführt wird; so z. B. wenn man die Dicke der Flüssigkeitsschichte zwischen den Metallplatten möglichst verkleinert, ihre Leitungsfähigkeit durch größere Concentration steigert, und die Berührungsfläche der Platten mit der Flüssigkeit vergrößert.

Durch Faraday sind die Begriffe der Quantität und Intensität eines electrischen Stromes eingeführt worden; Ströme von großer Quantität sind diejenigen, die ohne fähig zu sein, große Leitungswiderstände zu überwinden, bedeutende thermische und magnetische Wirkungen hervorbringen; intensive Ströme sind solche, welche große Leitungswiderstände zu überwinden vermögen. Aus dem früher Gesagten ist ersichtlich, daß letztere Ströme durch eine große, erstere durch eine schwache electromotorische Kraft hervorgebracht werden.

§. 212. **Vortheilhafteste Einrichtung einer Voltai'schen Kette bei einer bestimmten Quantität Electromotoren.** Hat man die Aufgabe, eine Volta'sche Kette aus einer gewissen Menge von Zink- und Kupferblech oder anderen Electromotoren zu construiren, so kann man daraus größere Platten und wenig Elemente bilden, oder man macht eine große Anzahl von Elementen, indem man die Platten klein macht. Es frägt sich bei welcher Anzahl n die Stromstärke S am größten wird. Heißt K der Widerstand in der Kette, der vorhanden wäre, falls nur ein einziges Element aus dem vorhandenen Material gemacht würde;

so ist n K der Widerstand eines Elements, wenn man daraus n Elemente gebildet hat, weil dann die Berührungsfläche eines jeden Elementes mit der Flüssigkeit n mal kleiner ist; und n . n K ist der Leitungswiderstand der ganzen gebildeten Kette. Ist L der Leitungswiderstand des Schließungsbogens und E die electromotorische Kraft, so ist

$$S = \frac{n E}{n^2 K + L} = \frac{E}{n K + \frac{L}{n}}.$$

Ist nun n diejenige Anzahl der Elemente, für welche S am größten ist, so muß der Nenner für diesen Werth n kleiner sein, als für jeden andern n'; somit ist die Differenz

$$n' K + \frac{L}{n'} - \left(n K + \frac{L}{n}\right) = (n' - n)\left(K - \frac{L}{n n'}\right)$$

positiv, was nur dann möglich ist, wenn beide Factoren zugleich entweder positiv oder negativ sind; ist also $n' > n$, so muß auch $K > \frac{L}{n n'}$ sein,

und ist $n' < n$, so ist auch $K < \frac{L}{n n'}$.

Läßt man nun n' von Null angefangen wachsen, so nimmt $\frac{L}{n n'}$ mehr und mehr ab, bleibt aber, so lange $n' < n$ ist, immer größer als K; übersteigt aber n' nur im mindesten den Werth von n, so erscheint $\frac{L}{n n'} < K$; mithin ist für $n' = n$ die Größe $\frac{L}{n n'} = K$,

und $L = n^2 K$, somit $n = \sqrt{\frac{L}{K}}$.

Die größtmögliche Stromstärke tritt demnach ein, wenn der Gesammtwiderstand der Kette $n^2 K$ gleich ist dem Leitungswiderstande des Schließungsbogens; der Werth der größten Stromstärke ist

$$S = \frac{n E}{2 L} = \frac{E}{2 \sqrt{K L}} \quad (1).$$

Hieraus folgt, daß die Einrichtung der Kette, mittelst welcher der größtmögliche Effect erzielt werden soll, sich nach dem Leitungswiderstande des Stromleiters richtet, daß man daher zu thermischen und magnetischen Effecten, bei denen der Strom nur durch Metalle von geringem Leitungswiderstande durchgeht, nur wenige großplattige Elemente braucht, zu physiologischen und chemischen dagegen einer großen Anzahl bedarf.

Läßt sich L bezüglich K vernachläßigen, so ist

$$S = \frac{n E}{n^2 K} = \frac{E}{n K} = \frac{E}{\sqrt{L K}} \quad (2)$$

d. h. die Stromstärke erscheint gerade doppelt so groß, als in dem Falle, wo der Leitungswiderstand des Bogens dem der Kette gleich ist. Darnach läßt sich in jedem besondern Falle leicht beurtheilen, ob eine Batterie den größten Effect gibt, dessen sie bei dem Materiale, aus dem sie besteht, und bei einem bestimmten Widerstande des Leiters fähig ist. — In ökonomischer Hinsicht ist aber auch die in jeder Zelle vorkommende Zinkconsumtion zu berücksichtigen.

§. 213. **Bestimmung der Constanten einer electrischen Stromquelle.** Die Wirksamkeit einer Stromquelle hängt ab von der thätigen electromotorischen Kraft E und von dem in ihr liegenden Leitungswiderstande K; diese sind die constanten Größen der Kette. Zu ihrer Bestimmung dient eine Tangentenboussole, wenn deren Widerstand im Vergleiche zu dem der Kette vernachläßigt werden kann; man bestimmt die Intensitäten S, S′, S″ des von einer gegebenen Electricitätsquelle kommenden Stromes, indem man Leiter von den Widerständen L, L′, L + L′ nach einander einschaltet; man hat dann:

$$S = \frac{E}{K + L}, \; S' = \frac{E}{K + L'}, \; S'' = \frac{E}{K + L + L'},$$

somit $K + L = \frac{E}{S}, \; K + L' = \frac{E}{S'}, \; K + L + L' = \frac{E}{S''}$;

zieht man die zweite Gleichung von der dritten ab, und substituirt den gefundenen Werth von L in der ersten; so erhält man

$$L = E\left(\frac{1}{S''} - \frac{1}{S'}\right) \text{ und } K = E\left(\frac{1}{S} + \frac{1}{S'} - \frac{1}{S''}\right);$$

die erste dieser beiden Gleichungen gibt den Werth von E, wenn der Widerstand L bekannt ist; setzt man diesen Werth für E in der zweiten Gleichung, so erhält man auch den Werth der zweiten Constanten.

Wird die Kette nur durch die Tangentenboussole geschlossen, deren Widerstand verschwindend klein erscheint, so hat man für ein Element $S = \frac{E}{K}$, und für n Elemente $S' = \frac{n\,E}{n\,K} = S$; die Stromstärke erscheint also von der Anzahl der Elemente unabhängig. Will man nun die Wirkungen zweier Batterien deren electromotorische Kräfte E und E′, die Leitungswiderstände K und K′, die Intensitäten der Ströme S und S′ sind, mit einander vergleichen, so hat man nur nöthig, das Verhältniß der Quotienten $\frac{E}{K}$ zu bestimmen; man schließt zu diesem Behufe die Ketten nach einander durch eine Tangentenboussole und beobachtet die Ablenkungswinkel. Ist bei der einen Kette der Ablenkungswinkel a, bei der andern a′, so ist:

$$S : S' = \text{tang } a : \text{tang } a', \text{ oder}$$

$$\frac{E}{K} : \frac{E'}{K'} = \text{tang } a : \text{tang } a'.$$

Will man die electromotorischen Kräfte zweier Stromquellen mit einander vergleichen, so bedient man sich der Sinusboussole mit einem sehr langen Drahtgewinde, dessen Leitungswiderstand L sehr groß ist, so daß man K bezüglich L vernachläßigen kann; man hat dann

$$S = \frac{E}{L}, \text{ und } S' = \frac{E'}{L}.$$

Sind a und a′ die beobachteten Ablenkungswinkel, so ist

$$S : S' = \sin. a : \sin. a', \text{ mithin } E : E' = \sin. a : \sin. a'.$$

Wollaston gab ein sehr einfaches Verfahren an, das Verhältniß der electromotorischen Kräfte zweier Electricitätsquellen zu bestimmen, indem er ganz richtig

schließt, daß, wenn eine Kette bei einer n fachen electromotorischen Kraft einen Strom gibt, der dieselbe Intensität hat, wie der von einer einfachen electromotorischen Kraft derselben Art erzeugte, so muß der Gesammtwiderstand bei der ersten auch n mal größer sein, als bei der zweiten; denn es ist ja

$$S = \frac{E}{W} = \frac{n\,E}{n\,W}.$$

Fügt man nun zu dem Widerstande W noch den Widerstand R hinzu; so erscheint die Stromstärke kleiner, und ist

$$= \frac{E}{W + R}.$$

Will man bei der zweiten Kette, deren electromotorische Kraft n E ist, den Strom um eben so viel schwächen, so wird man zu n W noch n R hinzufügen müssen, damit

$$\frac{E}{W + R} = \frac{n\,E}{n\,W + n\,R} \text{ sei.}$$

So vielmal nun n R größer ist als R, eben so viele Male ist die electromotorische Kraft n E größer als E. Man schaltet daher in den Schließungsbogen einer Kette außer der Tangentenboussole auch noch den auf 0 gestellten Rheostaten, und so viel Draht als nöthig ist, um eine Ablenkung der Magnetnadel z. B. von 45° zu bewirken; hierauf vermehrt man den Widerstand durch Drehung des Rheostaten, bis die Ablenkung auf 40° herabsinkt, und bestimmt die Anzahl der gemachten Umdrehungen. Nun bringt man die zweite Stromquelle in denselben Schließungsbogen, regulirt den Gesammtwiderstand so, daß die Nadel abermals auf 45° zeigt, schwächt dann den Strom durch Umdrehung des Rheostaten, daß die Nadel wieder auf 40° zurückgeht, und zählt die gemachten Umdrehungen. Das Verhältniß der Umdrehungen im ersten und zweiten Falle gibt das Verhältniß der electromotorischen Kräfte beider Stromquellen. Hat man z. B. im ersten Fall ein Daniell'sches Element gehabt, und mußte, um die Nadel von 45° auf 40° herabzubringen, 30, bei einem Grove'schen Element aber, das man im zweiten Falle gebrauchte, 50 Umdrehungen vornehmen, so verhält sich die electromotorische Kraft des ersten zu der des zweiten Elements wie 30 : 50.

§. 214. **Galvanische Polarisation.** Vollkommen gleichartige Metallplatten, die im Contacte mit einer Flüssigkeit, und unter sich leitend verbunden, nicht electromotorisch wirken, treten sogleich als Electromotoren auf, wenn sie in einer electrolytischen Flüssigkeit einige Zeit als Electroden gedient haben; dabei erzeugen sie einen secundären electrischen Strom, dessen Richtung jener des anfänglichen (des Hauptstroms) der die Electrolysirung bewirkte, entgegengesetzt ist, und sogar noch einige Zeit anhält, wenn letzterer bereits zu wirken aufgehört hat, wie man sich leicht überzeugt, wenn man die aus Platinplatten bestehenden Electroden des Wasserzersetzungsapparates, a, Fig. 309, zuerst mit einem Grove'schen Elemente b verbindet, nach einiger Zeit aber die Kette öffnet und die Electroden mit den Drahtenden eines Galvanometers c in Verbindung setzt; die Ablenkung der Magnetnadel, die augenblicklich eintritt, zeigt das Vorhandensein eines sekundären Stroms, der jetzt im Wasser von der Kathode zur Anode geht, also dem galvanischen Strome entgegengesetzt ist, deßhalb auch Gegenstrom heißt.

Fig. 309.

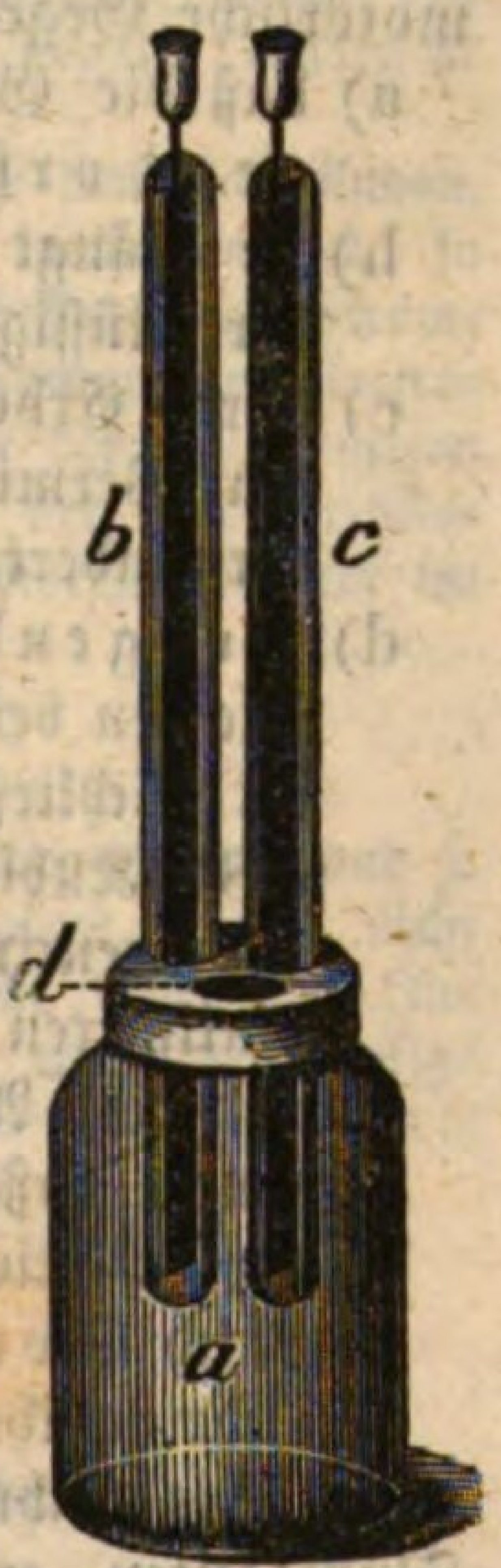


Die Ursache dieser Erscheinung, die man **galvanische Polarisation** nennt, kann nur darin liegen, daß die Metallplatten durch die an ihnen sich abscheidenden Jonen, die sich mit ihnen entweder chemisch verbinden, oder mit ihren Oberflächen, die sie überziehen, in Contact bleiben, eine Ver-

änderung erleiden, die sie bezüglich zu einander in einen heterogenen Zustand versetzt, so daß sie wie heterogene Electricitätsleiter sich zu einander verhalten. Da auch der schwächste electrische Strom eine, wenn auch nicht immer sichtbare Zersetzung des mit den metallischen Electroden in Berührung befindlichen Wassers bewirkt, wobei sich die Anode mit einer Schichte Sauerstoff und die Kathode mit einer Schichte Wasserstoff bedeckt, so werden die Electroden jedesmal in einen entgegengesetzten electrischen Zustand versetzt, und verhalten sich, wenn sie auch gleichartig sind, wie heterogene Metalle; die Anode erscheint nun als der negative, die Kathode als der positive Electromotor, und so entsteht ein secundärer, von der Kathode zur Anode gehender Strom, der den Hauptstrom schwächt, so lange dieser fortdauert. Hört der Hauptstrom auf, und die Electroden werden unter sich leitend verbunden, so bleibt der sekundäre Strom allein, und bewirkt eine neue Zersetzung des Wassers, wobei sich der Wasserstoff an der früheren Anode ausscheidet, und mit dem hier haftenden Sauerstoffe allmälig zu Wasser verbindet, während dasselbe an der anderen Electrode vor sich geht; daher verschwindet nach einiger Zeit die Ungleichartigkeit an den Electroden und damit auch der sekundäre Strom. — Wo sich die Electroden nicht mit Gashüllen bedecken können, hat man keinen Gegenstrom beobachtet. Je vollständiger sich die eingetauchten Platten mit den Gasen zu bekleiden vermögen, desto stärker erscheint der Gegenstrom.

Daß der bloße Contact mit Sauerstoff und Wasserstoff homogene Metallplatten in einen heterogenen Zustand versetzen kann, der sogar die Entstehung eines kräftigen electrischen Stroms zur Folge hat, beweiset G r o v e's G a s b a t t e r i e. Diese besteht aus einer Reihe von Glasgefäßen, deren jedes mit einem gefirnißten Metalldeckel luftdicht verschlossen ist; dieser Deckel hat drei Oeffnungen, Fig. 310, die mittlere Oeffnung ist mit einem Stöpsel geschlossen; durch die beiden andern gehen 30 Centimeter lange Glasröhren von 1.8 Centimeter im Durchmesser luftdicht hindurch; jede ist unten offen, oben zugeschlossen, und enthält einen mit Platinmoor überzogenen (platinirten) langen Platinstreifen, der an einem, am oberen Ende eingeschmolzenen Platindrahte hängt; dieser Platindraht trägt oben ein Quecksilbernäpfchen. Man füllt das Gefäß durch die mittlere Oeffnung mit Wasser, verschließt diese Oeffnung und kehrt den ganzen Apparat um; nachdem sich die Röhren mit Wasser gefüllt haben, stellt man das Gefäß wieder aufrecht, und führt durch die mittlere Oeffnung das Gasleitungsrohr eines Gasentwicklungsapparates ein; das Glasrohr b wird mit Sauerstoffgas, das andere mit Wasserstoffgas bis auf ¾ der ganzen Länge gefüllt und dann das Wasser mit etwas Schwefelsäure leitender gemacht. Die auf diese Art geladenen Elemente werden in ein hölzernes Gestell eingesetzt und die Quecksilbernäpfchen durch Kupferdrähte in der Art verbunden, daß immer ein mit Wasserstoffgas gefülltes Glasrohr mit einem andern, das Sauerstoff enthält, in Verbindung steht; von dem ersten Quecksilbernäpfchen links und vom letzten rechts gehen die Polardrähte aus, durch

Fig. 310.



die die Gassäule geschlossen werden kann. — Mit einer Gasbatterie von 50 Elementen erhielt Grove einen electrischen Schlag, zwischen Kohlenspitzen einen hellen Funken, und Zersetzung des gesäuerten Wassers. Mit 10 Elementen erzeugte man in 36 Stunden 2.1 Kubikzoll Knallgas.

Aus der Polarisation der Platten erklärt sich auch die Wirksamkeit der von Ritter entdeckten Ladungssäule (auch sekundäre Säule genannt); diese besteht aus Kupferplatten, und mit einer Säure angefeuchteten Pappscheiben, die abwechselnd über einander gelegt werden; sie zeigt für sich allein keine Electricität: hat man sie aber in den Schließungskreis einer Voltaischen Batterie eingeschaltet, und einige Zeit hindurch den electrischen Strom durchgeleitet, so zeigt sie, nachdem man sie aus dem Schließungskreise herausgenommen hat, die Erscheinungen einer Voltaischen Batterie; an einem Ende findet man + E, am andern — E, und wenn man beide Enden schließt, entsteht ein electrischer Strom, dessen Richtung entgegengesetzt ist derjenigen, welche der Strom hatte, durch den die Säule in diesen Zustand versetzt wurde. Der Strom der Ladungssäule rührt daher, daß die beiden Flächen einer jeden Kupferplatte durch den Einfluß der an ihnen beim Durchgange des Hauptstroms entwickelten Jonen in einen heterogenen Zustand versetzt wurden.

Nach Poggendorf erhält man eine kräftige Ladungssäule, wenn man mehrere mit verdünnter Schwefelsäure gefüllte Zellen neben einander stellt, in jede zwei platinirte Platinplatten (von 21 Quadratzoll) einsetzt, alle links stehenden mit einem, und die rechts stehenden mit dem andern Pol eines Grove'schen Elements leitend verbindet, wodurch ein jedes Plattenpaar eine gleiche Ladung erhält; wird hierauf der Hauptstrom unterbrochen, die rechtsstehende Platte einer jeden Zelle mit der linksstehenden der folgenden Zelle in leitende Verbindung gesetzt und die Kette durch die an den Endplatten befindlichen Polardrähte geschlossen, so erhält man einen kräftigen aber kurz dauernden Strom. Wegen der kurzen Dauer dieses Stromes muß man, um damit eine größere Wassermenge zu zersetzen, die Säule von Neuem laden, und hierauf wieder den secundären Strom benützen. Um die Ladungen und Entladungen schnell nach einander ausführen zu können, hat Poggendorf einen sinnreichen Apparat konstruirt, den er Wippe nannte.

Aus den Untersuchungen über die durch Polarisation erzeugte electromotorische Gegenkraft ergibt sich:

a) daß die Größe derselben mit der Stromstärke wächst, was zuerst Poggendorf gezeigt und J. Müller bestätiget hat;
b) sie hängt auch von der materiellen Beschaffenheit der Electroden und der Flüssigkeit ab, mit der diese in Berührung stehen; und wird
c) durch Erhöhung der Temperatur, vielleicht wegen der dadurch bewirkten Verminderung der Adhäsion der Jonen zu den Metallplatten vermindert.
d) Poggendorf hat auch bewiesen, daß die Polarisation an platinirten Platten bedeutend geringer ist, als an blanken; ein Voltameter lieferte im Schließungsbogen eines Grove'schen Elements in 30 Minuten 0.89 Kubikcentimeter Knallgas, wenn es blanke Platten und 77.68 Kubikcentimeter, wenn es platinirte Platten zu Electroden hatte. Bei platinirten Platten ist die Größe der Polarisation nur sehr wenig von den Aenderungen der Stromstärke abhängig. Auch Svanberg fand, daß bei Metallplatten mit rauhen Oberflächen eine geringere Polarisation statt fand als bei polirten.
e) Nach Svanberg dauert es immer eine gewisse Zeit, bis die Polarisation ihr Maximum erreicht.

Die Schwächung, die ein electrischer Strom beim Durchgange durch Flüssigkeiten erleidet, ist von zweierlei Art; die eine hängt von dem Lei-

tungswiderstande der Flüssigkeit ab, und nimmt mit der Dicke im geraden Verhältniße zu; die zweite wird durch die Polarisation der Metallplatten herbeigeführt und ist von der Dicke der Flüssigkeit unabhängig; letztere Schwächung nannte Fechner den Uebergangswiderstand. Aus der Polarisation erklärt sich die Wirksamkeit der constanten Volta'schen Ketten; bei allen wird der Sauerstoff an der positiven Electrode in jeder Zelle zur Oxydation des Zinks verwendet; der an der negativen Electrode sich abscheidende Wasserstoff entzieht beim Daniell'schen dem daselbst gleichzeitig auftretenden Kupferoxyde den Sauerstoff, so daß das Kupfer metallisch niedergeschlagen wird; bei den andern Ketten verbindet er sich mit einem Theil des Sauerstoffes der Salpetersäure zu Wasser, wodurch diese in Stickstoffoxydgas umgewandelt wird. Auf diese Art wird die Bedeckung der Electroden mit Gasschichten, folglich auch die Polarisation unmöglich.

Eine mit einem Hyperoxyd z. B. mit Bleihyperoxyd überzogene Platinplatte verhält sich electronegativ gegen eine reine, und in einem noch höheren Grade gegen eine Zinkplatte, so daß man aus solchen Platinplatten und amalgamirtem Zink äußerst kräftige Voltaische Ketten construiren kann; man nennt sie Hyperoxydketten; sie sind jedoch nur von kurzer Dauer, weil sich der Sauerstoff des Superoxyds mit dem Wasserstoffe, der sich an der damit überzogenen Platinplatte ausscheidet, zu Wasser verbindet. — Die kräftige Wirksamkeit einer Grove'schen und einer Bunsen'schen Kette, welche die der Daniell'schen weit übertrifft, ist nach Joh. Müller nicht allein der Aufhebung der Polarisation durch Hinwegnahme des Wasserstoffes zuzuschreiben, sondern auch dem Umstande, daß die Salpetersäure in der Weise der Hyperoxyde eletromotorisch wirkt. —

Mehrere Physiker, insbesondere Schönbein fanden, daß das Eisen von der Salpetersäure, deren Dichte höchstens 1.35 ist, nicht mehr angegriffen wird, wenn es kurze Zeit mit dem positiven Pole einer Volta'schen Batterie in Berührung stand. Diese Eigenschaft, welche die Passivität des Eisens heißt, erlangt das Eisen auch, wennman es an einem Ende solange roth glüht, bis es etwas oxydirt erscheint. Die Ursache dieser Erscheinung liegt in dem Umstande, daß die Oxydschichte, welche das Eisen bedeckt, negativ, das Eisen selbst positiv electrisch ist; diese negativ electrische Bedeckung bewahrt das Eisen vor weiterer Oxydation.

Will man die Stromstärke nach dem Ohm'schen Gesetze für den Fall finden, wo in dem Schließungskreise eine Flüssigkeit z. B. ein Voltameter vorhanden ist, so muß auf die Polarisation der mit der Flüssigkeit in Berührung befindlichen Stromleiter in der Art Rücksicht genommen werden, daß man von der Summe der electromotorischen Kräfte der Electricitätsquelle die Stärke P des in Folge der Polarisation entstandenen Gegenstroms abzieht. Ist W der Leitungswiderstand der Electricitätsquelle und des metallischen Leiters, F die Summe der Leitungswiderstände der im Schließungskreise befindlichen Flüssigkeiten, so ist die Stromstärke

$$S = \frac{E - P}{W + F}.$$

Aus diesem Ausdrucke ergibt sich, daß ein Metalldraht, dessen Leitungswiderstand L ist, und der bei der Flüssigkeit, auf die sich P und F bezieht, äquivalent ist, ihr nicht mehr bei einer andern Electricitätsquelle äquivalent sein kann; denn wenn die Intensität des Stroms bei dem Widerstande L dieselbe ist, wie wenn man die Flüssigkeit eingeschaltet hat, so ist

$$\frac{E}{W + L} = \frac{E - P}{W + F} \text{ und } W + L = \frac{E\,(W + F)}{E - P},$$

folglich $$L = \frac{E\,F + P\,W}{E - P},$$

woraus ersichtlich wird, daß sich der Werth von L mit dem Werthe von E und P ändert, und nur dann von E unabhängig ist, wenn $P = 0$ ist.

Nach Daniell bestimmt man die Polarisation, indem man in den Schlie-

ßungsbogen einer 5 elementigen Säule ein Voltameter einschaltet, und die in einer gewissen Zeit erzeugte Menge Knallgas beobachtet. Nehmen wir an, es werden in 5 Minuten 6 Kubikzoll Knallgas geliefert, so ist

$$\frac{5\,E - P}{5\,K + L} = 6.$$

Schaltet man dasselbe Voltameter in den Schließungskreis einer Säule von 10 Elementen ein, deren Platten aber doppelt so groß sind, als früher und man erhält in 5 Minuten z. B. 20 Kubikzoll Knallgas, so ist

$$\frac{10\,E - P}{\frac{10\,K + L}{2}} = 20, \text{ mithin } \frac{10\,E - P}{5\,E - P} = \frac{20}{6}$$

woraus sich ergibt $P = 2.857\ E$.

§. 215. Leitungswiderstand der Flüssigkeiten. Wheatstone gab ein sehr einfaches Verfahren an, den Leitungswiderstand der Flüssigkeiten unabhängig von der Polarisation zu ermitteln. An einer Glasröhre, Fig. 311, von zwei Zoll Länge und etwa ½ Zoll innerem Durchmesser ist auf dem größeren Theile ihrer Länge ¼ des Umfanges weggeschliffen, so daß dieser Theil der Röhre, der nach oben gekehrt wird, offen erscheint. Ein Ende ist mit einem Metallstöpsel, der an der inneren Seite eine Platinplatte trägt, verschlossen; vom andern Ende kann ein beweglicher Stempel, der auch in eine Platinplattte endigt, bis auf ¼ Zoll der andern feststehenden Platinplatte genähert, und bis auf ¾ Zoll von ihr entfernt werden. Diese Röhre heißt Meßröhre.

Fig. 311.



Will man den Widerstand einer Flüssigkeit ermitteln, so wird die Meßröhre sammt einem Galvanometer und Rheostaten in den Schließungskreis einer constanten Säule eingeschaltet, der Stempel so weit vorwärts geschoben, daß der Abstand beider Platinplatten ¼ Zoll beträgt, und der Zwischenraum mit der Flüssigkeit gefüllt, deren Leitungswiderstand man erfahren will. Hierauf dreht man den Rheostaten, bis die Ablenkung der Magnetnadel auf einen bestimmten Punkt herabgesunken ist; heißt in diesem Falle die Stromstärke S, der Leitungswiderstand des Rheostatendrahten L, jener der Flüssigkeit bei der Länge von einem Zoll x, der übrige Widerstand W, die electromotorische Kraft der Stromquelle E und die Polarisation P, so ist

$$S = \frac{E - P}{W + L + \frac{x}{4}}$$

Nun zieht man den Stempel ganz zurück, füllt den $\frac{5}{4}$ Zoll langen Raum zwischen den beiden Platinplatten wieder mit der Flüssigkeit an, und vermindert dann den Widerstand der Kette mittelst des Rheostaten, bis die Nadel wieder auf den früheren Punkt zeigt; ist jetzt L' die Länge des Rheostatendrahtes, so hat man

$$S = \frac{E - P}{W + L' + \frac{5\,x}{4}}$$

mithin $$\frac{E - P}{W + L + \frac{x}{4}} = \frac{E - P}{W + L' + \frac{5\,x}{4}}, \text{ und } x = L - L'$$

Die von Becquerel durch ein ähnliches Verfahren ermittelten Werthe für den specifischen Leitungswiderstand verschiedener Flüssigkeiten, wenn der specifische Leitungswiderstand des Silbers = 1 gesetzt wird, sind für

gesättigte Lösung von Kupfervitriol	18450000,
" " " Kochsalz	3173000,
" " " salpetersaurem Kupferoxyd	11120000,
" " " schwefelsaurem Zinkoxyd	17330000,
verdünnte engl. Schwefelsäure (220 Vol. Wasser und 20 Vol. Schwefelsäure)	1128000,
käufliche Salpetersäure 36° Beaumé	1606000

Becquerel fand, daß der Leitungswiderstand mit der Abnahme des Concentrationsgrades der Lösungen größer wird.

Bringt man in den Schließungskreis eine Röhre, die mit einer Flüssigkeit gefüllt und an beiden Seiten mit Stöpseln, die sich mit Platin endigen verschlossen ist, und bestimmt den Leitungswiderstand der Flüssigkeit; führt hierauf zwei solche ganz gleiche Röhren in den Schließungskreis, so daß der Strom zuerst durch eine und dann durch die andere geht und bestimmt wieder den Widerstand, so findet man ihn jetzt doppelt so groß als bei einer Röhre. Geht aber der Strom durch beide Röhren zugleich, so ist es gerade so, als wenn er durch eine Röhre von der nämlichen Länge als im ersten Falle, aber von doppelt so großem Querschnitte durchgehen würde und der Widerstand der Flüssigkeit ist nur halb so groß. Durch solche Versuche fand man, daß der Leitungswiderstand der Flüssigkeit ihrer Länge direct und ihrem Querschnitte umgekehrt proportional ist.

Die Erhöhung der Temperatur hat einen ganz andern Einfluß auf den Leitungswiderstand der Flüssigkeiten als bei den Metallen, indem sie diesen Widerstand bedeutend vermindert; jedoch ist die Abnahme des Leitungswiderstandes nicht der Zunahme der Temperatur proportional.

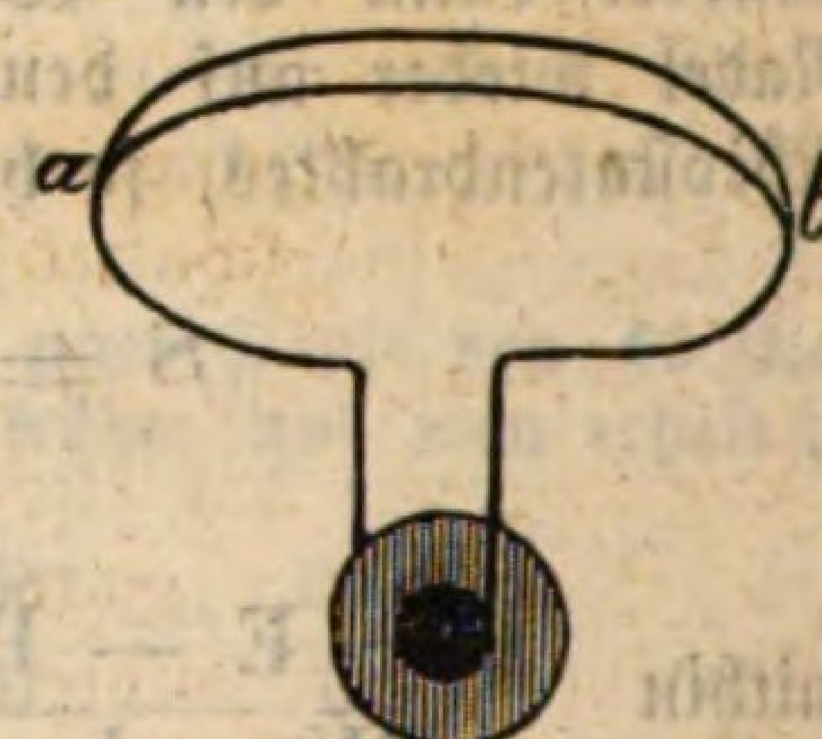
Nach Hankel entspricht bei einer concentrirten Lösung von Kupfervitriol einer Temperaturerhöhung von 1°C

zwischen den Temperaturgränzen	eine Abnahme des Leitungswiderstandes um
0 und 12°	0.327
12 „ 31	0.138
31 „ 66.4	0.044

Die einem Grade entsprechende Aenderung des Leitungswiderstandes der Flüssigkeit ist also bei niederer Temperatur größer als bei höherer.

§. 216. Stromtheilung. Wenn sich der Stromleiter an einer Stelle a Fig. 312 in zwei Aeste a c b und a d b theilt, die sich später in b wieder vereinigen, so kann man fragen, wie sich die Intensitäten s und s' in diesen beiden Aesten zu einander verhalten, wenn S die Intensität des ungetheilten Stromes, w der Leitungswiderstand des einen, und w' der des zweiten Astes ist. Offenbar ist

Fig. 312.



$$s : s' = w' : w = \frac{1}{w} : \frac{1}{w'} \text{ (1).}$$

Wir können die Widerstände w und w' durch die Widerstände ausdrücken, die zwei Drähte von demselben spezifischen Leitungswiderstande h und der nämlichen Länge l, aber von verschiedenen Querschnitten q und q' leisten; wir haben dann:

$$w = \frac{h\,l}{q},\ w' = \frac{h\,l}{q'} \text{ mithin}$$

$$q = \frac{h\,l}{w},\ q' = \frac{h\,l}{w'}$$

Wären die beiden Drahtäste in einem vereinigt, so wäre der Leitungswiderstand W, den sie in dieser Vereinigung äußern

$$W = \frac{h\,l}{q + q'},\ \text{somit } q + q' = \frac{h\,l}{W},$$

folglich $\frac{h\,l}{W} = \frac{h\,l}{w} + \frac{h\,l}{w'}$,

oder $\frac{1}{W} = \frac{1}{w} + \frac{1}{w'}$ (2) d. h.

die Leitungsfähigkeit der vereinigten Drahtäste ist gleich der Summe der ihnen zugehörigen Leitungsfähigkeiten. Die Stromstärken s und s' gehen bei gleicher Länge l durch die Querschnitte q und q', und der ganze Strom durch den Querschnitt q + q'; mithin ist:

$$S : s = q + q' : q, \text{ und } S : s' = q + q' : q',$$

daher $S : s = \frac{1}{W} : \frac{1}{w}$, und $s = \frac{S\,W}{w}$;

dann $S : s' = \frac{1}{W} : \frac{1}{w'}$, und $s' = \frac{S\,W}{w'}$.

Aus der Gleichung (2) ergibt sich $W = \frac{w\,w'}{w + w'}$; setzt man für W diesen Werth in den Gleichungen für s und s', so erhält man

$$s = \frac{S\,w'}{w + w'} \text{ und } s' = \frac{S\,w}{w + w'}.$$

Auf ähnliche Art berechnet man die Spaltung des electrischen Stroms in mehr als zwei Drähten.

§. 217. Theorie der Multiplicatoren. Das Ohm'sche Gesetz setzt uns in den Stand einmal zu beurtheilen, in wiefern durch einen in den Schließungskreis einer Electricitätsquelle eingeschalteten Multipli-

cator, da er die Stromstärke schwächt, eine starke Einwirkung auf die Magnetnadel erzielt werden kann, dann aber auch die Einrichtung zu bestimmen, die man dem Multiplicator geben muß, damit er recht empfindlich sei. Wir wollen zuerst in Beispielen zeigen, wie nothwendig es ist, bei der Einrichtung eines Multiplicators auch die Kette zu berücksichtigen, in die er eingeschaltet werden soll.

a) Nehmen wir an, der Leitungswiderstand der ganzen Kette betrage so viel, wie der eines Kupferdrahtes von 0.1 Linie Dicke und 300 Fuß Länge; und man schalte einen 60 Fuß langen und mit Seide umsponnenen Kupferdraht von 0.1''' Dicke ein; so wird in Folge des vergrößerten Leitungswiderstandes die Stromstärke nur $\frac{300}{360} = \frac{5}{6}$ der früheren betragen; macht man aber aus dem letzteren Drahte viele dicht an einander liegende Windungen, deren jede auf die Nadel mit der Intensität von $\frac{5}{6}$ wirkt, so wird ungeachtet, daß die Stromstärke durch den Multiplicatordraht geschwächt wird, die Einwirkung auf die Nadel vielmal größer, als ohne Multiplicator.

Würde die Länge des Multiplicatordrahtes 5mal mehr, also 300 Fuß betragen, so wäre die Stromstärke nur halb so groß als ursprünglich; aber man könnte 5mal mehr Windungen machen, als im früheren Falle; und da eine jede Windung von der Stromstärke $\frac{5}{6}$ viel schwächer auf die Multiplicatornadel einwirkt, als 5 Windungen von der Stromstärke $\frac{1}{2}$; so ist klar, daß ein Multiplicator mit 5mal längerem Drahte viel empfindlicher wird, als der frühere. Bei Anwendung eines dicken Multiplicatordrahtes würde wohl die Stromstärke einer Windung stärker, allein die einzelnen Windungen kämen zu weit von der Magnetnadel zu liegen, so daß viele derselben nur schwach auf sie einwirken können.

b) Bei einem kleinen Leitungswiderstande der Kette, wie z. B. bei einer thermoelectrischen, darf der Multiplicator nur aus einem kurzen, dicken und wenige Windungen zählenden Drahte bestehen; denn läßt sich der Leitungswiderstand der Kette wegen seiner Kleinheit vernachlässigen und hat der Multiplicatordraht 10 Windungen, so ist seine Einwirkung auf die Magnetnadel beinahe 10mal größer, als bei einer Windung; allein die Stromstärke jeder einzelnen Windung ist nur $\frac{1}{10}$ von der bei einer Windung, mithin ist die Wirksamkeit des Multiplicators eben so groß als bei einer Windung.

c) Hat man einen Multiplicator von n Windungen und ist L der Widerstand einer Windung, mithin n L der Widerstand des ganzen Multiplicatordrahtes, heißt ferner K der Widerstand der Stromquelle und s die Stromstärke in einer Windung, so ist

$$s = \frac{E}{K + n\,L}$$

da die Einwirkung auf die Magnetnadel dieser Stromstärke proportional ist, so kann sie dem Ausdrucke $\frac{\mu E}{K + n L}$ gleich gesetzt werden. Liegen die Drähte dicht aneinander, so daß sie sämmtlich nahe in demselben Abstande von der Nadel stehen, so hat man für die Gesammtwirkung S aller n Windungen die Gleichung

$$S = \frac{n \mu E}{K + n L} = \frac{\mu E}{\frac{K}{n} + L}.$$

Hieraus wird ersichtlich, daß durch Vergrößerung der Anzahl der Windungen die Totalwirkung S des Multiplicators wohl größer wird, aber immer kleiner bleibt als $\frac{\mu E}{L}$, und dieß um so mehr, als die weiter von der Nadel abstehenden Windungen schwächer wirken, wie die ihr näher liegenden. Da nun immer $S < \frac{\mu E}{L}$, so wird in dem Falle wo die electromotorische Kraft sehr klein, daher der Werth von $\frac{\mu E}{L}$ sehr gering ist, die Einwirkung auf die Nadel unmerklich.

Ist der Leitungswiderstand K bezüglich n L verschwindend klein, so ist

$$S = \frac{n \mu E}{n L} = \frac{\mu E}{L},$$

woraus zu ersehen ist, daß in diesem Falle der Werth von S durch die Vermehrung der Windungen nicht vergrößert wird; ist zugleich E sehr klein, so wird auch S eine kleine Größe und man kann einen merklichen Ausschlag der Magnetnadel nur dadurch erzielen, daß man den Leitungswiderstand des Multiplicatordrahtes bedeutend vermindert, indem man einen sehr dicken Draht, oder einen Metallstreifen als Multiplicator anwendet. Nimmt man z. B. anstatt eines Drahtes von 0'''.1 Dicke, einen, dessen Durchmesser 1''' beträgt, so ist der Querschnitt desselben 100mal größer als bei dem vorigen, mithin wächst auch der Werth von $\frac{\mu E}{L}$ um das Hundertfache.

Fechner construirte einen Multiplicator zu thermoelectrischen Versuchen, der aus einem breiten, dicken Kupferstreifen besteht, der so gebogen ist, daß seine beiden Hälften horizontal zu liegen kommen, so daß zwischen ihnen eine an einem Coconfaden hängende horizontale Magnetnadel schweben kann. An den Enden des Kupferstreifens sind Vertiefungen zur Aufnahme von Quecksilber angebracht, und das untere Ende ragt etwas mehr hervor. Bringt man z. B. das Kupferende eines Wismuth-Kupferelements in die eine, das Wismuthende in die andere Vertiefung, und erwärmt die Löthstelle, indem man sie zwischen den Fingern hält, so beobachtet man eine Ablenkung der Magnetnadel.

Man kann ein Galvanometer, das nur zur Messung schwacher Ströme bestimmt ist, auch zur Messung eines kräftigen Stromes gebrauchen, indem man nur einen Theil desselben durch den Galvanometerdraht leitet. Man legt nämlich die Enden des Galvanometerdrahtes an den

Schließungsleiter der Kette so an, daß zwischen ihnen ein Stück dieses Leiters von der Länge x und dem Widerstande w sich befindet. Der electrische Strom geht nun zum Theil durch den Galvanometerdraht, wo er den Widerstand w′ findet, und zum Theil durch das Stück x des Schließungsleiters. Da zu dem letzteren Stücke x noch ein Leiter hinzugekommen ist, so ist es so, als wenn an die Stelle von x ein besser leitendes Stück getreten wäre, das den geringeren Widerstand W dem Strome entgegensetzt, weshalb die Stromstärke in allen Theilen des Schließungsleiters erhöhet, aber in x selbst wegen der eingetretenen Theilung vermindert wird. Heißt s die Stromstärke von x, und s′ jene im Galvanometer, S die im ungetheilten Drahte, K der Widerstand der Kette sammt dem Schließungsleiter mit Ausnahme des Stückes x, so ist mit Berücksichtigung des Theilungsgesetzes

$$S = \frac{E}{K + W},\ W = \frac{w\, w'}{w + w'},\ \text{mithin}$$

$$S = \frac{E\,(w + w')}{K\,(w + w') + w\, w'},\ s = \frac{E\, w'}{K\,(w + w') + w\, w'},$$

$$s' = \frac{E\, w}{K\,(w + w') + w\, w'}.$$

Ist x ein kurzer starker Metallstreifen, so kann man w bezüglich des Widerstandes w′ des langen und feinen Galvanometerdrahtes vernachlässigen, und man hat dann

$$s' = \frac{E\, w}{K\, w' + w\, w'} = \frac{E\, w}{(K + w)\, w'}.$$

Bei zusammengesetzten Ketten ist K gegen w ebenfalls sehr groß und man kann daher für solche setzen

$$s' = \frac{E\, w}{K\, w'}.$$

Da nun der Werth w der Länge x direct proportional ist, so folgt, daß bei denselben Werthen von E, K und w′ die Stärke des Seitenstroms s′ im Galvanometerdrahte der Länge x direct proportional ist. Aendert man bei einer andern Kette die Länge x so lange, bis die Galvanometernadel denselben Ausschlag gibt, wie im ersten Falle, und heißt diese Länge x′ und ihr Widerstand u, so hat man

$$\frac{E\, w}{K\, w'} = \frac{E'}{K' w'}\,.\,u,\ \text{mithin}\ w : u = \frac{E'}{K'} : \frac{E}{K},$$

und da $w : u = x : x'$, so ist auch $x : x' = \frac{E'}{K'} : \frac{E}{K}$.

Der Quotient $\frac{E}{K}$ heißt das Maximum der Stromstärke; somit verhalten sich bei gleichen Ablenkungen der Magnetnadeln die Maxima der Stromstärken zweier Ketten, wie die eingeschalteten Längen x und x′.

Gebraucht man ein zweites Galvanometer, das den Widerstand w″ leistet, und bleibt E und K unverändert; so ändert man wieder x, bis die Nadel denselben Ablenkungswinkel anzeigt, wie beim früheren Galva-

nometer; dann ist auch die Stärke des Stromes im Galvanometer dieselbe wie früher, und man hat

$$\frac{x}{w'} = \frac{x'}{w''};$$

woraus sich das Verhältniß der Leitungswiderstände beider Galvanometer ergibt.

Professor Petrina, dem wir diese nützliche Anwendung des Theilungsgesetzes des electrischen Stromes verdanken, bediente sich zur Bestimmung des Werthes von x einer gleichförmigen, in gleiche Theile getheilten Quecksilberrinne.

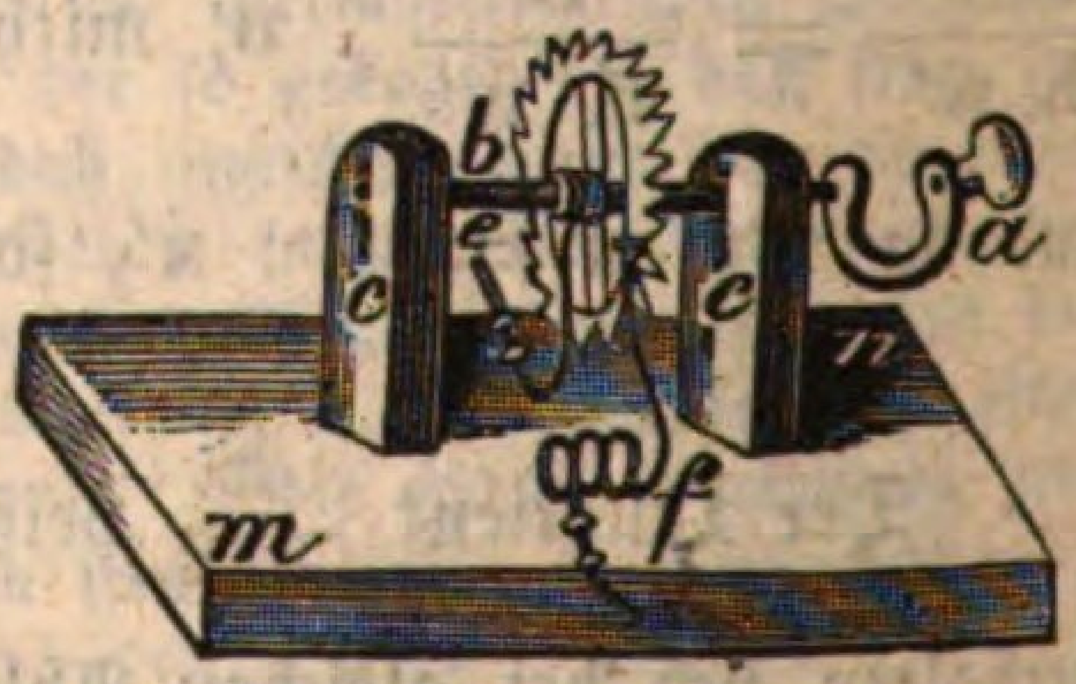
Wirkungen der Galvanischen oder Voltaischen Ströme.

§. 218. 1. Physiologische Wirkungen. In der Experimentalphysik wurden bereits die Wirkungen, die der Strom einer Volta'schen Kette zu erzeugen vermag, besprochen; hier sollen die besonderen Umstände, von welchen diese Wirkungen begleitet sind, so wie die bisher bekannt gewordenen Gesetze, nach denen sie erfolgen, näher erörtert werden.

Die Stärke der physiologischen Wirkungen wächst den früher angeführten Gesetzen gemäß mit der Anzahl der Plattenpaare. Nach Marianini bringt der positive Strom, den wir eigentlich stets berücksichtigen, im Augenblicke seines Eintritts in den Körper, eine Contraction der Nerven hervor, wenn er in der Richtung geht, in welcher sich die Nerven ausbreiten, bewegt er sich in der entgegengesetzten Richtung, so erfolgt diese Contraction in dem Augenblicke, wo der Strom aufhört. — Der schwache Strom einer einfachen Kette bringt im Auge einen Lichtschein und in den Ohren ein Geräusch hervor. Bringt man ein Silberstück unter, und ein Zinkstück auf die Zunge, und hierauf die vorderen Enden beider Metalle zur Berührung, so empfindet man einen sauren Geschmack; vertauscht man die Lage der Metalle, so ändert sich der Geschmack, und wird von manchen für alkalisch erklärt.

Die Wirkung auf die Nerven kann bedeutend gesteigert werden, wenn man die eine mit Salzwasser befeuchtete Hand an einem Pole der Kette liegen läßt, während man die andere rasch nach einander an den anderen Pol anlegt und wieder abhebt. Noch stärker erscheinen die Schließungs- und Trennungsschläge, wenn man sich des Blitzrades Fig. 313 von Neeff bedient; dieses besteht aus einer Kupferscheibe, die um eine metallene Axe schnell gedreht werden kann, und an welcher Einschnitte angebracht sind, die man mit Ebenholz auslegt; ein mit einem Pole verbundener Metalldraht, der an der Oberfläche der Scheibe liegt, berührt während der Drehung dieser Scheibe bald das Kupfer, bald das Ebenholz; da letzteres die Electricität nicht leitet, so wird die Verbindung mit dem Pole jedesmal unterbrochen, wenn der Draht damit in Berührung kommt. Von der Axe der Kupferscheibe leitet man einen, und vom zweiten Pole der Kette einen andern Draht, die Enden beider Drähte werden mit Conductoren versehen, die man in den befeuchteten Händen hält, oder an die Theile des Körpers anlegt, durch die der Strom geleitet wird. Da bei jeder Schließung und bei jeder Unterbrechung der Kette ein Schlag entsteht, so folgen beim schnellen Drehen der Scheibe

Fig. 313.

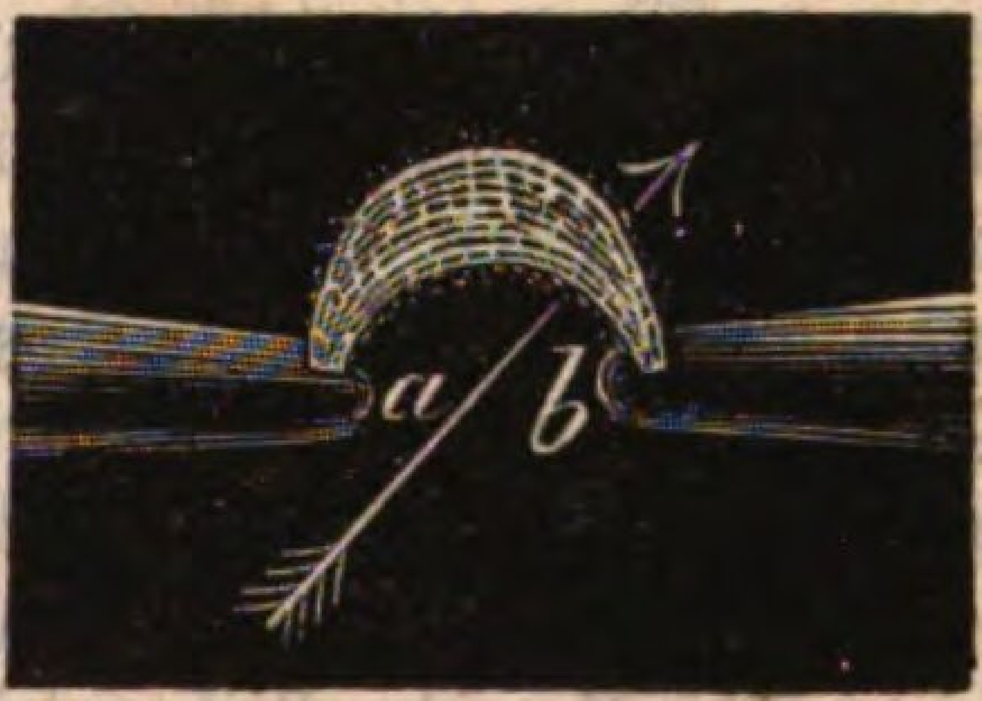


die Schläge rasch aufeinander und man kann mit wenigen Elementen Wirkungen auf die Nerven hervorbringen, wie durch den Strom einer aus sehr vielen Plattenpaaren bestehenden Kette.

Ure beobachtete an einem Menschen, der vor einer Stunde gehängt war, und in den Schließungskreis einer starken Voltaischen Batterie gebracht wurde, beim Schließen der Kette furchtbare Bewegungen der Muskeln, so daß sich Wuth, Verzweiflung, Angst mit schrecklichem Lächeln im Gesichte ausdrückten, es stellte sich auch ein tiefes und angestrengtes Athmen ein. — Legt man einen Blutegel auf eine Kupfer- oder Silbermünze, die auf einer Zinkplatte ruht; so sieht man ihn, so oft er die Zinkplatte berührt, sich wie von einem Schlage getroffen, schnell zusammenziehen.

2. Licht- und Wärmephänomene. Nähert man einem Pole der Kette das zugespitzte Ende eines Metalldrahtes, der mit dem anderen Pole in leitender Verbindung steht, so zeigt sich in dem Augenblicke der Schließung der Kette ein lebhafter, selbst unter Wasser sichtbarer Funke, der insbesondere dann intensiv ist, wenn man die Kette mit amalgamirten Drähten schließt. — Hat man eine Grove'sche Batterie von 40 bis 50 Elementen von angemessener Größe, und wickelt die Enden starker Polardrähte mehrfach um zugespitzte Kohlenstücke herum, um sie an einer ziemlich großen Fläche mit den Kohlen in Berührung zu bringen, so entsteht, wenn man die Kohlenspitzen in Berührung gebracht und wenn sie glühend geworden sind, bis auf $\frac{1}{4}$ Zoll von einander entfernt hat, ein sehr intensives Licht, das sich zu einem Lichtbogen Fig. 314 von blendender Helligkeit gestaltet. Dieser Lichtbogen entsteht dadurch, daß Kohlentheilchen von einer Electrode zur andern überführt werden. Durch die Bewegung der erhitzten Luft wird der Lichtbogen bestimmt, stets eine nach oben gewölbte Biegung anzunehmen. Er bildet sich auch zwischen verschiedenen Metallspitzen, ist aber nicht so groß als zwischen Kohlenspitzen, weil bei letzteren die Cohäsion der Theilchen viel geringer ist und daher die Zertheilung der Substanz an den Electroden viel leichter vor sich geht als bei Metallen.

Fig. 314.



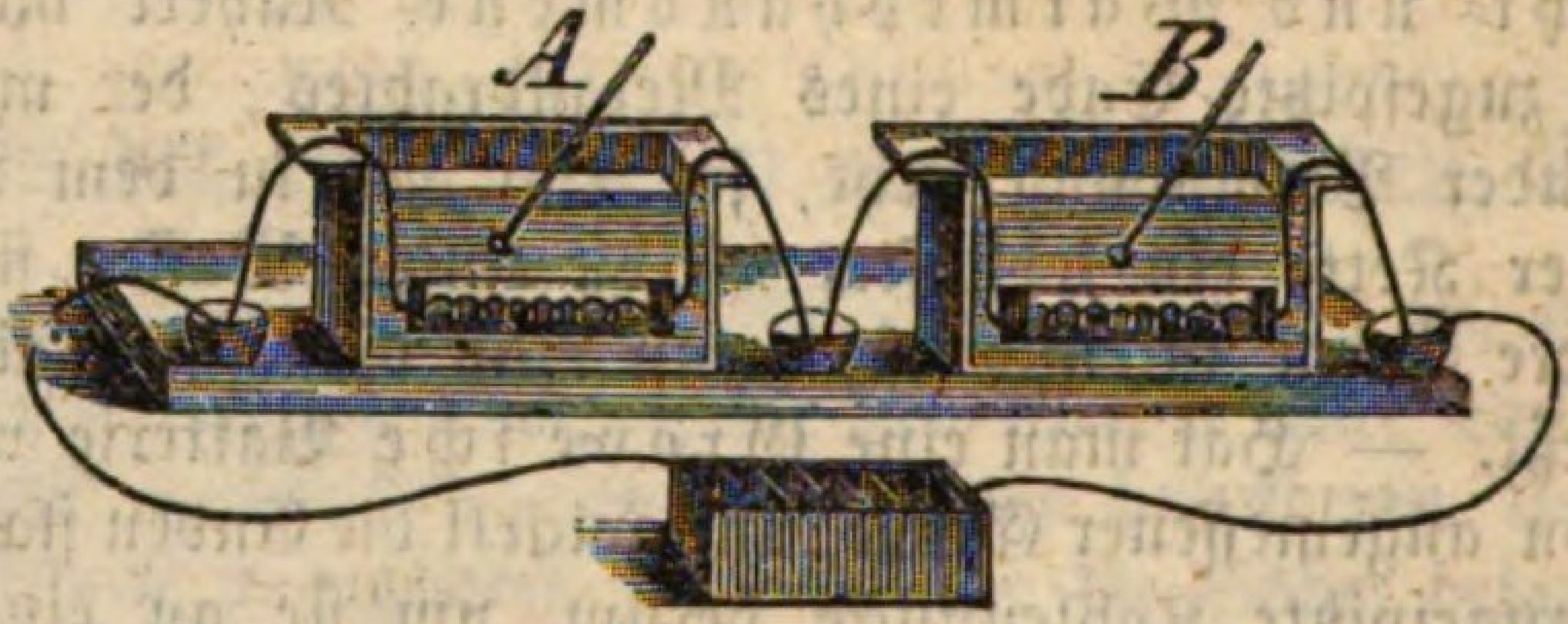
Gibt man der negativen Electrode die Form einer Platte, und stellt ihr die zugespitzte andere Electrode gegenüber, so bildet die übergeführte Substanz an der Platte einen Ring, dessen Mittelpunkt die Projection der Spitze ist. Im luftleeren Raume erscheint der Lichtbogen noch intensiver und es findet keine Verbrennung statt. Die Hitze des Lichtbogens ist sehr beträchtlich, und nimmt mit der Größe der Batterie zu. Auf eine Magnetnadel übt dieser Lichtbogen die nämliche Wirkung aus, wie der electrische Strom.

Ueber die Wärmeentwicklung, welche der voltaische Strom in Metalldrähten hervorbringt, haben Joule und Lenz Untersuchungen angestellt, und dargethan, daß die Wärmeentwicklung T dem Leitungswiderstande W der Drähte proportional ist, und im gleichen Verhältnisse mit dem Quadrate der Stromstärke S wächst, daß somit $T = S^2 W$ gesetzt werden kann. Da nun $S = \frac{E}{W}$, so ist auch $T = S E$, d. h. die in einer bestimmten Zeit entwickelte ganze Wärmemenge der Kette ist der Stromstärke und der

electromotorischen Kraft proportional. Diese Gesetze stimmen mit denen, welche Rieß für den Entladungsschlag gefunden hat, vollkommen überein.

Grove hat die merkwürdige Beobachtung gemacht, daß eine Platinspirale in atmosphärischer Luft, Sauerstoffgas, Stickgas weißglühend, in der Kohlensäure kirschroth wird, aber in Wasserstoffgas stets dunkel bleibt. Er stellte die Versuche mit dem durch die Fig. 315. dargestellten Apparate

Fig. 315.



an; in A und B sind zwei 1.5 Zoll lange Glasröhren von 0.3 Zoll Durchmesser, durch Korke an beiden Enden verschlossen, in welche Kupferdrähte hineinreichen, deren Enden durch einen schraubenförmigen feinen Platindraht von $\frac{1}{80}$ Zoll Durchmesser und 3.7 Zoll Länge verbunden waren; die Röhre in A war mit Sauerstoff und die in B mit Wasserstoff gefüllt. Wurden die mittleren Kupferdrähte mit einander und die andern mit den Polen an einer Grove'schen Batterie (von 8 Elementen zu 8 Quadratzoll wirkenden Oberfläche) verbunden, so erschien der Platindraht in A weißglühend, der andere in B blieb dunkel. Befand sich in den Gefäßen Wasser, so beobachtete man an den darin stehenden Thermometern, daß das Wasser, welches die Sauerstoffröhre umgab, in der nämlichen Zeit eine höhere Temperatur erhielt, als das im andern Gefäße, daher läßt sich das Nichtglühen des Platindrahtes in B nicht daraus erklären, daß Wasserstoffgas dem Drahte seine Wärme schneller entzieht, als Sauerstoffgas. Der Grund dieser Erscheinung ist noch unbekannt.

Fizeau und Foucault haben die Intensität des Sonnenlichtes zur Mittagszeit im August und September bei heiterem Himmel, dann das durch 46 Bunsen'sche Elemente erzeugte Kohlenlicht und das Drummond'sche Kalklicht mit einander verglichen, und erhielten das Verhältniß 1000 : 235 : 6.8. — Der Benützung des Solarlichtes zur Beleuchtung stehen nach J. Müller mehrere Umstände entgegen; einmal geht ein intensives Licht von einem einzigen Punkte aus, was einen sehr starken Gegensatz zwischen Licht und Schatten erzeugt, der sehr störend wirkt; eine gehörige Vertheilung von 63 Gasflammen bringt eine viel gleichförmigere Beleuchtung hervor als ein einziges ihnen äquivalentes Licht auf einem Punkte concentrirt. Ein zweiter Umstand ist die kurze Dauer jener Stärke des Stroms, bei dem das Licht den hohen Grad der Intensität besitzt; denn durch die electrolytische Kraft des Stroms wird in jeder Zelle das Wasser zersetzt, durch die Verbindung des Sauerstoffes mit dem Zink Zinkoxyd gebildet, das mit der Schwefelsäure Zinkvitriol gibt, so daß die verdünnte Schwefelsäure mehr und mehr in Zinkvitriol verwandelt, und dadurch die Leitungsfähigkeit bedeutend vermindert wird. Bei einer Batterie von 80 Elementen war nach 3 Stunden die Lichtstärke nicht halb so groß als anfänglich. Ein dritter Grund liegt darin, daß die Unterhaltung der Batterie zu kostspielig ist, weil viel Zink ver-

zehrt wird. Das Solarlicht leistet aber im Gasmikroskope vortreffliche Dienste, und kann bei vielen optischen Versuchen in Ermanglung des Sonnenlichtes benützt werden. — Von dem durch einen electrischen Strom erzeugten Glühen eines Eisen- oder Platindrahtes macht man eine sehr nützliche Anwendung zum Sprengen der Felsen. Nach Robert, der zuerst ein recht einfaches Verfahren erfunden hat, werden zwei mit Seide dicht übersponnene lange Kupferdrähte von 1 Linie Dicke nebeneinder gelegt, an dem einen Ende auf eine Länge von 6 Zoll zusammengedreht, bis auf zwei Stücke a und b Fig. 316. an den Enden, die von ihrem Ueberzug entblößt, rein gemacht, und so gestellt werden, daß sie ½ Zoll von einander abstehen; über diese Stücke a und b wird ein feiner Eisendraht mit seinen Enden aufgewickelt, so daß er zwischen ihnen gespannt erscheint. Die Kupferdrähte werden mit Faden umwickelt und fest verbunden. Den feinen Eisendraht führt man in die Mitte einer 3 Zoll langen und ungefähr 1 Zoll weiten Röhre von Zinn oder Glas ein, die an einem Ende mit Kork verschlossen und zur Hälfte mit trockenen Schießpulver gefüllt ist; worauf man die Röhre ganz mit Schießpulver füllt, und auch das zweite Ende mit Kork so verschließt, daß die zusammengedrehten Drähte durch den Kork hindurchgehen; beide Korkpfropfen müssen mit einem aus 2 Theilen Harz und 1 Theil Wachs bestehenden Kitt überzogen werden. Nachdem man das Bohrloch von Staub und Feuchtigkeit gereinigt, und mit der Hälfte der beabsichtigten Pulverladung gefüllt hat, wird die Patrone darauf gesetzt, die andere Hälfte der Ladung darüber gebracht, und ein Pfropf von Werg sanft in das Rohr geschoben, so daß ein lufterfüllter Raum zwischen ihm und dem Pulver bleibt. Auf diesen Pfropf wird trockener Sand geschüttet, bis das Loch ganz gefüllt ist. Die zusammengewickelten Drähte müssen mehrere Fuß über das Bohrloch hervorragen, und stehen an den Enden gabelförmig von einander ab, diese Enden werden mit zwei andern gleich dicken und mit Seide übersponnenen Kupferdrähten verbunden, wovon der eine an dem einen Pol einer 60 oder 90 Fuß vom Bohrloche entfernten Batterie befestiget ist, der zweite Draht ist an einer mechanischen Vorrichtung so angebracht, daß er durch eine Person die noch weiter vom Bohrloche entfernt ist, mittelst einer Schnur in dem Augenblicke erst mit dem anderen Pole der Batterie in Berührung gebracht wird, wo die Explosion erfolgen soll.

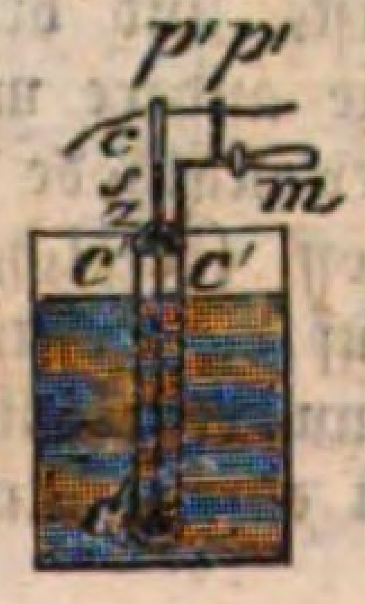
Fig. 316.



Durch dieses Verfahren kann auch die Entzündung des Schießpulvers unter Wasser mit Leichtigkeit bewirkt werden; man wendet es bei untergegangenen Schiffen an, um sie mittelst Schießpulver, das man in wasserdichten Säcken an geeignete Stellen durch Taucher bringt, zu zerschmettern, so den eingeschlossenen Inhalt bloszulegen und ihn dann zu Tage zu fördern. Die Kupferdrähte müssen in diesem Falle mit Firniß überzogen sein. — Sind große Massen wegzusprengen, so macht man eine Reihe zweckmäßig vertheilter Bohrlöcher, bringt in jedes eine Patrone, verbindet sie sämmtlich leitend unter einander und mit den Polen einer Batterie; die Explosion erfolgt dann gleichzeitig in allen Bohrlöchern. Man hat auf diese Weise in England großartige Wirkungen erzielt.

Der durch die Fig 317. dargestellte kleine Apparat ist Wollastons Feuerzeug; es besteht aus einem einzigen Zinkkupferelemente, und ist mit einer Handhabe versehen, zwischen Kupfer und Zink wird ein sehr kurzer haarfeiner Platindraht eingespannt. Taucht man das Element in verdünnte Schwefelsäure ein, so wird der Platindraht glühend.

Fig. 317.



Die erwärmende Kraft des electrischen Stroms richtet sich hauptsächlich nach der Größe der Platten; darauf beruht die Wirkung des Deflagrators von Hare, der aus einem einzigen, aber

sehr großen Zink-Kupferelemente besteht, wo die Platten durch Leder von einander getrennt und dann spiralförmig gewunden sind; wird dieses Element in verdünnte Schwefelsäure getaucht, so erhält man sehr auffallende Glühphänomene.

§. 219. **Chemische Wirkungen.** Faraday war bemüht die Gesetze der Electrolysirung zu ermitteln, die wichtigsten derselben sind:

1. Unter den binären Verbindungen sind nur diejenigen Electrolyten oder direct zerlegbar, bei welchen 1 Aequivalent des einen Bestandtheils mit einem Aequivalente des andern verbunden ist, wie z. B. Zinnchlorür (SnCl), Chlorsilber (AgCl); allein Becquerel, der Jüngere, hat neuestens bewiesen, daß dieser Satz nicht allgemein gültig ist, indem es auch Körper gibt, die durch den electrischen Strom direct zerlegbar sind, und der aufgestellten Bedingung nicht entsprechen, wie z. B. Kupferchlorür (Cu_2Cl), Antimonchlorid (Sb_2Cl_3), Kupferoxydul (Cu_2O), Wasserstoffsuperoxyd (HO_2).

2. Die Bestandtheile, in welche ein Electrolyt zunächst zerlegt wird, erleiden nicht selten alsogleich nach ihrer Ausscheidung (in statu nascenti) Veränderungen, indem sie entweder mit der Substanz der Electroden, oder mit dem gleichzeitig an derselben Electrode sich ausscheidenden Bestandtheile eines andern Electrolyten, oder mit einem Bestandtheile des Auflösungsmittels Verbindungen eingehen, weshalb Faraday directe oder primäre und indirecte oder secundäre Zersetzungen unterscheidet. Bei Lösungen der Salze im Wasser, wird immer das Wasser zerlegt, dessen Wasserstoff sogleich dem mit ihm gleichzeitig an der Kathode erscheinenden Metalloxyde den Sauerstoff entzieht, weshalb das Erscheinen des reinen Metalls an der Kathode nicht eine primäre, sondern eine secundäre Wirkung des electrischen Stromes ist.

Wird z. B. der electrische Strom durch eine Auflösung von salpetersaurem Bleioxyd geleitet, so erhält man an der Anode Bleisuperoxyd (PbO_2), indem der hier nascirende Sauerstoff mit dem Bleioxyde der Lösung in Verbindung tritt; an der Kathode erscheint Blei, weil das daselbst ausgeschiedene Bleioxyd durch den Wasserstoff reducirt wird. — Jodkalium wird sehr leicht zerlegt, aber das an der Kathode ausgeschiedene Kalium entzieht augenblicklich dem Wasser, in welchem das Salz aufgelöst ist, den Sauerstoff, weshalb an der Kathode nur Kali zum Vorschein kommt. — Besteht die Anode aus einem leicht oxydirbaren Metalle, so findet daselbst bei der Electrolysirung des Wassers keine Ausscheidung des Sauerstoffes statt, weil dieser sehr schnell das Metall oxydirt. Der an der Anode auftretende Sauerstoff hat im Augenblicke seines Entstehens sehr stark oxydirende Eigenschaften, so daß er Verbindungen bildet, welche sonst der freie Sauerstoff direct nicht eingeht, was Kolbe durch mehrfache Versuche bewiesen hat; leitet man z. B. durch eine gesättigte Lösung von Chlorkalium einen hinreichend starken electrischen Strom, so wird zuerst das Salz, später auch das Wasser zerlegt, wo dann der Sauerstoff an der Anode nur zum Theil gasförmig entweicht, indem ein Theil desselben mit dem hier auftretenden Chlor zuerst unterchlorige Säure, zuletzt Chlorsäure bildet, die in der Lösung an Kali gebunden erscheinen. — Kolbe und Böttger machten gleichzeitig die Entdeckung, daß Chlorstickstoff durch Electrolyse erzeugt werden kann; gießt man nämlich in eine Glasschale und in einen unten mit einer Blase geschlossenen Glascylinder eine übersättigte Auflösung von Salmiak (Chlorammonium $ClNH_4$), stellt das zweite Gefäß in das erste, und bringt in jedes eine Platinplatte; eine derselben verbindet man mit einem, die andere mit dem anderen Pole einer Volta'schen Batterie, so entwickelt sich an der Kathode Wasserstoffgas, an der Anode erscheinen kleine Tröpfchen von Chlorstickstoff (NCl_3), die bei schiefer Stellung der Platte in die Höhe steigen und wenn man auf die Lösung eine Schicht Terpentinöl gebracht hat, unter Knall und Lichterscheinung explodiren, sobald sie das Oel berührt haben. Die Bildung des Chlorstickstoffes ist eine secundäre Wirkung, indem 6Cl, die an der Anode ausgeschieden werden

$Cl.NH_4$ in 4 Aeq. Salzsäure und 1 Aeq. NCl, zerlegen. An der Kathode verliert das hier ausgeschiedene Ammonium 1 Aeq. Wasserstoff, der entweicht, und NH_3 bleibt zurück.

3. Die Ausscheidung der Jonen erfolgt dort, wo der Strom in den Electrolyten eintritt, und wo er ihn verläßt; bilden z. B. zwei Platinplatten die Electroden, die eine ist mit einer concentrirten Lösung von schwefelsaurer Magnesia in Berührung, die andere aber von dieser Lösung durch eine auf ihr ruhende Wasserschichte getrennt, und man leitet einen starken electrischen Strom in der Richtung, daß die Kathode auf Seiten des Wassers sich befindet, so sieht man die Magnesia nicht an der Platinplatte, sondern dort sich ablagern, wo die Lösung das Wasser berührt.

Stellt man eine mit einer Glaubersalzlösung ($NaO.SO_3$) gefüllte Schale A zwischen zwei andere B und C, in denen sich nur Wasser befindet, und verbindet vermittelst Asbestfäden das Wasser mit der Salzlösung, so findet man, nachdem man die Polardrähte einer Volta'schen Kette in die Schalen mit Wasser eingetaucht hat, nach einiger Zeit das Wasser in einer Schale sauer, in der andern alkalisch, überzeugt sich aber auch bald, daß die Electrolyse erst dann beginnt, wenn die Salzlösung durch Haarröhrchenwirkung bis zu dem Wasser gedrungen ist.

4. Eine Electrolysirung kann nur eintreten, wenn der zu zerlegende Körper ein Leiter ist; daher ist Eis nicht electrolysirbar, weil es die Electricität schlecht leitet.

5. Wird ein electrischer Strom durch mehrere Electrolyte von verschiedener Beschaffenheit geleitet z. B. durch verschiedene Röhren, die mit Wasser, Chlorsilber in geschmolzenem Zustande, Chlorblei ebenfalls in geschmolzenem Zustande, und Zinnchlorür in concentrirter Lösung gefüllt sind, so verhalten sich die in derselben Zeit, ausgeschiedenen Gewichtsmengen von Wasserstoffgas, Silber, Blei und Zinn wie 1 : 108 : 103.6 : 57.9, während die gleichzeitig an der Anode ausgeschiedenen Mengen von Sauerstoffgas und Chlor dem Gewichte nach sich verhalten wie 8 : 35.4; da aber in derselben Zeit durch jeden Theil des Schließungsbogens dieselbe Electricitätsmenge durchgeht; so folgt, daß die durch dieselbe Electricitätsmenge ausgeschiedenen Quantitäten der Jonen sich genau so zu einander verhalten, wie ihre Aequivalente, und daß daher zur Ausscheidung eines Aequivalents von was immer für einer Verbindung dieselbe Electricitätsmenge erforderlich ist. Geht 2, 3, . . nmal mehr Electricität durch einen Electrolyten durch, so ist auch die Quantität der zersetzten Theile desselben 2, 3, . . nmal größer, und falls dieß in derselben Zeit erfolgt, so wächst auch die Stromstärke in demselben Maße. Man kann daher nach der Quantität irgend eines ausgeschiedenen Bestandtheils eines Electrolyten die Electricitätsmenge, die diese Ausscheidung bewirkte, und wenn man auch die Zeit, in welcher dieß geschah, berücksichtigt, auch die Stromstärke bestimmen. Das Gesetz, welches die Abhängigkeit der elektrolytischen Thätigkeit eines electrischen Stromes von seiner Stromstärke ausdrückt, heißt das Gesetz der bestimmten electrolytischen Action. Faraday hat gezeigt, daß dieses Gesetz nicht nur für binäre, sondern auch für quaternäre Verbindungen gilt. Allein, da Becquerel (nach 1) gezeigt hat, daß z. B. bei Kupferchlorür zwei Aequivalente Kupfer durch dieselbe Electricitätsmenge ausgeschieden werden, welche im Voltameter nur ein Aeq. Wasserstoff und ein Aeq. Sauerstoff erzeugt; so ist das Gesetz der

bestimmten electrolytischen Action nicht allgemein gültig. Jedoch ergibt sich auch aus Becquerels Untersuchungen, daß bei Gleichheit der Stromstärke für jedes Aequivalent Wasser auch ein Aeqivalent von irgend welcher electrolysirbaren Verbindung zerlegt wird.

Der elektrische Strom, der nicht nur durch den Schließungsbogen, sondern auch durch die Kette continuirlich geht, und überall dieselbe Intensität hat, äußert in jedem Elemente seine electrolysirende Kraft; für je ein Gran Wasserstoffgas, das man z. B. im Voltameter in einer gewissen Zeit erhält, werden in jeder Zelle der Kette 9 Gran Wasser zerlegt, so daß an der Zinkplatte 8 Gran Sauerstoff erscheinen, die sich mit einem Aequivalente Zink d. i. mit 32.5 Gran zu Zinkoxyd verbinden. Hat die Kette 10 Plattenpaare, so werden in der Zeit, in welcher 1 Gran Wasserstoffgas im Voltameter erzeugt wird, 325 Grane Zink verbraucht. — Ergibt es sich, daß in einer Zelle auf 9 Gran Wasser, die zerlegt werden, mehr als 32.5 Grane Zink verbraucht werden; so kann dieser Mehrverbrauch nur von gewissen localen Actionen herrühren, die man selbst durch Amalgamiren der Zinkplatten nicht vollständig beseitigen kann. Abgesehen von diesen störenden Actionen ist die Menge des in einer bestimmten Zeit verbrauchten Zinks der Stromstärke proportional; allein dieß nur bei Batterien von der nämlichen Beschaffenheit. In einer Grove'schen und einer Daniell'schen Batterie ist die Zinkconsumtion bei gleichem Effekt des Schließungsbogens ungleich; denn nehmen wir n Grovesche Elemente, deren Zahl so groß ist, daß der Widerstand der Batterie soviel beträgt als der Widerstand im Schließungsbogen, mithin die Stromstärke ein Maximum ist; soll nun eine Daniell'sche Batterie, in welcher die electromotorische Kraft jedes einzelnen Elementes nur $\frac{4}{7}$ von der eines Grove'schen beträgt, dieselbe electromotorische Kraft haben, wie die Grove'schen, so muß sie aus $\frac{7}{4}$ n Elementen bestehen; trifft man bei ihr noch die Anordnung, daß der Widerstand der ganzen Batterie eben so groß ist als der Widerstand der Grove'schen von n Elementen, so muß, wenn beide Batterien mit demselben Schließungsbogen geschlossen werden, die Stromstärke und daher auch die Wirkung dieselbe sein; allein in einem Falle durchläuft der Strom n im andern $\frac{7}{4}$ n Zellen, daher wird im letztern $\frac{7}{4}$ mal mehr Zink verbraucht als im ersten.

Vergleicht man den Vorgang bei der Electrolyse, wie er bereits in der Experimentalphysik angegeben wurde, mit dem Hergange bei einem electrischen Strome, wo auf einer Seite die + E im nächsten Theilchen des Leiters eine Zerlegung der natürlichen Electricität bewirkt, mit der — E sich verbindet, die + E aber abstößt, welche auf ähnliche Weise weiter wirkt, so kommt man leicht zu der Ansicht, daß die Atome des Anions negativ, die des Kations positiv electrisch sind, und die chemische Verbindung nur in Folge der Anziehung der entgegengesetzten Electricitäten, mit denen die Atome der mit einander in Berührung gebrachten Jonen geladen werden, stattfinde, daher durch stärker einwirkende electrische Kräfte wieder aufgehoben werden könne. So entstand die von Davy und Berzelius ausgebildete chemische Theorie, bei der man den an der Anode ausgeschiedenen Bestandtheil eines Electrolyten den electropositiven, und den an der Kathode sich absetzenden den electronegativen nennt. Man brachte die Grundstoffe in eine Reihe, in welcher ein jeder Stoff in chemischer Verbindung mit einem nachfolgenden electronegativ und in Verbindung mit einem voranstehenden electropositiv sich verhält. Diese Reihe beginnt mit dem Sauerstoff, als dem allernegativsten, und endigt mit dem Kalium, das gegen alle sich positiv verhält. Bei den Säuren ist das Radical electropositiv,

der andere Stoff electronegativ; bei Amphidsalzen ist die Säure electronegativ, die Basis electropositiv.

Diese Theorie fand in der Erfahrung eine Unterstützung, daß sich zwei Stoffe nicht chemisch verbinden können, wenn sie sich in demselben electrischen Zustande befinden. Davy hat den Kupferbeschlag der Schiffe gegen die Zerstörung durch das Seewasser dadurch geschützt, daß er ihn durch einige hin und her darauf gelegte Zinkplatten electronegativ machte, also in einen Zustand versetzte, in welchem er mit dem electronegativen Sauerstoff keine Verbindung eingehen kann. Indessen bewirkt der electrische Strom, der beim Hinzutreten des Wassers zu den Electromotoren entsteht, eine Ausscheidung von Erden aus dem Seewasser, die sich an die im Wasser befindliche Kupferbedeckung anlegen, an die sich dann Schnecken und andere Seethiere ansetzen. — Das Kupfer kann auch durch ein Stück Eisen geschützt werden. Man nennt die schützenden Metalle Protectoren.

Häufig geschieht es, daß beim Eintauchen eines Metalls in eine Flüssigkeit sogleich an diesem Metalle eine Ablagerung einer schnell sich bildenden Verbindung entsteht, die sein Verhalten zu der Flüssigkeit ändert, so daß es von ihr nicht mehr angegriffen wird, oder wie man zu sagen pflegt, daß es gegen sie passiv wird. So wird z. B. Wismuth in einer Salpetersäure von 1.5 spezifischem Gewicht sogleich passiv, so daß ein kleines Stückchen davon erst in mehreren Wochen gelöst wird.

Schon im Jahre 1828 hat Nobili entdeckt, daß an einer reinen Silberplatte, die als positive Electrode in einer Auflösung von essigsaurem Bleioxyde dient, falls ihr gegenüber die Spitze eines Drahtes, welche die Kathode bildet, in die Flüssigkeit getaucht wird, durch den electrischen Strom mehrere concentrische Ringe von Bleihyperoxyd gebildet werden. Edmund Becquerel stellte in der neuesten Zeit vielfältige Untersuchungen über diesen Gegenstand an, und fand, daß man prachtvolle Farbenringe an verschiedenen Metallen erhält, wenn man sie als positive Electroden in eine Lösung von Bleioxyd (Bleiglätte PbO) in Aetzkali bringt, dann als negativen Pol eine kleine Platinplatte oder eine aus einer Glasröhre hervorragende Platinspitze braucht, die man dem Metalle gegenüber aufstellt; es scheidet sich an der Kathode Blei aus, an der Anode Bleihyperoxyd in dünnen Schichten, welches, da die Dicke dieser Schichten mit der Entfernung von der negativen Spitze abnimmt, besonders am Argentan und Silberblech die herrlichsten Newtonischen Farbenringe bildet. Die Kette, die dabei angewendet wird, besteht aus 4 bis 6 Grove'schen Elementen.

Die schönen Farben, die man durch E. Becquerels Verfahren, das man Metallochromie nennt, erhält, werden bereits in der Industrie mehrfältig benützt. Man bereitet sich die dazu nöthige Lösung, indem man 1 Theil Aetzkali in 5 bis 6 Theilen Wasser auflöset, diese Lösung nebst feingemahleuer Bleiglätte im Ueberschuß in einem irdenen Gefäße zum Sieden bringt und das Sieden ½ Stunde lang unter beständigem Umrühren unterhält, hierauf die Lösung filtrirt und in einem gut verschlossenem Gefäße aufbewahrt. Beim Gebrauche gießt man die Lösung in ein bleiernes oder messingenes Gefäß, verbindet den Gegenstand, den man überziehen will, nachdem man ihn sorgfältig mit Englischroth oder Wienerkalk gereinigt hat, mit dem positiven Pole der Kette, taucht ihn dann in die Lösung und verbindet jetzt erst die Außenseite des Gefäßes mit dem negativen Pol. Man muß den Strom so einleiten, daß die Bildung langsam vor sich geht. — Man schützt die gebildete Färbung durch einen Firniß, den man bereitet, indem man ½ Litre Leinöl, 4 bis 8 Gramm fein gepulverte Bleiglätte und 2 Gramm Zinkvitriol mehrere Stunden lang mäßig erhitzt und dann filtrirt. Von diesem Firniß werden zwei Schichten nach einander warm aufgetragen.

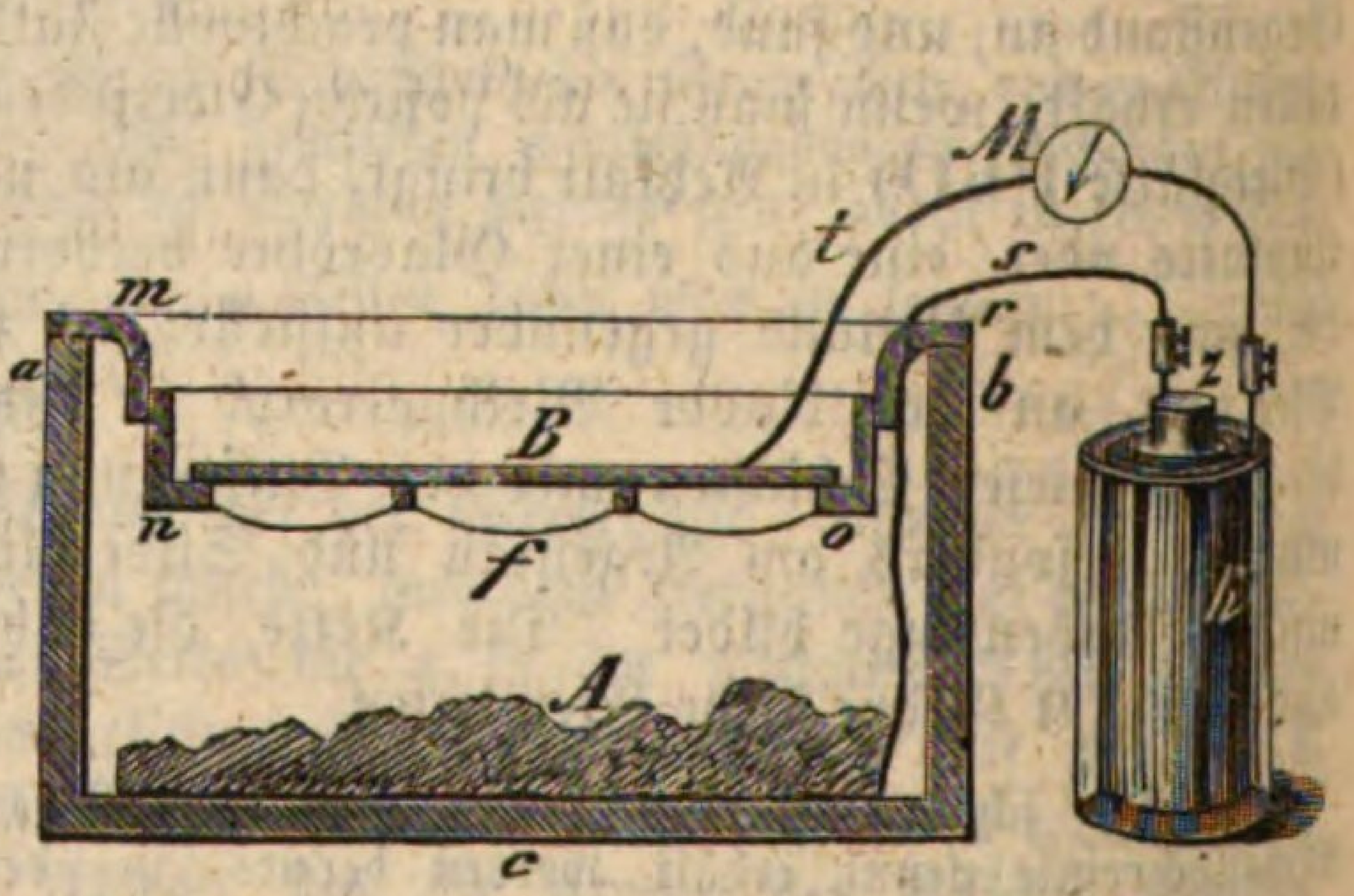
Eine andere Anwendung des Volta'schen Stromes ist die Gewinnung der Metalle aus Erzen; so z. B. gewinnt William Ritchie aus Schwefelverbindungen

zuerst Kupfervitriol, den er dann auf dem electrischen Wege in folgender Weise zerlegt: eine Lösung von Kupfervitriol wird in ein Gefäß gebracht, das durch eine poröse Wand von einem andern mit Eisenvitriollösung gefüllten getrennt ist, in das erste wird eine Bleitafel, in das zweite eine Platte von Gußeisen gestellt, und beide Platten werden leitend mit einander verbunden; durch die electrolytische Action dieses Elementes bildet sich an der Bleitafel ein Niederschlag von Kupfer in Plattenform. Solche Elemente stehen in Menge neben einander, und die Flüssigkeiten werden beständig in dem erforderlichen Grade der Concentration zugeführt, so wie die geschwächte Kupfervitriollösung und die gesättigte Eisenvitriollösung beständig abgeführt.

Die Anwendung der Galvanoplastik auf die Nachbildung von Kunstgegenständen, so wie die Vergoldung und Versilberung auf galvanischem Wege ist bereits sehr verbreitet, und wird oft im Großen betrieben. Es ist hier nicht der Ort darüber einen vollständigen Unterricht zu ertheilen, und wir wollen uns nur auf einige Bemerkungen beschränken. Sind die Substanzen, an denen sich ein Metall niederschlagen soll, nicht leitend, wie z. B. Gypsabdrücke, Holzschnitte, oder Abdrücke, die man erhält, wenn man eine Mischung von Wachs und Stearin oder von Wachs und Gyps über den Kunstgegenstand gießt, und dann den Abguß vorsichtig abnimmt; so wird ihre Oberfläche mit Versilberungspulver oder geschlemmtem Graphit, oder mit Broncepulver überzogen. — Nach Böttger verschafft man sich auch Abdrücke für galvanoplastische Nachbildungen, wenn man ein Gemisch aus 8 Theilen Wismuth, 8 Theilen Blei und 3 Theilen Zinn schmilzt, in eine Pappschachtel gießt, mit einem Eisendraht umrührt, und, wenn die Masse breiig wird, darauf den abzuformenden Gegenstand bis zum Erkalten drückt.

Bei größeren Gegenständen gebraucht man eine besondere mit Kupfervitriol gefüllte Zersetzungszelle aus Ton oder aus Holz, welches inwendig mit einer Harzmasse übergossen ist; in diese bringt man, wie die Fig. 318. zeigt, den Gegenstand A, auf dem sich das Kupfer niederschlagen soll, und darüber auf einem hölzernen Rahmen ein starkes Kupferblech B, das man unterhalb mit Leinwand oder Flanell überspannt, um zu verhindern, daß fremdartige Stoffe auf den Niederschlag fallen; B muß ebenfalls in die Flüssigkeit eingetaucht sein. Der Kupfervitriol muß rein und von Arsen frei sein. Der Strom soll schwach aber gleichförmig wirken, um einen langsamen, compacten Niederschlag zu erhalten; daher wird die Säure dergestalt verdünnt, daß man 1 Theil Schwefelsäure mit 40 Theilen Wasser vermischt. An einer in den Schließungsbogen eingeschalteten Galvanometernadel, die man von Zeit zu Zeit beobachtet, erkennt man, ob Aenderungen in der Strom-Stärke eintreten oder nicht. Ist die Stromquelle ein Daniell'sches Element oder eine Verbindung mehrerer solcher Elemente, so muß man öfter neue Kupfervitriolkrystalle in die Zellen, worin der negative Electromotor sich befindet, bringen, weil sich daselbst Kupfer metallisch abscheidet. Die metallischen Formen dürfen nicht aus Metallen bestehen, welche für sich von der Kupfervitriollösung angegriffen werden, wie Eisen, Zinn und Zink.

Fig. 318.



Frankenheim hat ein einfaches Verfahren zum Vergolden gefunden; man bringt das Metall, das man vergolden will, mit einem, und wenn es größer ist, auch mit mehreren Stückchen Zink in Berührung, und taucht beide in eine bis 48° R. erhitzte Lösung von Goldchlorid und Cyankalium, der man etwas reines Kochsalz oder Aetzkali, oder Natron beigesetzt hat. Nimmt man den zu vergoldenden Gegenstand alle 10 bis 20 Minuten heraus, und reinigt ihn durch Reiben mit Weinstein, so bekommt

man eine sehr dauerhafte Vergoldung. Die Dicke der Goldschichte ist der Zeit proportionirt. — Die Metalloberfläche die vergoldet wird, muß sehr wohl gereinigt sein.

Man hat neuestens auch ein Verfahren entdeckt, um Metallflächen mit Messing von verschiedener Färbung auf dem galvanischen Wege zu überziehen.

§. 220. Fundamentalgesetz der electromagnetischen Action.

1. Um das Gesetz zu ermitteln, nach welchem die kleinsten Theilchen (Elemente) eines electrischen Stromes auf die Nadel wirken, nehmen wir zum Schließungsleiter einen mit Seide übersponnenen Kupferdraht, und bilden aus ihm mehrere ziemlich weit von einander abstehende verticale Kreise von verschiedenen Halbmessern R und r, und richten es so ein, daß von den geradlinigen Theilen des Leiters immer zwei gleich lange dicht aneinander liegen, in denen die Strömung nach entgegengesetzten Richtungen vor sich geht, weshalb die Einwirkungen dieser Theile auf einen magnetischen Punkt gleich und entgegengesetzt sind, folglich sich gegenseitig aufheben. In den Mittelpunkt eines jeden Kreises stellt man die Drehungsaxe einer Declinationsnadel, die bezüglich der Halbmesser der Kreise sehr klein ist, und bringt die Ebenen dieser Kreise in eine Lage, bei der sie auf dem magnetischen Meridian senkrecht stehen; dann leitet man durch den Draht den electrischen Strom einer constanten, in einer solchen Entfernung stehenden Kette, daß sie auf die Magnetnadeln keinen Einfluß zu äußern vermag, und daher jede Nadel nur der Action des kreisförmigen sie umgebenden Theils des Schließungsleiters ausgesetzt bleibt. Versetzt man die Magnetnadeln in Schwingungen von geringer Schwingungsweite und zählt die Schwingungen, welche die Nadeln in einer bestimmten Zeit bei unveränderlicher Stromstärke vollbringen, so findet man ihre Anzahl größer, als wenn die Nadeln bloß unter dem Einflusse des Erdmagnetismus schwingen. Auf solche Art ist man im Stande, das Verhältniß der Kräfte zu finden, mit welchen die verschiedenen kreisförmigen Ströme auf die in ihren Mittelpunkten befindlichen Magnetnadeln wirken. Sorgfältige Untersuchungen lehren, daß bei gleicher Stromstärke in allen Kreisen, diese Kräfte den Halbmessern umgekehrt proportional sind.

2. Da bei diesen Versuchen die Declinationsnadeln rücksichtlich der Halbmesser der Kreise sehr klein, und auch ihre Schwingungsweiten sehr gering sind, so läßt sich annehmen, daß gleiche Stromtheilchen mit Kräften von gleicher Stärke auf die Pole einwirken; aber die Stromtheilchen wirken auch sämmtlich in einer auf der Ebene des kreisförmigen Stromes senkrechten Richtung; denkt man sich daher die Kreisperipherie in n gleiche Theilchen, deren jedes die äußerst kleine Länge l besitzt, getheilt, und bezeichnet man mit f die Kraft, mit welcher ein Stromtheilchen auf die Pole wirkt; so ist n f die Kraft des ganzen Kreises; heißt diese F, so ist $F = n f$; und für einen andern Kreis $F' = n' f'$,

mithin $F : F' = n f : n' f'$.

Sind r und r' die Halbmesser dieser zwei Kreise, so ist

$$2 \pi r = n l \text{ und } 2 \pi r' = n' l, \text{ mithin}$$

$$n : n' = r : r', \text{ und } F : F' = f r : f' r'.$$

Nun ist den Untersuchungen zufolge

$$F : F' = r' : r, \text{ mithin auch } f r : f' r' = r' : r$$

daher $$f\, r^2 = f'\, r'^2 \text{ und } f : f' = \frac{1}{r^2} : \frac{1}{r'^2}$$

d. h. die Kräfte, mit welchen die kleinsten Stromtheilchen in den kreisförmigen Strömen auf die nahe am Mittelpunkte befindlichen Magnetpole wirken, sind den Quadraten der Halbmesser dieser Kreise umgekehrt proportional. In den eben besprochenen Fällen schließt jedes Stromtheilchen mit dem Halbmesser des Kreises, in dem es sich befindet, einen rechten Winkel ein, und der Halbmesser ist sehr nahe dem Abstande des Stromtheilchens von einem Magnetpol gleich, daher läßt sich das Gesetz bestimmter in folgender Form ausdrücken: In jedem Falle, wo die gerade Linie, welche ein Stromtheilchen mit einem Magnetpole verbindet, auf der Richtung dieses Stromtheilchens senkrecht steht, ist die magnetische Action desselben dem Quadrate seines Abstandes vom Magnetpole umgekehrt proportional.

Um einen Ausdruck für die bewegende Kraft eines elementaren Stromtheilchens zu bekommen, müssen wir beachten, daß diese Kraft sowohl von der Intensität des Stromes, als auch von der Stärke des Magnetismus der Magnetnadel, die bewegt wird, abhängt, und dem Producte dieser beiden Größen direct proportional ist, aber auch mit der Länge des Stromtheilchens im geraden Verhältnisse wächst, wenn alle Punkte desselben übereinstimmend wirken. Nehmen wir an, zwei Stromtheilchen, deren Längen a und a' sind, wirken auf die in einem Punkte concentrirte Einheit des freien Magnetismus mit den Kräften f und f', wenn die Intensitäten der electrischen Ströme s und s', und die Verbindungslinie eines Magnetpols mit dem Stromtheilchen auf diesem senkrecht steht, somit den Abstand des Pols von dem Stromtheilchen angibt; sei dieser Abstand bei einem r, beim andern r', so hat man die Proportion

$$f : f' = \frac{a\,s}{r^2} : \frac{a'\,s'}{r'^2}$$

Nimmt man nun die Stromstärke s' als Einheit an, bei welcher ein Leiter von der Länge $a' = 1$ in Form eines Kreisbogens vom Halbmesser 1 auf den Magnetpol, dessen Magnetismus $= 1$ ist, die bewegende Kraft $f' = 1$ ausübt, so ist

$$f = \frac{a s}{r^2} \quad (1).$$

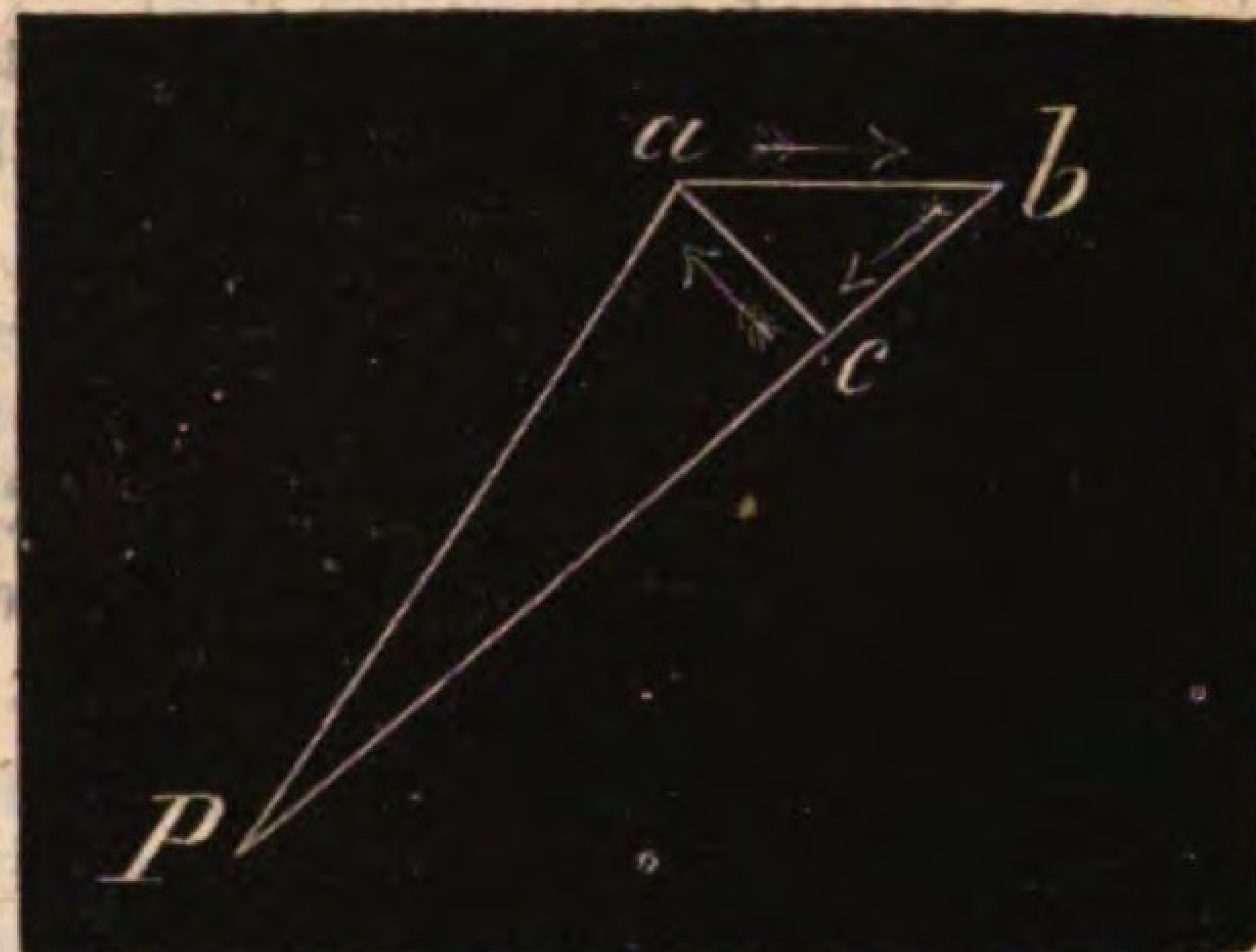
3. Um die Veränderung in der Stärke der Einwirkung eines Stromtheilchens auf einen Magnetpol zu erfahren, wenn die gerade Linie die sie verbindet, mit dem Stromtheilchen einen schiefen Winkel einschließt, müssen wir die Thatsache beachten, daß die gegen einen Magnetpol ausgeübte Einwirkung eines electrischen Stromes, der nach irgend einer Richtung in einem geradlinigen mit Seide umsponnenen Metalldrahte Fig. 319. sich bewegt, aufgehoben wird, sobald dieser Strom zurückgeleitet wird, es mag der Metalldraht, durch den dieß geschieht, zu dem ersteren parallel laufen, oder um ihn in mehreren kleinen Biegungen sich fortschlängeln, wenn nur der zurückkehrende Strom ganz nahe an dem hingehenden liegt, und die Entfernungen der Magnetpole von den einzelnen Stromtheilchen

Fig. 319.



im Vergleich zu der Kleinheit der Biegungen sehr groß sind. Ist nun die Wirkung des mehrfach gebogenen Theils des Schließungsleiters gegen die Magnetpole gleich und entgegengesetzt der Wirkung des geradlinigen Theils; so wirkt eine jede Biegung, wie z. B. a c b mit der nämlichen Stärke, wie das geradlinige Stück a b. Sind a c und b c Fig. 320. zwei aufeinander senkrecht stehende Stromtheilchen, die mit dem Stromtheilchen a b ein Dreieck bilden, und geht der Strom in der Art, wie die Pfeile anzeigen, so muß die Einwirkung von a b auf den Magnetpol P dieselbe sein, wie die der Stromtheilchen a c und b c, dieß selbst dann, wenn P in der Verlängerung von b c sich befindet; allein da b c den Pol nur in einer Richtung abstoßen kann, die auf der durch b c und P gelegten Ebene senkrecht steht, durch die Gerade b c P aber unendlich viele Ebenen gelegt werden können, und kein Grund vorhanden ist, warum der Pol P eher senkrecht gegen die eine, als gegen die andere abgelenkt werden sollte; so folgt, daß ein Stromtheilchen auf den in seiner Richtung befindlichen Punkt keine Einwirkung äußert, und daß nur a c, das mit P durch die auf ihm senkrecht stehende Gerade P c verbunden ist, mit derselben Kraft auf P einwirkt, wie das größere Stromtheilchen a b, welches mit der Linie, die es mit P verbindet, den spitzigen Winkel a b P einschließt; dieß ist offenbar nur dann möglich, wenn die Kraft eines Stromtheilchens bei dem Uebergange von der Richtung a c in die Richtung a b in demselben Maße abnimmt, in welchem a b größer wird als a c. Heißt p die magnetische Kraft eines Stromtheilchens von der Länge a in der Lage a b, und f jene, die es in der Lage a c besitzt, und φ der Winkel a b c, so ist

Fig. 320.

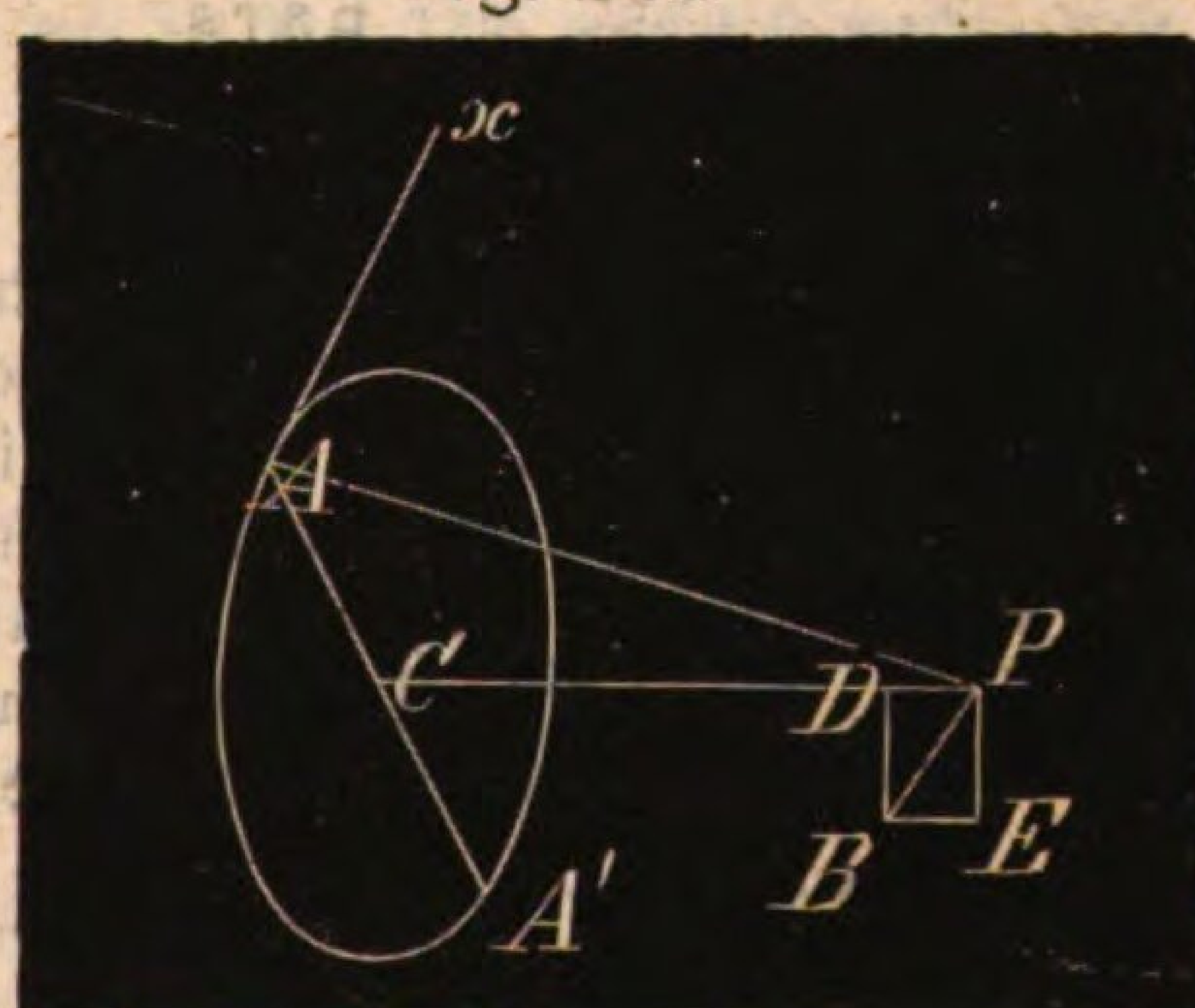


$$p : f = a\,c : a\,b = \sin.\ \varphi : 1,$$

mithin
$$p = f\ \sin.\ \varphi = \frac{a\,s}{r^2}\ .\ \sin.\ \varphi\ (2).$$

4. Nehmen wir an, der Stromleiter habe die Gestalt eines Kreises und die Ebene desselben falle mit der Meridianebene zusammen; ein Magnetpol P Fig. 321. dessen Magnetismus = 1 ist, befinde sich in der Geraden CP, die im Mittelpunkte C des Kreises senkrecht auf die Ebene desselben errichtet wird; die Richtung eines Stromtheilchens an irgend einer Stelle A ist die Richtung der durch A gezogenen Tangente A x; die Abstoßung des Pols P durch das Stromtheilchen erfolgt

Fig. 321.



in einer auf der Ebene P A x senkrecht stehenden Richtung P B, mit einer Kraft p, deren Größe durch P B ausgedrückt werden soll. Zerlegt man PB in die zwei Componenten P D und P E, wovon P D in die Richtung von P C fällt, und P E darauf senkrecht steht; ein am andern Endpunkte des durch A gezogenen Durchmessers liegendes Theilchen A′ wirkt offenbar mit derselben Kraft auf P wie A, und indem diese Kraft wieder in zwei Componenten zerlegt wird, erscheint die auf P C senkrecht stehende Componente der früheren P E gleich und gerade entgegengesetzt, und wird durch sie aufgehoben; demnach ist bei jedem Stromtheilchen nur die mit der CP zusammenfallende Componente zu berücksichtigen. Nun ist

$$p = \frac{a\,s.}{AP^2} \sin.\ PAx,$$

allein da die Ebene P A C auf der Kreisebene senkrecht steht, und die Tangente A x in der letzteren auf die gemeinschaftliche Durchschnittlinie beider Ebenen senkrecht gezogen ist; so steht A x auch auf der Ebene P A C folglich auch auf A P senkrecht, somit ist P A x ein rechter Winkel, sin. P A x = 1, und

$$p = \frac{a\,s}{AP^2}.$$

Das Dreieck B D P ist ähnlich dem Dreiecke A C P, weil die Seiten stückweise auf einander senkrecht stehen, mithin ist

$$PD : BP = AC : AP.$$

Setzt man AC = r, und setzt für BP den Werth von p, so ist die Componente

$$PD = \frac{a\,r\,s}{AP^3}.$$

Jedes Stromtheilchen des Kreises wirkt mit der Kraft $\frac{a\,s}{AP^2}$, da alle in demselben Abstande von P sich befinden; daher hat die wirksame Componente eines jeden Stromtheilchens denselben Werth, aber auch dieselbe Richtung, wie die PD, weshalb die Resultirende der Kräfte sämmtlicher Theilchen des Kreisstromes gleich ist ihrer Summe; ist n die Anzahl aller Stromtheilchen des Kreises, so ist $n\,a = 2\pi r$, mithin die Totalaction

$$S = \frac{n\,a\,r\,s}{AP^3} = \frac{2\pi r^2 s}{AP^3}.$$

Hieraus folgt:

a) daß die Wirkung eines Kreisstromes auf einen Magnetpol, der sich in der im Kreismittelpunkte errichteten Senkrechten befindet, dem doppelten Flächeninhalte des Kreises und der Intensität des Stroms direct, hingegen der dritten Potenz der Entfernung des Pols von der Kreisperipherie umgekehrt proportional ist.

Kann man den Unterschied zwischen A P und C P = x vernachläßigen, wie in dem Falle, wo der Halbmesser r im Vergleich zu A P sehr klein ist, so ist $S = \frac{2\pi r^2 s}{x^3}$.

b) Befindet sich derselbe Magnetpol auf der entgegengesetzten Seite der Kreisebene, so müßte die durch die Einwirkung desselben erzeugte Bewegung nach der entgegengesetzten Richtung erfolgen; war er daher früher durch den Kreisstrom zu C angezogen, so wird er auf der entgegengesetzten Seite von C abgestoßen.

c) Befindet sich der Magnetpol P im Punkte C so ist AP = r, mithin

$$S = \frac{2\pi r^2 s}{r^3} = \frac{2\pi s}{r}$$

d. h. die magnetische Action des Stroms ist dem Halbmesser des Kreises verkehrt proportional.

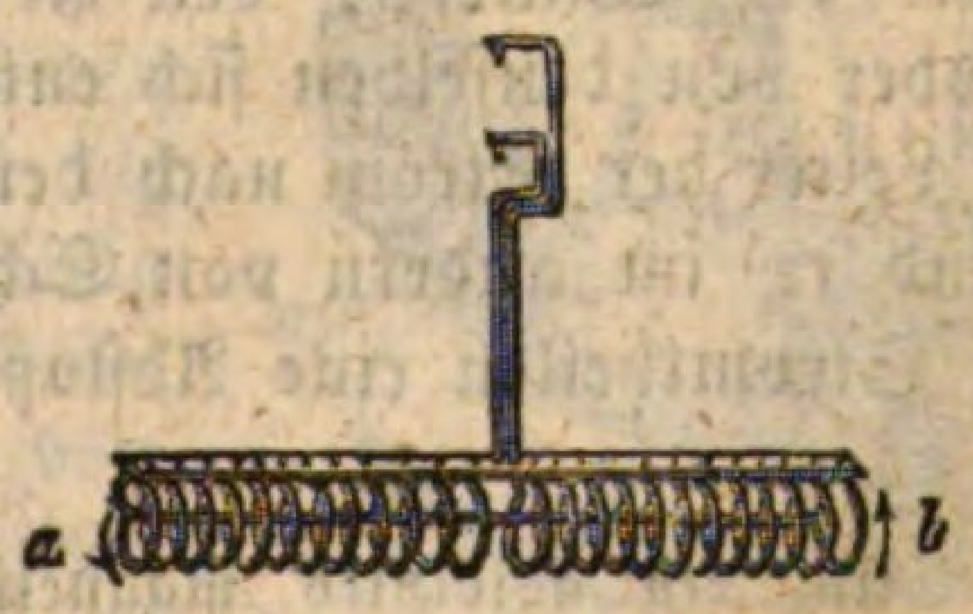
Für die bewegende Kraft R, mit der ein kurzer, mit dem magnetischen Momente M begabter Magnet, wenn sich seine Mitte in C befände, auf einen in der Verlängerung seiner Axe befindlichen, und den freien Magnetismus gleich 1 besitzenden Magnetpol P einwirkt, haben wir früher gefunden

$$R = \frac{2M}{x^3}.$$

Ist nun $\pi r^2 s = M$, so ist auch S = R d. h. ein kreisförmiger electrischer Strom wirkt auf einen magnetischen Pol in die Ferne eben so, wie eine magnetische Platte von sehr geringer Dicke, die auf einer Seite den nördlichen, auf der anderen Seite den südlichen Magnetismus besitzt; das Produkt $\pi r^2 s$ kann das magnetische Moment des Kreisstromes genannt werden. Wäre die Kreisfläche $\pi r^2 = 1$, so würde s = M sein; d. h. die Intensität des electrischen Stroms kann durch dieselbe Zahl ausgedrückt werden, durch die das magnetische Moment eines Magnetes angegeben wird, welcher auf einen in der Richtung seiner Axe befindlichen und von seiner Mitte in dem Abstande x stehenden Magnetpol mit derselben Kraft wirkt, die ein kreisförmiger Leiter von der Fläche = 1, durch den der electrische Strom geht, gegen denselben Magnetpol äußert, wenn sich dieser in der auf die Kreisfläche im Mittelpunkte errichteten Senkrechten in dem Abstande x befindet. Die Einheit der Stromintensität ist dann diejenige Stromstärke, bei welcher ein Kreisstrom, der eine Flächeneinheit umfließt, in die Ferne dieselbe Wirkung ausübt, wie die Einheit des freien Magnetismus.

Hat man eine Reihe nahe an einander liegender gleicher Kreise, deren Mittelpunkte in einer geraden Linie liegen, und leitet man durch sie electrische Ströme in einerlei Richtung, so werden sie zusammen so wirken, wie ein System von an einander gelegten sehr dünnen magnetischen Platten, die auf der einen Seite mit dem nördlichen, auf der andern mit dem südlichen Magnetismus begabt, und daher zusammen wie ein Magnetstab zu betrachten sind. Ampère nennt dieses System kreisförmiger Ströme ein Solenoid; man erhält ein solches, wenn man einen electrischen Strom durch einen mit Seide umsponnenen Kupferdraht leitet, der schraubenförmig gewunden ist, aber dessen beide Enden durch die Windungen bis in die Mitte der Schraube zurückgehen, und hier heraustreten, wie die Fig. 322. ersichtlich macht; diese von den Enden der Schraube bis zur Mitte gehenden geradlinigen Drahtstücke compensiren die Schiefe der Gänge, in Folge welcher jedes Stromtheilchen in eine auf der Schraubenaxe senkrechte, und eine damit parallele Componente zerlegt werden kann; die Wirkung der letzteren wird durch die Wirkung des geradlinigen, aber in entgegengesetzter Richtung gehenden Stromes aufgehoben. Ein so gestaltetes Solenoid wirkt, so lange es von Electricität durchströmt wird, wie ein Magnetstab, dessen Pole an seinen Enden liegen. Jedes Ende desselben wird von einem Magnetpole an-

Fig. 322.



gezogen, von dem andern abgestoßen. Hängt man es so auf, daß es sich frei bewegen kann, so stellt sich in Folge des Einflußes des Erdmagnetismus die Schraubenaxe in den magnetischen Meridian, und der Strom geht in den unteren Theilen der Windungen von Osten nach Westen. Bringt man es über einen Schließungsleiter, durch den ein electrischer Strom geht, so erleidet es dieselben Ablenkungen, wie eine Magnetnadel.

Aus der zuletzt angeführten Thatsache ist zu ersehen, daß auch electrische Ströme auf einander einwirken, und daß durch diese Einwirkungen Bewegungen erzeugt werden. Ampère machte zuerst diese Entdeckung und bewies durch Versuche: daß parallele Ströme sich anziehen, wenn sie nach einerlei Richtung gehen, dagegen sich abstoßen, wenn ihre Richtungen einander entgegengesetzt sind. Zur Bestätigung dieses Gesetzes dient der Apparat Fig. 323. Ein Rechteck b c d e von 1mm dickem und mit Seide umsponnenem Kupferdraht, wird in den Quecksilberschälchen x und y aufgehängt; leitet man einen electrischen Strom dergestalt, daß er in der Säule f g aufsteigt, dann das Rechteck in der Richtung der Pfeile durchläuft, und durch die Säule h k herabsteigt; so hat der Strom in jeder Säule und in der anliegenden Seite des Rechteckes dieselbe Richtung, und es wird die Seite d e von der Säule f g und die Seite b e von h k angezogen, weshalb das Rechteck alsogleich in die durch die Fig. 323. dargestellte Stellung zurückkehrt, sobald es aus derselben gebracht worden ist. Wird aber das Rechteck m n o p Fig. 324. an die Stelle von b c d e gesetzt; so geht der Strom in den Säulen und in den anliegenden Seiten nach entgegengesetzten Richtungen und man beobachtet nun eine Abstoßung.

Fig. 323.

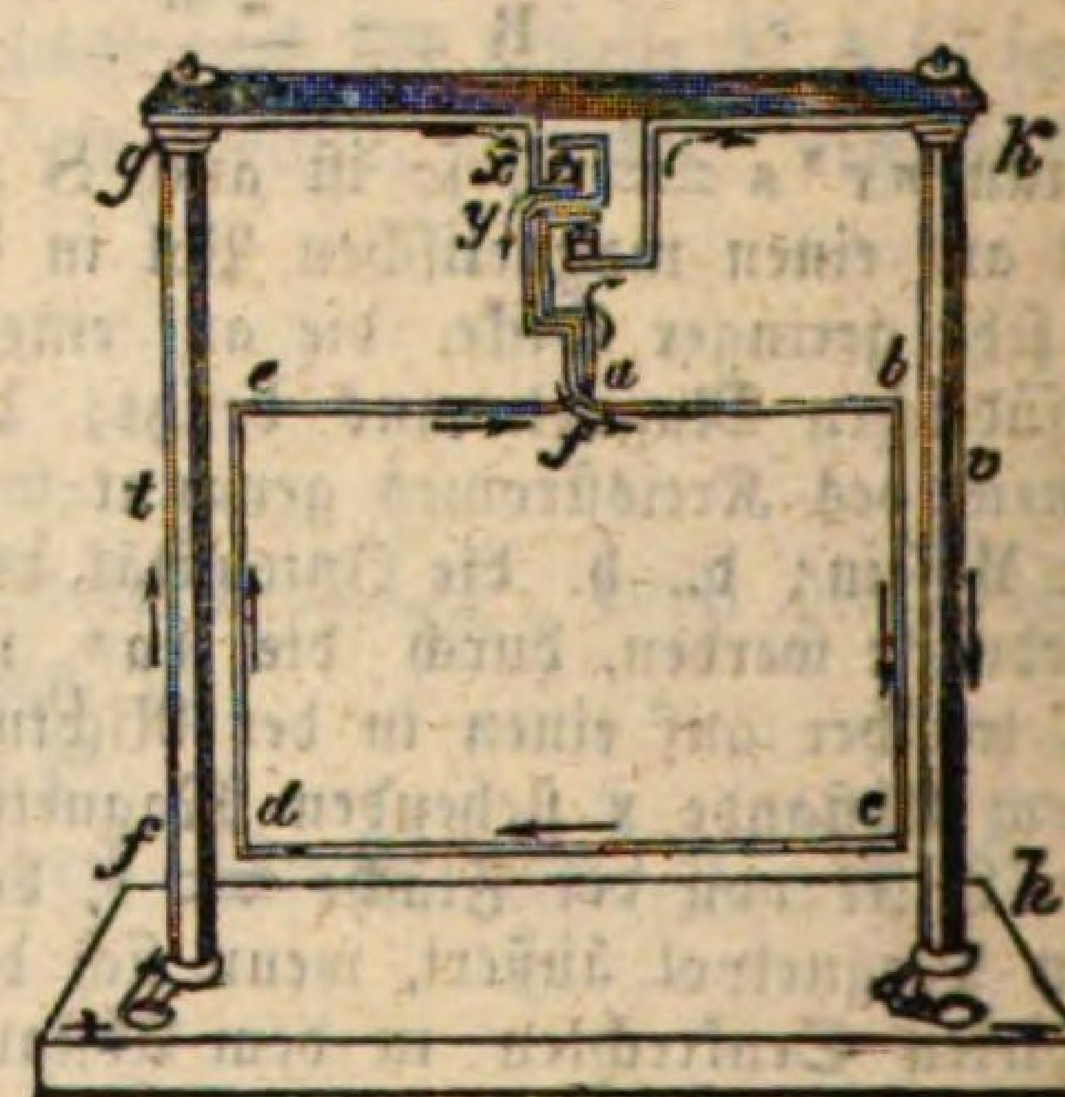


Fig. 324.



Zwei Stromtheile, deren Richtungen nicht parallel sind, streben sich immer so zu stellen, daß ihre Richtungen parallel und übereinstimmend werden; daher ziehen sich solche Stromtheile an, in denen die Ströme nach dem Scheitel des Winkels, den sie einschließen gehen, oder von denselben sich entfernen; geht in einem Leiter der Strom nach dem Scheitelpunkte während er im andern vom Scheitelpunkte sich entfernt, so findet zwischen diesen Stromtheilen eine Abstoßung Statt.

Um ein absolutes magnetisches Maß für galvanische Ströme zu erhalten, muß man ihre Wirkung auf eine kleine Magnetnadel mit der Wirkung des Erdmagnetismus vergleichen, wobei die Tangentenboussole recht brauchbar ist. Die Kraft,

mit welcher der kreisförmige Strom einer Tangentenboussole auf die mit der Einheit des Magnetismus begabte Declinationsnadel einwirkt, ist

$$S = \frac{2 \pi s}{r}.$$

Ist a der Ablenkungswinkel an der Tangentenboussole, so ist

$$\frac{S}{H} = \text{tang a, mithin}$$

$$\frac{2 \pi s}{H r} = \text{tang a und } s = \frac{H r}{2 \pi} \text{ tang a.}$$

Wenn nun der absolute Werth von H bekannt ist, so ist es möglich die Stärke des electrischen Stromes auf ein absolutes magnetisches Maß zu reduciren. Ist z. B. r = 100, a = 54°, so ist

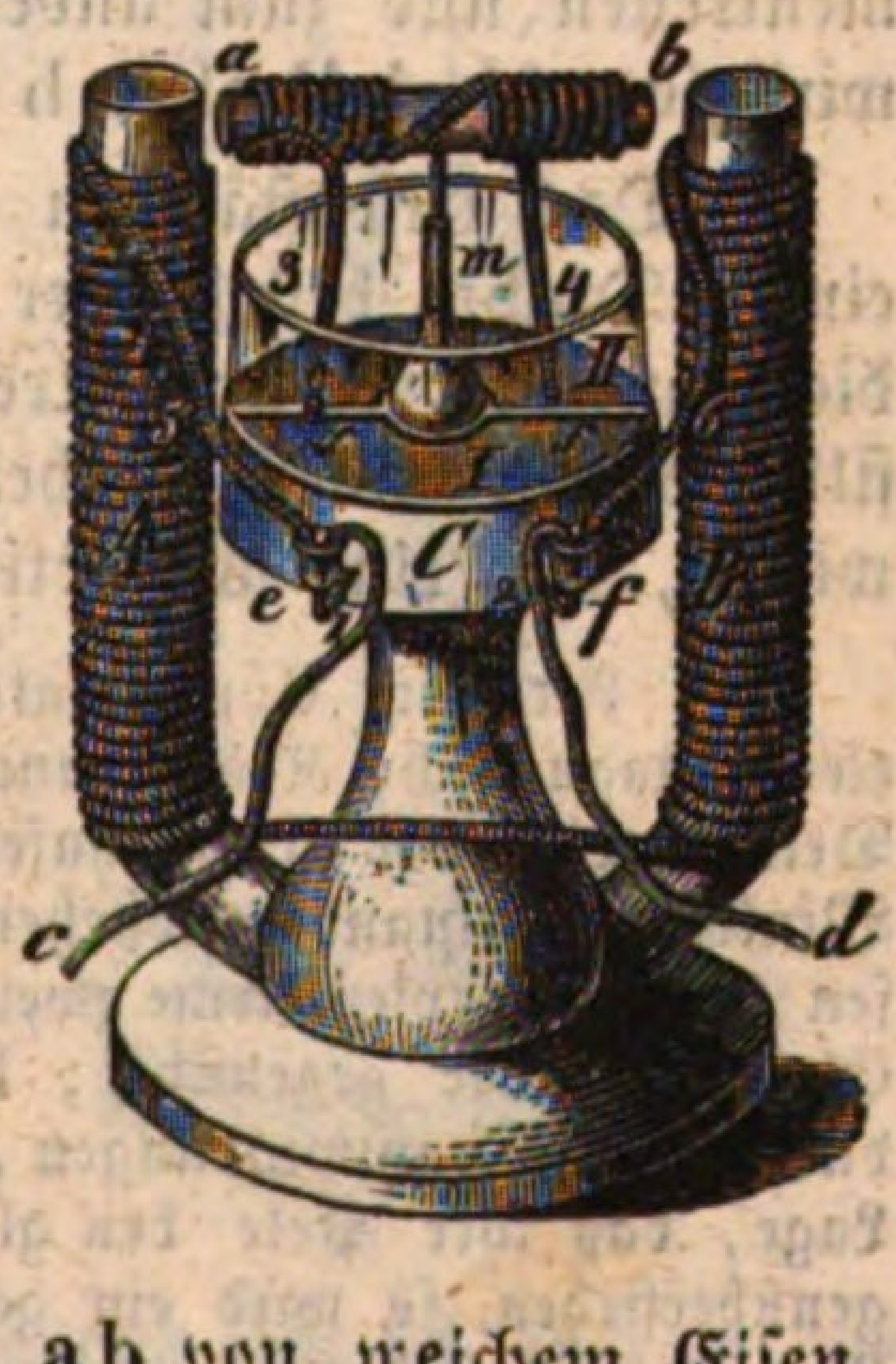
$$s = 21.9 \text{ H}$$

d. h. ein Strom, der die Ablenkung der Magnetnadel von 54° erzeugt, übt eine 21.9mal stärkere Wirkung aus, als die horizontale Componente des Erdmagnetismus.

Die Erscheinungen des Solenoids führten Ampère zu der Ansicht, daß der Magnetismus in einem Magnetstabe nur eine Wirkung electrischer Ströme sei, welche die Molecüle des magnetischen Körpers sämmtlich in derselben Richtung umkreisen; alle um die Molecüle eines Querschnitts kreisenden Ströme wirken zusammen so, wie ein einziger, der um den Querschnitt herumgeht; daher betrachtet Ampère einen Magnetstab als ein System von Strömen, deren jeder in sich selbst zurückkehrt, und die unter sich parallel sind. Auch der Erdmagnetismus ist nach Ampère's Ansicht nur eine Wirkung von electrischen Strömen, welche um die Erdkugel herumkreisen. Nach dieser Ansicht sind electromagnetische Erscheinungen nur Wirkungen der Kräfte, welche die electrischen Ströme gegenseitig gegen einander äußern; sie lassen sich aus den angeführten Gesetzen mit Leichtigkeit erklären. — Allein das Vorhandensein electrischer Ströme in einem Magnete ist bisher nicht nachgewiesen worden; auch ist es nicht möglich, das selbstständige Fortbestehen solcher Ströme zu begreifen, da jeder Strom nur durch die Thätigkeit einer electromotorischen, das electrische Gleichgewicht eines Körpers störenden Kraft erzeugt wird. Auch kann man nicht einsehen, wie in so guten Leitern, wie die Magnete sind, electrische Ströme neben einander zu bestehen vermögen.

§. 221. **Electromagnetische Apparate.** Zu Versuchen mit diesen Apparaten braucht man nur ein oder zwei Grove'sche Elemente; aber man muß dafür sorgen, daß die metallische Verbindung zwischen den Leitern und den Polen der Kette so vollkommen als möglich sei; man bringt zu diesem Behufe an den Verbindungsstellen metallene, mit Quecksilber gefüllte Schälchen an, oder auch Klemmschrauben, welche sammt den Drahtenden vor dem Gebrauche von allem Oxyd befreit werden.

Fig. 325.



1. Ritchie's Commutator. Zwischen einem hufeisenförmigen Stahl- oder Electromagnete ist auf einem Gestelle ein hölzerner Behälter C Fig. 325. der durch eine isolirende Scheidewand s s in zwei Abtheilungen getheilt ist, deren jede mit Quecksilber so gefüllt wird, daß die convexe Oberfläche desselben in jeder Abtheilung über die Scheidewand hervorragt, aber beide Oberflächen längs der ganzen Scheidewand von einander getrennt bleiben; zwischen den beiden Schenkeln des Magnets befindet sich ein kleines, um eine verticale Axe leicht drehbares Stäbchen ab von weichem Eisen,

um das ein mit Seide übersponnener Kupferdraht mehrere Mal herumgewunden ist; die von Seide entblößten Enden dieses Drahtes gehen nach abwärts, und zwar so, daß, wenn die Enden des Stäbchens den Polen nahe stehen, das eine Drahtende in das Quecksilber der einen, und das andere in jenes der andern Abtheilung ein wenig eintaucht. Läßt man den Strom in die eine Abtheilung eintreten, so, daß er z. B. vom Drahtende rechts aufwärts steigt, dann in den Windungen um das Eisen herumkreist, hierauf an dem herabhängenden zweiten Drahtende in die zweite Abtheilung kommt, und von da zum andern Pol der Kette geht, so wird das weiche Eisen in einen Electromagnet umgewandelt, und muß, nachdem man ihm eine Stellung gegeben hat, bei der die gleichnamigen Pole einander gegenüber stehen, um seine Axe sich drehen, damit die ungleichnamigen Pole einander gegenüber gebracht werden; allein wie er diese Stellung erreicht, haben die Drahtenden die Scheidewand passirt, und die Abtheilungen gewechselt, weshalb der Strom eine der früheren entgegengesetzte Richtung erhält, daher die Pole des weichen Eisens umkehrt, so, daß abermals die gleichnamigen Pole einander gegenüber liegen und sich abstoßen. Das magnetisch gewordene Stäbchen setzt somit die begonnene, durch Anziehung ungleichnamiger Pole erzeugte Bewegung Anfangs vermöge der Trägheit, dann in Folge der Abstoßung gleichnamig gewordener Pole in unveränderter Richtung fort; nach einer Drehung von 90° bewirkt wieder die Anziehung der gleichnamigen Pole die Fortsetzung der Drehung, bis die Pole des Stäbchens denen des Hufeisenmagnetes gegenüber stehen, wo eine abermalige Umdrehung der Pole das Stäbchen in Drehung erhält. Auf diese Art dauert die Drehung beständig fort, und erfolgt mit einer desto größeren Geschwindigkeit, je größer die Stärke des Stromes und des Magnetismus ist.

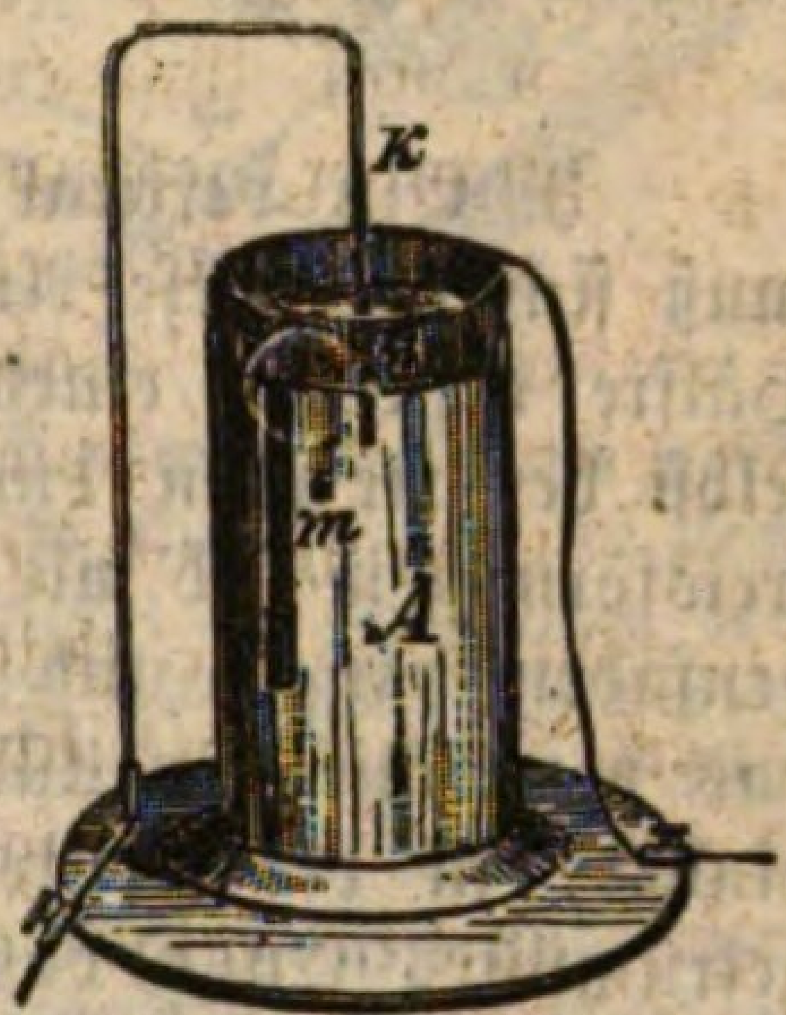
Anstatt eines wirklichen Magnets nimmt man einen Electromagnet, und richtet es so ein, daß der, von einem Pole der Kette kommende electrische Strom in ein mit Quecksilber gefülltes Schälchen (1) geleitet wird, wo ein Theil desselben in den um das hufeisenförmige Eisen gehender Windungen fortschreitet, der andere Theil aber in die erste Abtheilung tritt, von da um das Eisenstäbchen a b herumgeht, so daß beide wieder im Schälchen 2 zusammentreffen und zum andern Pole der Kette geführt werden; auf solche Art wird sowohl A B als a b gleichzeitig magnetisch.

Das Eisenstäbchen kann auch durch eine Reihe kreisförmiger, aus einem Drahte bestehender, und dicht an einander liegender Windungen, die um eine verticale Axe drehbar sind, und deren Drahtenden das Quecksilber in den beiden Abtheilungen berühren, ersetzt werden, da diese eben so wirken, wie eine magnetische Scheibe.

An dem Commutator von Ritchie wird ersichtlich, auf welche Art durch electromagnetische Kräfte unmittelbar eine drehende Bewegung erzeugt werden kann. Denken wir zwei große hufeisenförmige Electromagnete, deren vier Arme im rechten Winkel von einander abstehen, und die z. B. um eine verticale Axe drehbar sind; diesen stehen die vier Arme zweier andern der Rotationsaxe parallelen, aber unbeweglichen Electromagnete gegenüber; leitet man den electrischen Strom einer großen Batterie durch die Drahtwindungen, und bringt die beweglichen Electromagnete in die Lage, daß ihre Pole den gleichnamigen Polen der unbeweglichen Electromagnete gegenüberstehen, so wird ein geringer Anstoß gegen die beweglichen Electromagnete eine Bewegung derselben bewirken, bis die gleichnamigen Pole einander gegenüber stehen;

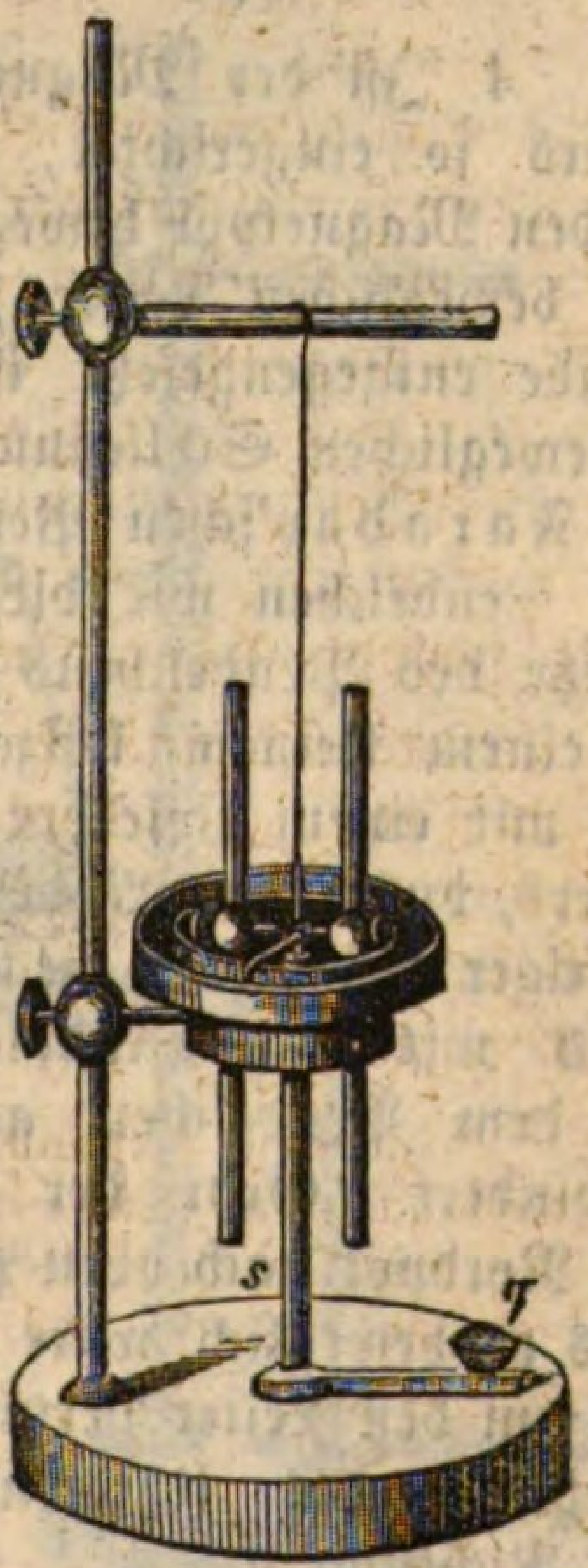
wird aber in diesem Momente durch einen passenden Commutator die Richtung des Stromes entweder in den festen oder in den beweglichen Electromagneten geändert, so dauert die Rotation continuirlich und man erhält auf diese Art eine electromagnetische Kraftmaschine (einen electromagnetischen Motor), durch die andere Maschinen in Bewegung gesetzt werden können. Solche Motoren wurden in sehr verschiedenen Formen construirt, insbesondere von Jacobi, Wagner, Stöhrer, Davison in England, Davenport in Amerika. Jacobi setzte mit einem electromagnetischen Motor, dem eine Batterie von 64 Grove'schen Elementen die Electricität zuführte, ein Boot von 28 Fuß Länge, 7½ Fuß Breite, das 14 Personen trug, dergestalt in Bewegung, daß es 2¼ engl. Meile (11461 Wiener Fuß) in einer Stunde auf der Neva zurücklegte. Die Kraft, mit welcher die Maschine arbeitete, betrug ¾ bis 1 Pferdekraft. Allein alle bis jetzt construirten electromagnetischen Motoren haben den Erwartungen nicht entsprochen, indem der Nutzeffect mit der Consumtion an Zink und Salpetersäure in einem noch sehr ungünstigen Verhältnisse steht. Die Theorie der electromagnetischen Motoren ist gegenwärtig noch in ihrer ersten Kindheit; wir dürfen aber hoffen, daß sie mit der Zeit mehr und mehr sich entwickeln und eine vortheilhafte Anwendung der electromagnetischen Motoren ermöglichen wird.

Fig. 326.



2. Der electrische Strom, der auf einen Pol eines Magnetes stärker wirkt, als auf den andern, versetzt den Magnet in eine rotirende Bewegung um den feststehenden Stromleiter; davon überzeugt man sich, wenn man ein Gefäß Fig. 326. mit Quecksilber so weit füllt, daß dessen Oberfläche einen verticalen Draht berührt; im Quecksilber schwimmt ein kleiner Magnet, der durch eine angehängte Platinmasse in verticaler Lage erhalten wird; bringt man das obere Ende des verticalen Drahtes mit einem Pole einer Volta'schen Kette in Verbindung, und leitet vom anderen Pole einen Metalldraht zu der Quecksilberoberfläche im Gefäße; so wirkt der durch den verticalen Draht gehende Strom vorzugsweise auf den aus dem Quecksilber hervorragenden Magnetpol. Gesetzt dieser Pol sei der Nordpol, und der Strom gehe aufwärts, so wird er zur Linken der im Strome schwimmenden, aufrechtstehenden Figur abgestoßen, und dieß continuirlich, es mag was immer für eine Seite des Leiters ihm gegenüber stehen; folglich muß sich der Nordpol beständig von der Rechten zur Linken um den Leiter drehen; die Drehung erfolgt in der entgegengesetzten Richtung, wenn man den Strom vertical abwärts gehen läßt, oder den Magnet umkehrt.

Fig. 327.



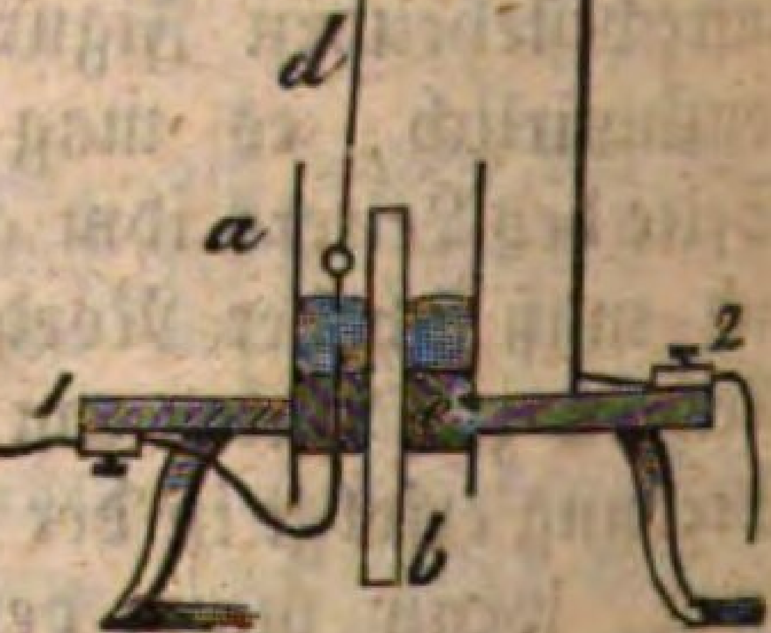
Die Rotation eines Magnets um einen festen Strom läßt sich auch an dem Apparate Fig. 327. zeigen. An einem Seidenfaden hängen zwei durch einem Querstab

mit einander festverbundene Magnete, deren Nordpole z. B. nach unten gekehrt sind; von der Mitte des Querstabes geht nach unten eine Spitze, die in eine mit Quecksilber gefüllte Vertiefung eines verticalen Leiters s taucht und seitwärts ein horizontaler auf dem Querstab senkrecht stehender Draht, dessen vorderes Ende nach abwärts gekrümmt ist und die Oberfläche des in einer kreisförmigen hölzernen Rinne befindlichen Quecksilbers berührt; durch den Mittelpunkt dieser Rinne geht die Verlängerung des Leiters s. Verbindet man s leitend z. B. mit dem positiven, und das Quecksilber in der Rinne mit dem negativen Pol einer Kette, so geht der Strom in s aufwärts zu dem Querstabe, von da in die Rinne und herauf zum negativen Pole, dieser Strom veranlaßt wieder eine Drehung der Magnete um den Leiter; wobei der Nordpol von der Rechten zur Linken sich bewegt.

3. Ein vertical hängender, und um seine Axe drehbarer Magnet, muß sich um diese Axe, also um sich selbst drehen, sobald man durch eine Hälfte desselben einen electrischen Strom leitet. Diese Drehung um sich selbst bewirkt man durch den Apparat, wo ein Magnet in der Mitte einer kreisförmigen und mit Quecksilber gefüllten Rinne von Holz an einem Seidenfaden hängt, und an seinem oberen Ende ein kleines Schälchen trägt, das man mit Quecksilber füllt und mit einem Pole der Kette leitend verbindet, in der Mitte des Magnets ist ein Metalldraht befestigt, dessen gekrümmtes Ende das Quecksilber in der Rinne berührt, das vermittelst eines Metalldrahtes mit dem andern Pole der Kette in Verbindung steht. Der Strom, der z. B. vom positiven Pole in die Rinne gelangt, geht zur Mitte des Magnets, von da aufwärts und weiter zum negativen Pole der Kette. Die Drehung des Magnets erfolgt wieder von der Rechten zur Linken, wenn der Nordpol oben ist.

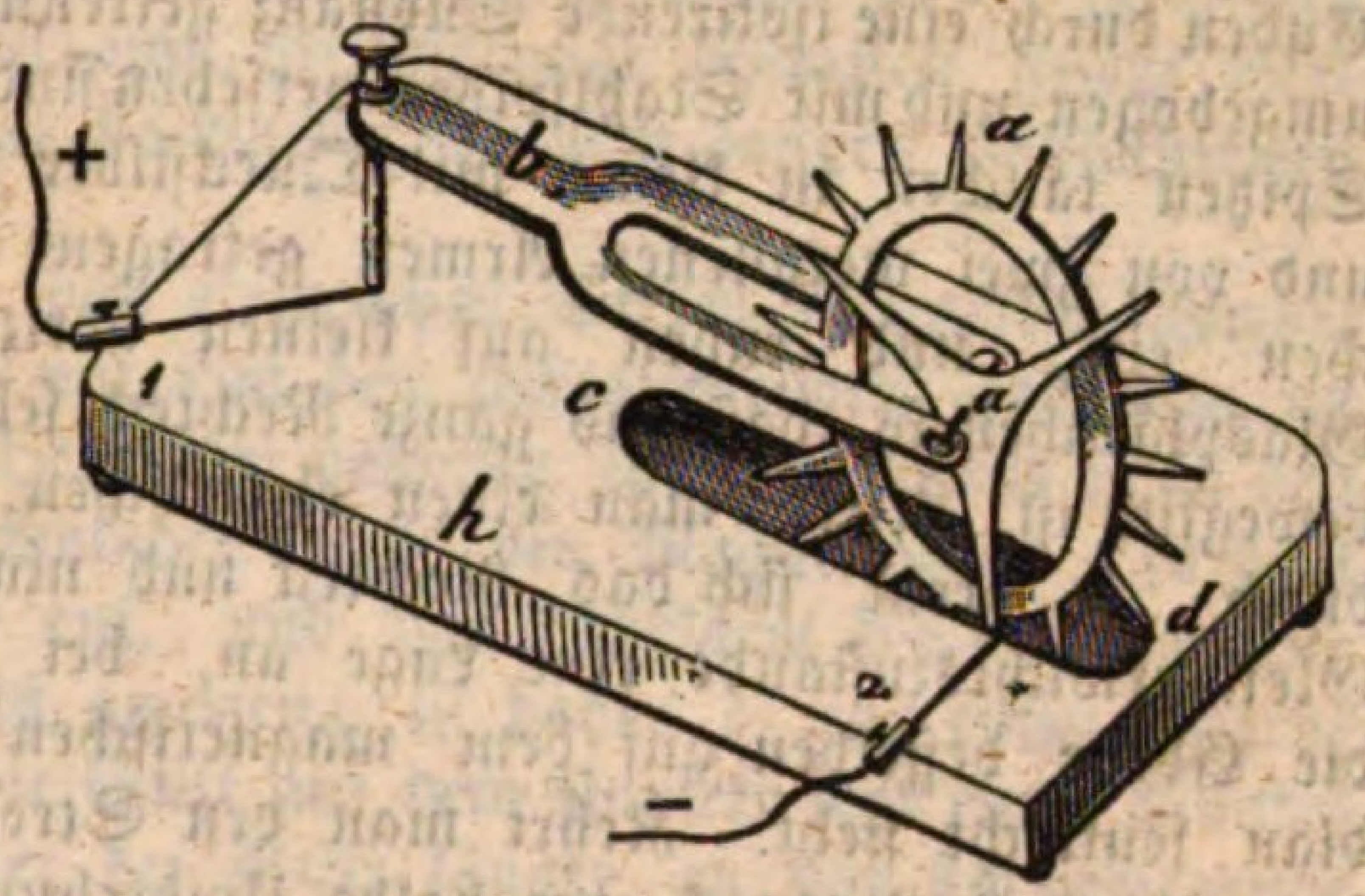
4. Ist der Magnet unbeweglich, dagegen ein Theil des Schließungsleiters so eingerichtet, daß er sich mit Leichtigkeit um einen nahe liegenden Magnetpol bewegen kann; so bewirkt der Magnet eine Abstoßung des beweglichen Leiters, die der Stärke nach gleich, aber der Richtung nach gerade entgegengesetzt ist derjenigen, die der bewegliche Magnetpol vom unbeweglichen Schließungsleiter erfährt. Dieß sieht man an dem sogenannten Faraday'schen Pendel, wo der Schließungsleiter mit einem metallenen Pendelchen wie die Fig. 328. zeigt, in Verbindung steht, die untere Spitze des Pendelchens berührt die Oberfläche des in einem kleinen hölzernen Gefäße befindlichen und mit einem Pole der Kette verbundenen Quecksilbers, durch den Boden des Gefäßes geht ein kräftiger Magnet; die Berührung seines oberen Pols mit dem Pendelchen wird durch ein kleines an dem Pendelchen angebrachtes Glaskügelchen verhindert. Geht der Strom aufwärts und ist der Nordpol nach oben gekehrt, so würde letzterer, falls er beweglich wäre von der Rechten zur Linken um den Leiter herumkreisen; daher erfolgt die Drehung des letzteren in der entgegengesetzten Richtung.

Fig. 328.



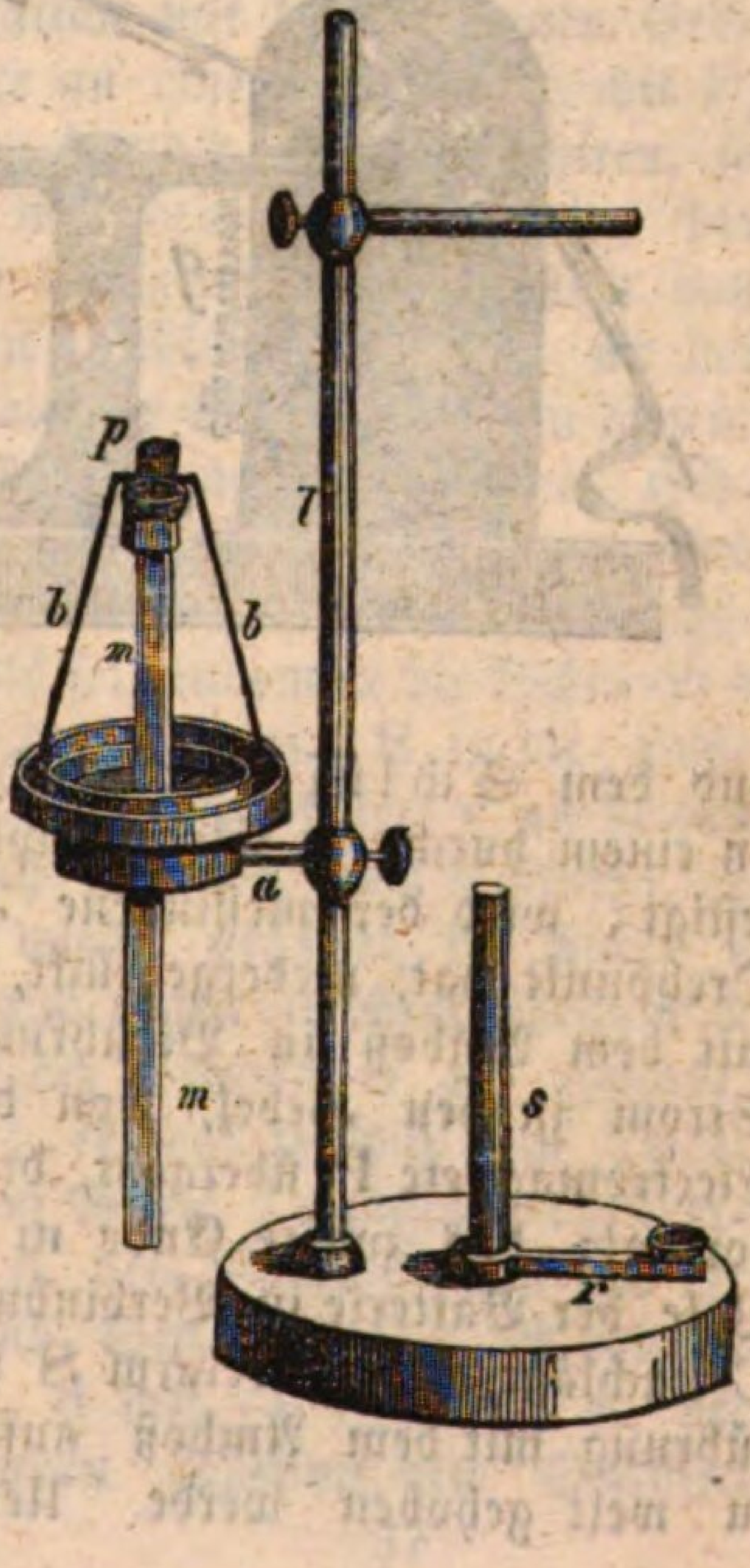
Hieher gehört auch Barlow's Rädchen Fig. 329. An einem von einem Pole einer Kette ausgehenden, gabelförmig ausgeschnittenen Schließungsleiter b ist ein sternförmiges Rädchen angebracht, dessen Spitze die Oberfläche des in einer Rinne befindlichen reinen Quecksilbers berühren, das mit dem zweiten Pole der Kette leitend verbunden ist; nahe an die zwei Seiten des Rädchens stellt man die Pole eines hufeisenförmigen Magnetes. Gesetzt, die Ebene des Rädchens befinde sich im magnetischen Meridian, der Nordpol des Magnetes liegt östlich, und der Strom gehe vom Quecksilber zum Rädchen aufwärts bis in dessen Mitte und von da an dem gabelförmigen Schließungsleiter zum negativen Pole; so erfolgt die Abstoßung des Rädchens in einer Richtung die auf der Ebene, welche durch den Halbmesser und den Magnetpol geht, senkrecht steht, mithin in einer, die auf dem Halbmesser senkrecht und zur Ebene des Rädchens parallel ist, also in der Richtung der durch die eingetauchte Spitze gezogenen Tangente; das Rädchen muß sich daher drehen und zwar in der nämlichen Richtung, wie der Zeiger einer Uhr, deren Zifferblatt gegen Norden gerichtet ist. — Kehrt man den Strom oder den Magnet um, so erfolgt die Drehung in der entgegengesetzten Richtung.

Fig. 329.



Man kann die Rotation auch auf die Art bewirken, daß man an das obere Ende eines Magnetstabes m m Fig. 330., der durch einen Cylinder durchgezogen ist, ein Schälchen anbringt, welches die Spitze eines kupfernen Leiters b b aufnimmt, auf dem ein zweites mit Quecksilber gefülltes Schälchen p befestiget ist, welches man mit einem Pole der Kette verbindet; der kupferne Leiter, bestehend aus zwei Schenkeln b b, berührt die Oberfläche des in einer hölzernen Rinne befindlichen Quecksilbers, welches mit dem anderen Pol der Kette in Verbindung steht. Sobald die Strömung beginnt, dreht sich b b um den Magnet herum.

Fig. 330.

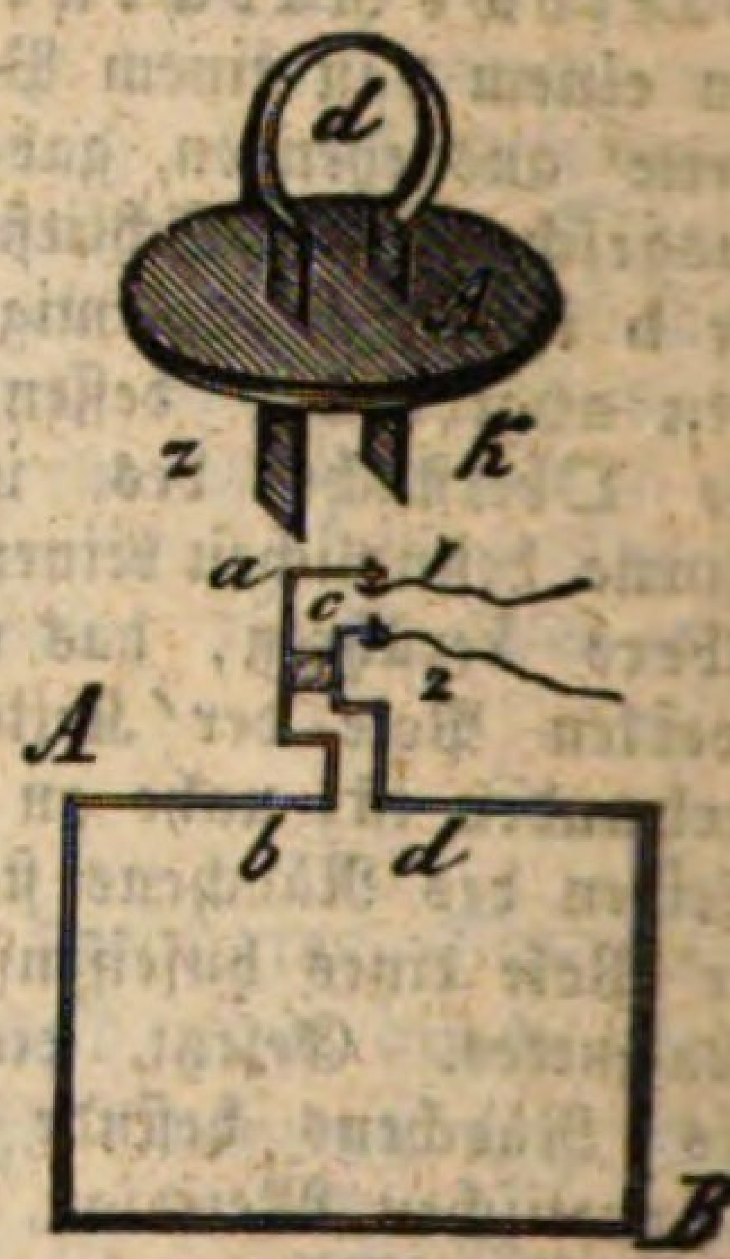


5. In einer Korkscheibe Fig. 331., die auf der Oberfläche einer verdünnten Säure schwimmt, steckt ein Stück Zink und ein Stück Kupfer, die durch einen Kupferdraht verbunden sind; durch den Einfluß des Erdmagnetismus nimmt der Schließungsleiter stets eine Stellung an, bei welcher die Ebene desselben auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. — Nähert man einer Seite des Schließungsleiters den Pol eines Magnetes, so zieht der eine Pol an, der andere stößt ab.

Der Einfluß des Erdmagnetismus

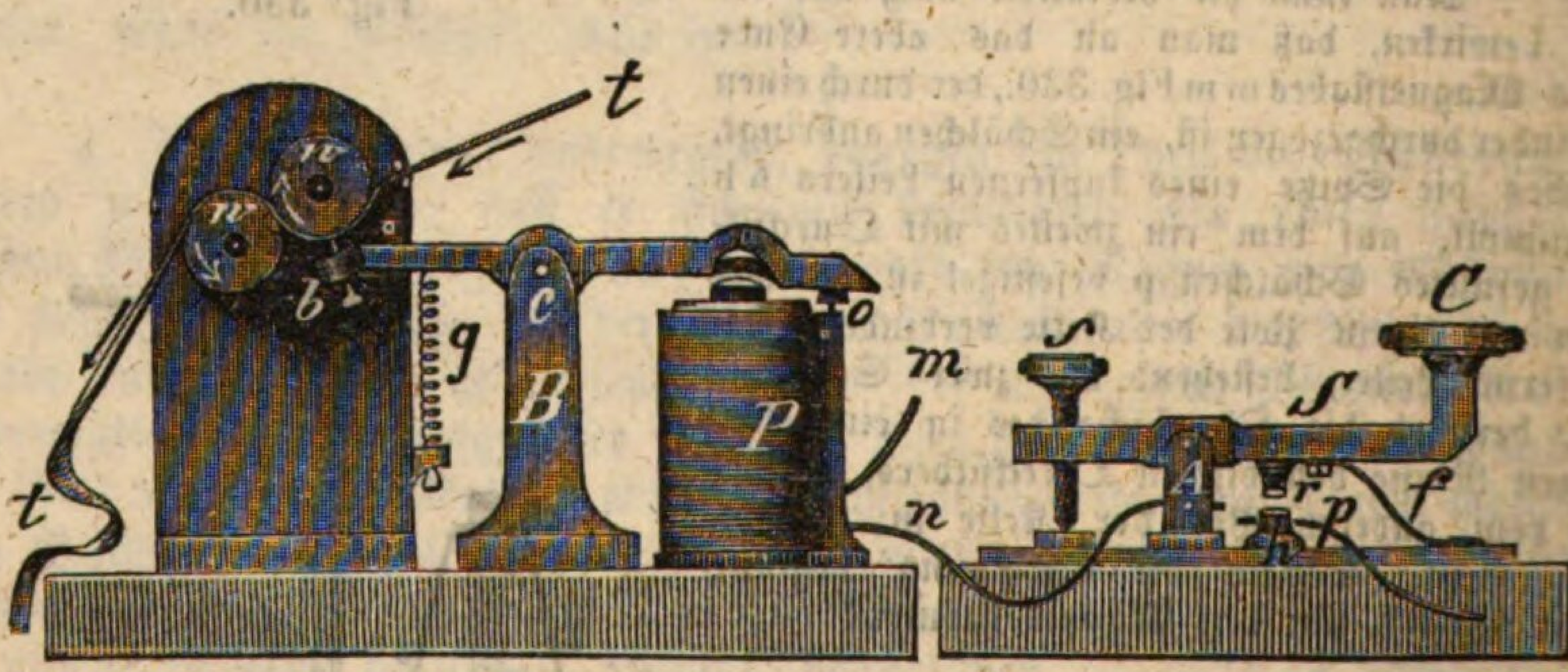
auf einen Stromleiter wird auch an der Stellung des kupfernen Rechteckes A B ersichtlich, dessen beide Enden durch eine isolirende Substanz getrennt, oben umgebogen und mit Stahlspitzen versehen sind; diese Spitzen tauchen in kleine mit Quecksilber gefüllte und von zwei metallenen Armen getragene Schälchen ein, und ruhen auf kleinen horizontalen Glasplättchen so, daß das ganze Rechteck sehr leicht beweglich ist. Leitet man einen electrischen Strom durch, so dreht sich das Rechteck und nimmt im Gleichgewichtszustande eine Lage an, bei welcher die Ebene desselben auf dem magnetischen Meridian senkrecht steht. Kehrt man den Strom um, so macht das Rechteck eine halbe Umdrehung, und kommt dann wieder zur Ruhe.

Fig. 331.



§. 222. Anwendung des Electromagnetismus. Die Anwendung des Electromagnetismus hat in der Telegraphie eine großartige Wichtigkeit erlangt; in der Experimentalphysik ist der Apparat von Bain beschrieben und die Benützung desselben zum Telegraphiren gezeigt worden; gegenwärtig wird am häufigsten der Morse'sche Telegraph gebraucht, welcher in seiner einfachsten Gestalt aus dem Schreibapparat B Fig. 332.

Fig. 332.



und dem Schlüssel oder Drücker S besteht; der Leitungsdraht p ist an einem durch ein Elfenbeinplättchen isolirten kleinen Messingamboß h befestigt; wird der messingene Hebel C der in der Messingsäule A seinen Drehpunkt hat, niedergedrückt, so kommt der kleine messingene Hammer r mit dem Amboß in Berührung, wo dann der durch p gehende electrische Strom in den Hebel, von da nach A und durch den Draht n zu dem Electromagnete P übergeht, dessen Eisenkern etwas aus der Drahtrolle hervorragt; das zweite Ende m der Drahtwindung ist mit dem negativen Pole der Batterie in Verbindung. Die Feder f soll, wenn der Druck auf C nachläßt, den Hebelarm S sogleich in die Höhe schnellen, und die Berührung mit dem Amboß aufheben; die Schraube s verhindert, daß S zu weit gehoben werde. Ueber dem Eisenkerne des Electromagnets ist

ein eiserner, an einem Hebel befestigter Anker; der Hebel hat seinen Drehpunkt C an der Stütze B und trägt an seinem Ende b einen wohl gehärteten Stahlstift; ww sind zwei metallene Walzen, welche in der Richtung der Pfeile durch ein Triebwerk in eine gleichförmige Rotation gesetzt werden; sie sind einander so nahe, daß sie einen zollbreiten langen Papierstreifen an dem Stift b vorüberziehen.

Ist der Eisenkern P durch den electrischen Strom magnetisch geworden, so zieht er den Anker v und mit ihm den rechtsliegenden Hebelarm an sich; dadurch wird der andere Hebelarm gehoben und der Stift b an den Papierstreifen angedrückt. Verschwindet in P der Magnetismus, so hört die Anziehung auf den Anker v auf, und der Hebelarm bc wird vermittelst der Feder g wieder abwärts gezogen; ist daher P nur einen Augenblick lang magnetisch, so macht der Stift auf dem Papiere nur einen Punkt; bleibt P länger magnetisch, daher der Stift länger an das sich bewegende Papier angedrückt, so entsteht ein Strich; die obere Walze ist eingekerbt, damit der Stift das Papier gehörig eindrücken kann. — Das Triebwerk wird durch einen Stift in Ruhe gehalten; erst wenn dieser Stift herausgezogen wird, setzt es sich in Bewegung. Das Schräubchen o ist so gestellt, daß der Anker dem Eisenkerne sehr nahe kommen, aber ihn nicht berühren kann. — Ist das Säulchen r mit dem Amboß in Berührung, so sagt man der Schlüssel ist geschlossen; findet diese Berührung nicht Statt, so ist der Schlüssel offen.

In der Ruhelage ist die Schraube s so gestellt, daß r den Ambos h berührt, also der Schlüssel auf beiden Stationen geschlossen ist; der Leitungsdraht p geht zur andern Station und ist hier an dem kleinen Amboß befestigt; das Ende m des Umwindungsdrahtes des Electromagnetes ist sowohl an der einen als an der anderen Station mit der kupfernen Erdplatte verbunden. Bezeichnen wir die Erdplatte an einer Station A mit P, und an der andern B mit P'. Will man von A nach B telegraphiren, so wird in A der positive Pol einer Batterie mit dem Drahtende m, der negative mit der Erdplatte P verbunden, und nun circulirt der Strom von m durch die Drahtwindung zum geschlossenen Schlüssel, von da an der Drahtleitung p zum geschlossenen Schlüssel an der Station B, von diesem durch die Drahtrolle des hier vorhandenen Electromagnetes zu der Erdplatte P', hierauf durch die Erde zur Erdplatte P und zum negativen Pol der Batterie; die eisernen Anker v sind nun an beiden Stationen angezogen. Der Telegraphist in A öffnet seinen Schlüssel, indem er die Schraube s in die Höhe zieht, und dadurch bewirkt, daß der Hebelarm S in die Höhe geht, der Strom unterbrochen wird, und die eisernen Anker v an beiden Stationen abfallen; drückt er nun rasch nach einander den Schlüssel, so wird die Batterie abwechselnd geschlossen und wieder geöffnet, der Anker v geht schnell auf und ab, und der Hebel schlägt rasch gegen die Stahlschraube o. Dieses Hämmern dient dem Telegraphisten auf der Station B als Zeichen, daß man ihm eine Depesche zusenden wolle; er setzt sogleich sein Triebwerk in Bewegung, welches den Papierstreifen am Stifte b langsam vorüberführt. Die Zeichen, die der Telegraphist in A dem Papierstreifen auf der Station B aufdrückt, bestehen in Punkten und Strichen, so z. B. wird a mit . —, b mit — . . ., c mit — . — ., d mit — . . u. s. f. bezeichnet. Läßt der Telegraphist auf der arbeitenden Station den Schlüssel

so lange offen, als man Zeit braucht, um drei Punkte zu machen, so entsteht auf dem Papierstreifen in B eine Lücke, welche das Ende eines Buchstabens bezeichnet; eine doppelt so große Lücke zeigt das Wortende und eine recht lange Linie oder 10 auf einanderfolgende Punkte das Ende der Depesche an, worauf in B das Triebwerk in Ruhe versetzt wird.

Der electrische Strom wird bekanntlich durch eine lange und feine Leitung sehr geschwächt, so daß er in bedeutender Ferne dem Electromagnete nicht die Stärke zu ertheilen vermag, die nöthig ist, damit die Zeichen dem Papierstreifen gehörig eingedrückt werden; man hat daher die Einrichtung getroffen, daß die Batterie, deren Strom durch den ganzen Leitungsdraht nach der entfernten Station hingeleitet wird, und die man Leitungsbatterie nennt, nur verwendet wird, um auf der andern Station eine Lokalbatterie, die mit der ersteren Station in keiner Verbindung steht, abwechselnd zu öffnen und zu schließen; der electrische Strom dieser Localbatterie kann leicht den Electromagnet P so stark machen, daß er den zur Bewegung des Schreibstiftes nöthigen Kraftaufwand zu äußern vermag. Der Apparat, durch den die Localbatterie vermittelst des Stroms der Leitungsbatterie geöffnet und geschlossen werden kann, wird der Ueberträger oder das Relais genannt; er besteht aus einem Electromagnete, und einem leicht beweglichen Anker, der, wenn der Hauptstrom durch die Drahtspirale geht, dem Electromagnete genähert, und dadurch die Localbatterie geschlossen wird; ist der Hauptstrom unterbrochen, so wird der Anker durch eine Feder vom Electromagnete entfernt und die Batterie erscheint wieder geöffnet.

Electromagnetische Uhren. Steinheil war der erste, der den Electromagnetismus auf Uhren angewendet hat, indem er (1839) eine Normaluhr mit andern minder genauen Uhren durch einen Leitungsdraht dergestalt in Verbindung brachte, daß der Gang der letztern am Ende einer jeden halben Stunde mit der Normaluhr in vollkommene Uebereinstimmung gebracht wurde. Wheatstone und Bain erfanden gleichzeitig die electromagnetischen (galvanischen oder secundären) Uhren, die kein Gewicht, keine Feder und auch kein Pendel haben, sondern durch eine electromagnetische Kraft in gehörigem Gange erhalten werden, indem das Pendel einer Normaluhr am Ende einer jeden Sekunde eine damit in Verbindung stehende Batterie schließt, und gleich wieder öffnet, so daß der electrische Strom einen Electromagnet, womit jede secundäre Uhr versehen ist, in jeder Secunde auf einen Augenblick in Thätigkeit versetzt, kraft welcher ein Anker angezogen und mittelst eines daran befestigten Hackens ein mit 60 Zähnen versehenes Rad um einen Zahn vorwärts bewegt wird; bei Unterbrechung des Stromes hört die Wirksamkeit des Electromagnetes auf, und der Anker wird vermittelst einer Feder in seine ursprüngliche Lage zurückgezogen. Ein Sperrhacken verhindert die rückgängige Bewegung des Rades, und eine Schraube regulirt die Gangweite des Hackens. Man kann mit einer Normaluhr vermittelst einer einzigen Batterie eine beliebige Anzahl von secundären in der Kette befindlichen Uhren in übereinstimmendem Gange erhalten, nur muß die Kraft der Batterie mit dem Leitungswiderstande in angemessenem Verhältnisse stehen.

Wheatstone erfand auch das electrische Chronoskop, das uns in den Stand setzt, sehr kleine Zeitintervalle genau zu messen; Hipp in Reutlingen hat

es neuestens wesentlich verbessert. Das Chronoskop ist ein Uhrwerk, das durch ein Gewicht in Bewegung erhalten wird, dessen Hemmung aber aus einer Feder, welche 1000 Schwingungen in einer Secunde macht, und aus einem mit 100 Zähnen versehenen Rädchen besteht, das bei jeder Schwingung um einen Zahn weiter rückt, somit in $\frac{1}{10}$ Secunde eine Umdrehung macht; an der Welle dieses Rades ist ein Zeiger, der vor einem in 100 Theile getheilten Zifferblatte sich bewegt, und ein Zwischenrad, dessen Zähne in ein größeres unter ihm befindliches Rädchen eingreifen, welches sich in 10 Secunden einmal umdreht, und einen an seiner Axe befestigten Zeiger bewegt. Ist das Uhrwerk im Gange, so hört man den Ton der Feder, dessen Gleichmäßigkeit den gleichförmigen Gang der Uhr anzeigt; dieser Gang kann mehrere Minuten dauern, bis es nothwendig wird, das Gewicht wieder zu heben. Mit diesem Uhrwerke ist ein Electromagnet in einer solchen Verbindung, daß in dem Augenblicke, wo der electrische Strom sein Eisen umkreist, die Zeiger stillstehen, dagegen sich sogleich wieder bewegen, wenn die Kette geöffnet wird, wobei der gleichförmige Gang des Uhrwerks ungestört bleibt; dadurch wird es möglich an den Zifferblättern die Zeit, welche während der Unterbrechung des Stromes verflossen ist, bis auf $\frac{1}{1000}$ Secunde abzulesen. So kann man z. B. mit großer Genauigkeit die Zeit bestimmen, welche eine fallende Kugel für eine bestimmte Fallhöhe braucht, wenn man die Einrichtung trifft, daß in dem Augenblicke, wo der Fall beginnt, die Kette unterbrochen, und wieder augenblicklich geschlossen wird, wenn die Kugel die festgesetzte Höhe zurückgelegt hat. Die Angaben des Chronoskops stimmen bis auf $\frac{1}{1000}$ Secunde mit der Theorie überein. — Man kann mittelst dieses Chronoskops die Zeit messen, welche eine abgeschossene Kugel braucht, um einen gewissen Weg zurückzulegen; so z. B. auch die Zeit angeben, die von dem Augenblicke, wo das Pulver entzündet wird, bis zu dem Augenblicke verfließt, wo die Kugel den Lauf verläßt.

Umständlichere Belehrung über Telegraphen, galvanische Uhren, über das Chronoskop und galvanisch registrirende Uhren findet man in den Berichten über die neuesten Fortschritte der Physik von J. Müller 7. und 8. Lieferung.

Paye hat zuerst beobachtet, daß ein von einer Drahtspirale umgebener Eisenstab tönt, sobald der electrische Strom rasch nach einander unterbrochen wird. Nach Wertheim, der über diese galvanischen Töne mehrfache Versuche anstellte, nimmt man dazu am besten einen weichen Eisenstab von 1 bis 2 Meter Länge und 1 Cent. Dicke, klemmt ihn in der Mitte fest, und bringt jede Hälfte in die Axe eines auf Stützen ruhenden horizontalen Glasrohrs, das mit Kupferdraht von 1 Millimeter Dicke umwickelt ist. Das rasch aufeinanderfolgende Oeffnen und Schließen der Kette kann mittelst eines in den Schließungsbogen eingeschalteten Commutators oder des oben beschriebenen Blitzrades bewirkt werden, nur müssen diese von der Eisenstange so weit entfernt sein, daß ihr Geräusch nicht vernommen werden kann. — Der Ton, den man bei einer starken Batterie hört, ist ein Längenton, der durch einen plötzlichen Stoß bewirkt wird, welchen der electrische Strom in dem eisernen Leiter erzeugt. — Der Ton wird höher, wenn der Stab kürzer ist; seine Stärke nimmt ab, wenn der Stab dicker ist. Stahlstäbe tönen eben so wie Eisenstäbe; Stäbe von andern Metallen tönen nach Wertheim nicht; de la Rive behauptet, daß alle Metalle tönen, wenn ein Strom durch sie geleitet wird, selbst Blei und Quecksilber.

§. 223. **Induction electrischer Ströme.** Wir haben in der Experimentalphysik erfahren, daß ein electrischer Strom im Augenblicke seines Entstehens und Verschwindens in einem naheliegenden, in sich geschlossenen Leiter einen electrischen Strom von unmeßbar kurzer Dauer inducirt; die Richtung desjenigen, der beim Schließen der Kette entsteht, ist der Richtung des primären oder Hauptstromes entgegengesetzt, hingegen ist die Richtung des beim Oeffnen der Kette inducirten mit der Richtung des Hauptstromes übereinstimmend.

Wenn man um einen hohlen Cylinder nur einen mit Seide übersponnenen Kupferdraht umwickelt und dessen Enden mit einer constanten Kette in Verbindung setzt, ferner aus einem anderen solchen Drahte ein zweites Gewinde bildet, welches sich in die Höhlung des ersten einschieben läßt, und man verbindet die Enden des zweiten Drahtes mit einem Multiplikator, so beobachtet man bei jedem raschen Einschieben des zweiten Gewindes in die Höhlung des ersten eine Ablenkung der Magnetnadel, wie beim Schließen der Kette bei der Inductionsrolle; zieht man das Gewinde schnell heraus und entfernt es auf diese Art vom Leiter, so erfolgt die Ablenkung der Nadel nach der entgegengesetzten Richtung. — Dieselben Erscheinungen bieten sich dar, wenn man das Drahtgewinde, in welchem der Hauptstrom cirkulirt, dem andern rasch nähert oder entfernt.

Aus der Aehnlichkeit zwischen einem Solenoid und einem Magnete schloß Faraday, daß es wohl auch möglich sein müsse, durch Magnetismus electrische Ströme zu induciren, was die Versuche außer Zweifel setzen. Führt man in die Höhlung eines Drahtgewindes dessen Enden mit dem Multiplicator verbunden sind, rasch einen Magnet ein, so wirken wol beide Pole inducirend, jedoch ist die Wirkung desjenigen, der dem andern Gewinde näher liegt, vorherrschend, und an der Ablenkung der Magnetnadel erkennbar. Die Richtung, in welcher die Strömung im Gewinde vor sich geht, erfolgt, falls man den Nordpol zuerst in die Höhlung bringt, von der Linken zur Rechten einer menschlichen Figur, die im Magnetstabe liegend mit dem Kopfe vorwärts geht und das Gesicht gegen den Leiter gekehrt hat. Tritt der Südpol zuerst in die Höhlung ein, so nimmt die Strömung im Gewinde die entgegengesetzte Richtung.

Die Stärke des durch den Magnetismus in einem Drahtgewinde inducirten Stromes ist, nach den Untersuchungen von Lenz von der Intensität des inducirenden Magnetismus und von der Anzahl der Windungen abhängig; und zwar ist die electromotorische Kraft des Drahtgewindes der Summe der electromotorischen Kräfte der einzelnen Windungen gleich, und der Stärke des Magnetismus direct proportional; da jedoch der Magnet auf alle Windungen wegen der Verschiedenheit ihrer Entfernung nicht mit gleicher Stärke wirken kann, so ist die geweckte Kraft nur annäherungsweise der Anzahl der Windungen proportional. Die Dicke des Drahtes ist ohne Einfluß; die engeren Windungen sind wirksamer als die weiteren.

Man kann die Richtung des inducirten Stromes auch nach folgender Regel beurtheilen: Sie ist bei der Annäherung eines Magnets immer der Richtung der Ströme entgegengesetzt, welche nach der Ampere'schen Theorie den Magnet umkreisen; bei der Entfernung desselben vom Gewinde sind die Richtungen beider Ströme dieselben. Legt man also das Drahtgewinde parallel zum magnetischen Meridian, richtet den Nordpol des Magnetstabes gegen Norden, und führt ihn rasch in die Höhlung auf der Südseite des Gewindes ein, so gehen die Ströme am unteren Theil des Magnetstabes von Ost nach West, mithin bewegt sich der inducirte Strom in den unteren Theilen der Windungen von West nach Ost.

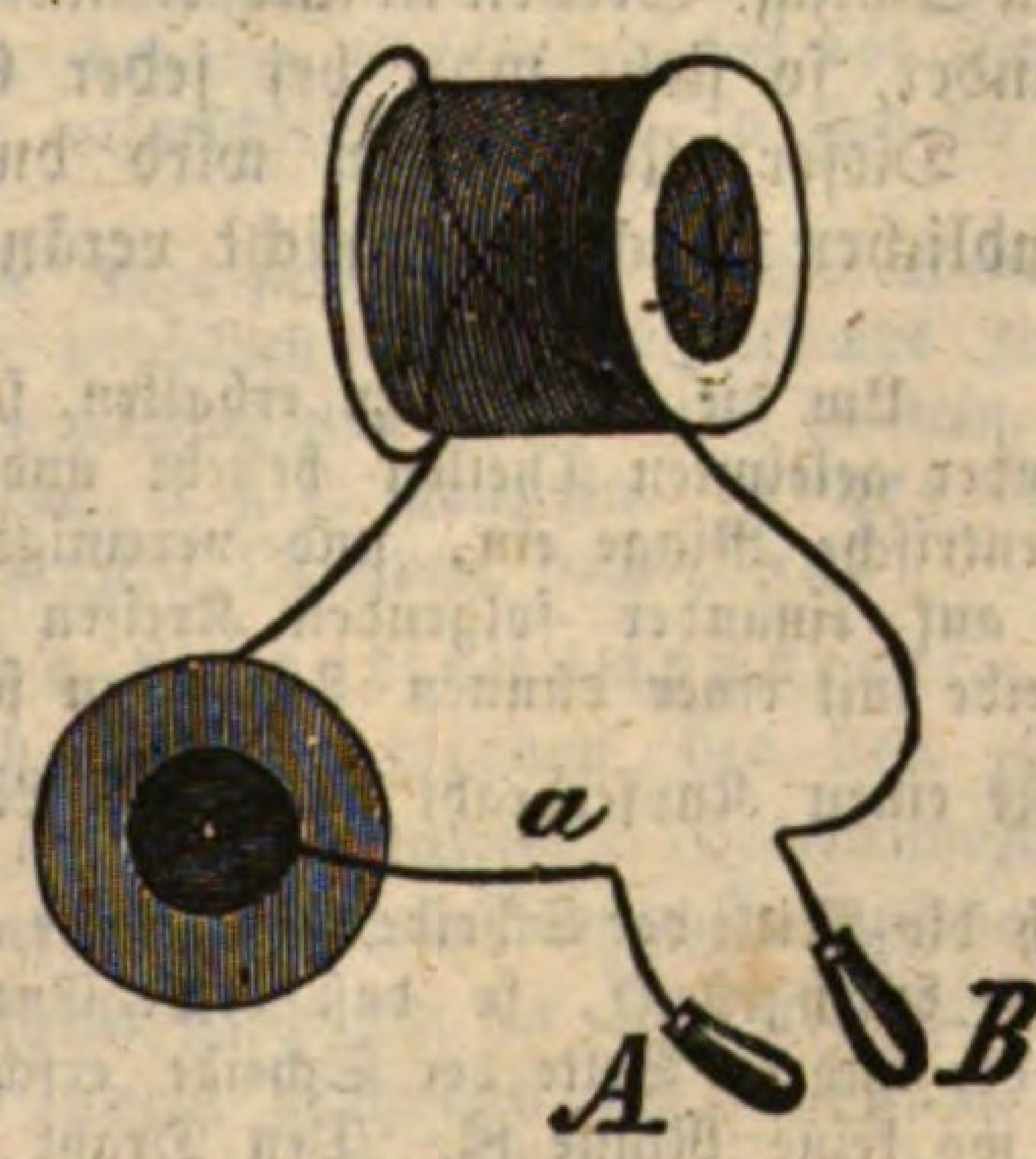
Selbst durch den Erdmagnetismus können Ströme inducirt werden, wie man sich überzeugt, wenn man einen Stock von weichem Eisen mit Kupferdraht, der mit Seide umsponnen ist, umwickelt, und die Enden dieses Drahtes mit einem Multiplicator in gehörige Verbindung bringt, den Stab in die Richtung einer Inclinationsnadel stellt, dann aber rasch im magnetischen Meridiane umdreht, so daß er mit verwechselten Enden dieselbe Stellung

einnimmt wie vorher; die Ablenkung der Magnetnadel, die bei dieser Drehung des Stabes eintritt, bezeugt die Entstehung eines momentanen Stromes im Drahtgewinde. Die Ablenkung erfolgt auch dann, wenn man nur das Drathgewinde in der angegebenen Weise dreht.

Linari und Palmieri construirten eine magneto-electrotellurische Batterie, mit welcher sie durch erdmagnetische Induction ohne Eisen, Funken, Schläge und Wasserzersetzung hervorbrachten. — Denken wir uns den Ring einer Tagentenbouſſole um eine horizontale, mit dem magnetischen Meridian zusammenfallende Axe beweglich eingerichtet, und hierauf rasch umgedreht, so wird die Nadel in Folge der durch den Erdmagnetismus im rotirenden Ringe inducirten Ströme abgelenkt. Darauf beruht Webers Inductionsinclinatorium; mittelst dessen aus der Ablenkung der Nadel, welche der im Kupferringe inducirte Strom bei einer gewissen Anzahl von Umdrehungen in 1 Minute bewirkt, die magnetische Inclination des Ortes, wo der Versuch gemacht wird, gefunden werden kann.

Im Jahre 1832 machte man die Entdeckung, daß der Schlag, den man beim Oeffnen der Volta'schen Kette empfindet, dadurch sehr verstärkt wird, daß man den Strom durch einen 400 Fuß langen mit Seide übersponnenen dünnen Draht leitet, der um einen 4 bis 5 Zoll langen hohlen Cylinder so gewunden ist, daß die einzelnen Windungen möglichst nahe an einander liegen; man kann diese Wirkungen leicht zeigen, wenn man ein solches einfaches Drahtgewinde nimmt, ein Drahtende desselben mit einem Pol einer aus wenigen Elementen bestehenden Volta'schen Kette verbindet, vom zweiten Pole einen Draht zu einer Stelle a Fig. 333. leitet, wo der Strom unterbrochen werden kann, von da wieder ein Drahtstück weiter führt, und es am Ende mit einem Conductor versieht; am zweiten Drahtende des Gewindes wird ein zweiter Conductor angebracht, und dann beide Conductoren mit befeuchteten Händen angefaßt; man beobachtet keinen oder nur einen sehr schwachen Schlag, so lange bei a die leitende Verbindung zwischen den Drahtstücken besteht, geschieht aber bei a eine Unterbrechung der Leitung, so erfolgt ein sehr empfindlicher Schlag, der desto kräftiger ist, je mehr Windungen das Drahtgewinde hat. Man kann bei a ein Neef'sches Blitzrad aufstellen, bei dessen Drehung die Schläge rasch aufeinander folgen und höchst empfindlich werden.

Fig. 333.

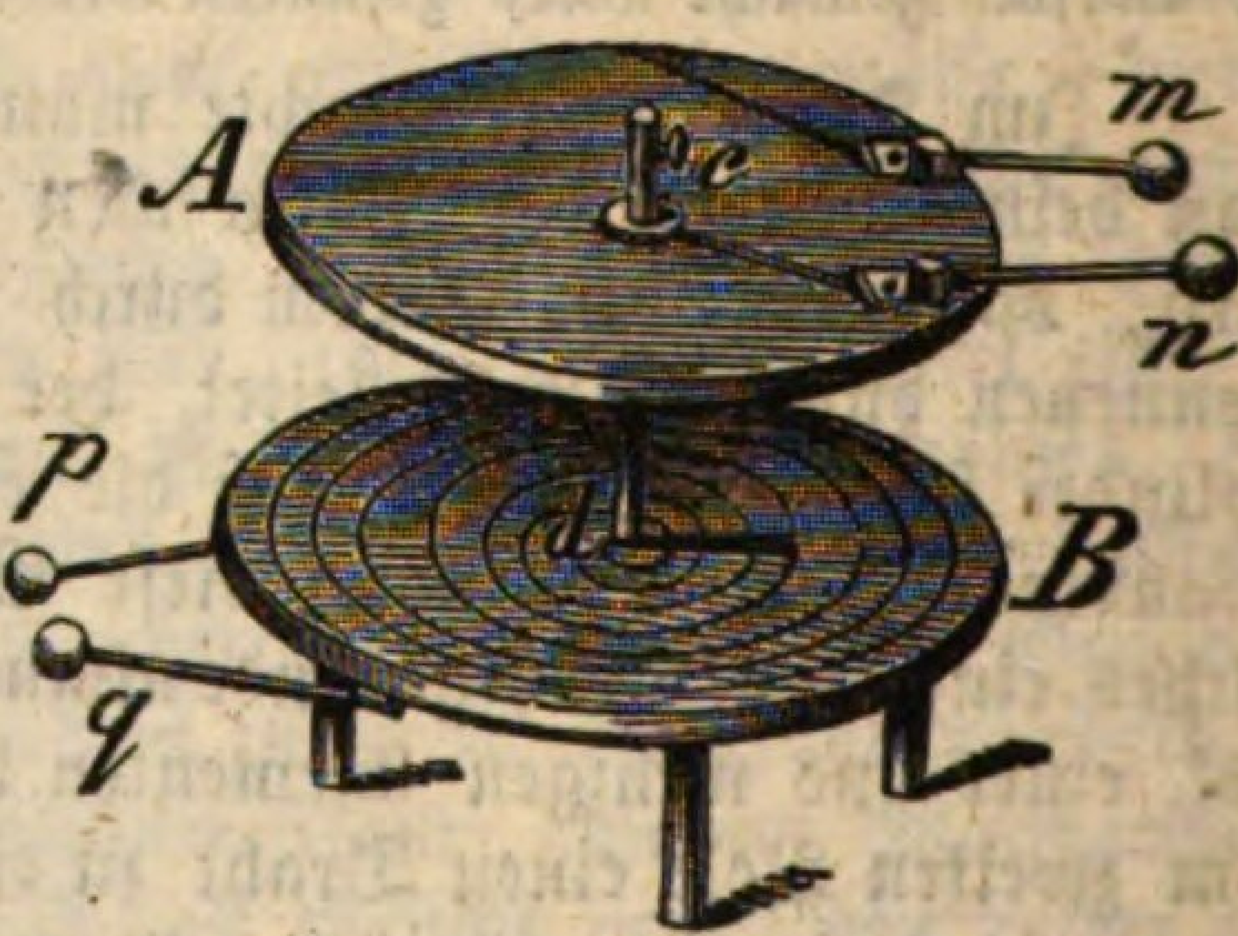


Nach Faraday üben die Windungen eines und desselben Drahtgewindes eine inducirende Wirkung auf einander aus, wodurch in demselben Drahte, in welchem der Hauptstrom geht, bei jeder Unterbrechung desselben, ein Strom erregt wird, welchen man Extrastrom (Extracurrent) nennt, und der, falls er beim Schließen der Kette entsteht, eine, dem Hauptstrome entgegengesetzte Richtung hat, und daher die Wirkung des Hauptstromes schwächt; beim Oeffnen der Kette ist die Richtung des dabei erzeugten Ex-

traſtroms mit der des Hauptſtromes übereinſtimmend; daher erſcheint die Wirkung des letzteren durch die des Extraſtromes verſtärkt, und ſo entſtehen die kräftigen beim Unterbrechen des Stromes ſich einſtellenden Schläge. Dove hat das Vorhandenſein der Extraſtröme beim Schließen und Oeffnen der Kette durch eine Reihe von Verſuchen außer Zweifel geſetzt.

Rieß hat nachgewieſen, daß der electriſche Strom, der bei der Entladung einer electriſchen Batterie durch einen längeren Metalldraht in dem Schließungsbogen circulirt, in einem nahen in ſich geſchloſſenen Leiter einen electriſchen Strom inducirt. Er gebrauchte dazu zwei ganz gleiche flache Spiralen, wie A und B, Fig. 334., deren Windungen in Holz eingelaſſen, und möglichſt gut iſolirt ſind. Die untere Spiralſcheibe B ruht auf Glasfüßen, die obere kann an dem Glasſtabe c d verſchoben und der unteren beliebig genähert werden. Bringt man die Ebenen nahe an einander, verbindet die Drahtenden der unteren Spirale mit den Belegungen einer Lane'ſchen Flaſche und ſchließt die obere Spirale, indem man die an den Drahtenden derſelben befeſtigten Conductoren mit den Händen faßt; ſo erhält man bei jeder Entladung der Flaſche durch den Nebenſtrom einen Schlag. Stehen m und n in einem Abſtande von 1 oder zwei Linien von einander, ſo ſieht man bei jeder Entladung zwiſchen m und n einen Funken. Dieſer Nebenſtrom wird durch einen zwiſchen den beiden Spiralen befindlichen Nichtleiter nicht verändert.

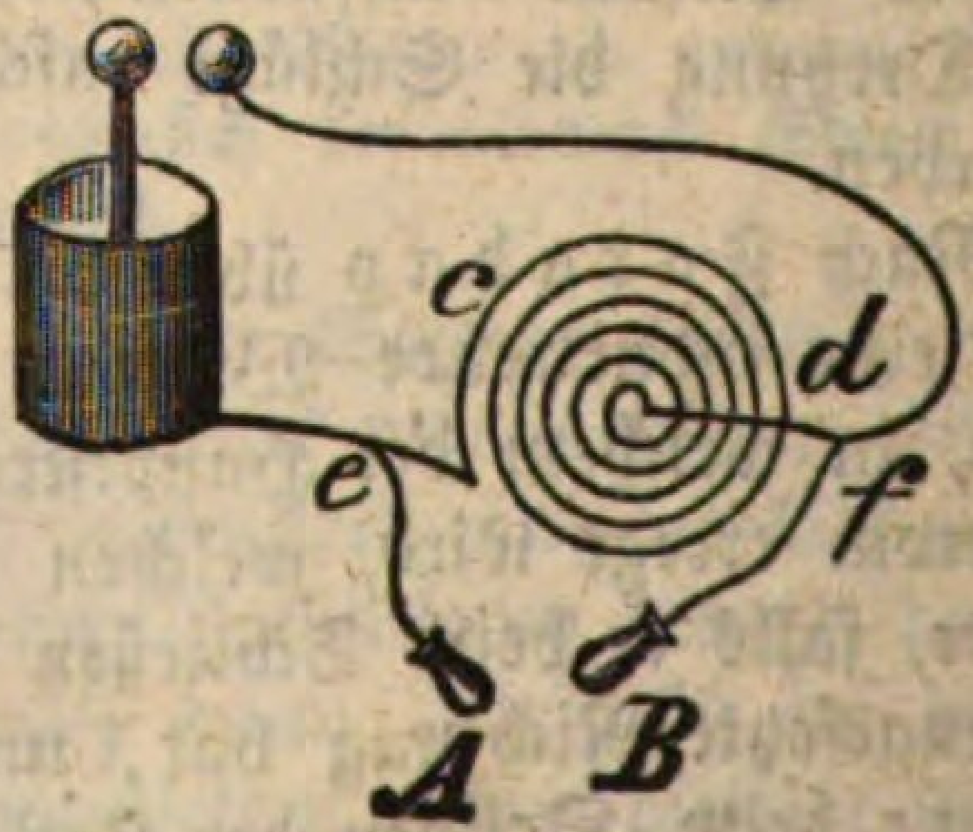
Fig. 334.



Um die Spirale zu erhalten, ſchneidet man in einer Scheibe die aus 3 übereinander geleimten Theilen beſteht und beiläufig einen Fuß im Durchmeſſer hat, 30 concentriſche Ringe ein, und vereinigt ſie durch gekrümmte Einſchnitte zwiſchen je zwei auf einander folgenden Kreiſen zu einer Spirale; überzieht dann die ganze Scheibe mit einer dünnen Lage von ſchwarzem Pech und legt in die ſpiralförmige Rinne einen Kupferdraht von $\frac{1}{2}$ Linie Dicke ein; das eine Ende deſſelben wird durch die Mitte der Scheibe, das andere am Rande durchgeſteckt, ſo daß beide Enden auf der andern Seite der Scheibe erſcheinen, wo keine Rinne iſt. Den Draht befeſtigt man durch Auflegen einer heißen Metallplatte, füllt dann die Zwiſchenräume zwiſchen den Drahtwindungen mit Pech aus, und legt darauf eine ſchwere erwärmte Metallplatte, um die Oberfläche ganz eben zu machen.

Dove hat den Extraſtrom auch bei der Entladung einer Leidnerflaſche durch folgenden Verſuch nachgewieſen: a b Fig. 335. iſt der Schließungsdraht durch den die beiden Belegungen in leitende Verbindung gebracht werden; c d iſt eine Spirale von Kupferdraht in Holz eingelaſſen

Fig. 335.



aber gehörig isolirt; bei e und f sind Drähte angelöthet, die mit Conductoren A und B versehen sind; faßt man diese mit befeuchteten Händen an, so erhält man bei jeder Entladung der Flasche einen Schlag, der nicht Statt findet, wenn die Spirale nicht zwischen den Leitungsdrähten A e und B f sich befindet; der Schlag ist nur die Wirkung des Extrastroms, denn der primäre geht nur durch den Draht und nicht durch den menschlichen Körper, der einen zu großen Leitungswiderstand leistet.

Aus der Induction elektrischer Ströme in einem in sich geschlossenen Leiter, bewirkt durch Magnetismus, ergibt sich, daß auch eine schwingende Multiplicatornadel in dem sie umgebenden Drahte electrische Ströme inducirt, die auf sie zurückwirken. Umgibt man eine Magnetnadel A mit einem Drahtgewinde, und verbindet dieses leitend mit einem andern, welches eine zweite Magnetnadel B umgibt, und in einer solchen Entfernung von A sich befindet, daß A und B nicht unmittelbar auf einander einwirken können, und bewegt hierauf A, so entsteht in dem Drahte, der die beiden Gewinde bildet, und in sich geschlossen ist, ein electrischer Strom, durch den auch die andere Nadel eine Ablenkung erfährt. Hat man ein Drahtgewinde mit einer Reihe von Multiplicatoren leitend verbunden, und schiebt in die Höhlung desselben einen starken Magnetstab ein; so kommen alle Magnetnadeln augenblicklich in Bewegung. Man kann daher auch inducirte Ströme zur Telegraphie verwenden, was auch zuerst von Steinheil in Ausführung gebracht worden ist.

In den Gegenströmen, die jede Bewegung eines Magnetes in den umgebenden Leitern inducirt, und die auf diese Bewegung hemmend zurückwirken, liegt auch ein Grund des geringen Nutzeffectes der electromagnetischen Motoren.

In der Experimentalphysik wurde bereits der Verstärkung erwähnt, welche ein in die Höhlung der Inductionsrolle eingeschobenes Bündel von Eisendrähten bewirkt; diese Verstärkung wird erhöhet, wenn die Stäbe mit Seide übersponnen und dadurch von einander isolirt sind. Befindet sich das Drahtbündel in einem dünnen Cylinder von Eisenblech, so wird seine Einwirkung fast ganz aufgehoben, tritt aber wieder ein, wenn man den Cylinder aufschlitzt. Nach Dove wird die Wirkung des Drahtbündels durch einen umschließenden Metallcylinder desto mehr herabgesetzt, je besser dieser leitet. — Beim Verschwinden des Magnetismus im Drahtbündel wird nämlich im Cylinder selbst ein Strom inducirt, der die Geschwindigkeit des Stroms in der Spirale vermindert; wird der Cylinder aufgeschlitzt, so wird in ihm die Bildung von Inductionsströmen verhindert.

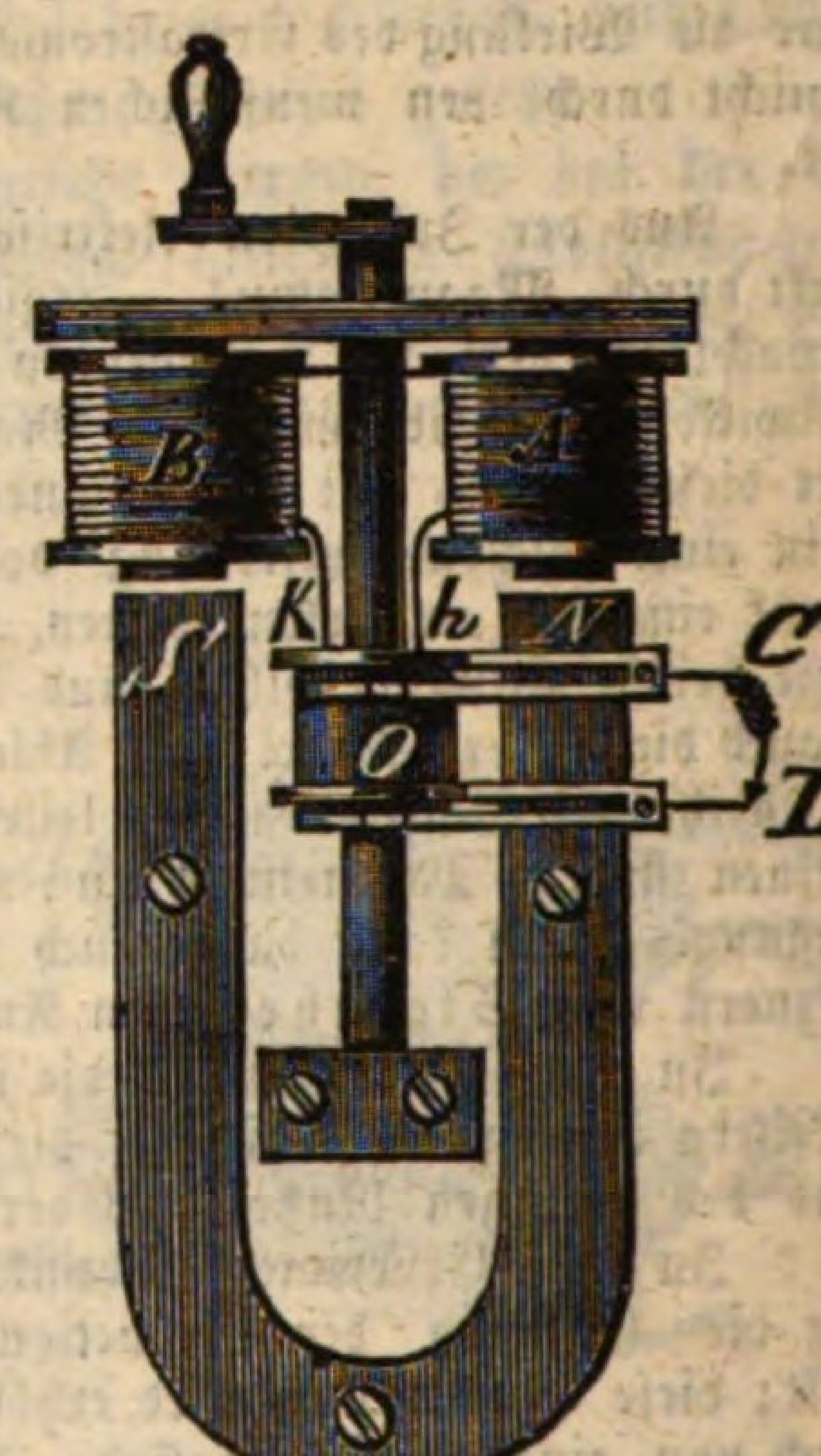
Henry hat das Vorhandensein von Inductionsströmen höherer Ordnung nachgewiesen; der bei der Unterbrechung eines primären Stroms entstehende Inductionsstrom kann in einem andern nahen und geschlossenen Leiter einen zweiten, und dieser in einem dritten Leiter einen dritten Strom u. s. f. induciren. Henry konnte noch die Existenz eines Inductionsstroms der fünften Ordnung nachweisen.

§. 224. **Magnetoelectrische Rotationsapparate.** In der Experimentalphysik ist ein Apparat beschrieben worden, der den Zweck hat, durch Inductionsströme, die durch einen galvanischen Hauptstrom in Folge rascher Unterbrechungen erzeugt werden, bedeutende physiologische Effecte hervorzubringen. Als Unterbrecher kann auch ein in den Schließungskreis eingeschalteter Commutator dienen, indem während der Drehung des kleinen Electromagnets der Hauptstrom jedesmal unterbrochen wird, wenn die herabhängenden Drahtspitzen dieses Electromagnets über die isolirende Scheidewand gehen, wobei sie das Quecksilber nicht berühren können. Weil bei einer schnellen Umdrehung des Electromagnets die Unterbrechungen rasch auf einander folgen, so gehen auch die Schläge des Inductionsstroms rasch auf einander vor sich.

Um die Wirkungen der durch den Magnetismus inducirten Ströme in verstärktem Grade hervorzubringen, hat man magnetoelectrische Rotationsmaschinen construirt. Eine kleine und sehr einfache von Stöhrer construirte stellt die Fig. 336 dar; das Prinzip, auf dem diese Maschinen

beruhen, besteht in Folgendem: Man befestigt an den beiden Enden einer Eisenplatte, die um eine verticale, durch ihre Mitte gehende Axe drehbar ist, Cylinder von weichem Eisen, umgibt einen jeden mit einer hölzernen oder metallenen Spule, und windet einen sehr langen, mit Seide übersponnenen Metalldraht zuerst um die eine Spule z. B. von der Rechten zur Linken, dann um die andere von der Linken zur Rechten vielmal herum, so daß, wenn durch diese Drahtwindungen ein electrischer Strom durchginge, die beiden Cylinder entgegengesetzte magnetische Pole bekommen würden; dieser Theil der Rotationsmaschine heißt **Inductor**. Den Inductionsspiralen A und B gegenüber befinden sich die Pole N und S eines sehr kräftigen Magnets oder einer Magnet-Batterie, und die Drahtenden stehen in leitender Verbindung. Durch den Einfluß des Magnetes wird auch das weiche Eisen der Spiralen magnetisch; wird letzteres gedreht, so verschwindet während der ersten Viertelumdrehung der Magnetismus in den eisernen Cylindern von A und B, welches Verschwinden in dem in sich geschlossenen Drahte des Inductors einen electrischen Strom von einer gewissen Richtung inducirt; während der folgenden Viertelumdrehung, wobei B dem N und A dem S sich nähert, wird das weiche Eisen wieder magnetisch; beim Entstehen des Magnetismus entsteht in dem Drahte abermals ein electrischer Strom, dessen Richtung zu der des ersten Stromes entgegengesetzt wäre, wenn B und A dieselben Magnetismen hätten, wie früher; da aber in A und B die entgegengesetzten magnetischen Pole sich bilden, so ist die Richtung des zweiten Stromes dieselbe, wie die des ersten; demnach entsteht während der halben Umdrehung ein Strom, der mit veränderlicher Stärke, aber in unveränderlicher Richtung fortdauert. Beim Beginne der zweiten halben Umdrehung, wo sich B von N, und A von S entfernt, wird ein Strom von entgegengesetzter Richtung inducirt, der mit veränderlicher Stärke bis zur Vollendung dieser halben Umdrehung fortdauert, weil beim Entfernen des B ein Strom in derselben Richtung inducirt wird, wie beim Annähern des A, dessen Magnetismus stets entgegengesetzt ist von dem in B. Geht die Drehung des Inductors rasch vor sich, so folgen auch die Ströme von entgegengesetzter Richtung rasch auf einander; der Wechsel in der Richtung tritt jedesmal ein, wenn die Pole des weichen Eisens den Magnetpolen gegenüberstehen.

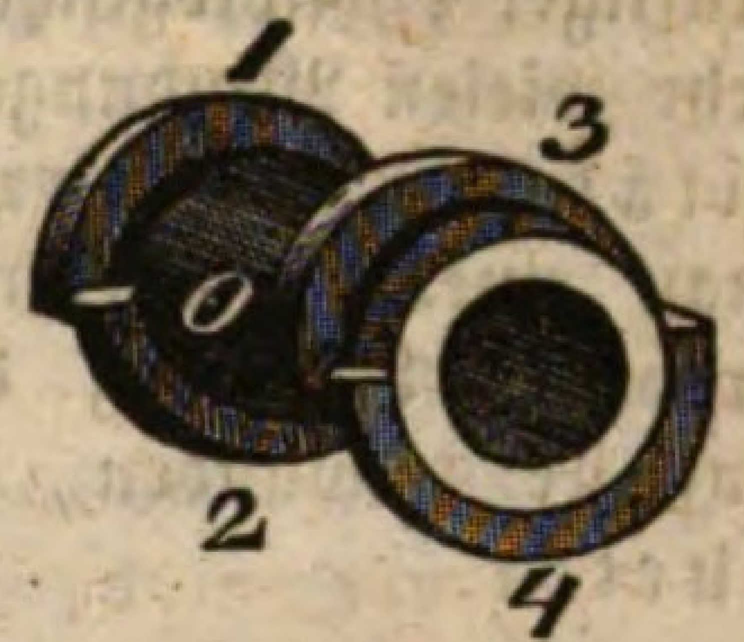
Fig. 336.



Trifft man die Einrichtung, daß die Drahtenden des Gewindes, das ja nur aus einem einzigen ununterbrochenen Drahtstücke besteht, während einer halben Umdrehung nicht leitend verbunden sind, so bleibt nur ein

Strom von einer und derselben Richtung wirksam. — Man kann aber auch mittelst eines Commutators bewirken, daß beide Ströme in einer und derselben Richtung wirksam auftreten; ein solcher Commutator ist an der Maschine von Stöhrer angebracht. An der Drehungsaxe ist nämlich ein Messingrohr befestigt, welches an den Enden Ringe von demselben Metall trägt, an die zwei Stahlkämme 1 und 4 Fig. 337. so aufgelöthet sind, daß sie genau gegenüberliegen und die Enden derselben sich überragen. Der Theil des Messingrohrs zwischen den beiden Ringen an seinen Enden ist von einem dünnen Buchsbaumrohr und dieses von einem zweiten messingenen Rohre umgeben; auf dem letzteren sind wieder zwei Stahlkämme 2 und 3 in der Weise, wie die Fig. 337. zeigt, aufgelöthet. Das Drahtende des Inductors h ist mit dem zweiten Messingrohr, das andere k mit dem ersten in leitender Verbindung.

Fig. 337.



Auf dem Gestelle der Rotationsmaschine sind zwei flache dünne gabelförmige Stahlfedern C und D so angebracht, daß ihre vorderen Enden a, b, f, g die Stahlkämme von oben leicht berühren; an den andern Enden werden Leitungsdrähte mittelst Klemmschrauben befestigt, die dazu dienen, den Inductionsstrom durch jeden beliebigen Körper zu leiten.

Denken wir uns die Enden von C und D leitend verbunden und beachten die Stellung, welche die Figur darstellt; die Feder b schleift auf dem Kamme 2 und g auf 4, die beiden andern sind frei. Nehmen wir an, der electrische Strom, welcher bei der ersten halben Umdrehung, wobei B von dem Pole S sich entfernt und dem Pole N nähert, inducirt wird, gehe von k durch die Windungen nach h; so tritt er von hier in den Kamm 2 ein, geht vermittelst der Feder b in die Leitung CD, dann durch die Feder g in den Kamm 4 und von da zu k. Während der Entfernung der Spirale B vom Pole N und Annäherung an den Pol S, schleifen die Federn a und f an den Kämmen 1 und 3, während die Federn b und g frei sind; der Inductionsstrom geht jetzt von h durch die Windungen nach k, von da zum Kamm 1, hierauf durch die Feder a nach C, und durch die Leitung CD genau in derselben Richtung, wie früher nach D, dann durch die Feder f zum Kamme 3, und an dem zweiten Messingrohr nach h. Der Strom der durch die leitende Verbindung stets in derselben Richtung geht, wird darin immer genau dieselbe Wirkung erzeugen.

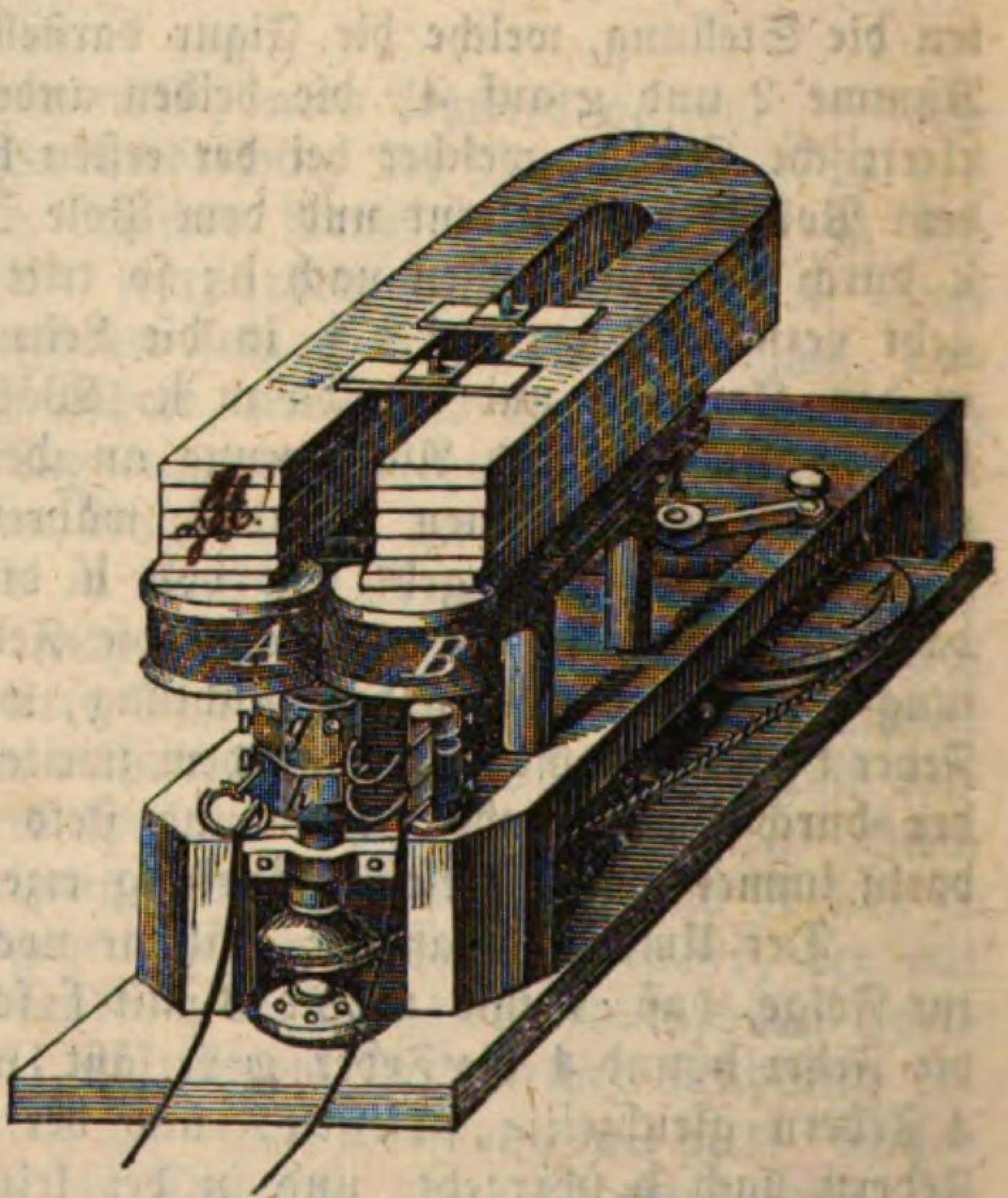
Der Umstand, daß die Kämme noch etwas übereinander greifen, hat zur Folge, daß 1 mit a und 3 mit f schon in Berührung kommt, ehe 2 die Feder b und 4 die Feder g verläßt, weshalb einen Augenblick lang alle 4 Federn gleichzeitig schleifen, und der Strom von k sogleich durch die Federn nach h übergeht, und in der leitenden Verbindung CD die Strömung aufhört. In dem Augenblicke, wo der Stahlkamm seine Feder verläßt, wird hier der Strom unterbrochen, wobei ein lebhaftiger Funke erscheint. Ist in der leitenden Verbindung CD ein menschlicher Körper, so erhält er bei jeder Unterbrechung des durch ihn gehenden Stroms einen sogenannten Trennungsschlag; bei schnellem Drehen folgen diese Schläge sehr rasch auf einander, und werden äußerst empfindlich. Man mäßigt

ihre Stärke, wenn man langsamer dreht, oder die Pole des inducirenden Magnetes zurückzieht, oder sie durch einen Anker von weichem Eisen verbindet.

Schaltet man in die Leitung CD einen Wasserzersetzungsapparat ein, so wird das Wasser durch die in derselben Richtung gehenden Inductionsströme zerlegt. Wird der mit Seide übersponnener Verbindungsdraht CD um ein weiches Eisen schraubenförmig herumgewunden, so wird dieses Eisen durch den Inductionsstrom magnetisch. Leitet man den Strom durch einen kurzen und dünnen Platindraht, so wird dieser glühend. Zur Erzeugung kräftiger physiologischer Wirkungen bedarf man eines Inductors, der aus sehr vielen Windungen eines dünnen Drahtes gebildet wird, und Intensitäts-Inductor heißt; zur Erzeugung von Glühphänomen, nimmt man einen Inductor, der aus wenigen Windungen eines dicken Kupferdrahtes gebildet ist; die Eisenkerne sind dicker, und der Draht unmittelbar auf sie gewunden, man nennt diesen Inductor Quantitäts-Inductor.

Um eine größere Rotationsgeschwindigkeit zu erzeugen, befestigt man gewöhnlich an der Inductorare eine kleine, an der Kurbelare eine größere Scheibe, und verbindet beide Scheiben durch einen Schnurlauf. — Stöhrer verfertigt größere Rotationsmaschinen von complizirterer Einrichtung, deren Leistungen aber sehr ausgezeichnet sind. Sehr kräftig sind auch die Wirkungen der Magnetelectrisirmaschine von Herrn Reg. Ettingshausen, welche in der Fig. 338. abgebildet ist. Die eiserne Drehungsare des Inductors steht vertikal; die kräftige Magnetbatterie liegt horizontal, und wird so weit vorwärts geschoben, daß die Pole derselben über die Eisenkerne des Inductors zu liegen kommen. Das eine Ende der Drahtwindung ist an der eisernen Are des Inductors, das andere an einem eisernen Ringe g aufgeschraubt, der durch einen isolirenden Ring von Elfenbein oder dichtem und trockenem Holze von der eisernen Are getrennt ist. Unterhalb g ist ein Eisencylinder h unmittelbar an der eisernen Are befestigt, daher mit ihr in leitender Verbindung; an diesem sind drei über einander befindliche Theile zu unterscheiden; an dem obersten befinden sich zwei grubenartige Vertiefungen, die einander diametral gegenüber stehen; an dem untersten Theile ist ein Ausschnitt, welcher die Hälfte des ganzen Umfangs hinwegnimmt, und nur der mittlere bildet einen ununterbrochenen cylindrischen Umfang. Sowohl rechts als links von der Rotationsare steht ein messingenes Säulchen mit 4 Löchern versehen, in die man Leitungsdrähte oder metallene Federn einführen und mittelst Klemmschrauben befestigen kann. An dem Säulchen rechts sind zwei Metallfedern, wovon die obere während der Drehung des Inductors an g, die andere an dem oberen Theile von h schleift; dadurch ist eine leitende Verbindung zwischen dem an dem Ringe g, und dem an der eisernen Are befestigten Drahtende bewerkstelligt, folg-

Fig. 338.



lich die Kette geschlossen; der Strom circulirt in den Windungen, wird aber so oft unterbrochen, als das Ende der zweiten Feder über die grubenartige Vertiefung hinweggeleitet. Klemmt man an dem Säulchen links eine dritte Feder ein, die während der Drehung an dem mittleren Theil von h schleift, befestigt an demselben Säulchen einen Leitungsdraht, und an dem Säulchen rechts einen zweiten, versieht ferner beide Drähte an ihren Enden mit Conductoren, die man mit befeuchteten Händen anfaßt; so empfindet man bei jeder Unterbrechung des Inductionsstromes einen Trennungsschlag, indem dann der Strom vermittelst der dritten Feder zum Säulchen links, und von da durch den eingeschalteten Körper zum Säulchen rechts geht. —

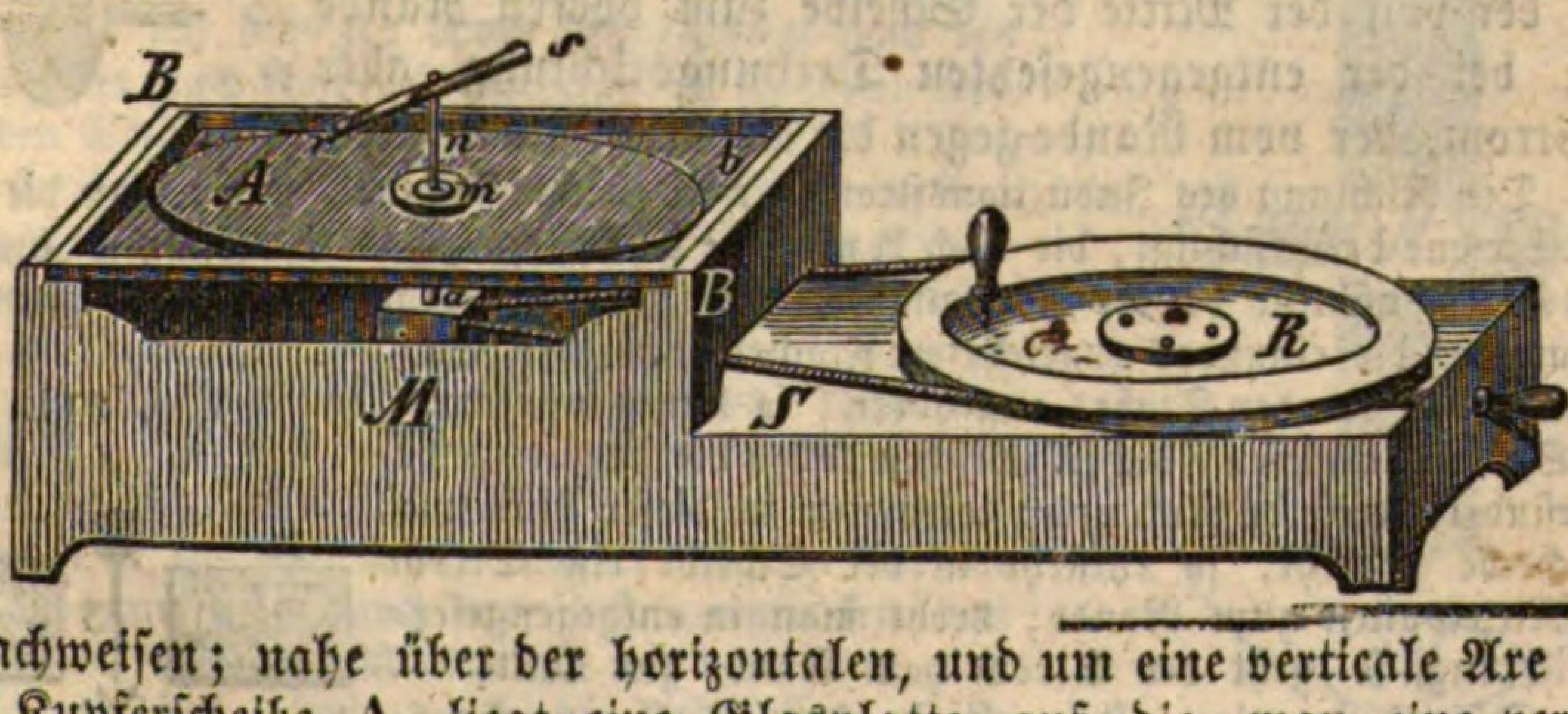
Will man eine Wasserzersetzung vornehmen, so bringt man g vermittelst einer Feder mit dem Säulchen rechts, und den untersten Theil von h, an dem der Ausschnitt ist, vermittelst einer andern Feder mit dem Säulchen links in Verbindung, und leitet von jedem Säulchen einen Leitungsdraht zum Wasserzersetzungsapparate, wodurch die Kette geschlossen ist, aber nur während einer halben Umdrehung geschlossen bleibt, weshalb nur ein Strom wirksam ist und fast continuirlich an der Anode den Sauerstoff an der Kathode den Wasserstoff ausscheidet.

Um starke Glühphänomene zu erhalten, wird ein Quantitätsinductor eingeschaltet, g mit dem rechtsstehenden, und der mittlere Theil von h mit dem links befindlichen Säulchen vermittelst Federn, hierauf beide Säulchen vermittelst einer aus zwei Kupferdrähten bestehenden Vorrichtung verbunden, indem man ein Ende des einen Drahtes an einem, und ein Ende des zweiten am andern Säulchen einklemmt; beide Drähte sind in der Mitte mit Seide übersponnen, und übereinander gewunden; zwischen den beiden andern eine Art von Gabel bildenden Enden wird der zum Glühen bestimmte Draht ausgespannt.

Befestigt man an dem Säulchen links eine Stahlfeder, die über dem oberen Theile von h schleift, und am Säulchen rechts eine Feder, die am Ringe g gleitet, so beobachtet man während der Drehung an dem Ende der Stahlfeder ein lebhaftes Funkensprühen, welches von den Funken herrühren, die jedesmal entstehen, wenn die Stahlfeder über die grubenförmige Vertiefung geht, also der Strom unterbrochen wird. Am zweckmäßigsten ist es, die Feder mit der Hand an die richtige Stelle anzudrücken.

§. 225. **Magnetische Erscheinungen erzeugt durch gute, unter dem Einfluße von Magneten stehende Electricitätsleiter.** Lange vor Entdeckung des Inductionsgesetzes machte Arago die Entdeckung, daß ein leicht beweglicher horizontaler Magnetstab durch eine unter ihm befindliche schnell rotirende Kupferscheibe in eine drehende Bewegung versetzt wird, die in der nämlichen Richtung, in welcher die Scheibe rotirt, Anfangs langsam, dann aber rasch vor sich geht. Man kann diese Rotation an dem, durch die Fig. 339. dargestellten Apparat nachweisen; nahe über der horizontalen, und um eine verticale Axe drehbaren Kupferscheibe A liegt eine Glasplatte auf die man eine verticale

Fig. 339.



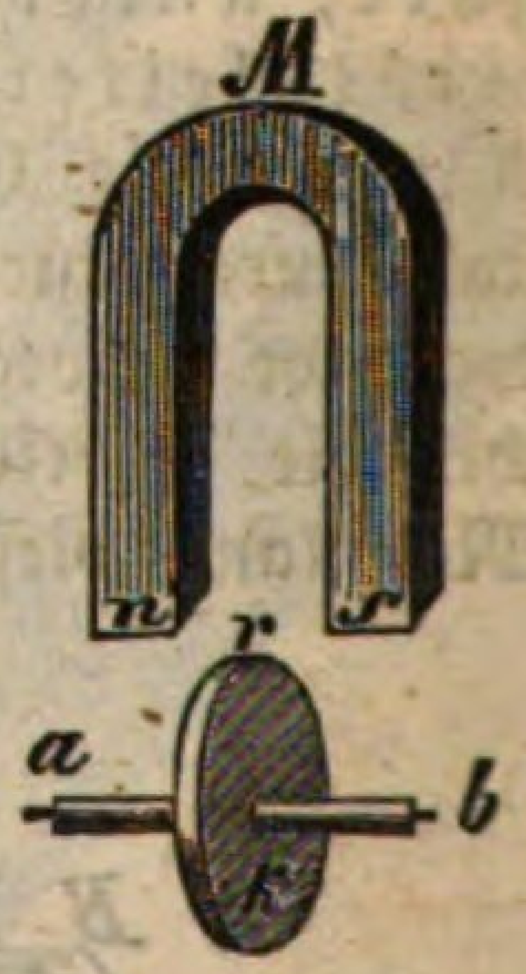
Spitze stellt, die den leicht beweglichen Magnetstab trägt. Anstatt eines wirklichen Magnets kann man auch einen Electromagnet nehmen.

Geschieht die Drehung der Kupferscheibe langsam, so wird der Magnet nur vom magnetischen Meridian abgelenkt und kommt zur Ruhe, wenn er eine gewisse von der Umdrehungsgeschwindigkeit abhängige Ablenkung erreicht hat; erst wenn diese Geschwindigkeit so groß wird, daß die Ablenkung 90° überschreitet, dreht sich der Magnet ununterbrochen mit der Scheibe. Die Intensität der Einwirkung der rotirenden Scheibe auf den Magnetstab ist um so größer, je geringer ihr Abstand vom Magnete, je größer ihre Masse, und je stärker der Magnetismus des Magnetes ist. Hat die Scheibe in der Richtung ihrer Halbmesser Einschnitte, so geht ein bedeutender Theil ihres Einflußes verloren. Scheiben von anderen Metallen, üben, wenn sie schnell gedreht werden, dieselbe Wirkung aus, doch ist die Stärke derselben verschieden; groß bei Silber und Eisen, bei andern schwächer als bei Kupfer. Schirme aus nicht magnetischen Substanzen, wie Glas, Papier, Holz bringen keine Aenderung in der Wirkung der rotirenden Metallscheibe hervor.

Eine rotirende Metallscheibe versetzt eine andere ruhende, obwol bewegliche, in keine Bewegung, aber durch schnelle Drehung eines hufeisenförmigen Magnets unter einer frei hängenden Kupferscheibe wird letztere zum Rotiren gebracht.

Die Bewegung der Magnetnadel über der rotirenden Kupferscheibe erkannte Faraday als Wirkung von Inductionsströmen, welche in der Kupferscheibe durch den Einfluß des Magnetismus erzeugt werden, und deren Vorhandensein durch folgenden Versuch nachgewiesen wird. Eine Kupferscheibe kr Fig. 340. die um eine horizontale Axe drehbar ist, liegt dergestalt zwischen den Polen eines Hufeisenmagnets, daß der obere Rand derselben in die Ebene der beiden Pole oder unter diese fällt; der Rand der Scheibe ist amalgamirt, und streift oben bei r an einem amalgamirten Kupferstreifen, der mit einem Drahtende eines Multiplicators in Verbindung steht, während das andere Drahtende desselben an der metallenen Drehungsaxe ab befestigt ist; wird die Kupferscheibe rasch gedreht, so beobachtet man eine Ablenkung der Magnetnadel, welche erkennen läßt, daß bei einer gewissen Drehungsrichtung in der Scheibe ein electrischer Strom inducirt wird, der von der Mitte der Scheibe zum oberen Rande geht, bei der entgegengesetzten Drehungsrichtung aber ein Strom, der vom Rande gegen die Mitte zu sich bewegt.

Fig. 340.



Die Richtung des Inductionsstromes wird leicht erkannt, wenn man die electrischen Ströme berücksichtigt, die nach Ampere's Ansicht jeden Querschnitt umkreisen, Fig. 341. da nämlich bei der Umwandlung eines geraden Magnetstabes in einen hufeisenförmigen die einander zugekehrten Flächen derselben Seitenfläche eines geraden Stabes angehören; so haben die electrischen Ströme an diesen Flächen zwischen denen die Kupferscheibe sich befindet, dieselbe Richtung; wird nun in dieser Richtung die Scheibe gedreht, so entsteht in der Scheibe ein Strom vom Mittelpuncte zum Rande; dreht man in entgegengesetzter Richtung, so geht der Strom vom Rande zur Mitte.

Fig. 341.



Die Induction ist auch in dem Falle vorhan=

den, wenn die Axe mit dem Rande in keiner leitenden Verbindung steht; nur müssen dann die Ströme ihren Weg durch die Scheibe selbst nehmen. Steht z. B. nur ein Pol n Fig. 342. über dem Rande der Scheibe, welche von der Linken zur Rechten gedreht wird, so gehen die inducirten Ströme von der Mitte gegen den Rand, und von da an dem Theile der Scheibe, der sich vom Magnete entfernt, in der Richtung der Drehung, und auf der andern Seite in der entgegengesetzten Richtung wieder zur Mitte hin. Steht dem Pole n auf der andern Seite der Scheibe ein ungleichnamiger Pol gegenüber, so wird die Wirkung verstärkt.

Fig. 342.



Befindet sich über einer horizontal rotirenden Kupferscheibe ein horizontaler Magnet, bei dem die Ströme, die ihn umkreisen, an der unteren, der Scheibe zugekehrten Seite von Ost nach West gehen, und die Scheibe wird in derselben Richtung gedreht, so erzeugt der Pol n Fig. 343. Ströme, die von der Mitte zum Rande, der Pol s dagegen, die vom Rande zur Mitte gehen; daher entsteht aus der vereinten Wirkung beider Pole ein Strom, der von s zu n, mithin parallel zum Magnetstabe geht; und dieser ist es, der dem Oerstedt'schen Gesetze gemäß eine Ablenkung der Magnetnadel in der Richtung der Drehung erzeugt.

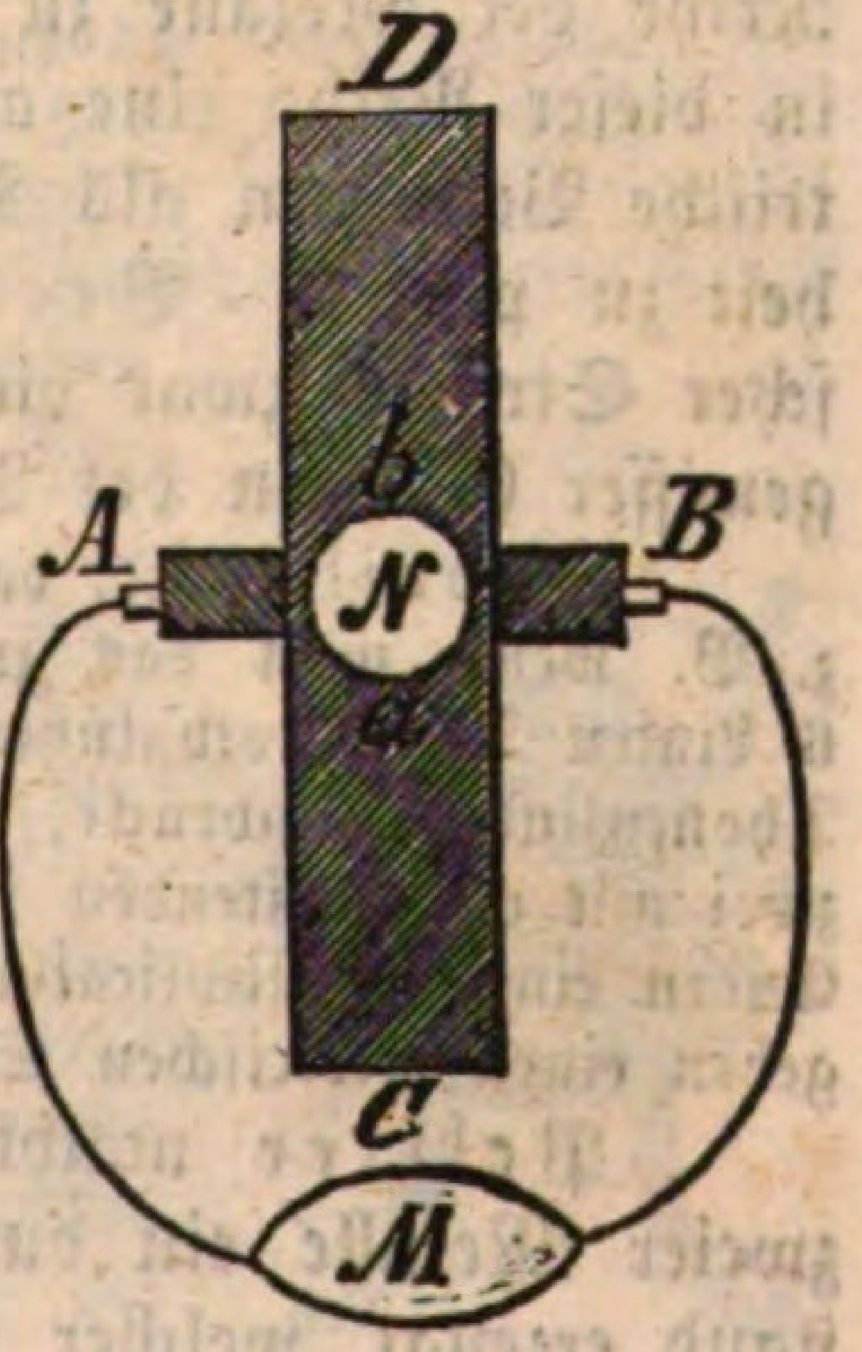
Fig. 343.



Wenn eine horizontale Magnetnadel über einer Kupferscheibe rotirt, so werden in der Scheibe Ströme inducirt, in Folge deren sie das Bestreben erhält, sich auch in der Richtung der Nadel zu drehen; da dieß nicht möglich ist, so wirken sie hemmend auf die Bewegung der Nadel. Man bringt daher Kupferscheiben unter einer Multiplicatornadel und unter dem Magnetstabe im Magnetometer an, um die schwingende Nadel früher zur Ruhe zu bringen oder wie man sagt, um die Schwingungen zu dämpfen.

Den Inductionsstrom, der durch die Bewegung einer Kupferscheibe unter einem Magnetpol entsteht, hat Faraday auch auf die Art nachgewiesen: Zwischen den amalgamirten Cylindern von Kupfer A und B, Fig. 344 an denen Leitungsdrähte, die mit einem Multiplicator M in Verbindung stehen, angelöthet sind, legt man einen Kupferstreifen C, dessen Ränder auch amalgamirt sind, und über dem der Nordpol eines auf dem Streifen senkrecht stehenden Magnetstabes sich befindet; wird der Kupferstreifen in der Richtung CD bewegt, so entsteht in dem geschlossenen Drahte ein Strom, der von N nach A, M, B und zurück nach N sich bewegt; denn, berücksichtigt man die Wirkung der nach Ampere's Ansicht den Nordpol umkreisenden Ströme auf irgend einen Querschnitt a des Kupferstreifens, der sich nähert, so entsteht in ihm die Tendenz zu einem Strome dessen Richtung jener des Stromes in a entgegengesetzt ist; aber in Folge der Einwirkung des Stromes in b die Tendenz zu einen Strome nach der entgegengesetzten Richtung, weßhalb sich die Einwirkungen gegenseitig aufheben. Kommt jedoch dieser Querschnitt zwischen a und b so entfernt er sich von a und nähert sich dem Strome in b und nun muß durch das Zusammenwirken von a und b ein Strom entstehen, der mit dem in a gleiche Richtung hat, und durch die geschlossene Kette

Fig. 344.



geht. Wird der Kupferstreifen in der Richtung DC bewegt, oder steht der Nordpol unter ihm, so entsteht ein Strom, der von N nach B, M, A und zurück nach B geht.

§. 226. **Pyro- und Thermoelectricität.** Die beim Erwärmen und während der Erkaltung von Krystallen auftretende electrische Spannung bezeichnet man jetzt mit dem Namen Pyroelectricität, um sie von der strömenden auch durch Wärme erzeugten Electricität, die man Thermoelectricität nennt, zu unterscheiden. Aepinus bemerkte zuerst, daß Turmalin, besonders der durchsichtige und innerlich reine beim Erwärmen polar-electrisch wird; Brewster entdeckte diese Eigenschaft an vielen anderen Krystallen, wie an Kalkspath, Schwerspath, Topas, Bergkrystall, Borazit, Amethist, Granat, Diamant und auch an vielen künstlich gebildeten, wie an Zucker, Bleizucker, Weinsteinsäure, an kohlensaurem und weinsaurem Kali.

Thermoelectrische Ströme entstehen, wenn geschlossene Kreise von zwei oder mehreren Metallen gebildet und eine oder einige Löthstellen erwärmt werden, wie dieß bereits in der Experimentalphysik besprochen wurde; sie sind nicht geeignet einen großen Leitungswiderstand zu überwinden, weshalb man zu ihrer Entdeckung, wie dieß schon früher bemerkt worden ist, ein aus wenigen Windungen eines dicken Kupferdraths bestehendes Galvanometer braucht. — Die bei Ketten von verschiedenen Metallen entstehenden electrischen Ströme unterscheiden sich von einander rücksichtlich ihrer Richtung und Stärke. Will man die Stärke des Stromes bestimmen, der bei einer einfachen Kette z. B. aus Platin und Eisen entsteht, so befestigt man an jedem Ende des Galvanometers einen Platindraht, bringt die beiden freien Enden der Platindrähte mit einem dazwischen gelegten Eisendraht in innige Berührung, und erwärmt eine dieser Berührungsstellen, während die andere sammt den Verbindungsstellen des Platins mit dem Galvanometerdrahte die Luftwärme behält; der electrische Strom, der nun entsteht, bringt eine Ablenkung der Galvanometernadel hervor, die desto größer wird, je mehr der Temperaturunterschied der beiden Stellen beträgt, wo sich Eisen und Platin berühren. Wird die eine Berührungsstelle des Platins mit dem Eisen unter die Temperatur der Atmosphäre erkaltet, so geht der electrische Strom in der entgegengesetzten Richtung. — Wenn man an die Stelle des Eisendrahtes verschiedene andere Metalle setzt, so findet man die Stärke und die Richtung des Stromes bei demselben Temperaturunterschiede sehr verschieden. Auf diese Art wird es möglich die thermoelectrische Reihe der Metalle zu bilden. Sind die Metalle nicht rein, so nehmen sie in dieser Reihe eine andere Stelle ein; man hat deshalb das thermoelectrische Verhalten als Mittel vorgeschlagen, um die Metalle auf ihre Reinheit zu prüfen. Becquerel hat bewiesen, daß die Stärke thermoelectrischer Ströme zwar vielen Veränderungen unterworfen ist, aber innerhalb gewisser Grenzen der Wärme proportional bleibt.

Nobili fand, daß man auch durch andere Körper electrische Ströme erhält; z. B. wenn man das zugespitzte Ende eines Thoncylinders von 3 Zoll Länge und 6 Linien Dicke rothglühend macht, und es an das kalte Ende eines andern gleichen Thoncylinders andrückt, während die andern mit Baumwolle umwickelten Enden in zwei mit einer leitenden Flüssigkeit gefüllte Schälchen tauchen, in denen sich auch die Enden eines Multiplicators befinden. — Auch kaltes und warmes Wasser im Contact geben einen electrischen Strom, der vom warmen zum kalten geht.

Peltier machte die Entdeckung, daß an der Verbindungsstelle zweier Metalle ein durch diese Metalle gehender Strom einen Wärmezustand erzeugt, welcher entgegengesetzt ist demjenigen, durch welchen an die-

ser Stelle ein electrischer Strom von der nämlichen Richtung hervorgebracht wird. Man kann den Versuch mit dem durch die Fig. 345. dargestellten Apparat anstellen, der wie ein Luftthermometer eingerichtet ist; in der Glaskugel K sind zwei an einander gelöthete Stäbchen von Wismuth und Antimon luftdicht eingekittet; die in das Gefäß K einmündende und am anderen Ende offene enge Röhre ist mit gefärbten Weingeist gefüllt, der in beiden Schenkeln gleich hoch steht. Wird nun ein electrischer Strom vom Wismuth w zum Antimon a geleitet, so hat der Strom die Richtung, die der thermoelectrische haben würde, wenn man die Löthstelle von w und a erwärmt hätte, und in der That erhebt sich der Weingeist bei m zum Beweise, daß die Löthstelle im Gefäße K kälter geworden ist. Leitet man den electrischen Strom von a nach w, so wird die Löthstelle dieser Metalle erwärmt, denn man sieht den Weingeist bei m sich senken.

Fig. 345.



Seebeck machte die Entdeckung, daß auch in einer aus einem einzigen Metalle bestehenden Kette durch ungleiche Erwärmung electrische Ströme erzeugt werden, die eine Magnetnadel abzulenken vermögen, z. B. wenn man die Hälfte eines kreisförmigen Ringes von Wismuth oder von Antimon erwärmt und die andere erkaltet. Auch andere Forscher fanden, daß ein electrischer Strom entsteht, sobald sich zwei gleichartige Leiter, die mit einem Galvanometer verbunden sind, berühren, und einer davon erwärmt wird. — Löthet man z. B. zwei schraubenförmig gewundene Platindrähte an die Enden eines Multiplicatordrahtes, erhitzt den einen, und bringt ihn dann mit dem andern in Berührung, so entsteht ein electrischer Strom der von dem erhitzten Draht zum kalten geht. Dasselbe beobachtet man nach Emmet bei Gold, Silber und Kupfer; bei Metallen, die in der Hitze leicht oxydiren, wie Zinn, Blei, Eisen, Antimon, Wismuth geht der electrische Strom von dem kalten zum warmen Theile. Henrici fand, daß hohe Temperaturen die Richtung und Stärke des Stromes verändern.

Becquerel benutzte eine einfache Kette aus einem Eisen- und einem Kupferdrahte, die an einem ihrer Enden zusammengelöthet, und deren andere Enden mit den Drahtenden eines Galvanometers verbunden waren, um die Temperatur in der Tiefe des Meeres oder des Brunnens zu bestimmen. Die Metalldrähte werden bis auf die Löthstelle mit Harz, oder Theer überzogen, die Löthstelle in die Meerestiefe gesenkt und die Verbindungsstellen der Kette mit dem Multiplicator außerhalb des Wassers so lange künstlich abgekühlt bis die Magnetnadel auf den Nullpunkt zu stehen kommt, dann ist die Temperatur dieser Verbindungsstellen gleich der Temperatur in der Tiefe.

Fig. 346.



Die Fig. 346. stellt eine bequeme Anordnung der Elemente einer Thermosäule vor; A ist eine messingene Schale, in welcher Wasser durch eine untergestellte Weingeistlampe zum Sieden gebracht wird, und in die man die auf einer Seite der Säule befindlichen Löthstellen setzt; die Metallhülle der Säule hat oben eine trichterförmige Erweiterung, in die man Eis oder Schnee bringt; w ist das Wismuth- und a das Antimonende der Säule, beide Enden sind mit Klemmschrauben zur Aufnahme von Drähten versehen. — Schließt man diese Kette durch ein

Drahtgewinde, so erhält man bei Oeffnung einen Funken; ein Eisenkern in der Höhlung des Gewindes wird magnetisch; Bringt man in den Kreis eine Inductionsrolle mit einem Stromunterbrecher, so inducirt der thermoelectrische Strom in dem andern Drahte einen andern, der heftige Erschütterungen zu bewirken vermag.

Mit größeren Säulen erhält man electrische Ströme, die das Wasser zu zersetzen und Platindraht zu erwärmen vermögen.

§. 227. **Physiologische Electricität.** Wir besitzen viele Erfahrungen, welche beweisen, daß in organischen Körpern durch die Lebensthätigkeit Electricität erregt wird; insbesondere merkwürdig sind die electrischen Fische wie der Zitteral, Zitterrochen, Zitterwels, welche mittelst eigener, dazu bestimmter Organe willkürliche electrische Ströme von bedeutender Stärke in einer bestimmten Richtung, aber von fast momentaner Dauer erregen. Das electrische Organ des Zitterrochens (raja torpedo) besteht aus einer Menge rundlicher Säulchen von der Dicke eines Federkiels, welche in der Richtung vom Bauche zum Rücken auf beiden Seiten des Körpers vertikal aufgestellt sind; jedes Säulchen ist aus einer Menge feiner, durch klebrige Schleimschichten von einander getrennten Blättchen zusammengesetzt, am Rande von einer etwas dichteren, sehnigten Membrane begrenzt, und von zahlreichen Nerven durchflochten; somit haben die Säulchen, deren man 400 bis 500 auf jeder Seite zählt viel Aehnlichkeit mit einer Volta'schen Säule. In der Luft ertheilt der Zitterrochen einen Schlag, wenn man ihn unmittelbar mit der Hand, oder mittelst eines Metallstabes berührt; geschieht die Berührung mit einem schlechten Leiter, so erhält man keinen Schlag. Im Wasser ist der Schlag weniger stark; da jedoch das Wasser ein ziemlich guter Leiter ist, so kann ein kräftiger Zitterrochen auch in die Ferne wirken, und kleine Fische tödten oder betäuben, was Walsh öfters beobachtet hat. Davy hat zuerst nachgewiesen, daß man bei einem Zitterrochen dessen Rücken mit dem Bauche leitend verbunden wird, einen electrischen Strom erhält, der wie der Strom einer Volta'schen Kette, chemische, magnetische und thermische Wirkungen erzeugt. Matteucci brachte am Rücken und am Bauche eines Zitterrochens sattelförmig gebogene Kupferplatten an, befestigte an jede ein Goldblättchen und brachte diese nahe an einander; so oft das Thier gereitzt wurde, war ein Funke zwischen den Goldblättchen sichtbar; er fand den Rücken positiv, und den Bauch negativ electrisch; der Strom geht vom Rücken durch das Galvanometer zum Bauche.

Der electrische Schlag kann auch durch eine Reihe von Personen geleitet werden, wenn sie sich bei der Hand halten, und die erste den Rücken, die letzte aber den Bauch berührt.

Beim Zitteraal (gymnotus electricus) liegt das electrische Organ im Schwanze, der fast 4 ⅕ Mal so lang ist als Kopf und Rumpf zusammen genommen; die Säulchen, die im Wesentlichen eben so eingerichtet sind, wie beim Zitterrochen, liegen in der Richtung des Schwanzes, so daß die Scheibchen, aus denen sie zusammengesetzt sind, senkrecht stehen; weshalb beim Ziteraal der Strom vom Kopf durch das Galvanometer zum Schwanze geht; wie es auch Faraday's Untersuchungen bestätigen. Die Säulchen liegen längst der ganzen Länge des Schweifes auf beiden Seiten des Körpers; wegen dieser beträchtlichen Ausdehnung, die das electrische Organ hat, ist der Zitteraal im Stande, Schläge zu ertheilen, die ein

Pferd zu tödten vermögen. Schönbein legte an den Kopf und an den Schwanz eines Zitteraals sattelförmige Kupferplatten an, die mit Drähten versehen waren, und befestigte an den Enden dieser Drähte Goldblättchen; waren diese Blättchen in geringer Entfernung von einander, so sprang ein Funke über, so oft der Fisch gereizt wurde. Faraday brachte durch den electrischen Strom beim Zitteraal eine Zersetzung des Jodkaliums zu Stande und machte Stahlnadeln magnetisch.

Die Entladungen der Fische erfolgen nach Willkür, und können oft wiederholt werden, bevor sich das Thier erschöpft. Walsh zählte bei einem Zitterrochen fünfzig Entladungen in einer Minute. Die electrischen Fische bedienen sich der Schläge nicht bloß als Waffe, sondern auch zur Tödtung jener Fische, von denen sie sich nähren.

Nobili hat an einem frisch getödteten Frosche das Vorhandensein eines electrischen Stromes nachgewiesen. Man wußte schon lange, daß ein Froschpräparat zuckt, wenn man die Wirbelsäule in ein Schälchen, die Füße in ein anderes legt, diese mit einer Salzlösung füllt, und beide Lösungen mittelst eines Baumwollendochtes leitend verbindet. Nobili construirte einen sehr empfindlichen Multiplicator, dessen Drahtenden anstatt des Dochtes von Baumwolle in die Salzlösungen getaucht wurden, und nun sah er an der Ablenkung der Magnetnadel, daß in dem Froschpräparat ein electrischer Strom von den Füßen zum Kopfe sich bewegt, welcher ohne Metalle Zuckungen erzeugt. Diesen Strom nennt man den Froschstrom. Er ist nicht bloß im Augenblicke der Schließung, sondern dauernd vorhanden; aber seine Stärke ändert sich, und jede Aenderung in der Stärke hat eine Zuckung der Froschschenkel zur Folge. Die Wirkung wird verstärkt, wenn man mehrere Frösche zu einer Säule zusammenstellt. Der Froschstrom bestätigt die Ansicht Galvani's, daß die Nerven und Muskeln dieses Thieres wirkliche Electricitätsquellen sind. Der Froschstrom veranlaßte Du Bois-Reymond zu Untersuchungen über thierische Electricität, die zu Resultaten führten, welche für die Physiologie von hohem Interesse sind.

Du Bois-Reymond bediente sich bei seinen Untersuchungen eines von ihm mit größter Sorgfalt construirten Galvanometers, zu dem ein 1000 Meter langer sehr feiner Kupferdraht genommen wurde; aus diesem Drahte machte man 4650 Windungen, die durch Seide von einander möglichst gut isolirt waren. Er fand, daß ein beliebiger Punkt eines natürlichen oder künstlichen Längedurchschnittes am Muskel sich positiv gegen einen Punkt an einem natürlichen oder künstlichen Querschnitte desselben verhält; setzt man beide Punkte in eine leitende Verbindung, und bringt in den Schließungsbogen das Galvanometer, so entsteht eine electrische Strömung vom Längsschnitte durch den Leiter zum Querschnitte. Man erhält auch electrische Ströme, jedoch von geringerer Stärke, wenn man zwei Punkte eines Querschnittes, von denen der eine der Mitte desselben näher, der andere von ihr weiter entfernt ist, leitend verbindet, wo dann der Strom vom letzteren Punkte durch die Leitung zum ersteren geht; ferner entsteht ein Strom von der Mitte eines Längsschnittes durch einen Leiter zu einem von der Mitte entfernteren Punkte desselben Längsschnittes. Diese electrischen Ströme erleiden in dem Augenblicke Veränderungen, wo im Nerve derjenige Vorgang eintritt, welcher die Bewegung oder Empfindung vermittelt. Du Bois hat auch nachgewiesen, daß ein electrischer Strom durch willkürliche Zusammenziehung der Armmuskeln eines lebenden Menschen entstehen kann; taucht man jedes der beiden mit Platinstreifen versehenen Drahtenden eines Multiplicators in ein besonderes mit Salzwasser gefülltes Glasgefäß ein, und taucht auch in jedes Glas eine Hand oder einen Finger; so beobachtet man jedesmal eine Ablenkung der Magnetnadel, sobald man den Muskel des einen Armes oder der einen Hand kräftig zusammenzieht, und in dieser Span-

nung einige Augenblicke erhält, diese Ablenkung erfolgt auch noch dann, wenn man Widerstände in den Schließungsbogen bringt, die denen eines Telegraphendrahtes von mehreren hundert Meilen Länge gleich sind.

§. 228. **Electricität erzeugt durch chemische Prozesse.** Befestigt man an die Enden eines Multiplicatordrahtes Stücke von Gold- oder Platindraht, und taucht sie in gehöriger Entfernung von einander in Salpetersäure ein, so beobachtet man keine electrische Wirkung; sobald man aber in die Nähe des einen Drahtendes einige Tropfen Salzsäure fallen läßt, so wird durch die Chlorsalpetersäure (NCl_2O_2), die sich bildet, eine Umwandlung des Metalldrahtes in ein Chlormetall beginnen, weshalb sich dieses Ende gegen das andere sogleich negativ electrisch verhält, wie die eintretende Ablenkung der Magnetnadel anzeigt.

Becquerel's einfache Kette bezeugt die Entstehung der Electricität bei der Einwirkung einer Säure auf ein Alcali. Verschließt man nämlich eine Glasröhre mit einem Thonstöpsel, füllt sie mit einer concentrirten Lösung von Aetzkali, stellt sie dann in ein mit concentrirter Salpetersäure gefülltes Glasgefäß, und taucht nun sowohl in die Kalilösung als in die Säure eine Platinplatte ein, deren jede an einem Drahtende eines Multiplicators befestigt ist; so beobachtet man eine Ablenkung der Magnetnadel, sobald sich die beiden Flüssigkeiten in den Poren des Thonstöpsels zu verbinden anfangen. Das an der Platte im Alcali aufsteigende Sauerstoffgas bezeugt, daß diese Platte die Anode bildet, an der anderen Platte sind keine Wasserstoffblasen sichtbar, weil sich dieser Stoff sogleich mit einem Theil des Sauerstoffes der Salpetersäure zu Wasser verbindet. Der durch den Schließungsdraht dieser Kette gehende Strom ist nach **Moser** im Stande einen Draht zu erwärmen, und mit Hülfe eines langen Drahtes einen Funken zu geben, wie ein Volta'scher Strom.

Die Electricitätsentwicklung beim Verbrennen und bei Verdünstung der Flüssigkeiten, in denen Salze aufgelöst sind, ist bereits in der Experimentalphysik besprochen worden.

Die bei jeder chemischen Action auftretende Electricität erzeugte bei vielen Physikern die Ansicht, daß bei Berührung ungleichartiger Electricitätsleiter die chemische Action (des positiven Metalls und des Sauerstoffes) die eigentliche Quelle der Electricität, und daher in der Volta'schen Säule die electrolytische Action die Ursache und der Strom nur die Wirkung derselben sei; allein, da die electrische Differenz bei dem Contacte des Zinks mit einem Metall eine unläugbare Thatsache ist, so erfährt diese electrische Differenz durch die, welche aus der gegenseitigen Action des Zinks und des Sauerstoffes hervorgeht, wohl nur eine Verstärkung.

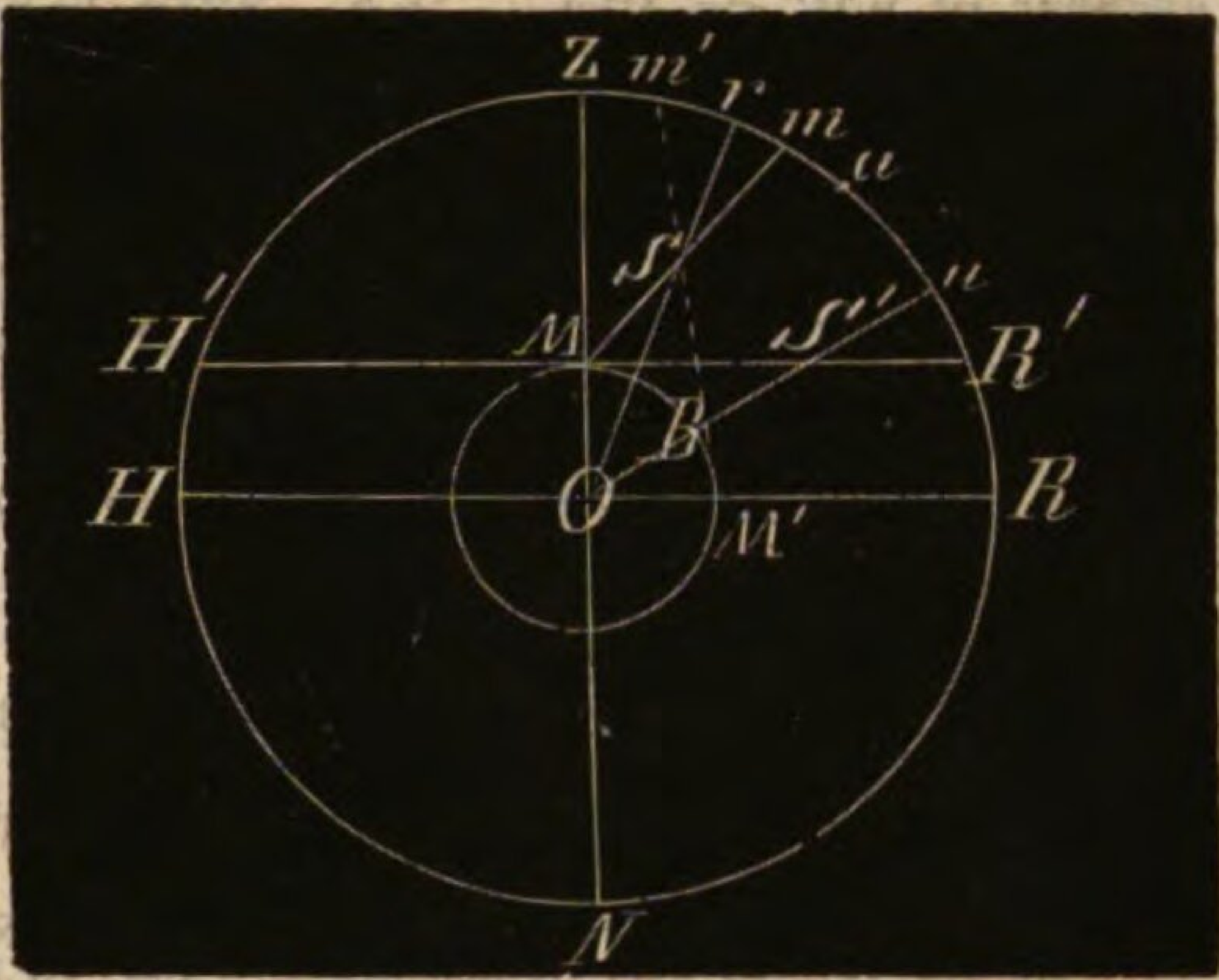
Grundlehren der Astronomie.

§. 229. **Der Erdhalbmesser ist rücksichtlich der Entfernung der Fixsterne von der Erde eine verschwindend kleine Größe.** Betrachtet man von zwei in demselben Erdmeridiane **M′MB** liegenden und um 90° von einander entfernten Orten **M** und **M′** Fig. 347.,

deren Zenithpunkte Z und R sind, zur nämlichen Zeit einen Fixstern S, so erscheint er am Himmelsgewölbe von M aus im Punkte m in der Zenithdistanz mZ, und von M' aus im Puncte m' in der Zenithdistanz Rm'; berechnet man

$$Zm' = ZR - Rm' = 90 - Rm'$$

Fig. 347.



so ergibt sich, daß Zm' = Zm, d. i. daß m mit m' zusammenfällt. Mag man den zweiten Standort, wo man will, an der Erdoberfläche wählen, immer wird man den Fixstern an dem nämlichen Orte des Himmelsgewölbes finden, mithin nicht die mindeste Parallaxe wahrnehmen. Demnach sind alle Dimensionen der Erde, selbst der Durchmesser von nahe 1720 Meilen im Vergleiche zu der Entfernung eines Fixsterns vom Erdmittelpuncte verschwindend kleine Größen, und man kann die Erde bei allen Beobachtungen der Fixsterne als einen Punct betrachten und annehmen, daß der sogenannte scheinbare Horizont H' R' des Standortes M mit der parallelen durch den Erdmittelpunct gehenden Ebene HR, die man den wahren Horizont des Ortes M nennt, zusammen fällt.

Anders verhält es sich bei den Planeten, Trabanten und Cometen, die von verschiedenen Standorten der Erdoberfläche gleichzeitig beobachtet, an verschiedenen Stellen des Himmelsgewölbes gesehen werden.

§. 230. Höhen- und Horizontalparallaxe. Die Höhenparallaxe ist der Winkel MSO, den die von einem Standorte M an der Erdoberfläche und vom Erdmittelpuncte O zu einem über dem Horizonte befindlichen Gestirne S gezogenen Gesichtslinien mit einander einschließen; befindet sich der Stern im Horizonte z. B. in S', so heißt der Winkel MS'O die Horizontalparallaxe. Da das Himmelsgewölbe unendlich weit absteht, so daß bezüglich dieses Abstandes auch die Entfernungen der Planeten und Cometen von der Erde als verschwindend kleine Größen zu betrachten sind, so kann man auch den Punkt S als mit dem Punkte O zusammenfallend annehmen, und den Bogen mr als das Maß der Parallaxe MSO betrachten. Man ersieht, daß das Gestirn vom Erdmittelpuncte aus betrachtet, in einem größeren Abstande vom Horizonte, also höher erscheint, als in dem Falle, wo es von der Erdoberfläche beobachtet wird.

Hat man aus der bekannten Bewegung des Gestirns den Ort B auf der Erdoberfläche liegend in dem durch M gehenden Meridiane ermittelt, an dem ein Beobachter dieses Gestirn in dem nämlichen Augenblicke, in dem es von M aus am Horizonte in S', also in R' gesehen wird, in dem verlängerten Erdhalbmesser BO d. i. im Zenithpunkte des Ortes B wahrnimmt, so hat man nur nöthig, von den beiden Orten M und B den Abstand

des Gestirns von irgend einem Fixsterne a am Himmelsgewölbe in dem angegebenen Zeitpuncte, also die Bögen na und R'a zu messen, um den Bogen nR', der das Maß der Horizontalparallare ist, zu finden; denn offenbar ist nR' = R'a — na. Man hat mehrfache und genauere Verfahrungsweisen zur Ermittlung der Horizontalparallare; kennt man diese und die Größe des Erdhalbmessers, so läßt sich nicht nur die Höhenparallare, sondern auch die Entfernung und der wahre Durchmesser des Gestirnsberechnen.

Bezeichnet man mit h die Höhe des Gestirns d. i. den Winkel SMR', mit α die Horizontalparallare MS'O, mit β die Höhenparallare MSO, mit R den Erdhalbmesser MO, und mit D die Distanz OS = OS' des Gestirns vom O, so ist

$$D : R = \sin. OMS : \sin. \beta, \text{ oder da } OMS = 90 + h,$$
$$D : R = \cos. h : \sin. \beta; \text{ aus dem Dreiecke } MS'O \text{ folgt}$$
$$D : R = 1 : \sin. \alpha, \text{ mithin}$$
$$\sin. \beta = \cos. h \sin. \alpha \ (1) \text{ und } D = \frac{R}{\sin. \alpha} \ (2).$$

Da die Winkel α und β immer nur sehr klein sind, so kann man auch setzen $\beta = \alpha \cos. h$. Hieraus ist zu ersehen,

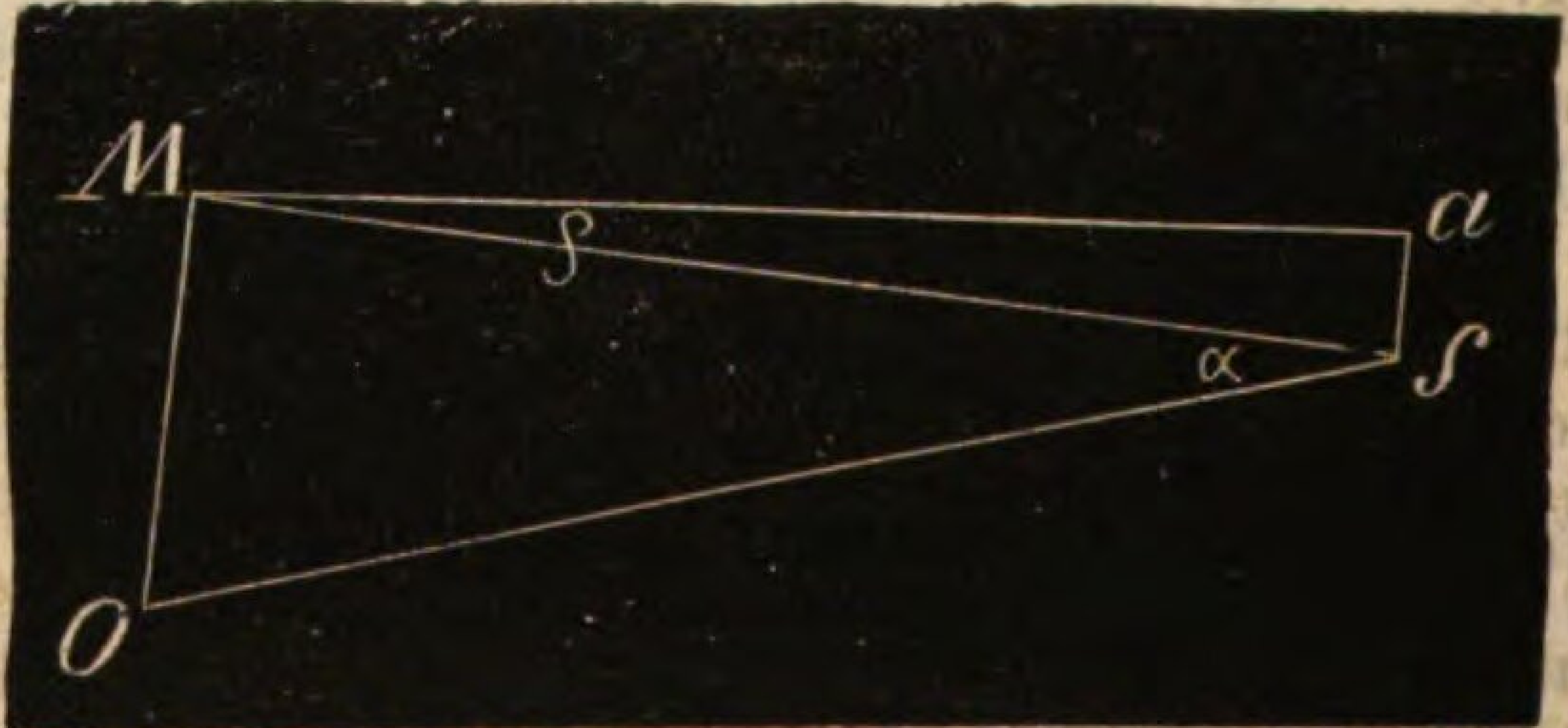
a) daß die Höhenparallare für h = o, am größten ist, mit derHöhe des Sterns abnimmt, und für den Fall, wo h = 90, mithin der Stern im Zenithe steht, gleich Null wird. Will man den Ort am Himmelsgewölbe angeben, wo ein Gestirn vom Erdmittelpuncte aus gesehen würde, so muß die Höhenparallare in Rechnung gebracht werden.

b) Aus der Gleichung (2) berechnet man die Entfernung eines Gestirns vom Mittelpuncte der Erde; beträgt der Winkel α nur wenige Secunden, so setzt man für den Sinus die Bogenlänge selbst; diese ergibt sich, wenn man die Anzahl der Bogensecunden α mit der Länge des Bogens von 1 Secunde d. i. mit 0.00004848 multiplicirt, und man hat:

$$D = \frac{859.3}{0.000048} \ \alpha.$$

Ist aS Fig. 348. der wahre Halbmesser r eines Gestirns, der unter dem Ge-

Fig. 348.



sichtswinkel aMS = ς von der Erde aus gesehen wird, MSO seine Horizontalparallare, MO der Erdhalbmesser R so ist:

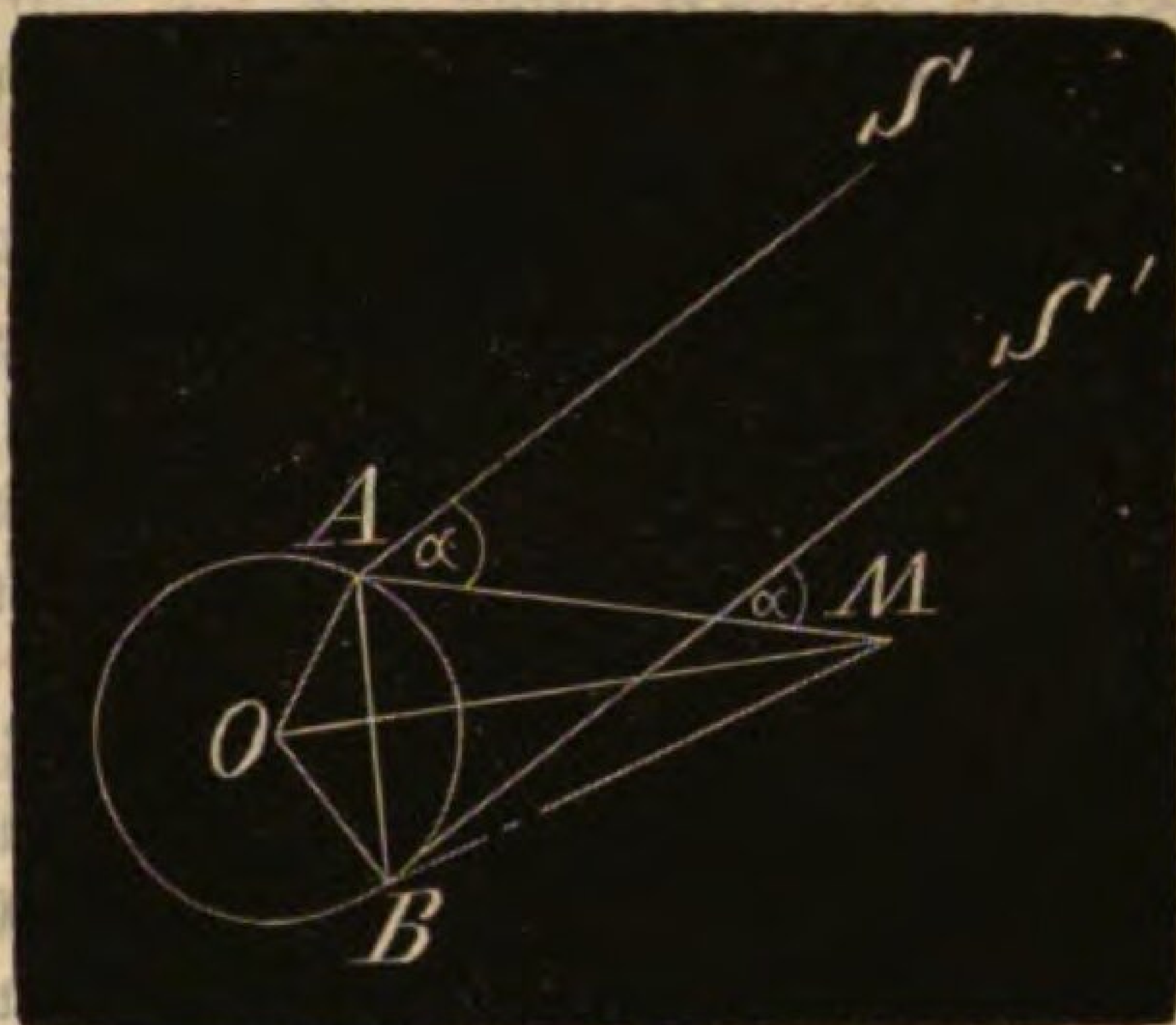
$$r : MS = \text{tang } \varsigma : 1, \text{ und } R : MS = \text{tang } \alpha : 1, \text{ daher}$$
$$r : R = \text{tang } \varsigma : \text{tang } \alpha \text{ oder da } \varsigma \text{ und } \alpha \text{ sehr klein sind:}$$
$$r : R = \varsigma : \alpha, \text{ mithin } r = R \frac{\varsigma}{\alpha} \ (3).$$

Für die Sonne ist die Horizontal-parallare α = 8.″ 6, mithin D = 20,658000 geog. Meilen. Der scheinbare Sonnenhalbmesser beträgt durchschnittlich 963″, folglich ist der wahre r = 112 R.

Kennt man den wahren Halbmesser eines Gestirns, so berechnet man leicht sein kugelförmiges Volumen; es ergibt sich, daß die Sonnenkugel 1.421150mal größer ist als die Erdkugel. Aus der Experimentalphysik (siehe Brechung des Lichts) ist bekannt, daß in Folge der Strahlenbrechung jedes Gestirn entfernter vom Horizonte gesehen wird, als es wirklich ist.

Um die Bestimmung der Parallaxe des Mondes (oder eines Planeten) von dem Einflusse der Strahlenbrechung, da sich dieser nicht ganz genau berechnen läßt, unabhängig zu machen; beobachtet man von zwei Sternwarten A und B Fig. 349., wovon einer nördlich, die andere südlich vom Aequator liegt z. B. von Greenwich und vom Cap der guten Hoffnung gleichzeitig den Winkelabstand des Mondes M und eines nahe in seiner Richtung befindlichen Fixsterns S, der von beiden Orten in der nämlichen Richtung gesehen wird, so daß A S und B S' zu einander parallel sind; auch werden beide Himmelskörper durch die Strahlenbrechung beinahe um gleich viel über den Horizont erhoben, wodurch bewirkt wird, daß beide Winkel SAM und S'BM eben so groß erscheinen, wie wenn keine Strahlenbrechung vorhanden wäre. Da der Winkel S' C M = α = S'BM + AMB, und zugleich α = SAM, so ist

Fig, 349.

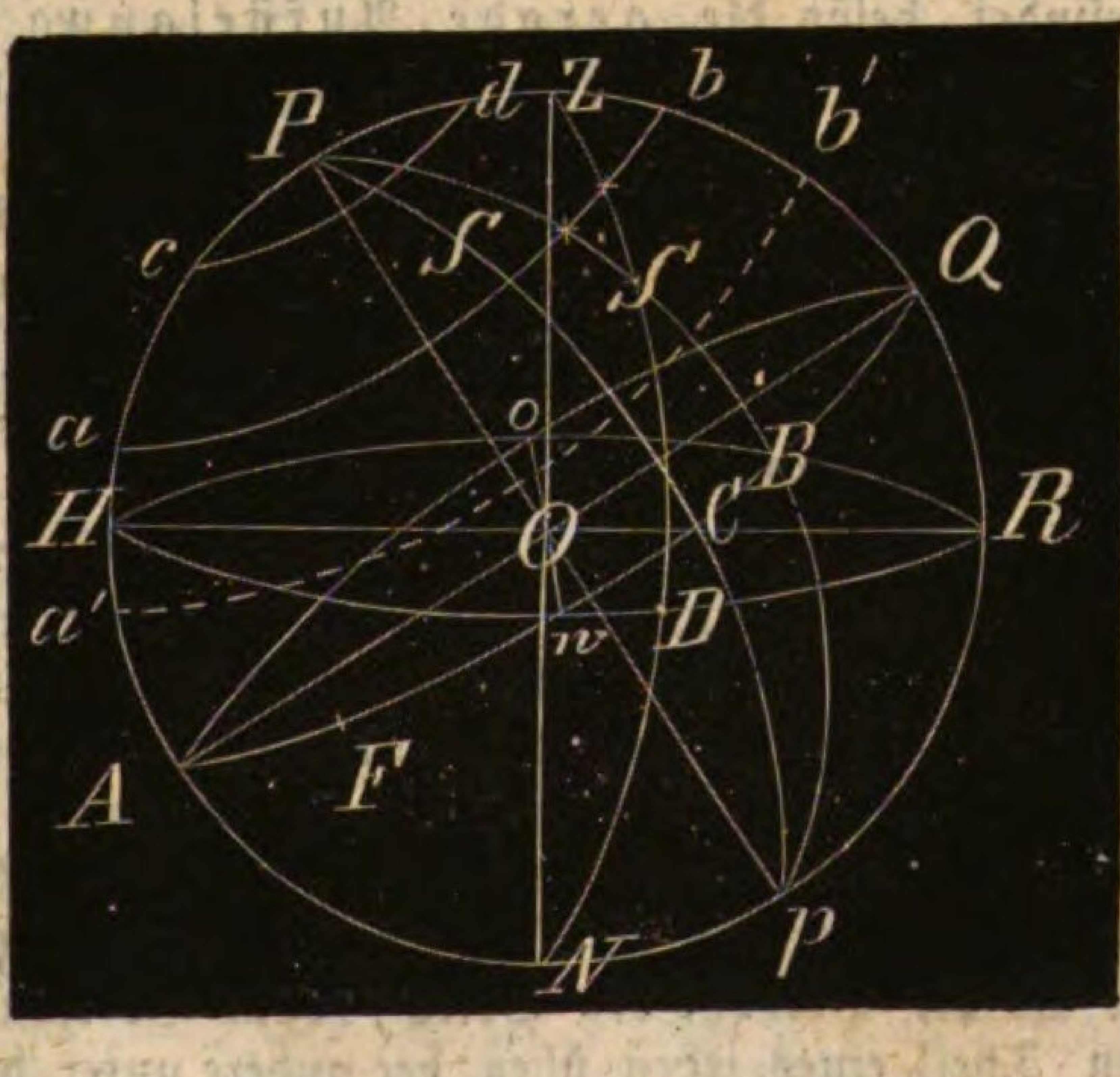


AMB = SAM — S'BM.

Aus dem Abstande der beiden Orte A und B mit Zuziehung des bekannten Erdhalbmessers berechnet man die Gerade AB; man bestimmt auch die Winkel, welche die Richtungen AM und BM mit AB einschließen, und ist nun im Stande, die Seiten AM und BM, des Dreieckes AMB zu berechnen; sind diese bekannt, so berechnet man die Parallaxe AMO und auch die Entfernung des Himmelskörpers M vom Erdmittelpunkte.

§. 231. **Bestimmung der Lage eines Gestirns bezüglich der Ebene des Horizontes und der Ebene des Aequators.** Die Ebene des Himmelsmeridians oder des Mittagskreises, der bekanntlich durch die beiden Himmelspole Pp Fig. 350. und durch den Zenithpunkt Z des Beobachtungsortes geht, steht auf der Ebene des Horizontes senkrecht und durchschneidet sie in einer geraden Linie HR, die man die Mittagslinie nennt; der Endpunkt H dieser Linie gibt den Nordpunkt, der entgegengesetzte R den Südpunkt am Horizonte an.

Fig. 350



Die Ebene des Aequators steht eben so wie die des Horizontes auf der Ebene des Meridians senkrecht; mithin ist auch ihre gemeinschaftliche Durchschnittslinie o w auf der Meridianebene, daher auch auf der in ihr liegenden Mittagslinie HR senkrecht, und bestimmt den Ost- und Westpunkt am Horizonte.

Da eine Kugel durch die Ebene eines jeden großen Kreises halbirt wird, so wird auch die Himmelskugel durch die Ebene des Horizonts in eine sichtbare und eine unsichtbare, durch die Ebene des Aequators in eine nördliche und südliche, und durch die des Meridians in eine östliche und westliche Hemisphäre getheilt.

Die größten Kreise an einer Kugel halbiren sich, mithin wird auch der Aequator durch den Horizont halbirt, so daß die eine Hälfte Q w o desselben über, die andere A wo unter dem Horizonte liegt.

Der durch ein Gestirn S, durch Zenith, und Nadir gezogene größte Kreis ZSN heißt Höhenkreis; da er durch die Vertikale OZ geht, und daher auf dem Horizonte vertikal steht, nennt man ihn auch Vertikalkreis. Der Bogen DS dieses Kreises zwischen dem Stern und dem Horizonte heißt die Höhe, seine Ergänzung zu 90° nämlich SZ die Zenithdistanz und der Bogen RD zwischen dem Südpunkte und dem Höhenkreise von Süd gegen West gemessen, das Azimuth des Sterns. SD wird durch den Centriwinkel SOD, und RD durch den Centriwinkel ROD gemessen; Höhe und Azimuth oder Zenithdistanz und Azimuth bestimmen die Lage eines Gestirns am Himmelsgewölbe rücksichtlich des Horizonts.

Der Bogen PH des Meridians zwischen dem Himmelspole und dem Horizonte heißt Polhöhe des Beobachtungsortes und sein complementärer Bogen AH = QR Aequatorshöhe. Die Polhöhe wird gemessen durch den Centriwinkel POH. Den größten Kreis, der durch die beiden Himmelspole P,p und durch das Gestirn gezogen wird, und auf der Ebene des Aequators senkrecht steht, nennt man Abweichungs- oder Declinationskreis, auch Stundenkreis; der Bogen SB dieses Kreises zwischen dem Stern und dem Aequator heißt die Abweichung oder die Declination, seine Ergänzung zu 90°, d. i. der Bogen PS die Poldistanz, und der Bogen FB des Aequators zwischen dem Abweichungskreise und dem Frühlingspunkte F d. i. demjenigen Punkte des Aequators, in dem sich die Sonne zur Zeit der Frühlingsnachtgleiche befindet, heißt die gerade Aufsteigung oder Rectascension des Sterns S, letztere wird am Aequator von West nach Ost bis 360°, die Declination vom Aequator gegen die Pole zu bis 90° gezählt; die Declination ist nördlich oder südlich, je nachdem der Stern in der nördlichen oder südlichen Hemisphäre liegt. Durch diese Bögen SB und FB oder durch PS und FB ist die Lage eines Gestirns bezüglich der Ebene des Aequators, deren Lage am Himmelsgewölbe unveränderlich ist, vollkommen bestimmt.

Während der täglichen, gleichförmigen Drehung der Himmelskugel um die Weltaxe Pp beschreibt ein jedes Gestirn einen zum Aequator parallelen Kreis, in der Richtung von Ost nach West; daher ändert sich beständig sowohl die Lage seines Höhen- als die des Abweichungskreises, die von den Gestirnen beschriebenen Parallelkreise erscheinen an jedem Orte, dessen Polhöhe nicht 90° beträgt, eben so wie der Aequator gegen den Horizont geneigt, weshalb diejenigen, deren Poldistanz größer ist als die Polhöhe des Ortes, vom Horizonte geschnitten werden, so daß ein Theil eines jeden über, der andere unter den Horizont zu liegen kommt,

und die in solchen Parallelkreisen sich bewegenden Sterne dem Beobachter auf und untergehen. Die Sterne, deren Poldistanz kleiner ist als die Polhöhe des Beobachtungsortes beschreiben Parallelkreise, die ganz über dem Horizonte dieses Ortes erscheinen, und daher für diesen Ort niemals untergehen; man nennt sie Circumpolarsterne.

Die Sterne, die einem Beobachter auf und untergehen, erheben sich nach ihrem Aufgange immer mehr über den Horizont, und erreichen die größte Höhe in dem Augenblicke, wo sie in den Meridian treten, und wo daher ihr Höhen- sowie ihr Abweichungskreis mit dem Meridiane zusammenfällt. Hat der Stern die größte Höhe erreicht, so sagt man, er befinde sich in seiner Culmination und nennt den größten Höhenpunkt, seinen Culminationspunkt; von diesem Punkte steigt der Stern zu dem Horizonte herab, so daß in Zeiten, die gleich weit von der Culminationszeit abstehen, die Höhen und Azimuthe des Sterns einander gleich sind.

Die Circumpolarsterne werden zweimal während eines Umlaufs im Meridiane gesehen; bewegt sich ein Circumpolarstern z. B. in dem Parallelkreise ab, oder cd, so geht er in den Punkten a und b oder c und d durch den Meridian, und erlangt in a oder in c seine kleinste, dagegen in b oder d seine größte Höhe; den Durchgang in b oder d nennt man seine obere den in a oder c seine untere Culmination. Nun ist die Polhöhe

$$HP = aH + aP, \text{ oder,}$$

da der Pol von allen Punkten eines Parallelkreises gleich weit absteht, und daher

$$aP = bP = \frac{ab}{2} \text{ ist,}$$

$$HP = aH + \frac{ab}{2} = \frac{aH + aH + ab}{2} = \frac{aH + Hb}{2},$$

woraus ersichtlich wird, daß, wenn man die größte Höhe und auch die kleinste eines Circumpolarsterns gemessen hat, die Polhöhe leicht berechnet werden kann.

Heißt z die Zenithdistanz bZ oder aZ zur Zeit der oberen Culmination, φ die Polhöhe und ψ die Aequatorshöhe, und h die kleinste Höhe eines Circumpolarsternes; so ist

$$\varphi = \frac{90 \pm z + h}{2} \text{ und } \psi = 90 - \varphi.$$

Mißt man die Höhe $Rb = H$ irgend eines Sterns S zur Zeit seiner oberen Culmination in b, so findet man leicht seine Declination $SB = bQ = \delta$, wenn die Polhöhe des Beobachtungsortes bekannt ist;

es ist $Rb = H = RQ + Qb = 90 - \varphi + \delta$, mithin

$$\delta = H + \varphi - 90.$$

Ist die Declination eines Fixsterns bekannt, und man hat seine Höhe H zur Zeit seiner oberen Culmination gemessen, so findet man die Polhöhe; denn es ist

$$\varphi = 90 + \delta - H.$$

Ist h die kleinste Höhe eines Circumpolarsterns bekannt, so ist

$$\varphi = h + 90 - \delta.$$

Man hat also zur Bestimmung der Polhöhe eines Ortes nur nöthig, die Höhe eines Sterns von bekannter Declination, zur Zeit seiner Culmination zu messen.

Aus der Gleichung $H = 90 - \varphi + \delta$ berechnet man die größte Höhe, die ein Stern bei der Declination δ an einem Orte von der Polhöhe φ erreichen kann. Der Punct, an dem ein Stern diese Höhe erreicht, ist ein Punct des Meridians.

Richtet man ein mit einem Fadenkreuz versehenes Fernrohr auf einen Fixstern und beobachtet den Zeitpunct an einer genauen Uhr, wo der Stern in der Axe des Rohrs sich befindet; läßt das Fernrohr unverrückt in seiner Stellung, und wartet den Augenblick ab, wo der Stern abermals in der Axe des Rohrs erscheint, so erhält man die Zeit für den täglichen Kreislauf des Sterns, die man Sterntag nennt, und die eine unveränderliche Größe ist, somit als Einheit zur Zeitmessung geeignet. Man theilt den Sterntag in 24 Stunden und jede Stunde in 60 Minuten, und die Minute in 60 Secunden. Die nach dieser Einheit gemessene Zeit nennt man Sternzeit; sie ist, wie wir später sehen werden, von der Sonnenzeit verschieden, indem der Sonnentag d. i. die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Culminationen der Sonne im Durchschnitte um 3′ und 56.″5 Secunden länger ist als ein Sterntag. Man kann dadurch, daß man die Linse an einer guten Pendeluhr höher stellt, und so die Bewegung des Pendels beschleunigt, den Gang der Uhr nach der Sternzeit einrichten. Der Anfang des Sterntages ist der Augenblick der Culmination des Frühlingspunctes; der Zeiger der Uhr wird daher in diesem Augenblicke auf o gestellt und unter Sterntag die Zeit zwischen zwei aufeinander folgenden Culminationen des Frühlingspunktes verstanden. Da jeder Punkt am Himmel in gleichförmiger Bewegung innerhalb 24 Stunden Sternzeit einen Kreis von 360°, mithin in 1 Stunde 15°, und in einer Zeitsecunde 15 Raumsecunden zurücklegt; da ferner die zwischen zwei Declinationskreisen liegenden Bögen aller Parallelkreise einander ähnlich sind, daher gleichviel Grade, Minuten und Secunden zählen, und genau dieselbe Zeit zum Durchgange durch den Meridian brauchen; so muß der Bogen des Aequators zwischen dem Frühlingspuncte und dem Declinationskreise d. i. die Rectascension eines Sterns 15, 30, 45 . . . 15 t Raumsecunden betragen, wenn der Stern um 1, 2, 3, . . . t Secunden später als der Frühlingspunct culminirt, also die nach der Sternzeit gehende Uhr die Zeit von 1, 2, 3, . . . t in Secunden anzeigt. Hieraus ist ersichtlich, daß man die Rectascension eines Sterns, in Raumsecunden findet, wenn man 15 mit der Zeit multiplicirt, welche die nach Sternzeit eingerichtete Uhr zur Zeit der Culmination dieses Sterns anzeigt.

Ist die Rectascension FC irgend eines Sterns S′ bekannt, so findet man die Rectascension FB eines jeden andern Sterns S, wenn man zuerst die Größe des Bogens CB ermittelt; diese erhält man, wenn man die Zeit t, welche von der Culmination des Sterns S′ bis zur Culmination des Sterns S verfließt, mit 15 multiplicirt; nun ist $FB = FC + CB$.

Aus dem Gesagten ist zu ersehen, daß zur Bestimmung der Lage eines Gestirns am Himmel Instrumente erforderlich sind, mit denen die Höhe, das Azimuth gemessen und der Zeitpunct der Culmination angegeben werden kann. Zur Messung der Höhe und des Azimuths dient der Theodolith. Man befestigt den Nonius des inneren horizontalen Kreises auf einem willkührlichen Theilstriche des äußern, und bewegt beide Kreise sammt dem Fernrohre, bis die Axe des letztern in den Meridian des Beobachtungsortes zu liegen kommt, oder nach einem Objecte M von bekanntem Azimuth gerichtet ist; dann schließt man den äußern Kreis an das Gestelle, und dreht den gelösten inneren bis der Stern S, dessen Höhe und Azimuth man wissen will, in der Axe des auf die gehörige Höhe gestellten Fernrohres erscheint. Der Winkel, welchen der Nonius des innern Kreises an dem äußern durchlaufen hat, ist das Azimuth, falls früher die Axe des Fernrohres sich in der Ebene des Meridians befand; war sie nach dem Objecte M gerichtet, so gibt die Summe aus dem abgelesenen Winkel und dem bekannten Azimuthe von M das Azimuth von S. Die Höhe von S wird am Verticalkreise abgelesen.

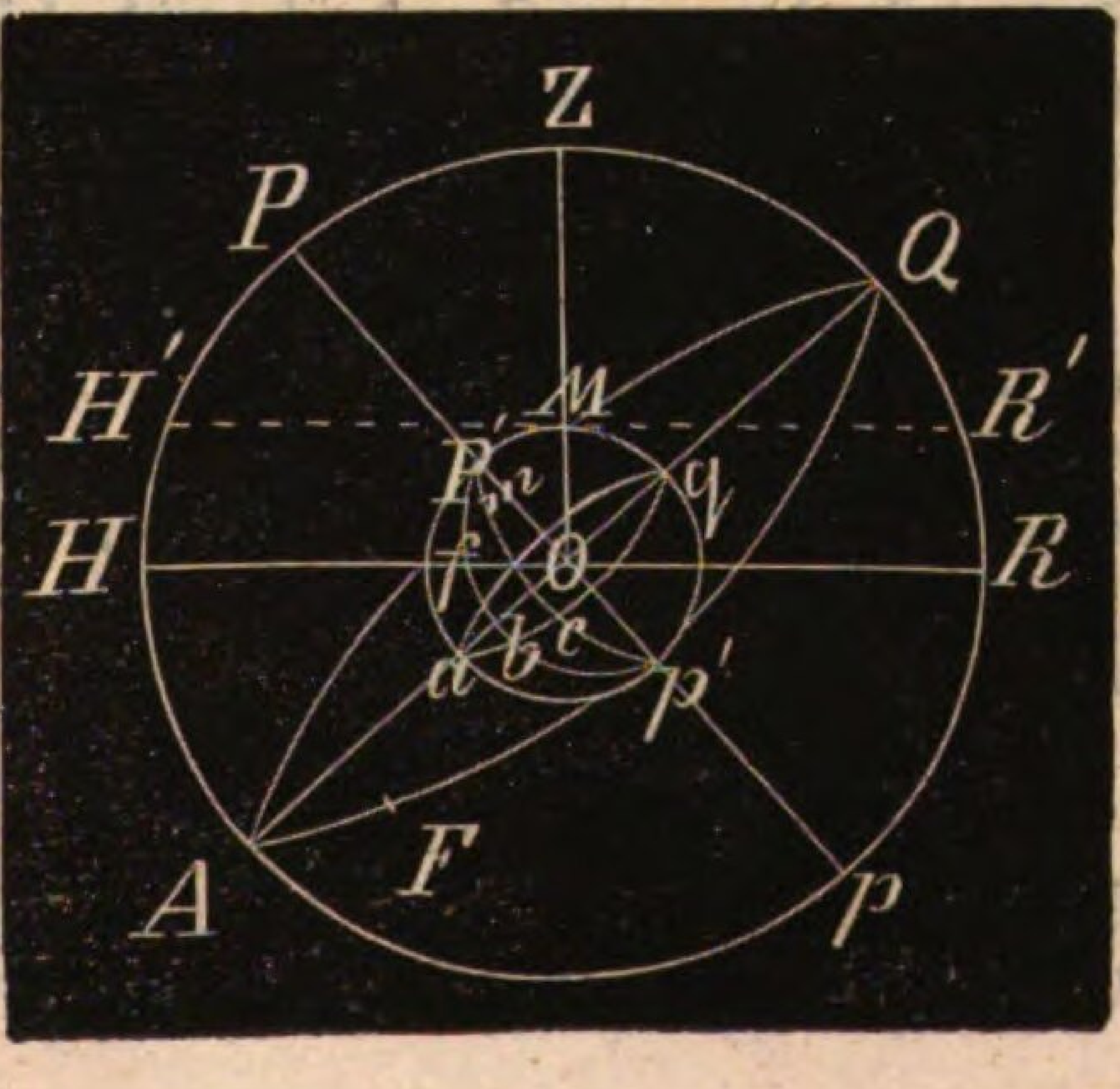
Eines der wichtigsten auf einer Sternwarte vorkommenden Instrumente ist das von Olof Römer erfundene Mittagsrohr oder Passagen-Instrument, welches zur Beobachtung der Culminationen der Gestirne dient. Es besteht aus einem Fernrohre, in dessen Axe ein vertikaler, äußerst feiner Faden gespannt ist, und das sich um eine horizontale, von zwei festen steinernen Pfeilern getragene Axe drehen läßt; diese Drehungsaxe wird mit aller möglichen Sorgfalt in die Richtung der Linie gebracht, welche den Ostpunct mit dem Westpunct verbindet, wo dann die Axe des Fernrohres, da sie auf der Drehungsaxe senkrecht steht, sammt dem verticalen Faden in der Ebene des Meridians liegt, und in dieser Ebene sich bewegt, wenn das Rohr um die horizontale Axe gedreht wird. Der Augenblick, in welchem ein Stern von dem Faden verdeckt wird, ist der Augenblick der Culmination des Sterns. Ist im Fernrohre ein Fadenkreuz, und der Durchschnittspunkt der sich kreuzenden Fäden in der Axe des Rohrs, so richtet man das Fernrohr dergestalt auf einen Stern, daß dieser im Durchschnittspuncte der Fäden erscheint; der Winkel, den die Axe des Fernrohres mit dem Horizonte bildet, und der an einem an der Drehungsaxe angebrachten Verticalkreise gemessen werden kann, ist die Höhe des beobachteten Sternes zur Zeit seiner Culmination.

Mittelst des Sextanten von Hadley kann man die Winkeldistanz zweier Gestirne oder die Höhe eines derselben bestimmen; im letzteren Falle braucht man einen künstlichen Horizont, den man sich verschafft, wenn man reines Quecksilber in eine Schale gießt, und es zur Abhaltung des Luftzuges mit einer von parallelen Ebenen begrenzten Glasplatte bedeckt. Man richtet dann das Fernrohr des Instrumentes so, daß man damit durch den oberen Theil des kleinen Spiegels das Bild des Gestirnes unter dem spiegelnden Horizonte sieht; nun dreht man die Ebene des Sextanten um das Fernrohr, bis sie eine verticale Lage erhält, worauf man das vom Horizonte reflectirte Bild des Gestirns im Fernrohre festhaltend, die Alhidade so lange auf oder ab bewegt, bis auch das zweite von dem unteren Theile des kleinen Spiegels reflectirte Bild im Gesichtsfelde erscheint; man bringt nun die Alhidade vermittelst einer Druckschraube zur festen Stellung und bewirkt vermittelst einer Mikrometerschraube eine genaue Bedeckung der beiden Bilder. Der Winkel, den man nun am Instrumente bestimmt, d. i. der Winkel, welchen die vom Gestirn und von seinem unter dem Horizonte erscheinenden Bilde zum Auge gezogenen Linien bilden, ist die doppelte Höhe des beobachteten Gestirns.

Man hat auf den Sternwarten sogenannte Aequatoriale, mittelst welcher die Declination und Rectascension eines Sterns unmittelbar gemessen werden kann.

§. 232. **Geographische Breite und Länge eines Ortes an der Erdoberfläche.** Der Theil P′p′ Fig. 349. der Weltaxe Pp, der durch die Erdkugel geht, ist die Erdaxe, P′ der Nord- und p′ der Südpol der Erde; der Himmelsäquator AFQ und der Himmelsmeridian PZp des Ortes M, dessen Zenithpunkt Z ist, schneiden die Erdkugel in concentrischen Kreisen, wovon der erstere abq der Erdäquator, der andere P′Mp′ der dem Orte M entsprechende Erdmeridian heißt. Der Bogen des letzteren zwischen dem Orte M und dem Aequator heißt die geographische Breite des Ortes M; der diesem Bogen Mq entsprechende Centriwinkel MOq ist gleich dem Centriwinkel POH, der das

Fig. 351.



Maß der Polhöhe PH ist, weil die Schenkel des einen auf den Schenkeln des andern senkrecht stehen; mithin sind die Bögen PH und Mq ähnliche Bögen, und zählen gleich viel Grade, Minuten und Secunden, weshalb man auch sagen kann, daß die geographische Breite eines Ortes gleich seiner Polhöhe ist. Die Breite zählt man vom Aequator gegen die Pole zu bis 90° und unterscheidet eine nördliche und eine südliche, je nachdem der Ort in der nördlichen oder in der südlichen Erdhälfte ist.

Am Erdäquator ist die geographische Breite gleich Null, mithin auch die Polhöhe gleich Null, d. h. die Weltaxe fällt mit dem Horizonte zusammen. In dem Maße, in welchem die geographische Breite wächst, nimmt auch die Polhöhe zu, was die Erfahrung vollkommen bestätigt, und damit für die Kugelgestalt der Erde einen neuen Beweis liefert. Am Erdpole, wo die geographische Breite = 90° ist, beträgt auch die Polhöhe 90°, folglich steht daselbst die Weltaxe auf dem Horizont senkrecht und der Aequator fällt mit dem Horizonte zusammen.

Da alle in dem nämlichen Parallelkreise liegenden Orte dieselbe Breite haben, so ist zur Bestimmung eines Ortes auch noch der Bogen des Aequators nöthig, der zwischen dem Meridiane des gegebenen Ortes und dem ersten Meridiane liegt, und geographische Länge heißt. Da die zwischen zwei Meridianen liegenden Bögen aller Parallelkreise gleichen Centriwinkeln entsprechen, so sind sie einander ähnlich, und haben dieselbe Anzahl von Graden, man kann daher die geographische Länge auch auf jedem Parallelkreise messen. Ist der durch den Ort f gehende Meridian der erste, so ist bq die geographische Länge von M. Für einen anderen Ort m ist die Länge bc, mithin ist die Längendifferenz zwischen M und m

$$cq = bq - bc;$$

wäre die Längendifferenz cq zweier Orte und auch die Länge bc des einen Ortes bekannt, so berechnet man leicht die Länge des andern; es ist

$$bq = cq + bc.$$

Als ersten Meridian nimmt man gewöhnlich den durch die Insel Ferro gehenden; in Frankreich und häufig auch in Deutschland nimmt man als ersten Meridian den der Sternwarte zu Paris, und in England jenen der Sternwarte zu Greenwich.

Der erste Erdmeridian theilt die Erdkugel in eine östliche und eine westliche Hemisphäre; der Punkt b, in welchem er den Aequator schneidet, ist der Anfangspunkt der Längen; man zählt die Länge von diesem Punkt b östlich bis 180, wenn der Ort in der östlichen, und eben so westlich, wenn er in der westlichen Halbkugel liegt, so daß man eine östliche und eine westliche Länge unterscheidet.

Bei der Zeitmessung gebraucht man als Einheit gewöhnlich den Sonnentag, den man in 24 Stunden, jede Stunde in 60 Minuten und jede Minute in 60 Secunden eintheilt; den Zeitpunkt der oberen

Culmination der Sonne nennt man **Mittag**, und jenen der unteren (unseren Antipoden sichtbaren) **Mitternacht**. An jedem Orte stellt man den Zeiger der Uhr zur Mittagszeit auf den Nullpunkt, oder was gleichviel ist auf 12, falls der Zeiger während 24 Stunden zwei Umdrehungen macht; da nun die Sonne bei dem täglichen Kreislaufe am Himmelsgewölbe von Ost nach West in den Meridian eines westlicher gelegenen Ortes später kommt, und zwar um so viel Secunden, als sie braucht, um den Bogen des Parallelkreises zwischen dem Meridian des ersten und dem des zweiten Ortes zu durchlaufen, daher t Secunden, wenn dieser Bogen 15 t Raumsecunden zählt, weshalb der Mittag an dem zweiten Orte auch um t Secunden später eintreten wird. Die Zeit, die von einer nach dem Mittage eines bestimmten Ortes regulirten Uhr angezeigt wird, heißt man **örtliche Zeit**.

Die Erdmeridiane sind mit den Himmelsmeridianen concentrisch, deshalb zählt der zwischen zwei Erdmeridianen befindliche Bogen eines Parallelkreises auf der Erdoberfläche genau so viele Grade, Minuten und Secunden, wie der zwischen den concentrischen Himmelsmeridianen liegende Bogen eines Parallelkreises an der Himmelskugel. Zählt der erstere Bogen 15, 30, 45 Grade, so hat auch letzterer 15, 30, 45 Grade; die Sonne kommt daher in den Meridian eines Ortes, der um 15, 30, 45 Grade westlicher liegt, um 1, 2, 3 Stunden später, und um eben so viel wird die örtliche Zeit des zweiten Ortes von der des ersten differiren. Man kann daher aus dem Unterschiede der örtlichen Zeiten zweier Orte die Anzahl der Grade, Minuten und Secunden berechnen, welche der von den Meridianen dieser Orte begrenzte Bogen eines Parallelkreises oder des Aequators, d. i. der Längenunterschied dieser Orte zählt.

Den Unterschied der örtlichen Zeiten für zwei Orte findet man, wenn man eine an beiden Orten gleichzeitig sichtbare Erscheinung beobachtet, und die von den Uhren in dem nämlichen Augenblicke angezeigten Zeiten mit einander vergleicht.

Solche Erscheinungen sind der Anfang und das Ende einer Mondesfinsterniß oder der Verfinsterung eines Trabanten Jupiters. Aus den bekannten Bewegungen dieser Himmelskörper berechnet man für einen bestimmten Ort z. B. für Paris die Zeitpunkte, in welchen die Verfinsterungen beginnen oder beendet erscheinen, für ein ganzes Jahr voraus; wird nun an irgend einem Orte der Beginn oder das Ende der Verfinsterung nach der Uhr dieses Ortes bestimmt, so hat man die so gefundene örtliche Zeit mit der für Paris berechneten zu vergleichen, um zu finden, um wie viel Secunden die Uhren differiren, worauf die Längendifferenz beider Orte leicht berechnet wird.

Ein anderes Mittel, die Unterschiede der örtlichen Zeiten an zwei Orten zu finden sind die Mondestafeln, in welchen die Abstände des Mondes von der Sonne und den vorzüglichsten Firsternen und Planeten, wie sie im Laufe eines Jahres vom Mittelpunkte der Erde beobachtet werden, nach der **Pariser Zeit** angegeben sind; mißt nun ein Beobachter an irgend einem Orte den Abstand des Mondes von einem Gestirn in einem gewissen nach der Uhr des Ortes bezeichneten Zeitmomente, berechnet die Größe dieses beobachteten Abstandes für den Fall, wenn die Beobachtung vom Erdmittelpunkte geschehen wäre, und sucht nun in den Mondestafeln, wie viel es an der Uhr in Paris ist, wenn der Mond in diesem Abstande sich befindet, so gibt die Vergleichung den Unterschied der örtlichen Zeiten, woraus sich die Länge des Ortes bezüglich Paris berechnen läßt.

In manchen Fällen läßt man an einem Orte Raketen aufsteigen, die von zwei Stationen beobachtet werden können; wird der Zeitpunkt des Verlöschens der Rakete nach der Uhr der Station angegeben, so hat man den Unterschied der örtlichen Zeiten der beiden Stationen, da bei der großen Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes an beiden das Verlöschen gleichzeitig zu sehen war.

Vorzügliche Dienste leisten, insbesondere den Seefahrern, mit großer Sorgfalt gearbeitete Federuhren, die man Chronometer nennt; bringt man ein Chronometer in Uebereinstimmung mit der Uhr des Ortes, den man verläßt, z. B. mit der Uhr der Sternwarte zu Greenwich, wie es die englischen Seefahrer thun, und läßt es nun auf der Reise fortgehen, ohne es nach der Uhr eines andern Ortes einzurichten, so weiß man in jedem Augenblicke anzugeben, wie viel es an der Uhr in Greenwich ist; vergleicht man diese Angaben mit der Uhr eines andern Ortes, zu dem man auf der Reise gelangt, so gibt der Unterschied der Uhren die Länge des Ortes bezüglich Greenwich.

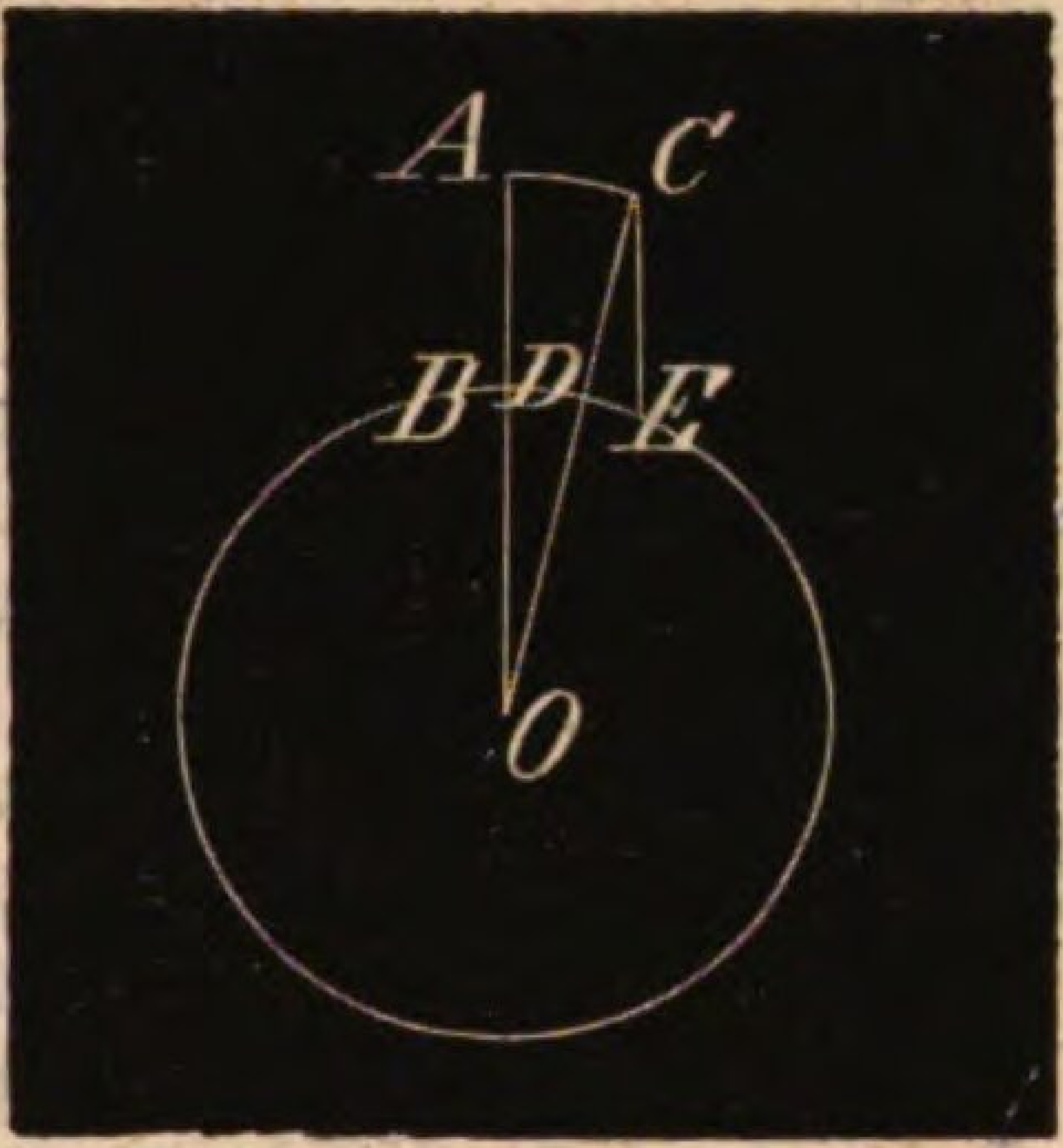
§. 233. Axendrehung der Erdkugel. Die tägliche Umdrehung der Himmelskugel um die Weltaxe ist nur eine scheinbare, und erklärt sich mit Genauigkeit aus der Drehung der Erdkugel um eine durch ihren Mittelpunkt gehende Axe in der Richtung von West nach Ost. Ein Beobachter auf der Erde kann diese Axendrehung nicht bemerken, weil dabei die am Horizonte befindlichen Gegenstände, die er sieht, ihre Lage unter sich und in Beziehung auf den Beobachter nicht im mindesten verändern; der Beobachter sieht daher immer dieselbe Landschaft in ungeänderter Stellung vor sich, und hat keine Ursache eine Bewegung zu vermuthen. Da jeder Ort auf der Oberfläche während einer Umdrehung einen zum Aequator parallelen Kreis beschreibt, so bleibt seine geographische Breite, folglich auch die Polhöhe unverändert, demnach erscheint der Himmelspol immer in der nämlichen Entfernung vom Horizonte, also unbeweglich. — Der Horizont des Beobachters senkt sich in Osten und erhebt sich im Westen, deshalb werden in Osten immer neue Sterne sichtbar, die sich desto mehr über den Horizont zu erheben scheinen, je tiefer sich dieser senkt, dagegen scheinen sich die Sterne im Westen dem sich hier erhebenden Horizonte mehr und mehr zu nähern, und endlich unterzugehen, sobald sie unter den Horizont zu stehen kommen; auf solche Art sieht der Beobachter die Sterne im Osten immer höher herauf steigen und im Westen sich senken, und da er den Grund dieser Erscheinung nicht in seiner eigenen Bewegung, die er nicht bemerkt, suchen kann, so glaubt er, daß sich die Gestirne wirklich Tag für Tag von Ost nach West bewegen.

Während der Umdrehung der Erde um ihre Axe dreht sich auch die Vertikale des Standortes, mithin geht auch der Zenithpunkt und mit diesem der Himmelsmeridian des Ortes um die Weltaxe von West nach Ost, während die beiden Himmelspole unbeweglich bleiben; die Sterne scheinen sich auf der östlichen Seite dem Meridiane dergestalt zu nähern und auf der westlichen Seite von ihm zu entfernen, daß ihr Abstand vom Pole immer derselbe bleibt; sie scheinen also Parallelkreise zu beschreiben, die desto größer sind, je mehr die Poldistanz der Sterne beträgt.

Die Drehung der Erde um ihre Axe wird durch mehrere Thatsachen außer allen Zweifel gesetzt, insbesondere durch die schon früher besprochene Abplattung der Erdkugel an den Polen und die Abnahme der Schwerkraft von den Polen gegen den Aequator zu. Auch bezeugt dies der Fall der Körper bei großen Fallhöhen; denn ist AB Fig. 353.

eine mit der Erdkugel verbundene Vertikale, so wird während der Umdrehung der oberste Punkt A offenbar einen größeren Kreis zu beschreiben haben, mithin mit einer größeren Geschwindigkeit sich bewegen, als der Fußpunkt B; nehmen wir an, daß in der Zeit, in welcher ein Körper, der nur der Schwere folgt, den Weg AB zurücklegen würde, die Vertikale in Folge der Umdrehung der Erde in die Lage CDO kommt; so hat der Punkt A und jeder an ihm befindliche Körper in dieser Zeit den Weg A C beschrieben. Läßt man nun von A einen Stein fallen, so erhält er zwei einen Winkel einschließende Bewegungen und muß am Ende der Zeit, in der ihn die eine nach B, die andere nach C gebracht hätte, am Endpunkte der Diagonale des Parallelograms ABCE, d. i. im Punkte E, mithin etwas östlich von dem Fußpunkte B der Vertikalen AB sich befinden, was auch wirklich durch mehrfache Versuche dargethan wurde.

Fig. 352.



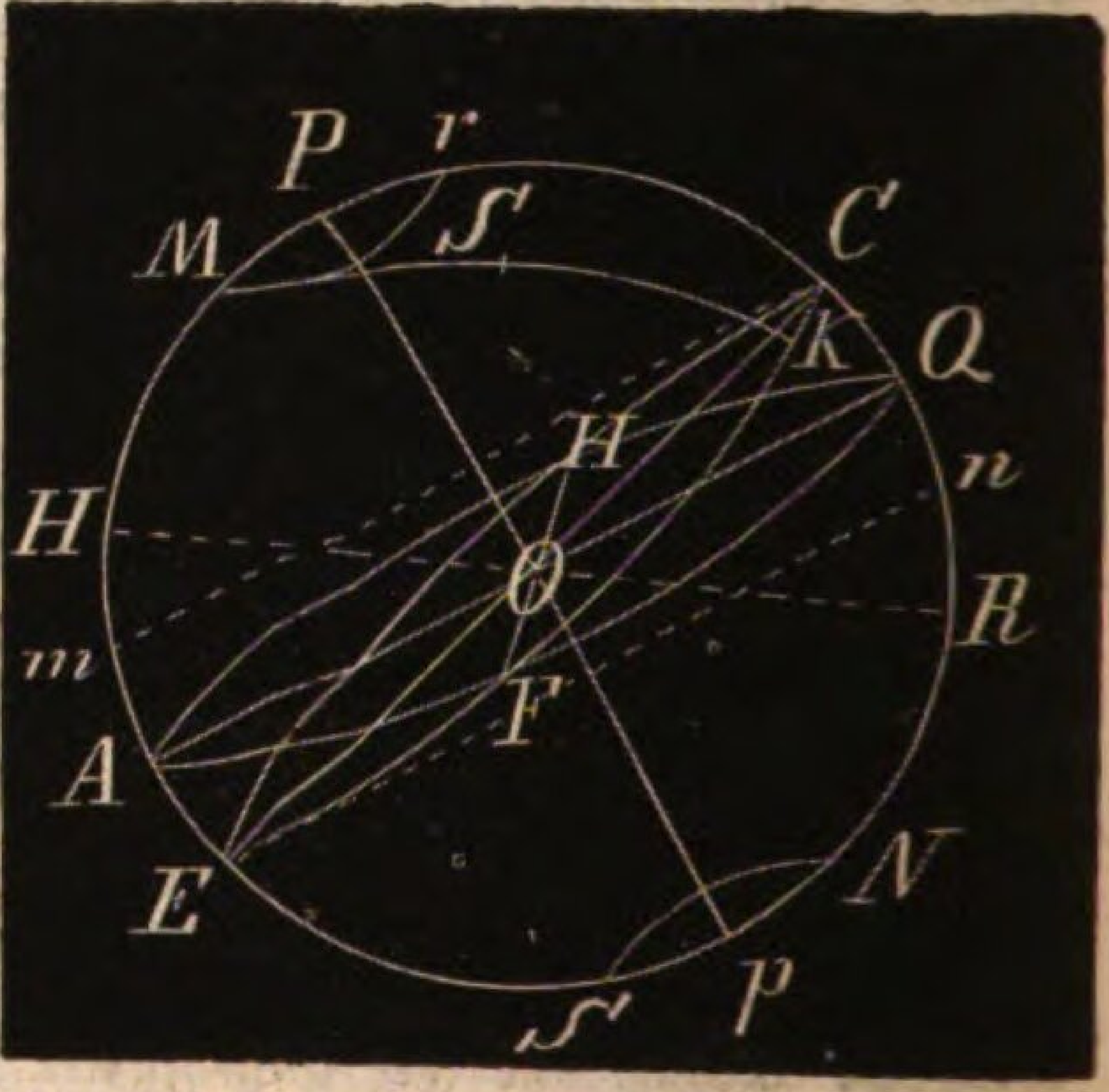
Eine nothwendige Folge der Axendrehung der Erde ist der Wechsel zwischen Tag und Nacht, d. i. zwischen der Zeit, wo die Sonne über dem Horizonte erscheint, und die darauf befindlichen Gegenstände erleuchtet und erwärmt, und derjenigen, wo die Sonne unsichtbar ist; denn da immer nur die der Sonne zugewendete Erdhälfte von den geradlinigen Sonnenstrahlen erleuchtet wird, die andere von ihr abgewendete dagegen im Schatten steht; so muß während der Umdrehung der Erde von West nach Ost, die Beleuchtungsgrenze beständig von Ost nach West fortrücken, wobei die Bewohner an der westlichen Beleuchtungsgrenze den Sonnenaufgang, die an der östlichen den Sonnenuntergang sehen, die Bewohner in der Mitte der erleuchteten Erdoberfläche Mittag, und ihre Gegenfüßler Mitternacht haben.

§. 234. Scheinbare jährliche Bewegung der Sonne. Nebst der täglichen Bewegung, welche die Sonne mit allen Gestirnen am Himmel theilt, beobachtet man noch eine andere ihr eigenthümliche, vermög welcher sie während eines Jahres einen vollen Umlauf am Himmel macht; denn wir sehen, daß die Sonne bei der täglichen Umdrehung der Himmelskugel täglich einen andern Parallelkreis beschreibt, daher Tag für Tag an einem andern Orte der Himmelskugel sich befindet, mit anderen Sternen aufgeht, culminirt und untergeht. Bestimmt man Tag für Tag zur Mittagszeit ihre Declination und Rectascension; so erhält man eine Reihe von Standorten der Sonne, mithin auch die Lage der ganzen Sonnenbahn am Himmelsgewölbe; es ergibt sich, daß die gerade Linie, welche die Erde mit der Sonne verbindet, immerfort in der nämlichen Ebene bleibt, und daß daher auch alle Punkte der Sonnenbahn, die Ekliptik heißt, in einer und derselben Ebene liegen; ferner, daß die Ekliptik am Himmelsgewölbe als ein durch die Mittelpunkte der Sonne und der Erde gehender größter Kreis erscheint, welcher den Aequator an zwei einander gegenüberliegenden Punkten schneidet, und dessen Ebene mit der Ebene des Aequators den Winkel von 23°28′ bildet, den man die Schiefe der Ekliptik zu nennen pflegt. An den Tagen, wo sich die Sonne in den Durchschnittspunkten des Aequators mit der Ekliptik, mithin am Aequator befindet, beschreibt die Sonne während der täglichen Bewegung der Himmelskugel den Aequator selbst, wovon bekanntlich die eine Hälfte über, die andere unter dem Horizonte steht, mag dieser was immer für einen Win-

kel mit der Weltaxe einschließen; daher bleibt an diesen Tagen die Sonne an allen Orten der Erde eben solange über als unter dem Horizonte d. h. Tag und Nacht sind überall gleich, weshalb man diese Durchschnittspunkte Nachtgleichenpunkte (Aequinoctialpunkte) nennt; der Punkt, in dem die Sonne zwischen dem 20. und 21. März sich befindet, heißt der Frühlings=Nachtgleichenpunkt oder kurzweg Frühlingspunkt, derjenige, in den die Sonne am 22. September tritt, heißt der Herbst=Nachtgleichenpunkt oder Herbstpunkt.

Es sei Pp Fig. 353. die Weltaxe, AQ der Aequator, EC die Ekliptik, FH sei die gerade Linie, in welcher die Aequatorsebene von der Ebene der Ekliptik geschnitten wird, F der Frühlings= und H der Herbstpunkt, M und N seien die Pole der Ekliptik, deren jeder von den Polen P, p des Aequators um 23°28′ entfernt ist, und MPNp ein größter durch die Pole der Ekliptik und des Aequators gehender Kreis. Nach der Frühlingsnachtgleiche erhebt sich die Sonne über den Aequator, beschreibt Tag für Tag einen andern weiter vom Aequator abstehenden Parallelkreis, indem die Declination beständig wächst, bis sie am 21. Juni ihren größten Werth von 23°28′ erlangt, wo die Sonne in den Punkt C tritt und die Rectascension den Werth von 90° erhält; der durch den Punkt C gehende Parallelkreis Cm, den die Sonne am 21. Juni am Himmel beschreibt, heißt Wendekreis des Krebses (tropicus caneri), der Punkt C heißt Wendepunkt, weil sich von da die Sonne wieder dem Aequator zuwendet, und demselben sich immer mehr nähert; man nennt den Punkt C auch das Sommersolstitium, weil die täglichen Aenderungen in der Declination so gering sind, daß die Sonne beinahe still zu stehen scheint.

Fig. 353.



Nach dem 21. Juni nimmt die Declination ab, während die Rectascension fortwährend wächst, erstere wird am 22. September Null, letztere 180° und die Sonne steht im Herbstpunkte; hierauf erhält die Sonne eine südliche Abweichung, die Rectascension nimmt aber zu; wird letztere 270°, so erlangt die Declination abermals den größten Werth von 23°28′ und die Sonne befindet sich am Wendepunkte E, welcher das Wintersolstitium und der durch E gehende Parallelkreis der Wendekreis des Steinbocks heißt; dieß findet am 22. December Statt. Nach dieser Zeit nimmt die südliche Declination beständig bis Null ab, wo die Sonne wieder in den Frühlingspunkt tritt, und die Rectascension den Werth von 360° erlangt.

Die durch die Pole der Ekliptik gezogenen Parallelkreise Mr und Ns heißen Polarkreise. Die durch die Solstitial= und Aequinoctialpunkte gehenden Declinationskreise haben den Namen Coluren erhalten. —

Man theilt die Ekliptik in 12 gleiche Theile, deren jeder die Länge von 30° hat, und nennt diese Theile Zeichen; die Zone, die von zwei zur Ekliptik parallelen Kreisen begrenzt ist, deren jeder in dem Abstande von 10° gezogen ist, wird Zodiakus oder Thierkreis genannt, weil die Sternbilder, nach denen die Zeichen in alten Zeiten benannt wurden, meistens Namen von Thieren führten. Heißt es z. B., die Sonne tritt in das Zeichen des Widders, so sagt man damit, daß sie in den Frühlingspunkt tritt; die folgenden Zeichen heißen: Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Skorpion, Schütze, Steinbock, Wassermann, Fische; die sechs ersteren liegen nördlich, die anderen südlich vom Aequator.

Der durch die Pole der Ekliptik und durch ein Gestirn gezogener Kreis MSN heißt Breitenkreis; der Bogen KS desselben zwischen dem Stern und der Ekliptik heißt die Breite, und der Bogen der Ekliptik zwischen dem Frühlingspunkte und dem Breitenkreise die Länge des Gestirns S; durch Breite und Länge wird die Lage eines Gestirns bezüglich der Ekliptik bestimmt. Haben zwei Himmelskörper dieselbe Länge, so stehen sie, wie man sagt, in Conjunktion; sind ihre Längen um 180° verschieden, so sind sie in Opposition; in beiden Fällen befinden sie sich in demselben Breitenkreise. Die Stellung zweier Gestirne, wobei der Unterschied ihrer Längen 90° beträgt, heißt Quadratur.

Die Zeit von dem Augenblicke, wo die Sonne bei irgend einem Fixstern sich befindet, und mit ihm gleichzeitig culminirt, bis zu dem, wo sie wieder zu demselben Sterne zurückkehrt, gibt die Dauer eines Umlaufs drr Sonne, die man das siderische Jahr nennt; es zählt 365,25638 Tage. Die Zeit, die von dem Eintritte der Sonne in den Frühlingspunkt bis zu ihrer Rückkehr zu demselben Punkte heißt die tropische Umlaufszeit oder das tropische Jahr, welches in Folge einer kleinen Vorrückung des Frühlingspunktes gegen Westen, die alljährlich erfolgt, etwas kürzer ist, und 365.242255 Tage, oder 365 Tage, 5 St. 48′ und 50.″4 beträgt.

Aus dieser jährlichen Bewegung der Sonne in der Ekliptik erklärt sich, daß die Sonne während eines Jahres täglich bei andern Firsternen am Himmel sich befindet, täglich mit andern gleichzeitig culminirt, daher auch täglich um Mitternacht andere Sterne im Meridiane am südlichen Himmel zu sehen sind. In der Mitte des Monates März sieht man die Sternbilder des Löwen und der Jungfrau, im Juni die des Herkules, der Leier, des Adlers, im September jene des Pegasus, Cassiopea, der Andromeda, im Dezember den Stier, die Hyaden, Plejaden, dann den Orion und den Sirius. Die Stellung der Himmelskugel ändert sich alle Monate um 2 Stunden von Ost nach West, die Sterne, die an einem Tage um Mitternacht culminiren, treten nach einem Monate schon um 10 Uhr, nach zwei Monaten um 8 Uhr u. s. f. in ihren Culminationspunkt, indem sie in jedem Monate um 30° gegen Westen vorzurücken scheinen, da sich die Sonne gegen Osten um 30° entfernt.

In die tropische Umlaufszeit fällt der periodische Wechsel der Jahreszeiten, weshalb sie als Einheit für große Zeiträume angenommen, und kurzweg das Jahr genannt wird. Zu den Zeiten, als Julius Cäsar lebte, zählte man das Jahr zu 365 Tagen und 6 volle Stunden, letztere vernachläßigte man, und mußte daher jedes vierte Jahr noch einen Tag hinzurechnen, und das Jahr zu 366 Tagen annehmen; letzteres Jahr nannte man Schaltjahr. Julius Cäsar führte im Jahre 45 vor Ch. diese Zeitrechnung ein, weshalb sie die Julianische heißt; allein man beging dabei einen Fehler, indem man das Jahr um 11′ 9″.6 länger annahm, ein Fehler, der in 400 Jahren 3 Tage ausmacht, um die man hinter der wahren

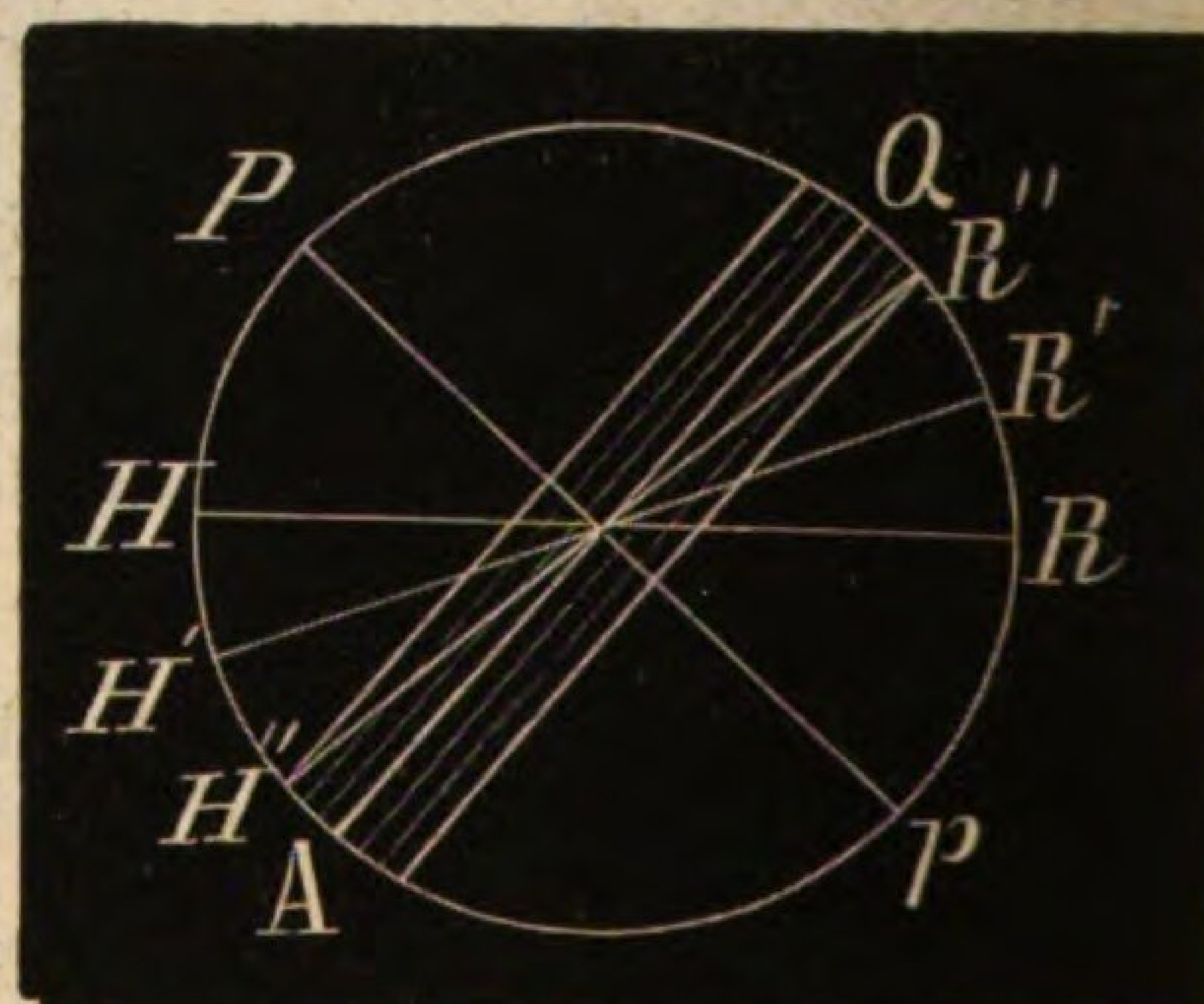
Zeitrechnung zurückbleibt. Die Folge davon war, daß man im Jahre 1582 schon um ganze 10 Tage zurück war, so daß die Frühlingsnachtgleiche um 10 Tage vor dem 21. März eintratt.

Pabst Gregor XIII. setzte nun im Jahre 1582 fest: daß man nach dem 4. Oktober 1582 10 Tage weglasse, und sogleich den 15. Oktober zähle; daß jedes Jahr, das durch 4 theilbar aber durch 100 untheilbar, ferner auch das durch 400 theilbare ein Schaltjahr, jedes andere aber ein gemeines Jahr sein soll. So war 1600 ein Schaltjahr, aber 1700 und 1800 waren gemeine Jahre, nach der julianischen Zeitrechnung aber Schaltjahre, weshalb diese bereits um 12 Tage von der Gregorianischen differirt.

§. 235. **Verschiedenheit in der Dauer des Tages und der Nacht während eines Jahres.** Die Schiefe der Ekliptik hat zur Folge eine Verschiedenheit in der Tagesdauer an verschiedenen Orten zur nämlichen Zeit, und an demselben Orte bei verschiedenen Declinationen der Sonne, ferner den Wechsel der Jahreszeiten.

Die Parallelkreise, welche die Sonne bei der täglichen Umdrehung des Himmelsgewölbes beschreibt, werden vom Horizont dergestalt geschnitten Fig. 354., daß von den während der nördlichen Declination der Sonne beschriebenen, ein desto größerer Bogen über den Horizont zu liegen kommt, je weiter der Parallelkreis vom Aequator entfernt ist; von den während der südlichen Declination beschriebenen liegt ein desto kleinerer Bogen über dem Horizonte, je größer der Abstand des ihm zugehörigen Parallelkreises vom Aequator ist. Die über dem Horizonte befindlichen Bögen heißen Tagesbögen, die unter dem Horizonte liegenden Nachtbögen. Während der nördlichen Declination der Sonne ist in der nördlichen Halbkugel die Dauer des Tages größer als die der Nacht, bei der südlichen findet das Gegentheil Statt; der Unterschied in der Dauer des Tages und der Nacht wird an dem nämlichen Orte desto größer, je bedeutender die Declination der Sonne wird, so daß zur Zeit des Sommersolstitiums die Tageslänge, dagegen zur Zeit des Wintersolstitiums die Nachtlänge am größten wird.

Fig. 354.



An Orten von großer geographischer Breite ist auch die Polhöhe größer, nun ist leicht zu ersehen, daß, wenn der Horizont in die Lage H′R′ kommt, die Tagesbögen während der nördlichen Declination der Sonne größer, während der südlichen hingegen kleiner werden, als in der früheren Lage H R; demnach wird die Dauer des längsten Tages und der längsten Nacht an einem Orte desto beträchtlicher sein, je weiter derselbe vom Aequator entfernt ist.

Bildet der Horizont H″ R″ mit der Weltaxe den Winkel von 66° 32′ mithin mit dem Aequator den Winkel von 23° 28; so liegt der eine Wendekreis über, der andere unter dem Horizonte, mithin wird am Tage

des Sommersolstitiums die Sonne gar nicht untergehen, und am Tage des Wintersolstitiums gar nicht mehr aufgehen. Die in dem Abstande von 66° 32′ vom Aequator auf der Erdkugel gezogenen Parallelkreise heißen P o l a r k r e i s e. An Orten von noch größerer geographischer Breite fallen schon mehrere Parallelkreise über den Horizont, die Sonne bleibt daher mehrere Tage ununterbrochen sichtbar, und dieß desto länger, je mehr sich der Ort dem Pole nähert. Am Pol selbst ist die geographische Breite 90°, mithin steht die Weltaxe P p Fig. 355. auf dem Horizonte H R senkrecht, weshalb dieser mit dem Himmelsäquator zusammenfällt; die Parallelkreise sind nun auch zum Horizonte parallel, die Sonne bleibt während der ganzen nördlichen Declination mithin durch 6 Monate ununterbrochen über dem Horizonte des Nordpols, und ist daselbst während der südlichen Declination also wieder durch 6 Monate beständig unsichtbar.

Fig. 355.

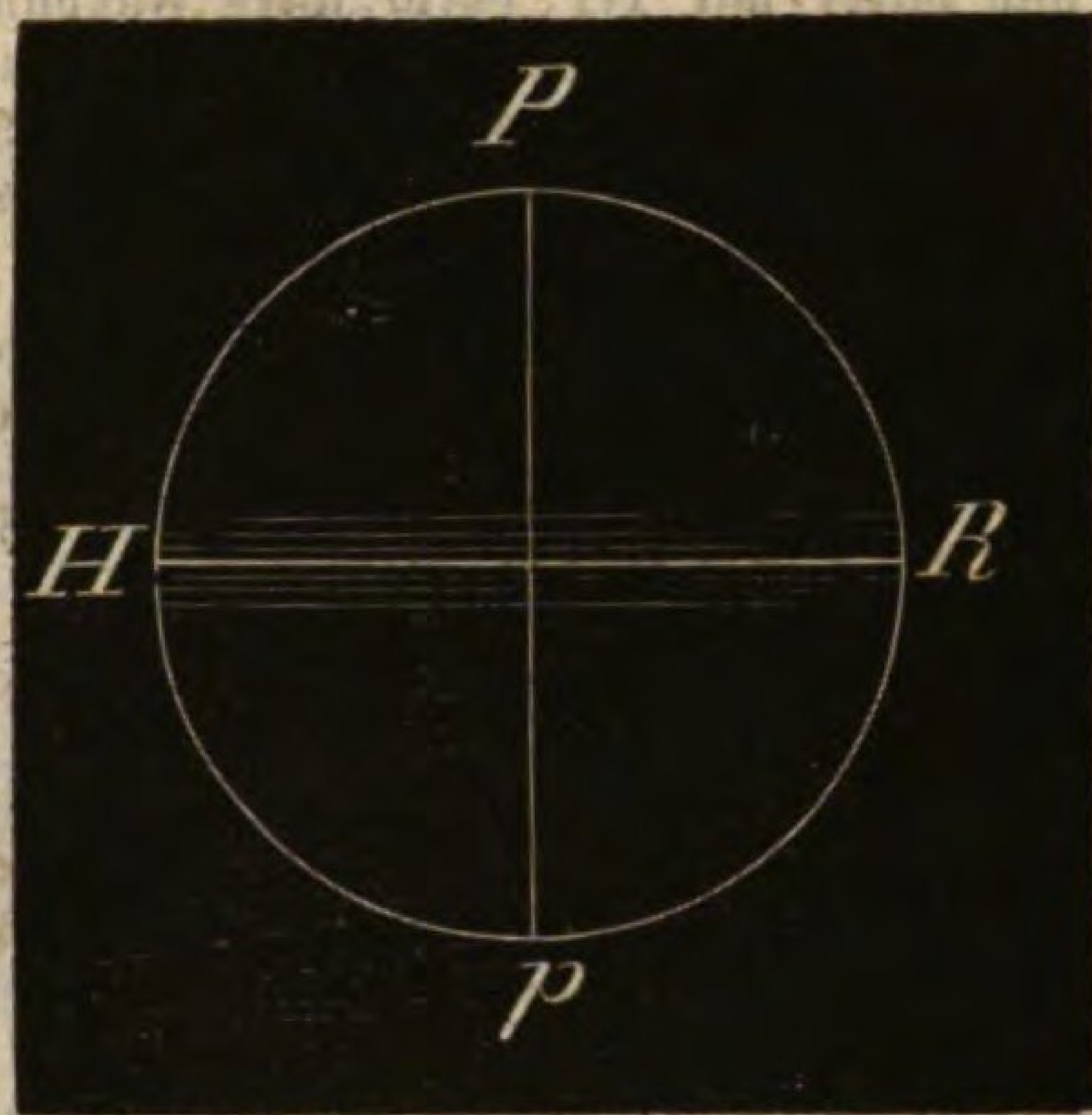
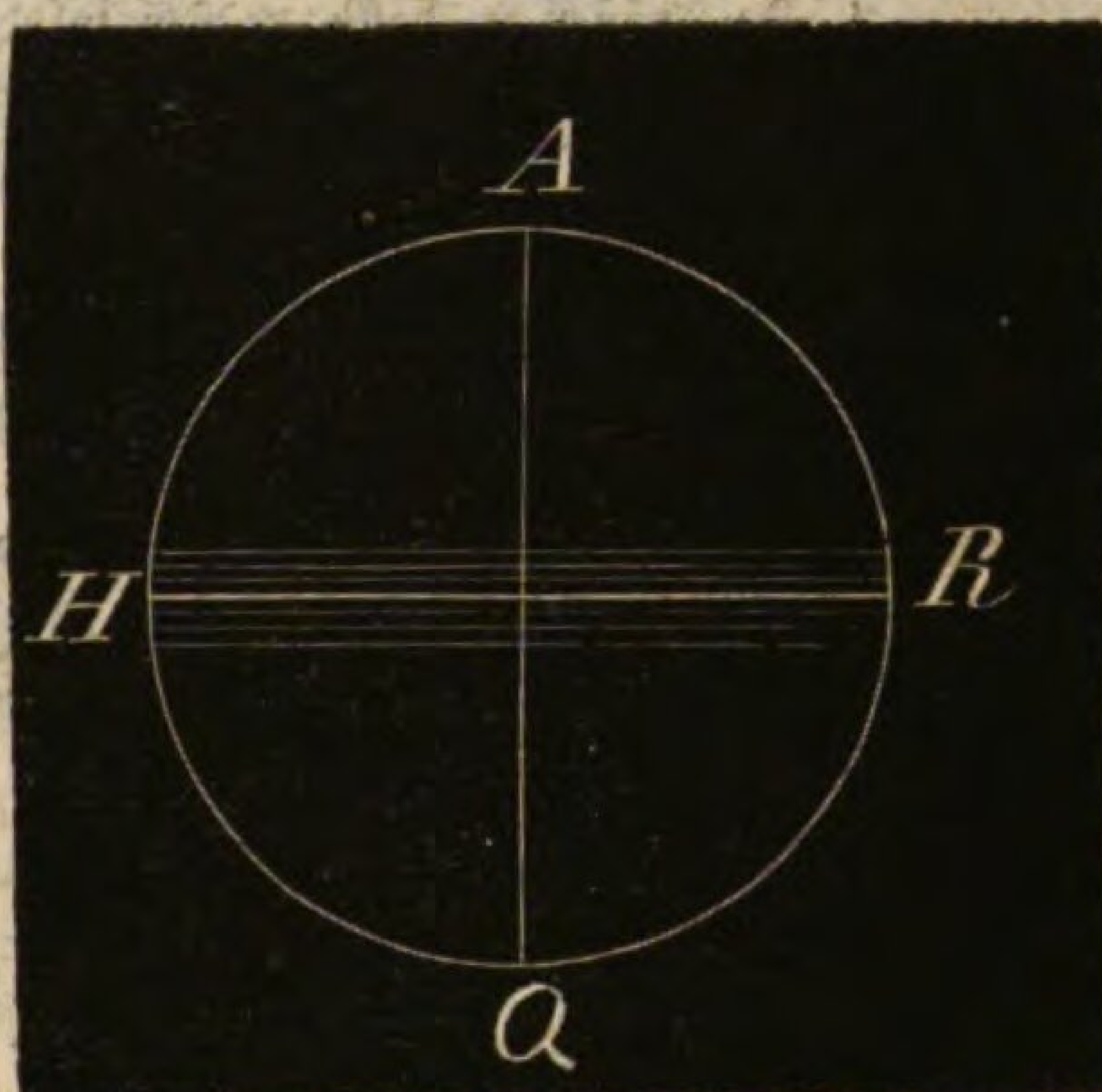
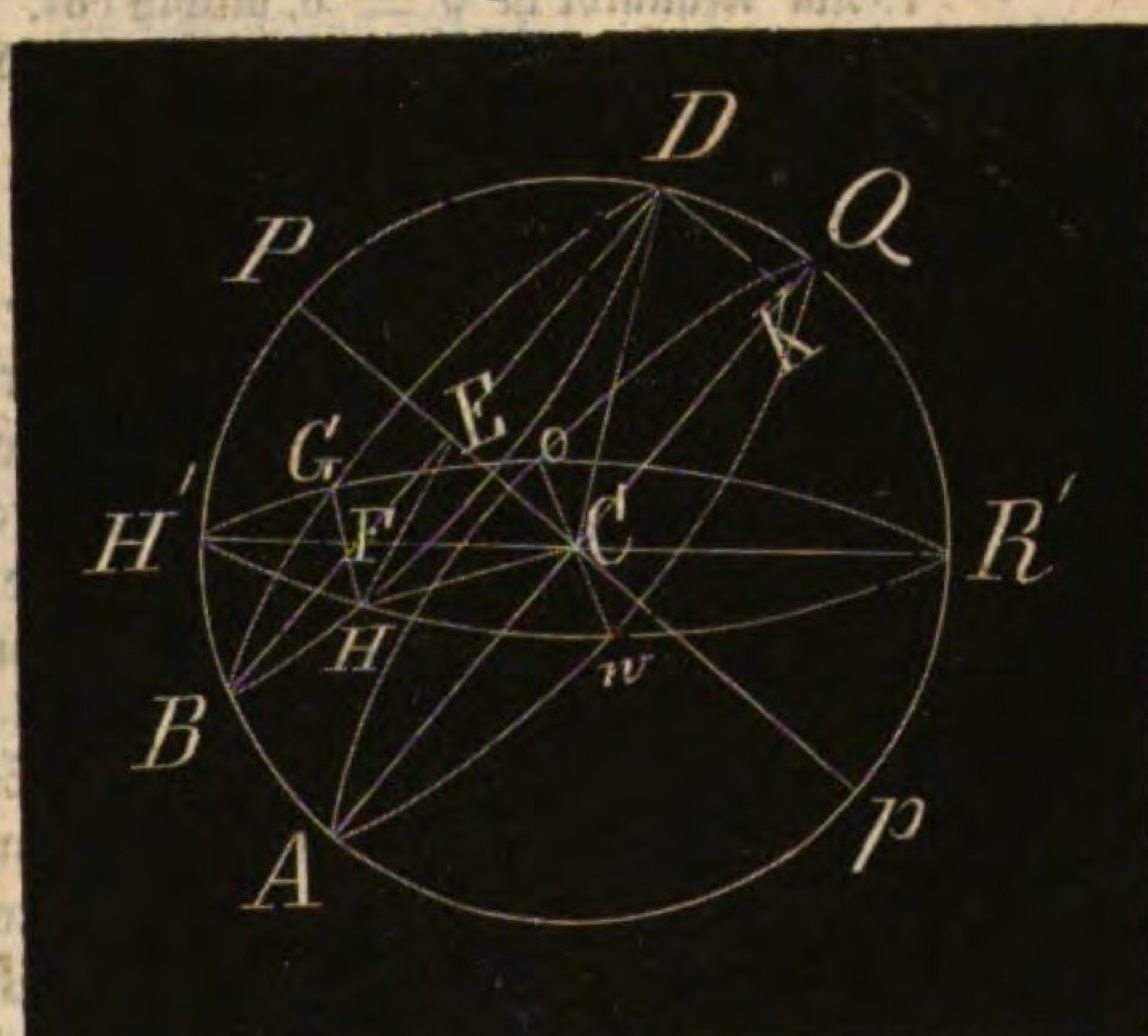


Fig. 356.



Am Aequator der Erde, wo die geographische Breite Null ist, liegt die Weltaxe im Horizonte und der Himmelsäquator A Q Fig. 356. steht sammt allen Parallelkreisen auf dem Horizonte H R senkrecht; daher halbirt der Horizont nicht nur den Aequator, sondern auch alle Parallelkreise, weshalb am Aequator das ganze Jahr hindurch Tag und Nacht gleich ist.

Fig. 357.



Es sei B D Fig. 357. ein Parallelkreis, den die Sonne am Tage der Declination QD = δ beschreibt, H′ R′ sei der Horizont bei der Polhöhe P C H′ = φ; fällt man von D eine Senkrechte D K auf den Aequator; so ist

DK = EC = sin. δ, und

CK = ED = cos. δ.

Die Durchschnittslinien O W und G H des Horizontes mit dem Aequator und dem Parallelkreise sind zu einander parallel; da O W

auf der Ebene des Meridians senkrecht steht, so steht auch G H auf ihm senkrecht, und bildet mit der durch ihren Fußpunkt in der Meridianebene gezogenen Geraden E F einen rechten Winkel. Aus der Congruenz der Dreiecke H C E und E C D folgt, daß der Winkel H C E = E C D = 90° — δ ist. Der Bogen B H ist der halbe Nachtbogen und das Maß des Centriwinkels B E H = x; nun ist

$$\cos. x = \frac{EF}{EH},\quad EF = EC \tan \varphi = \sin. \delta \tan \varphi,\quad EH = ED = \cos. \delta$$

mithin $$\cos. x = \tan \delta \tan \varphi. \quad 1)$$

Dividirt man den gefundenen Nachtbogen 2 x mit 15, so hat man die Dauer der Nacht in Stunden angegeben.

Aus dem gefundenen Ausdrucke für cos. x wird ersichtlich:

1. daß der Nachtbogen an einem Orte abnimmt, wenn die Declination wächst;

2. daß für δ = o, auch cos. x = o, folglich x = 90° und 2 x = 180° wird, daher zählt auch der Tagesbogen 180° d. h. die Dauer des Tages ist an allen Orten der Dauer der Nacht gleich.

3. Wird die Declination negativ, so ist auch cos. x negativ, mithin x > 90° also die Nacht länger als der Tag.

4. Je größer φ, desto größer wird für denselben positiven Werth von δ, also für denselben Tag im Jahre, der Werth von cos. x, mithin der Nachtbogen x kleiner und der Tagesbogen größer.

5. Für den kürzesten Nachtbogen hat man den Ausdruck

$$\cos. x = \tan (23^\circ\ 28') \tan \varphi;$$

woraus sich der längste Tagesbogen und die Dauer des längsten Tages für jede geographische Breite leicht berechnen läßt. An Orten der nördlichen Erdhälfte, für welche φ positiv ist, tritt die kürzeste Nacht ein zur Zeit der größten nördlichen oder positiven Declination; an den in der südlichen Erdhälfte gelegenen Orten erscheint die kürzeste Nacht bei der größten südlichen Declination der Sonne.

6. Ist x = o, cos. x = 1, so hat man 1 = tang φ tang δ, und

$$\tan \varphi = \frac{1}{\tan \delta} = \text{cotang } \delta,$$

d. h. der Nachtbogen wird an dem Orte Null, und die Sonne geht gar nicht mehr unter, dessen geographische Breite mit der Declination der Sonne 90° bildet; dieß ist der Fall am Polarkreise zur Zeit des Solstitiums.

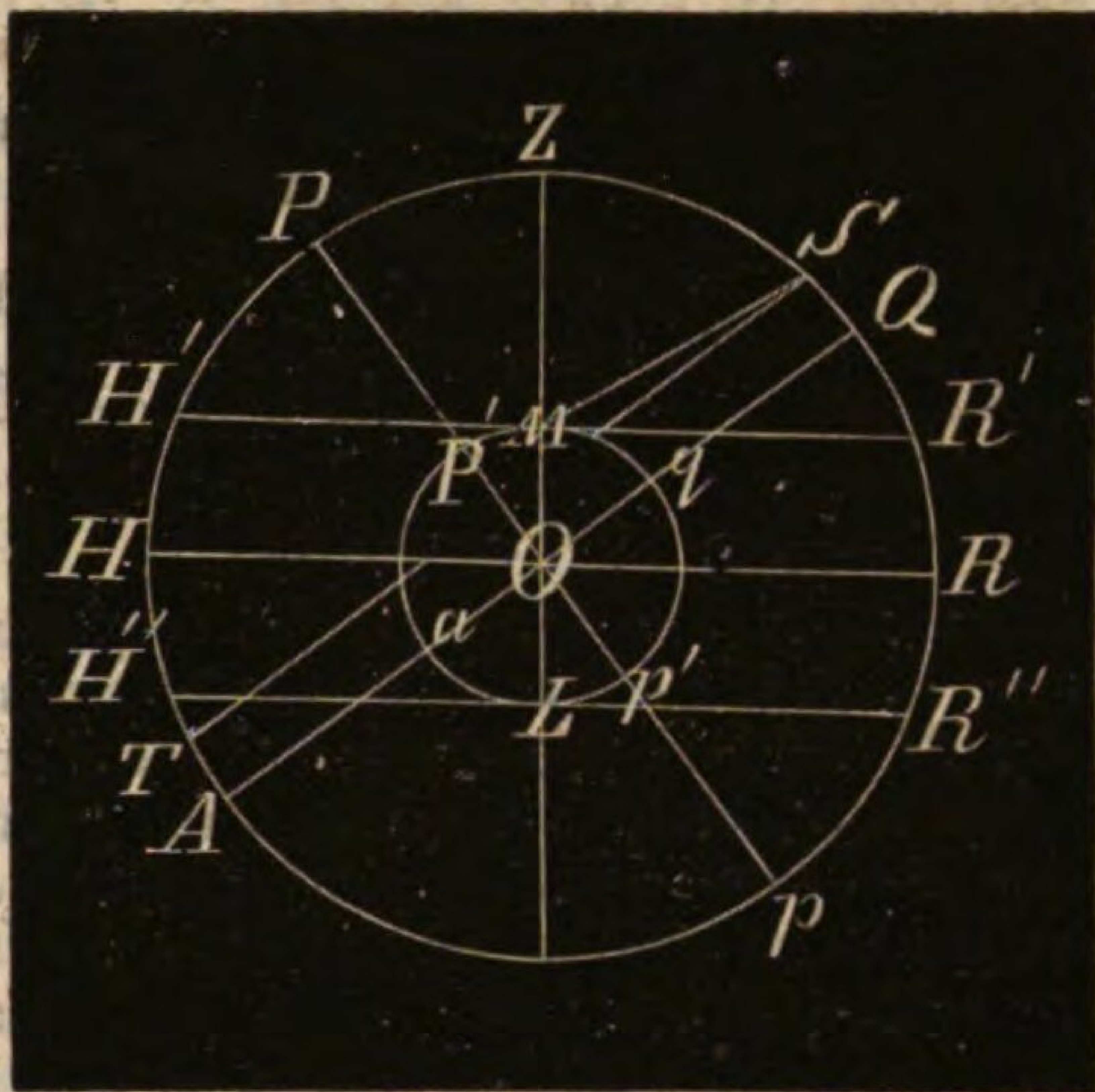
7. Am Aequator ist φ = o, mithin cos. x = o, und x = 90°, also der Nachtbogen bei jeder Declination der Sonne gleich 180°, folglich Tag und Nacht immer gleich.

§. 235. **Wechsel der Jahreszeiten.** Der Grund des Wechsels der Jahreszeiten liegt in den Aenderungen der Temperatur, die im Laufe eines Jahres an jedem Orte in Folge der Aenderungen in der Tagesdauer und in der Mittagshöhe der Sonne vorkommen, da von der Tagesdauer die Dauer der Einwirkung der Sonnenstrahlen und von der Mittagshöhe die Größe des Winkels, unter welchem sie den Horizont des Ortes treffen, folglich die Stärke der Erwärmung abhängt.

Da die Horizontal-Parallaxe der Sonne nur wenige Secunden beträgt, so können wir immer annehmen, daß bezüglich der Sonne der scheinbare Horizont H' R' Fig. 358. des Ortes M mit dem wahren H R zusammenfällt. Die durch den Endpunkt L des Durchmessers M L gelegte Berührungsebene H'' R'' ist der Horizont, der in der südlichen Erdhälfte

befindlichen Gegenfüßler oder Antipoden von M, er ist zu H'R' parallel und kann auch mit HR zusammenfallend gedacht werden. Beide Orte M und L liegen, wie man sieht, in demselben Erdmeridian gleichweit vom Erdäquator aq entfernt, da Mq = La ist; sie haben daher denselben Himmelsmeridian und gleich große geographische Breite. Es sei S T der Durchmesser des an irgend einem Tage bei der Declination Q S = δ von der Sonne beschriebenen Parallelkreises; so ist die Mittagshöhe der Sonne in M gleich R S, und in L gleich H T. Diese Mittagshöhe gibt die Größe des Winkels, unter dem die Strahlen zu Mittag auf den Horizont des Ortes von der Polhöhe POH = φ auffallen. Bezeichnen wir mit H die Mittagshöhe der Sonne in M, und mit h die in L so ist:

Fig. 358.



$$H = RQ \pm SQ = 90 - \varphi \pm \delta, \text{ und } h = 90 - \varphi \mp \delta,$$

wo das obere Zeichen für die nördliche und das untere für die südliche Declination der Sonne gilt. Hieraus folgt:

1. Für $\delta = 0$, $H = 90 - \varphi$, und $h = 90 - \varphi$ d. h. steht die Sonne im Aequator, so erscheint sie an zwei Orten von derselben Breite, wovon der eine in der nördlichen, der andere in der südlichen Erdhälfte liegt, zur Mittagszeit in der nämlichen Höhe. Am Erdäquator selbst, wo $\varphi = 0$, ist an diesem Tage $H = 90$, d. h. die Sonne steht zur Mittagszeit im Zenithe.

2. An dem Orte, dessen geographische Breite φ der jedesmaligen Declination der Sonne gleich ist, steht die Sonne zur Mittagszeit im Zenithe und die Sonnenstrahlen fallen auf den Horizont senkrecht auf, und zwar wird während der nördlichen Declination $H = 90$, und während der südlichen $h = 90$, d. h. im ersten Falle liegen die Orte nördlich und im zweiten südlich vom Aequator. Da jedoch die Declination der Sonne höchstens den Werth von 23°28' erreicht, so können nur die Orte zwischen den beiden Parallelkreisen, welche nördlich und südlich vom Aequator in dem Abstande von 23°28' gezogen sind, die Sonne zur Mittagszeit im Zenithe sehen. Man nennt diese Parallelkreise auch Wendekreise; sie bilden die Grenzen der heißen Zone, innerhalb welcher jeder Ort zweimal im Jahre die Sonne zur Mittagszeit im Zenithe erblickt; an den Wendekreisen selbst culminirt sie nur einmal im Jahre im Zenithpunkte, aber da sie daselbst wegen der geringen zu dieser Zeit eintretenden Aenderungen in der Declination mehrere Wochen in der Nähe des Zeniths verweilt, so fallen die Sonnenstrahlen lange Zeit fast senkrecht auf, und die

Wärme steigt sogar höher als am Aequator zu der Zeit, wo daselbst die Sonnenstrahlen senkrecht auffallen, weil dann die Sonne nur einige Tage in der Nähe des Zeniths verweilt.

3. An den Polen, wo $\varphi = 90^\circ$, ist für $\delta = o$ auch $H = o$, und $h = o$, d. h. zur Zeit der Nachtgleiche wird an den Polen die Sonne zur Mittagszeit am Horizonte sichtbar.

4. Die Mittagshöhe am Orte L ist gleich der Tiefe der Sonne während der unteren Culmination der Sonne, also zur Zeit der Mitternacht in M. Zur Zeit der größten nördlichen Declination ist für die Mitternacht in M

$$h = 90^\circ - 23^\circ 28' - \varphi = 66^\circ 32' - \varphi,$$

mithin ist an dem Orte, der die geographische Breite von $66^\circ 32'$ hat, $h = o$, d. h. die Sonne ist um Mitternacht am Horizonte, und bleibt volle 24 Stunden sichtbar; zur Zeit der größten südlichen Declination der Sonne findet dasselbe Statt an Orten, deren südliche Breite $66^\circ 32'$ beträgt. Die durch diese Orte gehenden Parallelkreise, die offenbar um $23^\circ 28'$ von den Polen abstehen, heißen **Polarkreise**; am nördlichen ist zur Zeit der größten südlichen Declination der Sonne $H = o$, d. h. die Sonne erhebt sich selbst zur Mittagszeit nicht über den Horizont, so daß die Nacht volle 24 Stunden dauert; am südlichen Polarkreise tritt dasselbe ein zur Zeit der größten nördlichen Declination der Sonne.

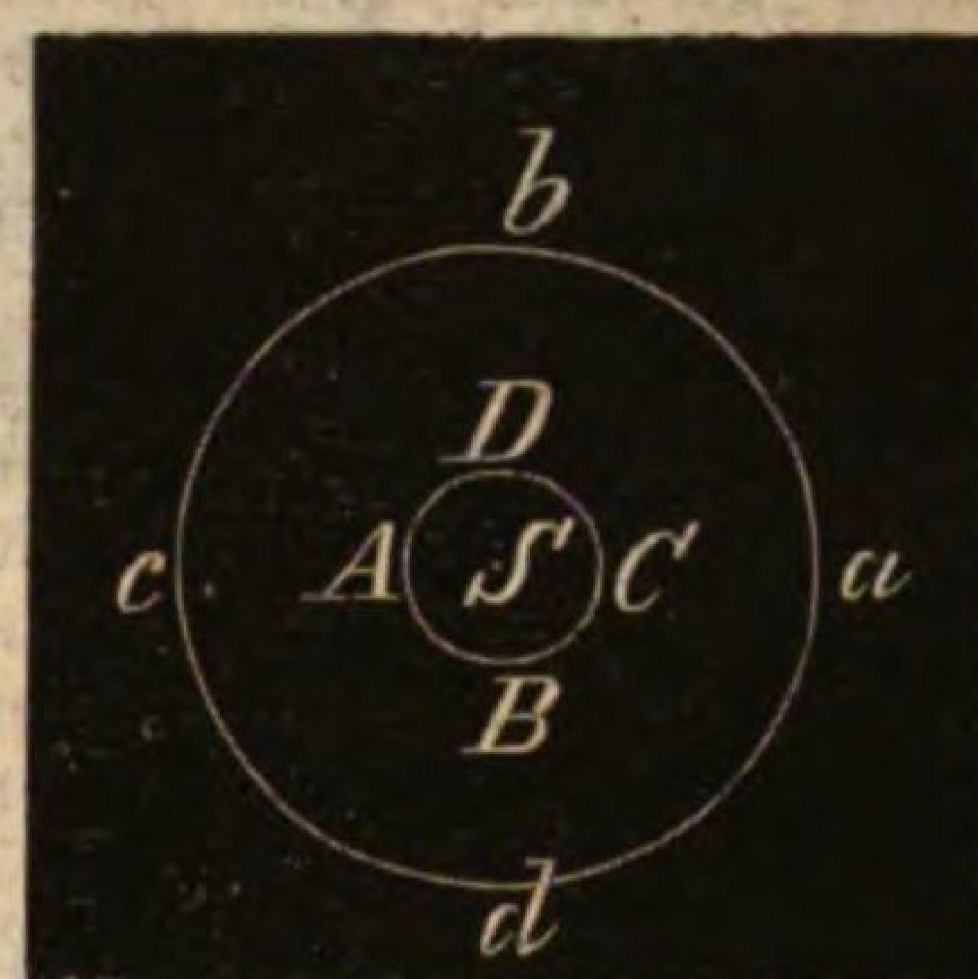
Die zwei Erdgürtel zwischen den Wende- und den Polarkreisen werden die **gemäßigten Zonen** genannt; kein in diesen Zonen liegender Ort bekommt die Sonne zur Mittagszeit in den Zenith, und an keinem mit Ausnahme der Orte an den Polarkreisen beträgt die Dauer des längsten Tages 24 Stunden. Aus den Formeln für H und h ergibt sich, daß während der Zunahme der nördlichen Declination die Mittagshöhe H wächst und h abnimmt, und da auch die Tageslänge nördlich vom Aequator zunimmt, südlich vom Aequator hingegen abnimmt; so findet in der nördlichen Erdhälfte ein Steigen, in der südlichen ein Sinken der Temperatur Statt; bei der größten nördlichen Declination erreicht H den größten und h den kleinsten Werth, mithin erreicht in M die Wärme, in L dagegen die Kälte einen hohen Grad, der wegen der kleinen Aenderungen in der Declination der Sonne noch einige Zeit zunimmt, so daß in M die größte Wärme und in L die größte Kälte im Monat Juli eintritt.

Die Aenderungen in der Temperatur, die während der Zunahme der nördlichen Declination Statt finden, treten auch beim Zunehmen der südlichen Declination ein, jedoch mit dem Unterschiede, daß jetzt die Wärme in L zunimmt, dagegen in M abnimmt, so daß im Monate Jänner in L die höchste und in M die niedrigste Temperatur eintritt. — Die jährliche Aenderung in der Mittagshöhe und in der Tageslänge, mithin auch die von diesen Aenderungen abhängige Verschiedenheit in der Temperatur ist an einem Orte desto beträchtlicher, je größer die geographische Breite dieses Ortes ist. Man unterscheidet in diesen Zonen vier Jahreszeiten, den Frühling, Sommer, Herbst und Winter; in Gegenden, die der heißen Zone näher liegen, ist der Winter, in den an die Polarkreise grenzenden der Sommer von kurzer Dauer.

5. Die zwei Erdgürtel zwischen den Polarkreisen und den Polen bilden die **kalten Zonen**, in denen die Dauer des längsten Tages, so wie die der längsten Nacht mehr als 24 Stunden beträgt, und dieß desto mehr, je kleiner der Abstand eines Ortes von den Polen ist. Ungeachtet der mehrwöchentlichen oder mehrmonatlichen Gegenwart der Sonne über dem Horizonte zur Zeit des Sommers ist die Wärme nur gering, weil die Mittagshöhe der Sonne immer klein bleibt, daher die Strahlen stets nur in sehr schiefen Richtungen auffallen. Man unterscheidet in der kalten Zone nur zwei Jahreszeiten, einen kurzen Sommer und einen langen Winter.

§. 236. **Bewegung der Erde um die Sonne.** Die jährliche Bewegung der Sonne ist nur eine scheinbare, deren Grund in der Bewegung der Erde um die Sonne zu suchen ist; denn ist die Erde in A Fig. 359., so sieht ein Beobachter die Sonne in der Richtung AS im Punkte a am Himmelsgewölbe; während die Erde von A nach B sich bewegt, scheint ihm die Sonne an der Himmelskugel den Bogen ab zu beschreiben, und in B angelangt, sieht er die Sonne in b. Befindet sich die Erde in C, D, A, so erscheint die Sonne in c, d, a, und scheint somit in der nämlichen Zeit, in welcher die Erde einen Umlauf um die Sonne macht, einen größten Kreis am Himmelsgewölbe zu beschreiben, also um die im Mittelpunkte der Himmelskugel befindliche Erde herumzukreisen.

Fig. 359.



Daß sich die Erde wirklich um die Sonne bewegt, ergibt sich schon aus den Gesetzen der Mechanik, welche lehrt, daß bei jeder Centralbewegung eine Fliehkraft sich entwickelt, die der Größe der Masse, und dem Quadrate der Geschwindigkeit direct proportionirt ist; mag nun die Erde oder die Sonne in Bewegung sein, so erfolgt die Bewegung mit einer Geschwindigkeit von 4.113 Meilen in einer Secunde; berücksichtigt man nun, daß die Sonnenmasse 350000mal größer ist, als die Masse der Erde, so wird ersichtlich, daß die kleine Erdmasse unmöglich eine Anziehungskraft äußern kann, durch welche die ungeheuere Fliehkraft, die bei der Bewegung der großen Sonnenmasse sich entwickeln würde, aufgehoben werden könnte; wohl aber kann die Sonnenmasse mit einer Anziehung wirken, welche die Fliehkraft der kreisenden vielmal kleineren Erdkugel aufzuwiegen vermag.

Einen directen Beweis für die Bewegung der Erde um die Sonne bietet uns die Erscheinung der **Aberration des Lichtes** dar, die darin besteht, daß alle Fixsterne um ihre wahre Ortslage sich zu bewegen scheinen, wobei die an den Polen der Ekliptik und auch die in ihrer Nähe befindlichen Sterne Kreise beschreiben, deren Mittelpunkte die eigentlichen Orte der Sterne am Himmelsgewölbe sind, und deren Halbmesser 20″.44 betragen; die Bahnen der weiter entfernten Sterne sind Ellipsen, deren Mittelpunkte wieder die wahren Orte sind, deren halbe große Axen einander gleich sind und 20″.44 betragen, die kleinen Axen aber desto kleiner erscheinen, je weniger die Sterne von der Ekliptik entfernt sind, so daß die in der Ekliptik liegenden nur gerade Linien von 40″.88 beschreiben; die Ebe-

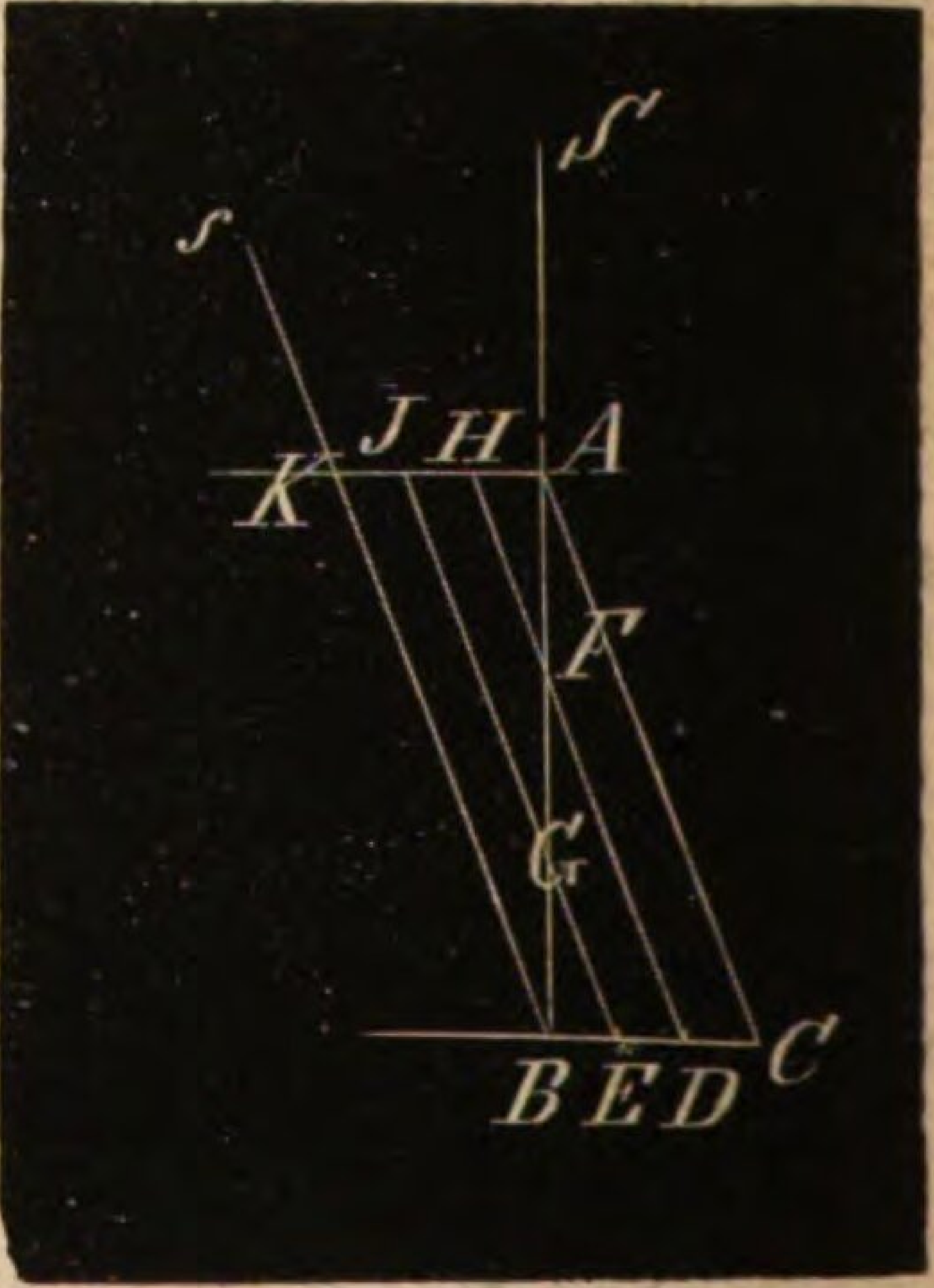
nen dieser Bahnen sind sämmtlich parallel zur Ebene der Ecliptik, und die Umlaufszeit ist genau gleich der Länge eines Jahres. Bradley, der Entdecker dieser Erscheinung, erkannte sie sogleich als das Ergebniß der Bewegung der Erde um die Sonne und der Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes; er zeigte, daß die von den Firsternen jährlich beschriebenen Bahnen nur als Abbilder der von der Erde beschriebenen Bahn zu betrachten sind.

Bei der Bewegung der Erde um die Sonne bleibt die Neigung der Erdaxe gegen die Ebene der Ekliptik unverändert, daher erscheint die Erdaxe immerfort nach demselben Punkte in dem unermeßlichen Weltraume gerichtet.

Um die Aberration des Lichtes zu begreifen, wollen wir annehmen:

1. Daß das von einem Firstern S Fig. 360. kommende und senkrecht auf BC fallende Licht den Weg AB in der nämlichen Zeit zurücklegt, in welcher ein Beobachter den kurzen Weg BC beschreibt; wäre der Beobachter in Ruhe, so müßte er das Fernrohr in die Richtung der auffallenden Strahlen stellen, um den Stern zu sehen, bewegt er sich aber, so muß er die Axe des Fernrohrs in die Lage AC bringen, damit das von S kommende Licht auf seinem Wege AB in der Axe bleibe und in das Auge gelange; denn theilen wir AB und BC in gleiche Theile, verbinden A mit C, und ziehen durch die Theilungspunkte die Geraden FD, EG, BK, die sämmtlich zu AC parallel sind; da nun das Licht in der AB, und der Beobachter in der BC während der kurzen Zeit, in welcher diese Wege zurückgelegt werden, sich gleichförmig bewegen, so wird das Lichttheilchen, welches bei A in das Fernrohr, dessen Axe die Neigung ACB erhalten hat, sich in F, G, B befinden, wenn der Beobachter in C, D, B ist, und die Axe seines Fernrohrs durch die Punkte F, G, B geht; somit bleibt das Lichttheilchen fortwährend in der Axe des Fernrohrs, und kommt in der Richtung dieser Axe in das Auge des Beobachters, der daher den Firstern nur in dieser Richtung also in der Verlängerung von BK in dem Punkte s am Himmelsgewölbe, und nicht an seinem wahren Orte S wahrnehmen kann. Die aus der gemeinschaftlichen Bewegung des Lichtes und des Beobachters hervorgehende Wirkung heißt die Aberration des Lichtes, und der Winkel SBs der Aberrations-Winkel.

Fig. 360.



Ist C die Geschwindigkeit des Lichtes und c die des Beobachters, so ist $\frac{BC}{AB} = \frac{c}{C}$; setzt man den Aberrationswinkel $SBs = BAC = x$; so ist

$$\tang x = \frac{BC}{AB} = \frac{c}{C}, \text{ oder,}$$

da der Aberrationswinkel sehr klein ist, so kann man anstatt der Tangente den Bogen selbst setzen, und man hat, wenn x eine Anzahl von Secunden bedeutet:

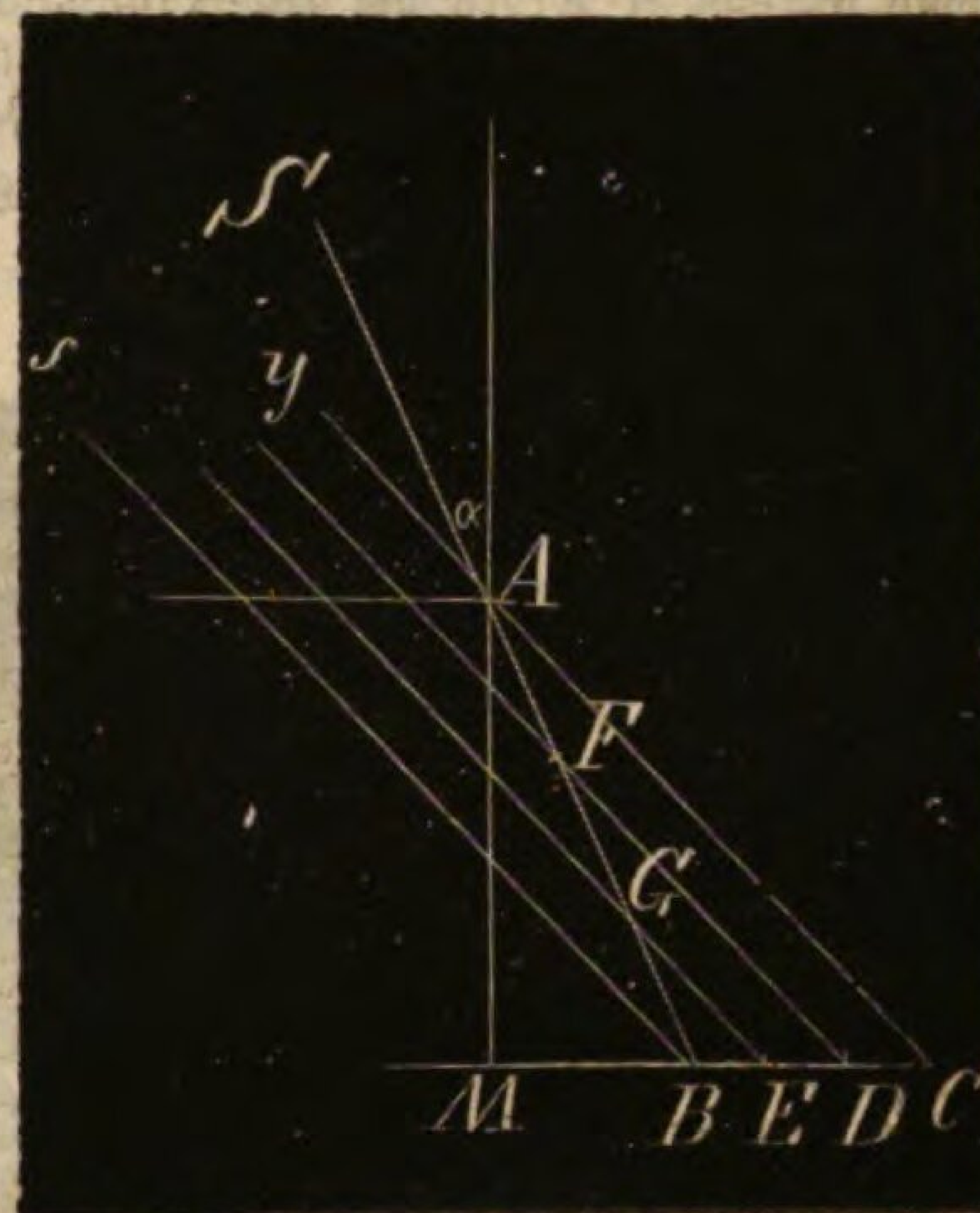
$$x \text{ arc. } 1'' = \frac{c}{C}, \text{ und } x = \frac{c}{0.0000.48C}.$$

Setzt man für c und C die Werthe, so findet man $x = 20.''4451$.

2. Fallen die von einem Firsterne kommenden Strahlen auf die Bahn des Beobachters in schiefen, jedoch unter sich parallelen Richtungen auf, wie SAB Fig. 361.

und sind wieder AB und BC die in der nämlichen Zeit vom Lichte und vom Beobachter zurückgelegten Wege; so muß der Beobachter die Axe des Fernrohrs in die Lage AC bringen, weil dann, wenn der Beobachter nach D, E, B und sein Fernrohr in die Lage FD, GE, Bs kommt, das in A in das Fernrohr eintretende Lichttheilchen in F, G, B, also immer in der Axe des Fernrohrs sich befindet, und in der Richtung derselben Bs zum Auge gelangt, so daß dieses den Stern im Punkte s erblickt; SBs = BAC = SAy ist nun der Aberrationswinkel x. Zieht man durch A eine Gerade AM senkrecht auf BC, und bezeichnet mit α den Winkel BAM, den sie mit dem schief auffallenden Lichtstrahl einschließt; so ist der Winkel MAC = $\alpha + x$, und ACB seine Ergänzung zu 90°; daher hat man

Fig. 361.



AB : BC = cos. (α + x) : sin. x, und

$$\frac{C}{c} = \frac{\cos.(\alpha + x)}{\sin.x}$$

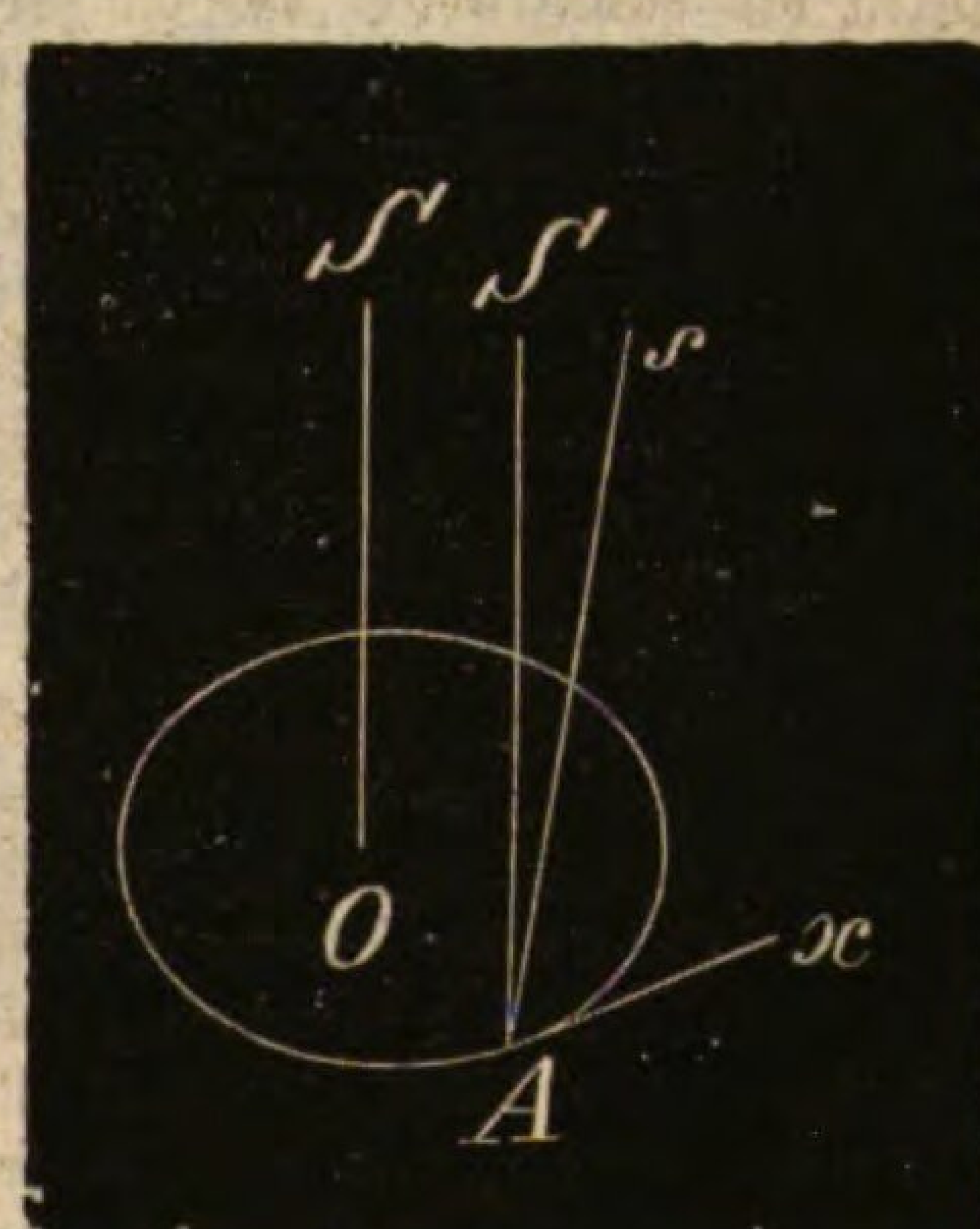
$$= \text{cotang } x \cos.\alpha - \sin.\alpha,$$

folglich $\text{cotang } x = \frac{\frac{C}{c} + \sin.\alpha}{\cos.\alpha}$, oder $\text{tang } x = \frac{\cos.\alpha}{\frac{C}{c} + \sin.\alpha}$

Der letzte Ausdruck macht ersichtlich, daß der Aberrationswinkel den größten Werth erlangt, wenn $\alpha = o$, mithin wenn die Strahlen auf die Bahn des Beobachters senkrecht auffallen; er nimmt aber desto mehr ab, je größer α wird, d. h. je schiefer die Strahlen auffallen.

3. Bei der unermeßlichen Entfernung der Fixsterne von der Erde erscheint selbst der Durchmesser der Erdbahn als eine verschwindend kleine Größe, weßhalb wir die von einem Fixsterne S Fig. 362. auf die Erdbahn fallenden Strahlen unter sich als parallel ansehen können; verbindet man den Mittelpunct O der Erdbahn mit dem Stern S durch eine Gerade, so gibt diese die Richtung sämmtlicher von S auf die Erdbahn kommenden Strahlen an. Ist S am Pol der Ekliptik, so stehen alle Strahlen auf der Ebene der Ekliptik senkrecht, und bilden mit allen in dieser Ebene gezogenen Geraden, d. i. mit allen Halbmessern und Tangenten der Ekliptik rechte Winkel.

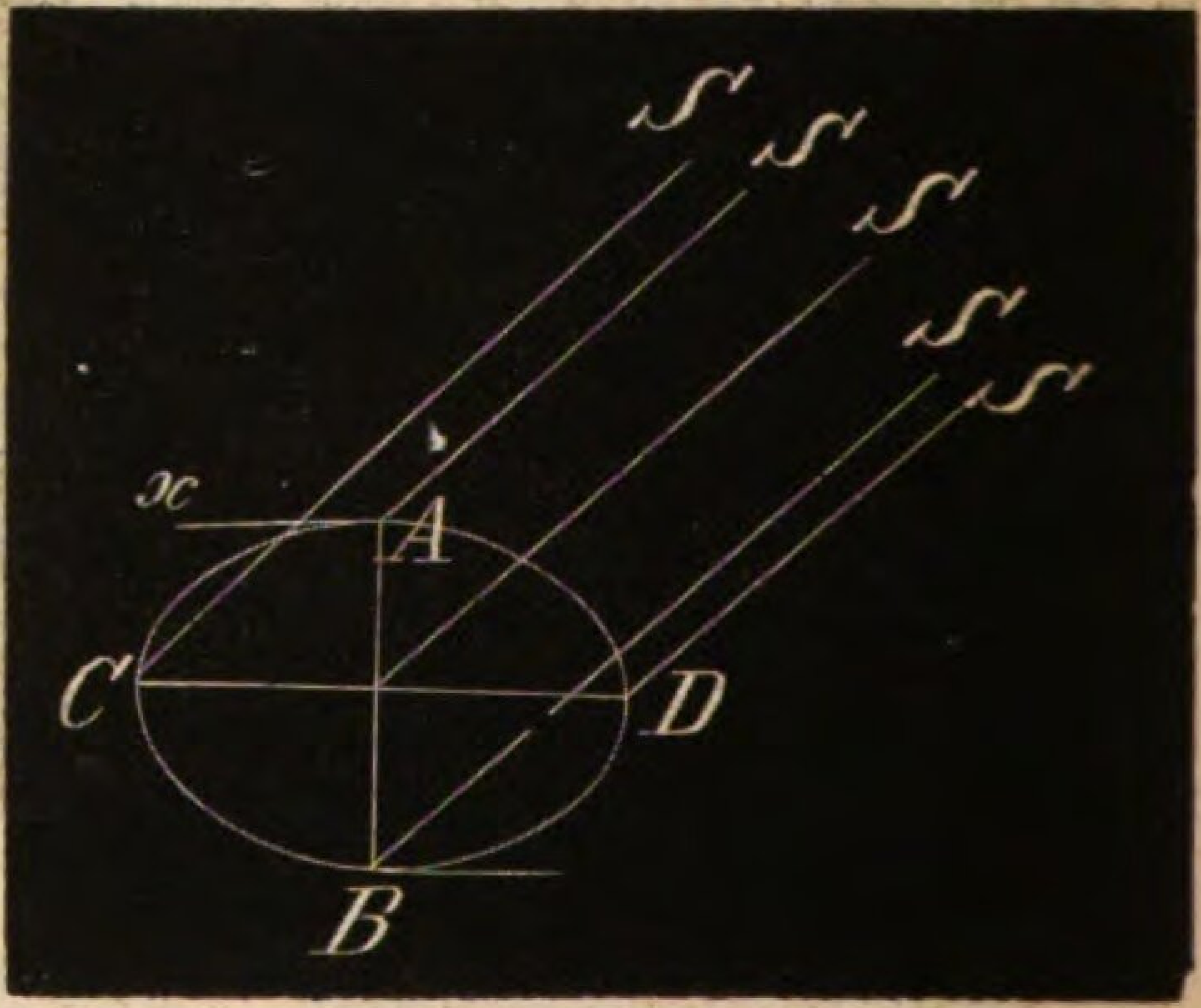
Fig. 362.



Ist nun die Erde in A, so gibt die durch A gezogene Tangente Ax die Richtung an, in welcher sich die Erde eine kurze Zeit bewegt; und da SA auf Ax senkrecht steht, so muß der Beobachter in A sein Fernrohr um den Winkel von 20″.44 neigen, um den Stern zu sehen, der ihm nun nicht an seinem wahren Orte in S, sondern in s erscheint; dieß wird an allen Stellen der Erdbahn Statt finden, da alle von senkrechten Strahlen getroffen werden. Die scheinbare Gesichtslinie As erscheint immer in der Ebene SAx, die auf dem Halbmesser AO senkrecht steht, und neigt sich in dieser Ebene stets nach der Richtung

der Bewegung; daher erscheint der Stern östlich von seinem wahren Orte S, wenn die Erde gegen Osten geht; er rückt gegen Norden vor, wenn die Erde nach Nord sich wendet u. s. w. der scheinbare Ort s bewegt sich also um den wahren S und zwar so, daß er wegen der Unveränderlichkeit des Aberrationswinkels immer in dem nämlichen Abstande von S verbleibt, mithin einen Kreis beschreibt. Ein Stern, welcher vom Pole der Ekliptik absteht, sendet seine Lichtstrahlen in einer schiefen Richtung gegen die Erdbahn; steht aber eine Gerade wie S O Fig. 363 auf einer Ebene schief, so bildet sie mit Einer in dieser Ebene liegenden, durch ihren Fußpunkt gehenden Geraden z. B. mit C D rechte Winkel; zieht man auf CD die Senkrechte AB, so ist einer der Winkel, die SO mit AB bildet z. B. A O S der kleinste, der andere SOB der größte unter allen Winkeln, welche SO mit den durch ihren Fußpunkt in der Ebene ABCD gezogenen Geraden einschließt. Die durch A und B gehenden Tangenten der Erdbahn sind zu CD parallel, mithin bilden sie mit den Strahlen SA und SB rechte Winkel, weshalb die Aberration in A und B am größten wird, und 20.″44 beträgt, jedoch wird der Stern in A links und in B rechts von seinem wahren Orte S gesehen. — Ist die Erde in C und D

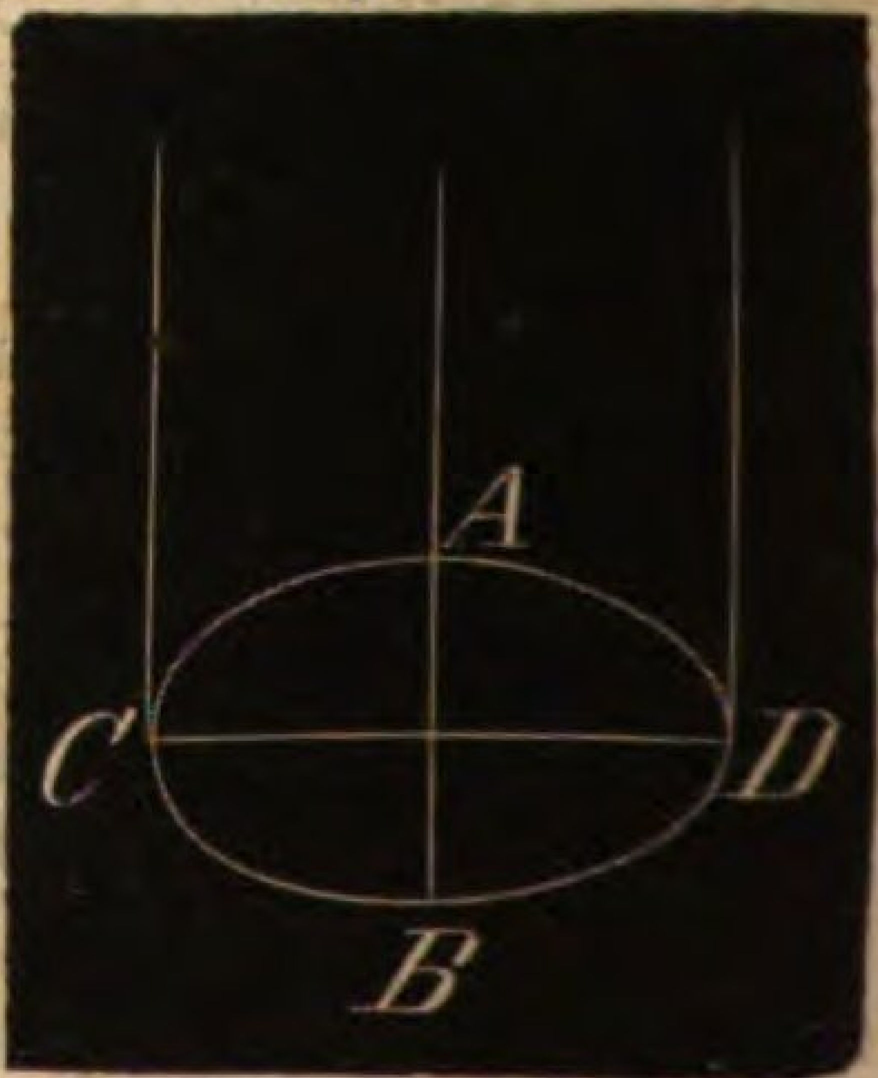
Fig. 363.



so sind die Richtungen ihrer Bewegung parallel zu AB, daher weicht in D und C der Lichtstrahl gleich stark von der senkrechten Richtung ab und diese Abweichung ist am kleinsten, weshalb der Aberrationswinkel gleich groß ist, nur wird der scheinbare Ort in C diesseits, in D aber jenseits von S sich befinden. Demnach scheint sich der vom Pole der Ekliptik abstehende Stern während der Bewegung der Erde um seinen wahren Ort S dergestalt zu bewegen, daß sein Abstand von S, wenn die Erde in A ist, am größten erscheint und 20.″44 zählt, während der Bewegung von A nach C abnimmt, in C den kleinsten Werth erhält, hierauf wieder zunimmt, in B den früheren größten, und in D den früheren kleinsten Werth erhält, der Stern beschreibt somit in einem Jahre eine Ellipse, deren halbe große Axe 20.″44 zählt, und zur Erdbahn parallel ist. — Je weiter der Stern vom Pole entfernt ist, desto schiefer fallen die Lichtstrahlen auf die Erdbahn auf, desto mehr nimmt daher der Werth von α zu, und der Werth von x ab, daher werden auch die Minima der Aberration in C und D von denen die Größe der kleinen Axe abhängt, desto kleiner werden, je weiter der Stern vom Pole absteht.

Befindet sich der Stern in der Ebene der Ekliptik, so liegen alle von ihm kommenden Strahlen in dieser Ebene; ist CD Fig. 364. senkrecht auf der Richtung der Strahlen und AB senkrecht auf CD, so fällt in A und B der Lichtstrahl auf die Richtung der Erde senkrecht auf, die Aberration muß daselbst 20.″44 betragen, und der scheinbare Ort des Sterns in A links und in B rechts vom wahren Orte sich befinden. In den Punkten C und D fällt die Richtung des Strahls mit der Richtung der Bewegung zusammen, und der Beobachter sieht den Stern an seinem wahren Orte; demnach bleibt der Stern immer in der Ebene der Ekliptik, nähert sich während der Bewegung der Erde von A nach C seinem wahren Orte, erreicht diesen, wenn die Erde nach C kommt, erscheint bei der Bewegung der Erde von C nach B rechts von seinem wahren Orte, von dem er sich mehr und mehr

Fig. 364.



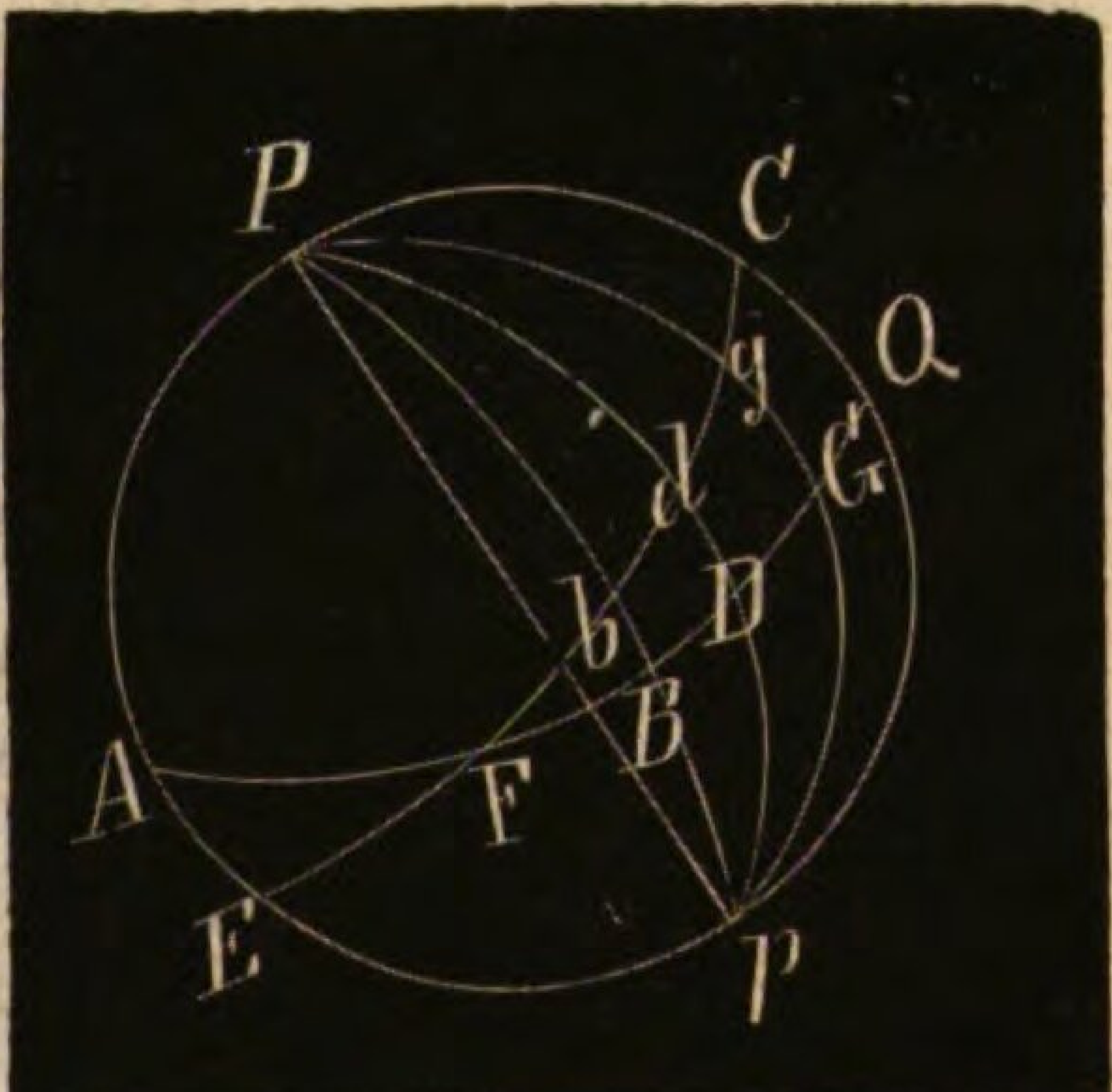
entfernt, und bei der Ankunft der Erde in B die größte Entfernung von 20.″44 erreicht, worauf eine abermalige Annäherung an den wahren Ort eintritt. Hieraus wird ersichtlich, daß die in der Ebene der Ekliptik befindlichen Fixsterne während der Bewegung der Erde von der Sonne nur gerade Linien von 40.″9 beschreiben.

Die Erscheinungen, der Aberration des Lichtes, lassen sich wie aus dem Gesagten ersichtlich ist, aus der Bewegung der Erde um die Sonne in Verbindung mit der Bewegung des Lichtes vollständig erklären. Die Gleichheit der großen Axen der von den Fixsternen beschriebenen Ellipsen bezeuget, daß der Quotient $\frac{c}{C}$, mithin, daß C die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes, mag dieses von näheren oder entfernteren Fixsternen kommen, immer denselben Werth hat.

§. 237. **Zeitbestimmung; wahre und mittlere Zeit; Zeitgleichung.** Die Sonne bewegt sich scheinbar in der Ekliptik von West nach Ost; hat sie nun an irgend einem Tage mit einem Fixsterne S culminirt, so wird sie am folgenden Tage nicht mehr mit ihm, sondern mit einem, der östlicher liegt, culminiren, somit später in den Meridian eintreten als der Stern S, weshalb der Sonnentag länger dauert als der Sterntag, und zwar, um so viel als der Bogen der Ekliptik, den die Sonne in einem Tage zurücklegt, Zeit braucht, um während der täglichen Umdrehung der Himmelskugel durch den Meridian zu gehen; dieser Bogen ist wegen der ungleichförmigen Bewegung der Sonne nicht täglich von der nämlichen Größe, mithin auch die Zeit, die er zum Durchgange durch den Meridian braucht, nicht immer dieselbe, sondern kleiner im Sommer und größer im Winter als zu einer andern Jahreszeit, demnach ist die Dauer des Sonnentages keine unveränderliche Größe, somit als Einheit zur Zeitmessung nicht geeignet.

Nehmen wir aber an, die von der Sonne täglich zurückgelegten Bögen in der Ekliptik seien einander gleich; so wird dennoch der Sonnentag keine unveränderliche Größe sein; denn es seien F b und d g Fig. 365. gleich lange Bogen, wovon der erste nahe am Frühlingspunkte, der andere in der Nähe des Wendepunktes liegt; man ziehe durch b, d, g die Declinationskreise, welche den Aequator in den Punkten B, D, G durchschneiden; bei der täglichen Umdrehung des Himmelsgewölbes werden die Punkte b, d, g gleichzeitig mit den Punkten B, D, G im Meridiane sich befinden, mithin wird der Bogen F b eben so viel Zeit zum Durchgange durch den Meridian brauchen, als der Bogen FB, und der Bogen d g eben so viel als D G; allein da die Declinationskreise, an den Polen sich schneiden, und gegen den Aequator zu immer mehr ausweichen, so ist der Bogen D G > d g, hingegen F B < F b, daher D G > F B, weshalb der Bogen D G, folglich auch d g mehr Zeit braucht, um durch den Meridian durchzugehen, als die Bögen F B und F b; somit wird auch

Fig. 365.



das Fortrücken des Bogens dg eine größere Verlängerung des Sonnentages bewirken, als das des Bogens Fb.

Um diese Ungleichheiten in der Dauer des Sonnentages zu vermeiden, nimmt man eine sogenannte mittlere Sonne an, die gleichzeitig mit der wahren Sonne den Frühlingspunkt verläßt und wieder dahin zurückkehrt, die sich jedoch im Aequator gleichförmig bewegt, weshalb ihr Tag eine unveränderliche, zur Maßeinheit geeignete Größe ist. Die Zeit, welcher der mittlere Sonnentag als Einheit zu Grunde liegt, heißt die mittlere Zeit zum Unterschiede der wahren Zeit, die sich nach der Bewegung der wahren Sonne richtet. Unsere gewöhnlichen gleichförmig gehenden Uhren die man auf 12 oder 0 Uhr einstellt, wenn die mittlere Sonne culminirt, geben die mittlere, die Sonnenuhren die wahre Zeit an.

Den Unterschied zwischen der wahren und der mittleren Zeit nennt man die Zeitgleichung; der wahre Mittag tritt, bald früher bald später ein, als der mittlere, nur viermal im Jahre ist die Zeitgleichung Null, und beide Mittage fallen zusammen, nämlich am 24. Dezember, 15. April, 15. Juni und 31. August. Vom 24. Dezember bis 15. April und vom 15. Juni bis 31. August zeigen unsere Uhren im wahren Mittage mehr als 12, in den andern Tagen weniger als 12; der größte Unterschied der wahren und der mittleren Zeit beträgt am 11. Februar 14½ Minute und am 2. November 16½ Minute. Die Zeitgleichung erscheint in den astronomischen Ephemeriden, auch in manchen Kalendern für jeden Tag im Jahr angegeben; kennt man die Zeitgleichung, und entnimmt den Zeitpunkt des wahren Mittags an einer Sonnenuhr, oder nach einer richtig gezogenen Mittagslinie, so kann man die Zeit des mittleren Mittags richtig bestimmen, und die gewöhnlichen Uhren darnach reguliren.

§. 238. Präcession, Nutation, seculäre Aenderung der Schiefe der Ekliptik. Schon der griechische Astronom Hipparch, der 150 Jahre vor Christi Geburt lebte, machte die Entdeckung, daß sich die Länge der Gestirne jährlich etwas ändert, während die Breite unveränderlich bleibt, daß diese Aenderung der Länge bei allen Gestirnen gleich groß ist und nur daher kommt, daß der Frühlingspunkt längs der Ekliptik in der Richtung von Ost nach West, mithin in der Richtung der täglichen Bewegung der Gestirne fortrückt, weshalb man diese Erscheinung das Vorrücken der Nachtgleichen oder die Präcession nennt. Dieses Vorrücken geht beständig vor sich und beträgt in einem Jahre im Durchschnitte nur 50.″2, mithin in 72 Jahren einen Grad; in 25920 Jahren durchwandert der Frühlingspunkt die ganze Ekliptik. Aus dem Umstande, daß die Breite der Gestirne unverändert bleibt, schließt man, daß die Lage der Ekliptik sich nicht ändert, und der Grund der Präcession nur darin liegt, daß der Aequator sich langsam und gleichförmig von Ost nach West bewegt, die Ekliptik beständig in andern und andern Punkten durchschneidet, aber gegen sie stets gleich geneigt bleibt, weshalb auch der Bogen CQ Fig. 366. der das Maß der Schiefe der Ekliptik ist, folglich auch der Abstand PN des Pols P vom Pole der Ekliptik N unveränderlich bleibt. Mit der Aenderung in der Stellung des Aequators

Fig. 366.

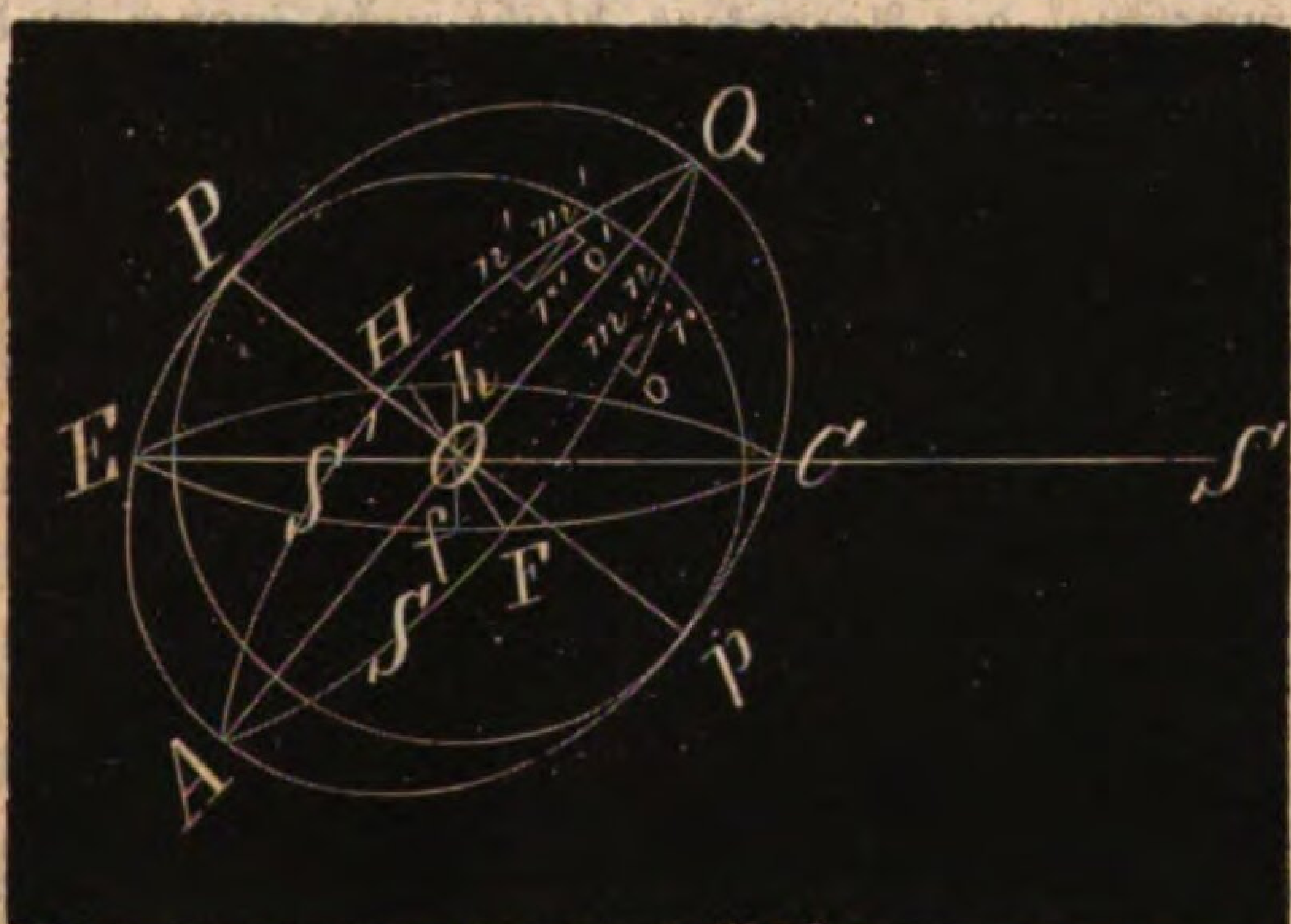


muß auch die Lage der auf ihm senkrecht stehenden Weltaxe sich ändern, aber immer nur so, daß der Pol P in der nämlichen Entfernung von N steht; demnach entsteht das Vorrücken der Nachtgleichen dadurch, daß der Pol des Aequators um den Pol der Ekliptik in einem Kreise sich gleichförmig bewegt, so daß er jährlich einen Bogen von 50.″2 und beinahe in 26000 Jahren einen ganzen Umlauf macht. Da jedoch die Weltaxe nur die verlängerte Erdaxe und der Himmelspol nur der Punkt im Weltraume ist, gegen den die Erdaxe gerichtet ist, so bewegt sich eigentlich die Erdaxe in der Art, daß ihre Richtung nach und nach alle Punkte des vom Himmelspol P beschriebenen Kreises durchläuft, mithin ihre Neigung gegen die feststehende Gerade Nn immer dieselbe bleibt; sie bewegt sich demnach, während die Erdkugel in ihrer Bahn fortschreitet, an einer Kegelfläche in einer Richtung, die derjenigen, in der sich die Erde dreht, entgegengesetzt ist; die Bewegung geht aber so langsam vor sich, daß man die Stellungen der Erdaxe während der jährlichen Bewegung der Erde um die Sonne an allen Stellen der Erdbahn als unter sich parallel annehmen kann.

Die Folgen der Vorrückung der Nachtgleichenpunkte sind, daß die Rectascensionen der Sterne in jedem folgenden Jahre ein wenig größer werden und daß wegen Aenderung der Lage des Himmelspols, auch die Poldistanzen der Fixsterne in jedem Jahre sich ändern; einige nehmen zu, andere nehmen ab; diese Aenderung beträgt jedoch während eines Jahres in keinem Falle 21 Secunden. Einer der größeren Sterne in der Nähe des Pols wird Polarstern genannt; jetzt ist es der glänzendste Stern im kleinen Bären, der um 1° 24′ vom Himmelspole absteht; da der Himmelspol nach und nach seinen Ort ändert, so wird nach mehreren Jahrhunderten wieder ein anderer großer Stern in seine Nähe kommen und Polarstern werden. Eine andere Folge der Vorrückung der Nachtgleichen ist, daß die Sonne zum Frühlingspunkte früher als zu einem Fixsterne zurückkehrt, daher das tropische Jahr etwas kürzer ist als das siderische.

Die Ursache der Präcession liegt in der Anziehung, welche die Sonne gegen die um ihre Axe sich drehende abgeplattete Erde äußert. Wäre die Erde eine gleichförmig dichte Kugel, so würde sie von der Sonne so angezogen, als wenn ihre ganze Masse im Mittelpunkte ihren Sitz hätte; eine solche Anziehung könnte nur eine progressive aber keine drehende Bewegung hervorbringen; allein in Folge der abgeplatteten Gestalt der Erde erzeugt die Sonnenanziehung auch eine drehende Bewegung. Um

Fig. 367.



diese zu begreifen, denken wir dem Erdsphäroid eine Kugel vom Durchmesser Pp Fig. 367. eingeschrieben, die es an den Endpunkten der Drehungsaxe d. i. an den

Erdpolen berührt; so bleibt eine Hülle übrig, deren Masse in der Nähe der Pole unbedeutend und erst am Aequator beträchtlich wird; die Sonne S zieht die ihr zugewendete Hälfte dieser Hülle stärker, dagegen die von ihr abgewendete Hälfte schwächer an, als den Mittelpunkt O der Kugelmasse; sie strebt daher beide Hälften vom Mittelpunkte O zu trennen, indem sie die näher liegende an sich zieht, die auf der entgegengesetzten Seite befindliche gleichsam von sich wegstößt, da sie den Mittelpunkt O von ihr zu entfernen sucht; auf diese Art strebt die Sonnenanziehung den Erdäquator AQ, der bekanntlich mit der Ebene der Ekliptik einen Winkel einschließt, in letztere Ebene zu bringen, und die Erdaxe senkrechter auf die Ebene der Ekliptik zu stellen, und zwar mit einer Kraft, die mit der Größe des Winkels zunimmt, welchen die vom Erdäquator zur Sonne gezogene Gerade mit der Ekliptik bildet, die daher zur Zeit der Solstitien am größten und zur Zeit der Nachtgleichen gleich Null ist. Durch die Umdrehung der Erde um die Axe Pp, die vermöge der Trägheit zu ihrer ursprünglichen Lage parallel zu bleiben strebt, wird diese Wirkung der Sonne abgeändert; denn rotirt die Erde in der Richtung von F nach Q, von Q nach H u. s. f. so daß ein Theilchen des Aequators z. B. m in einem sehr kleinen Zeittheilchen den Weg mn beschreibt und drückt mo den Weg aus, den m in Folge der Sonnenanziehung in derselben Zeit zurücklegen möchte; so gibt die Diagonale mr des Parallelogramms mnro den Weg, den m nun zu durchlaufen, und so den Aequator in die Lage mrf zu bringen strebt, bei welcher die Schiefe der Ekliptik verkleinert erscheint, und der Frühlingspunkt etwas zurückgeht. Ein anderes gleich liegendes Theilchen m' an dem Theil des Aequators, dessen Punkte sich der Ekliptik nähern, wird während eines unendlich kleinen Zeittheilchens vermög der Rotation den Weg m' n', vermöge der Sonnen-Einwirkung den Weg m' o' zu beschreiben streben, daher das Bestreben äußern, den mehr schrägen Weg m' o' zurückzulegen und dem Aequator eine Lage zu geben, wobei der Herbstpunkt nach h rückt und die Schiefe der Ekliptik vergrößert wird. Die gleichliegenden Theilchen s und s' in der unterhalb der Ekliptik befindlichen Hälfte des Aequators, auf die die Sonne gleichsam abstoßend wirkt, äußern dieselben Bestrebungen, wie die Massentheilchen m und m'; dasselbe läßt sich von je zwei gleichliegenden Theilchen in FQ und QH, dann in AF und AH erweisen. Die Bestrebungen je zwei solcher Theilchen, die Schiefe der Ekliptik zu ändern, heben sich gegenseitig auf, allein diejenigen, welche die Aequinoctialpunkte bewegen, stimmen mit einander überein.

Die kugelförmige Masse des Erdsphäroids hebt letztere Bewegung, welche die sie einschließende Hülle in Folge der Sonnen-Einwirkung erhält, nicht auf, vermindert sie aber, so daß die Folge der Sonnen-Einwirkung auf das Erdsphäroid im Ganzen darin besteht, daß die Aequinoctialpunkte sich sehr langsam in der Richtung bewegen welche derjenigen, in welcher die Erde rotirt, entgegengesetzt ist; die Schiefe der Ekliptik aber wird dabei nicht geändert.

Der Himmelspol des Aequators bleibt nicht immer in der Peripherie des Kreises, den er vermöge der Präcession beschreiben sollte, sondern man sieht ihn, während er vorwärts schreitet, bald dem Pole der Ekliptik sich ein wenig nähern, bald wieder von ihm ein wenig sich entfernen, so daß er, falls keine Präcession wäre, eine kleine Ellipse am Himmel beschreiben würde, deren große Axe 18″ beträgt, und nach dem Pole der Ekliptik gerichtet ist; die kleine Axe zählt 13″.74, der Mittelpunkt dieser Ellipse ist der Ort, welchen der Himmelspol einnehmen würde, wenn die Präcession allein vorhanden wäre; demnach ist die Erdaxe noch kleinen periodischen Schwankungen unterworfen, die man unter dem Namen Nutation oder Wanken der Erdaxe begreift; in Folge dieses Wankens ist die Bahn, die der Himmelspol durchläuft ein Ring mit wellenförmigen, aber äußerst kleinen Ausbiegungen. Die Nutation läßt sich aus der Anziehung, welche Sonne und Mond auf das um seine Axe rotirende Erdsphäroid äußern, vollkommen, obwohl nicht so einfach, wie die Präcession erklären; auch sie veranlaßt Aenderungen in der Länge, Rectascension und Declination, jedoch nicht

in der Breite; diese Aenderungen müssen bei der Berechnung der Lage eines Gestirns, wie sie in früheren Jahren war oder später sein wird, berücksichtigt werden.

Aus der Vergleichung der Schiefe der Ekliptik, wie sie gegenwärtig gefunden wird, mit den vor Jahrhunderten gemachten Messungen derselben ergibt sich, daß die Ekliptik sich dem Aequator jährlich um 48″ nähert; diese Annäherung wird nach Laplace noch einige Jahrtausende fortdauern so daß die Schiefe der Ekliptik im Jahre 6600 n. Chr. G. ihren kleinsten Werth von 21° erreichen, hierauf aber wieder durch viele Jahrtausende bis zu dem Maximum von 27° zunehmen wird.

§. 239. Der Mond.

1. Bestimmt man von einem Standorte aus eine beträchtliche Reihe von Positionen des Mondes, und berechnet hierauf mittelst der bekannten Parallaxe die diesen Positionen entsprechenden Standorte des Mondes, wie sie vom Erdmittelpunkte aus gesehen würden; so überzeugt man sich, daß sich der Mond von West nach Ost täglich um 13½° bewegt, und seine Bahn am Himmelsgewölbe als ein Kreis erscheint, dessen Ebene durch den Erdmittelpunkt geht, gegen die Ebene der Erdbahn um 5° geneigt ist, und diese in einer geraden Linie, (Knotenlinie) schneidet. Durch ähnliche Beobachtungen, wie sie bei der Sonne angestellt werden, überzeugt man sich, daß die Mondesbahn eine Ellipse ist, in deren einem Brennpunkte die Erde sich befindet; der eine Endpunkt der großen Axe heißt das Perigeum oder Erdnähe, der andere das Apogeum oder Erdferne; im ersteren beträgt der Abstand des Mondes vom Erdmittelpunkte 48354. und im zweiten 54867 Meilen; im Mittel beträgt dieser Abstand 51600 Meilen, oder nahe 60 Erdhalbmesser.

Beobachtet man die Zeit von dem Augenblicke, wo der Mond bei einem gewissen Fixsterne sich befindet, bis er wieder zu demselben Sterne zurückkehrt, so erhält man seine siderische Umlaufszeit (den siderischen Mondmonat), sie beträgt 27.32166 Tage; der Zeitraum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Conjunctionen oder Oppositionen des Mondes mit der Sonne, heißt synodische Umlaufszeit und beträgt 29 Tage, 12 Stunden 44 Minuten. Die Zeit zwischen zwei auf einander folgenden Durchgängen des Mondes durch denselben Knoten, nennt man Drachenmonat; sie ist kürzer als die siderische Umlaufszeit, weil die Knotenlinie in der Richtung von Ost nach West in der Ekliptik zurückweicht und zwar jährlich um 19°.34, so daß sie in 18 Jahren 10 Tagen einen ganzen Umlauf macht.

Fig. 368.



2. Mit der synodischen Umlaufszeit hängt der periodische Lichtwechsel, den wir beim Monde beobachten, zusammen; denn der Mond ist ein dunkler Körper, der von der Sonne Licht und Wärme erhält, wie die Erde. Zur Zeit der Conjunction in A Fig. 368. wendet uns der Mond die unbeleuchtete Hälfte zu, und ist unsichtbar; man nennt diesen Zeitpunkt Neumond. Nach diesem Zeitpunkte erscheint der Mond, der sich

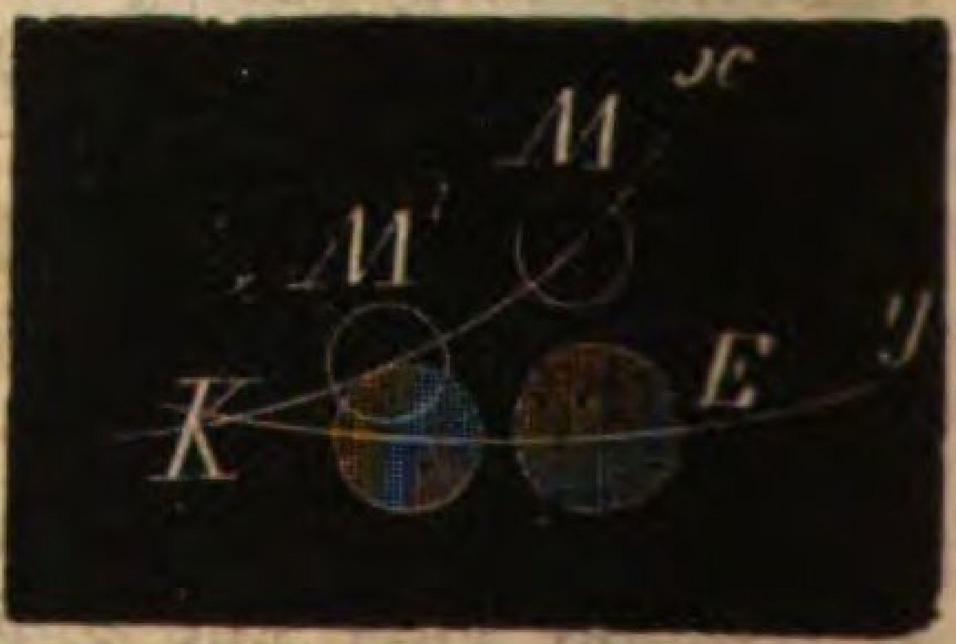
schneller nach Ost bewegt als die Sonne, an der Ostseite der Sonne und wird nach dem Sonnenuntergange in der Gestalt einer schmalen Sichel, deren convexe Seite gegen die Sonne gekehrt ist, am westlichen Himmel sichtbar; die Ausdehnung der Erleuchtung der Mondesscheibe, so wie der Unterschied in der Länge des Mondes und der Sonne nimmt beständig zu; in der Quadratur (dem ersten Viertel) erscheint bereits die westliche Hälfte erleuchtet und der Mond bleibt die erste Hälfte der Nacht sichtbar. Die Zunahme des Lichtes dauert fort bis zur Opposition, wo wir Vollmond haben, indem nun die ganze von der Erde aus sichtbare Mondeshälfte erleuchtet erscheint. Der Mond leuchtet zu dieser Zeit die ganze Nacht hindurch.

Nach dem Vollmonde beginnt das Licht an der westlichen Seite abzunehmen; der Mond geht wegen seines beständigen Vorrückens gegen Osten täglich um 50 Minuten später auf, und so kommt es, daß in der zweiten Quadratur (im zweiten Viertel) nur noch die östliche Hälfte der Mondesscheibe erleuchtet erscheint, und Mondschein nur in der zweiten Hälfte der Nacht Statt findet.

Die Sonne erleuchtet nur die ihr zugewendete Hälfte der Erdkugel; daher sehen die Mondbewohner die Erde zur Zeit des Neumondes ganz, zur Zeit der Viertel nur zur Hälfte und zur Zeit des Vollmondes gar nicht erleuchtet. Die erleuchtete Erde wirft das Licht zurück und erhellet die Nächte am Monde; der Lichtschimmer, den wir in dem von der Sonne nicht erleuchteten Theile der Mondscheibe nach dem Neumonde bemerken, ist nichts anderes als das von der Erdkugel ausgestrahlte Licht.

3. Die von der Sonne erleuchtete Erdkugel wirft hinter sich einen Schattenkegel, dessen Axe in der Ebene der Ekliptik liegt und verlängert durch den Mittelpunkt der Sonne geht; die Länge des Schattenkegels ist 3½mal größer als der Abstand des Mondes von der Erde. Befände sich die Mondesbahn in der Ebene der Ekliptik, so würde der Mond bei jeder Opposition mit der Sonne in den Erdschatten treten, und total verfinstert erscheinen; zur Zeit der Conjunction würde er vor der Sonnenscheibe stehen, und eine Sonnenfinsterniß veranlassen. Allein wegen der Neigung der Mondesbahn gegen die Ebene der Ekliptik kann nicht bei jedem Vollmonde eine Mondes- und bei jedem Neumonde eine Sonnenfinsterniß entstehen, denn es sei kx Fig. 369. ein Stück der Mondesbahn, k ein Knoten und ky die Projection von kx auf die Ebene der Erdbahn; zur Zeit des Vollmondes liegt der Mond und der Erdschatten der Sonne gegenüber, so daß der Mittelpunkt des Mondes und die Axe des Erdschattens in demselben Breitenkreise sich befinden. Ist also der Mond zur Zeit der Opposition in M, so steht der kreisförmige Durchschnitt E des kegelförmigen Erdschattens, genommen in der Entfernung des Mondes von der Erde, unter dem Monde und es kann keine Verfinsterung eintreten; wohl aber tritt eine partielle Verfinsterung ein, wenn sich der Mond zur Zeit der Opposition in der Nähe des Knotens in M′ befindet, indem ein Theil der Mondesscheibe in den Erdschatten tritt und zwar ein desto größerer Theil, je näher der Mond dem Knoten steht, so daß, wenn er im Augenblicke der Opposi-

Fig. 369.



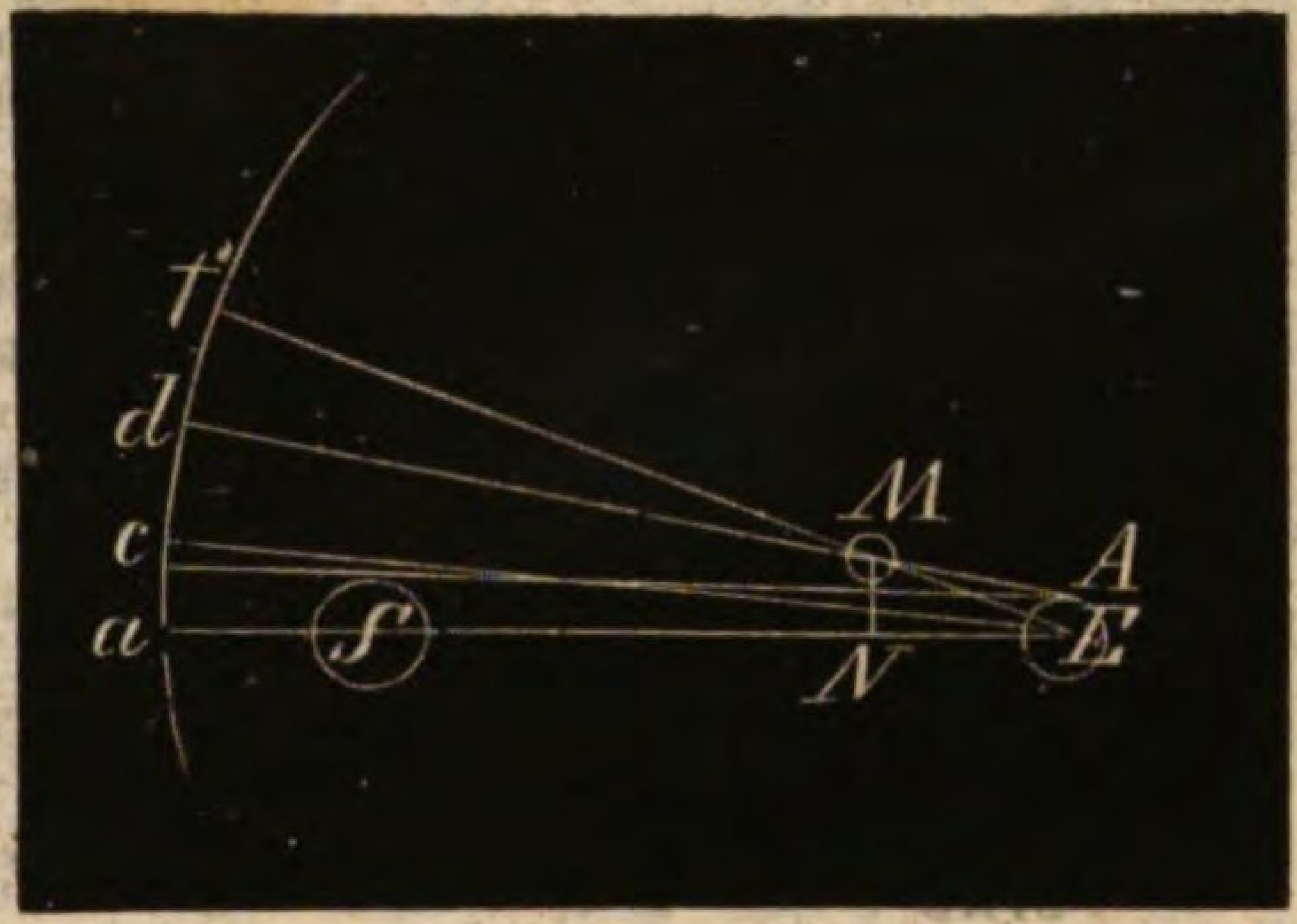
tion im Knoten selbst ist, eine totale Finsterniß entsteht, auf deren Dauer auch die Entfernung des Mondes von der Erde, die zu dieser Zeit Statt findet, einen Einfluß nimmt. Sobald der Mond in den Erdschatten tritt wird er überall unsichtbar; die Mondesfinsterniß beginnt und endet daher gleichzeitig an allen Orten der Erde.

Zur Zeit der Conjunction mit der Sonne liegt der Mittelpunkt des Mondes M, Fig. 370., der Sonne S und der Erde E in demselben Breitenkreise; M N ist die Breite des Mondes, die vom Erdmittelpunkte E unter dem Winkel M E N erscheint, unter welchem auch der Bogen a f des Breitenkreises gesehen wird; nun ist

$$a\,f = a\,c + c\,d + d\,f$$

d. h. gleich der Summe aus den scheinbaren Halbmessern der Sonne und des Mondes und der Höhenparallaxe d f des Mondes für den Standort A. Ist nun die Breite des Mondes beim Eintritte des Neumondes kleiner als diese Summe, so kann der Schatten des Mondes den Ort A treffen, und es tritt in A eine Sonnenfinsterniß ein, die desto größer wird, je näher der Mond dem Knoten ist. — Hieraus ist ersichtlich, daß bei der Bestimmung der Sonnenfinsterniße der Standort des Beobachters zu berücksichtigen ist. Der Mondesschatten bewegt sich mit dem Monde von West nach Ost über die Oberfläche der Erde, weshalb die Sonnenfinsternisse in den westlichen Gegenden früher sichtbar wird. — Da die Mondes- und Sonnenfinsternisse mit der Lage der Knotenlinie in innigem Zusammenhange stehen, so folgt, daß nach Verlauf von 18 Jahren und 10 Tagen die Finsternisse wieder genau in derselben Ordnung auf einander folgen und in dieselben Tage fallen, wie im Verlaufe des früheren Zeitraumes vor 18 Jahren 10 Tagen. Man zählt in 18 Jahren 41 Sonnen- und 29 Mondesfinsternisse; jedoch sind die Sonnenfinsternisse nicht überall sichtbar. Die Größe der partiellen Finsterniß gibt man in ekliptischen Zollen an, deren jeder $\frac{1}{12}$ des Durchmessers des verfinsterten Körpers beträgt.

Fig. 370.



Der Mond kehrt uns immer dieselbe Seite zu, und muß sich deshalb während eines siderischen Umlaufs Einmal um eine durch seinen Mittelpunkt gehende Axe drehen; da die Zeit einer Umdrehung um die Axe die Länge des Tages, und jene seines Umlaufs um die Erde die Dauer des Jahres gibt, so folgt, daß am Mond das Jahr gerade so lange dauert als der Tag, nämlich 29½ unserer Tage. Diese Axendrehung geschieht gleichförmig, während er in seiner Bahn bald schneller bald langsamer fortschreitet; dieß hat zur Folge, daß wir bald auf der östlichen, bald auf der westlichen Seite einen kleinen Theil von der zweiten von uns abgewendeten Hälfte der Mondesoberfläche zu sehen bekommen, und die gerade Linie, welche den Mittelpunkt des Mondes mit der Erde verbindet, nicht immer durch denselben Punkt der Mondesoberfläche durchgeht, sondern ein wenig nach Osten und Westen schwankt; auch steht die Drehungsaxe des Mondes nicht senkrecht auf der Mondesbahn, weshalb

wir je nach der Stellung des Mondes einmal den nördlichen, dann wieder den südlichen Pol in einiger Entfernung vom Rande erblicken. Diese beiden Erscheinungen werden die Librationen oder Schwankungen des Mondes genannt.

Die Zeit von 12 synodischen Umläufen oder Mondwechseln nennt man ein Mondjahr, das man gewöhnlich zu 355 Tagen zählt, das jedoch nur 354 Tage 8 Stunden 48′ 36″ dauert. Das Mondjahr liegt der Zeitrechnung der Juden und Türken als Einheit zu Grunde.

Der Zeitraum von 19 Jahren, der nahe 235 synodische Mondesumläufe umfaßt, wird Mondescykel genannt, nach dessen Verlauf der Vollmond, Neumond und die Viertel genau auf dieselben Mondestage fallen. Der Anfang des Mondescykels ist das Jahr, in welchem der Neumond auf den Neujahrstag fällt; es wird mit der Zahl Eins bezeichnet. Die Zahl, die mir angibt, das wievielte ein gegebenes Jahr im Mondescykel ist, heißt die goldene Zahl. Die in den Kalendern unter dem Namen Epakte vorkommende, mit römischen Ziffern bezeichnete Zahl gibt an, wie viel Tage am Neujahrstage seit dem letzten Neumonde im nächst vergangenen Jahre verflossen sind; diese Zahl ist zur Berechnung des Osterfestes eingeführt worden, da dem Beschlusse des Conciliums zu Nicäa gemäß, das Osterfest jedesmal auf den ersten Sonntag nach dem ersten Vollmonde fällt, der auf die Frühlingsnachtgleiche folgt.

In Betreff der physischen Beschaffenheit des Mondes ist zu bemerken, daß nach Mädler das Volumen desselben $\frac{1}{49.6}$ von dem Volumen der Erde und die Masse $\frac{1}{87.73}$ von der Masse der Erde beträgt; daß an seiner Oberfläche bedeutende Bergketten und einzelne Berge vorkommen, welche wie ein kreisförmiger Wall gebildet sind, in dessen Mitte sich ein steiler kegelförmiger Berg erhebt. Man nennt diese Berge Ringgebirge. Der Mond hat wohl eine Atmosphäre, aber eine äußerst feine und durchsichtige, weßhalb dort ein blauer Himmel unmöglich ist.

§. 240. Planeten. Die Gesetze der Planetenbewegungen sind bereits bei der Centralbewegung entwickelt worden, und wir haben nur die Erscheinungen zu besprechen, die sich aus diesen Gesetzen insbesondere für uns Erdbewohner ergeben.

Ist t die Umlaufszeit der Erde und d ihre mittlere Entfernung von der Sonne, sind T und D dieselben Größen bei einem anderen Planeten, so hat man vermöge des dritten Keplerischen Gesetzes

$$t^2 : T^2 = d^3 : D^3, \text{ mithin } D = d\sqrt[3]{\frac{T^2}{t^2}};$$

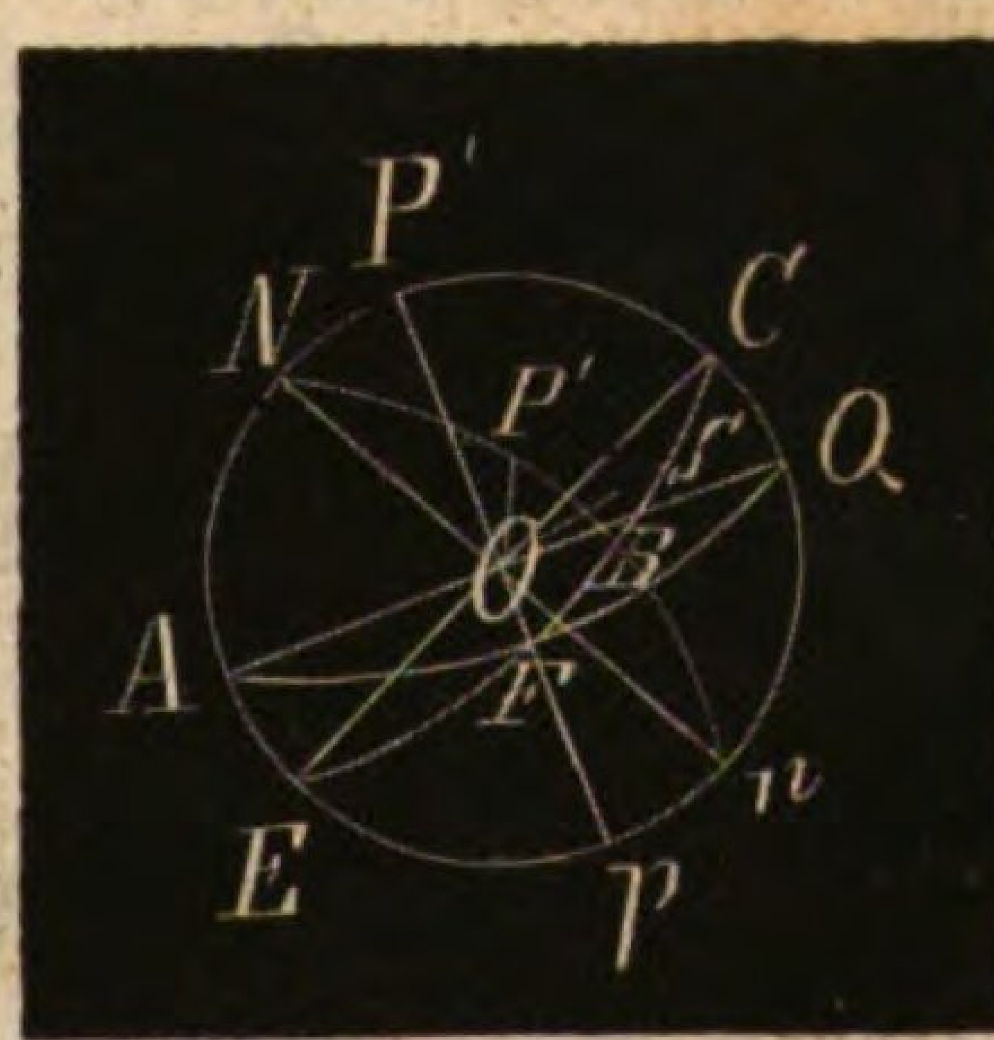
nach dem letzten Ausdrucke berechnet man leicht die mittleren Entfernungen aller Planeten, da der Werth von d und auch das Verhältniß der Umlaufszeiten der Planeten bekannt ist.

Die nachstehende Tabelle gibt die Umlaufszeiten und die mittleren Entfernungen der Planeten von der Sonne.

Name des Planeten.	Mittlere Entfernung in geogr. Meilen.	Umlaufszeiten.
Merkur	7.998000	78 T. 23^h 14′35″
Venus	14.942000	224 „ 16 41′25″
Erde	20.666800	365 „ 5 48′47″
Mars	31.490000	1 J. 321 „ 16 18′47″
Flora	45.508000	3 „ 97 „ 17 2′ —
Victoria	48.269685	3 „ 205 „ — — —
Vesta	48.800000	3 „ 129 „ 13 9′ —
Iris	49.286000	3 „ 249 „ 9 21′ —
Hebe	50.018000	3 „ 279 „ 17 1′ —
Parthenope	50.650813	3 „ 306 „ — — —
Asträa	53.251000	4 „ 49 „ 16 33′ —
Juno	55.169000	4 „ 131 „ 19 8′ —
Ceres	57.266000	4 „ 223 „ 10 25′ —
Pallas	57.301000	4 „ 225 „ 0 4′ —
Hygiea	65.796000	5 „ 249 „ 21 11′49″
Jupiter	107.524000	11 „ 312 „ 20 14′10″
Saturn	197.137000	29 „ 154 „ 16 30′10″
Uranus	396.439000	83 „ 271 „ 3 48′ 5″
Neptun	624.191000	165 „ 357 „ 19 26′ —

Die Planeten, die der Sonne näher sind als die Erde, deren Bahnen daher von der Bahn der Erde eingeschlossen sind, nennt man untere Planeten; dazu gehören: Mercur und Venus, alle anderen heißen obere Planeten. Aus dem dritten Kepler'schen Gesetze folgt, daß die unteren Planeten sich viel schneller, die oberen dagegen langsamer bewegen als die Erde.

Fig. 371.

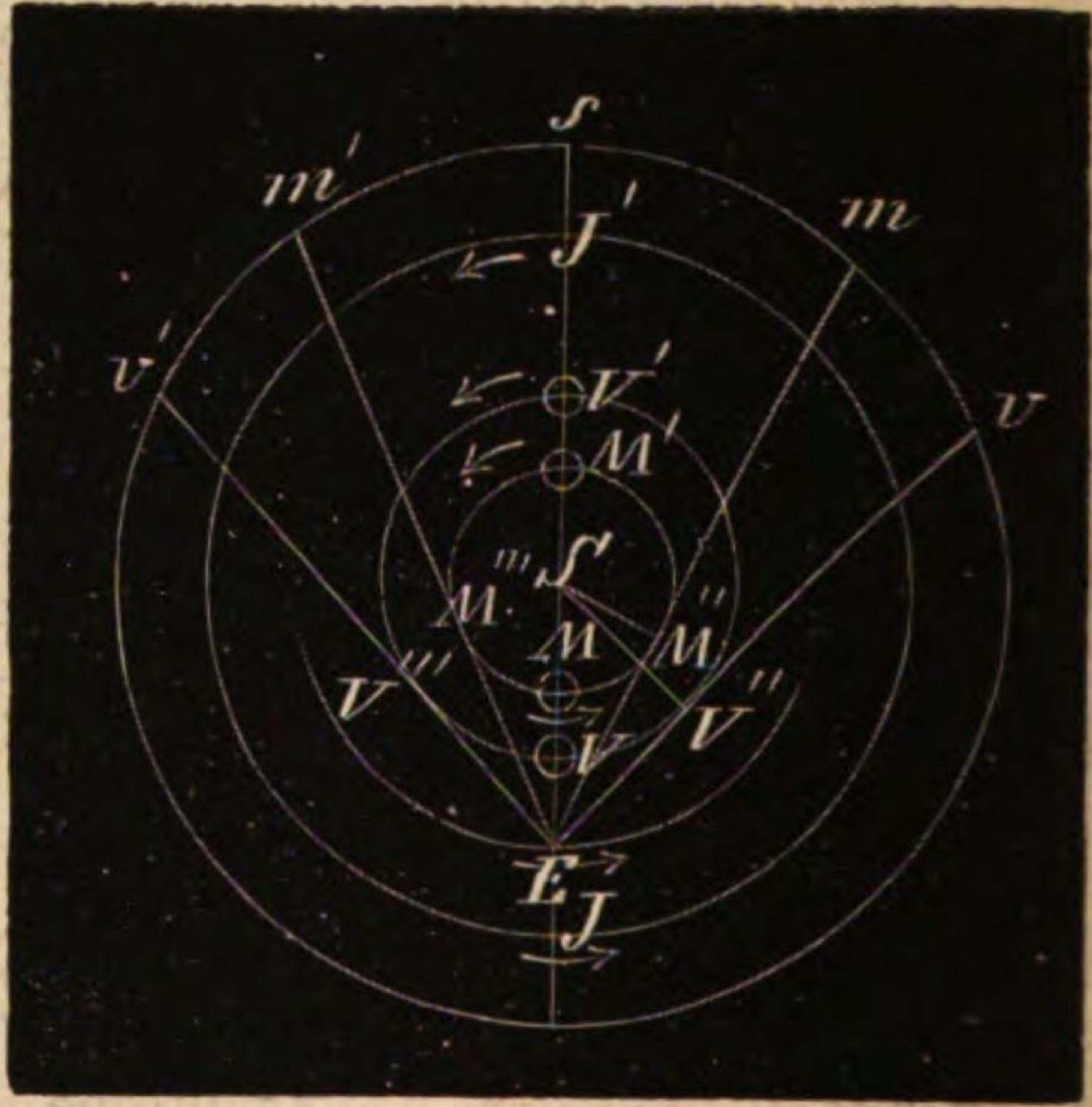


2. Sind N und n Fig. 371 die Pole der Ekliptik E C, P′ ein Planet, N P′ n der Breitenkreis, S die Sonne, F der Frühlingspunkt, mithin F S die Länge der Sonne, F B die des Planeten, so nennt man die Differenz dieser beiden Längen d. i. F S — F B die Ausweichung, Digression oder Elongation des Planeten. Untersucht man die Aenderungen in der Elongation der Planeten, so zeigt sich ein auffallender Unterschied zwischen den unteren und den oberen Planeten.

Ist in dem Augenblicke, wo die Erde in E Fig. 372 sich befindet, die Venus in V oder in V′, der Mercur in M oder in M′, so stehen beide Planeten mit der Sonne S in Conjunktion; sie erscheinen zu dieser Zeit mit der Sonne in demselben Breitenkreise am Himmel und die Elongation ist gleich Null. Die Con-

junktion, bei der sie der Erde am nächsten stehen, heißt die untere, die andere, wo ihr Abstand von der Erde am größten ist, wird die obere Conjunktion genannt. Befindet sich der untere Planet zu der Zeit, wo die Erde in E ist, in irgend einem Punkte der rechtsliegenden Hälfte der Bahn, so erscheint er am Himmel westlich von der Sonne, ist er hingegen an irgend einer Stelle der anderen Hälfte, so steht er östlich von der Sonne; im ersten Falle geht er früher in Osten auf als die Sonne und ist am östlichen Himmel als Morgenstern sichtbar; im zweiten Falle geht er später unter als die Sonne, und erscheint nach dem Sonnenuntergange am westlichen Himmel als Abendstern. Da der Mercur mit dem freien Auge nicht gesehen wird, so wird unter Morgen- und Abendstern gewöhnlich die Venus verstanden.

Fig. 372.



Die größte Elongation erhält man, wenn man von E aus zu den Bahnen der unteren Planeten Tangenten zieht, nämlich E V″ und E V‴, dann E M″ und E M‴, wo dann die Venus am Himmelsgewölbe in v oder v′ und der Mercur in m oder m′ zu sehen ist; da der Winkel, welchen bei der größten Elongation der Radiusvector mit der Tangente einschließt, ein rechter ist, so ist die größte Elongation selbst immer ein spitziger Winkel, der bei der Venus 48° beim Merkur 28° beträgt; demnach können die unteren Planeten niemals mit der Sonne in die Quadratur oder in Opposition kommen. An den untern Planeten beobachtet man durch Fernröhre ähnliche Lichtphasen wie beim Monde, denn sie sind dunkle Kugeln, die nur von der Sonne erleuchtet werden; sind sie nun in der untern Conjunktion, so wenden sie der Erde ihre unbeleuchtete Hälfte zu und werden deshalb nicht gesehen; ist zu dieser Zeit ihre Breite kleiner als der Halbmesser der Sonne, so daß sie in der Nähe der Ekliptik sich befinden, so sieht man sie als schwarze, scharf begränzte Scheibchen vor der Sonnenscheibe sich vorbei bewegen. Diese Erscheinung heißt der Durchgang (Vorübergang) der Venus oder des Mercurs durch die Sonnenscheibe.

Die Durchgänge der Venus bieten ein sicheres Mittel zur genauen Bestimmung der Sonnenparallaxe dar, man beobachtete sie in den Jahren 1761 und insbesondere 1769, der nächste Durchgang wird erst im Jahre 1874 stattfinden.

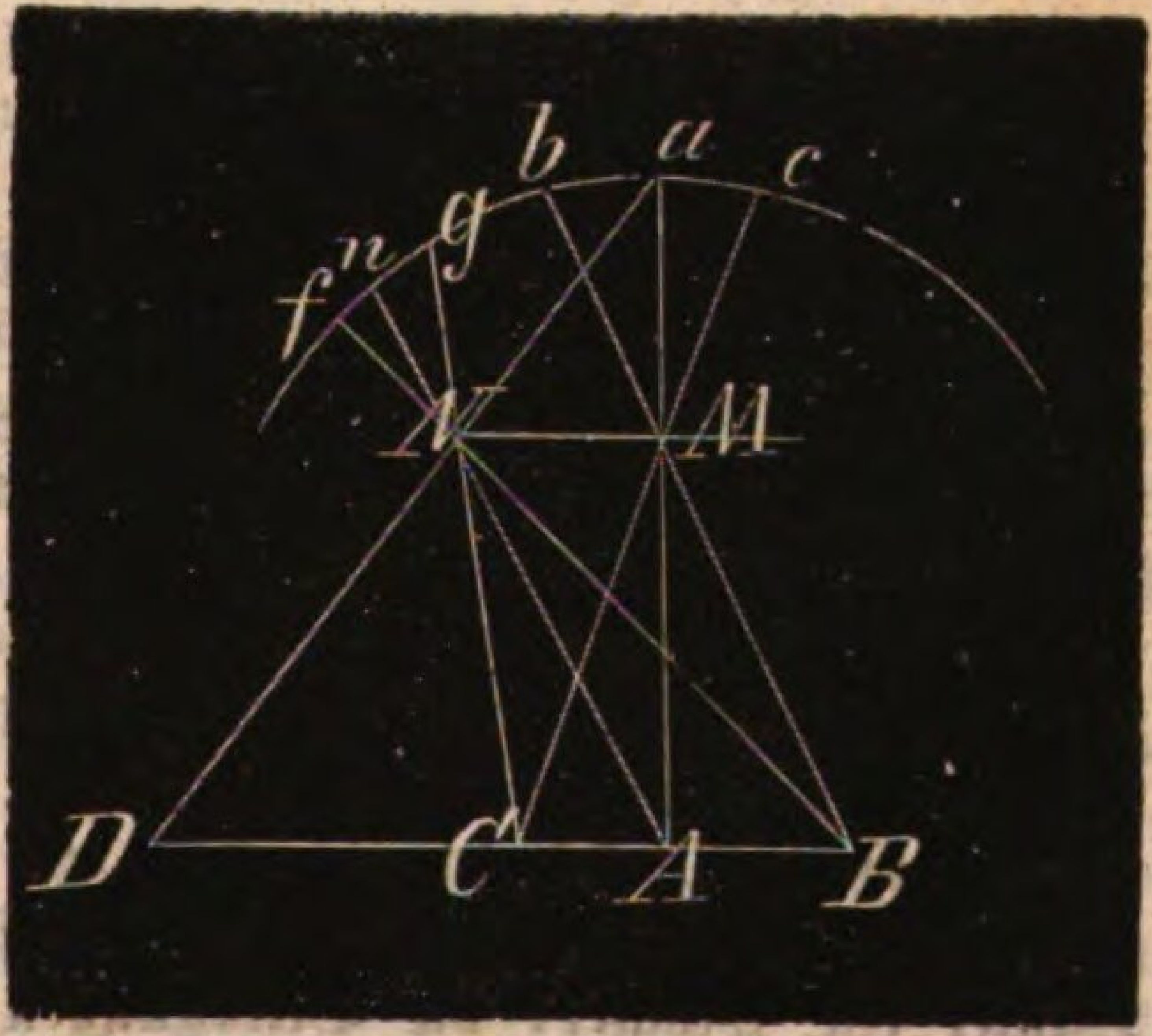
Zur Zeit der unteren Conjunktion ist der scheinbare Durchmesser eines unteren Planeten am größten, da damals sein Abstand von der Erde am kleinsten ist. Nach der untern Conjunktion erscheint der untere Planet an der Westseite der Sonne, also als Morgenstern, anfangs nur an der östli-

chen Seite erleuchtet, aber die Ausdehnung der Erleuchtung nimmt immer mehr zu, während der Durchmesser kleiner wird. In der Stellung, wo die vom Planeten zur Sonne und zur Erde gezogenen Geraden auf einander senkrecht stehen, erscheint der Planet halb erleuchtet und wird bei der oberen Conjunktion im Volllichte gesehen, da zu dieser Zeit die von der Sonne erleuchtete Hälfte der Erde zugekehrt ist, worauf wieder das Licht an der östlichen Seite zu verschwinden anfängt und die Lichtgestalt mehr und mehr abnimmt; bevor noch der Planet in die untere Conjunction tritt, macht der Glanz der nahen Sonne sein Licht verschwinden. Befindet sich der Planet zur Zeit der oberen Conjunktion nahe an der Ebene der Erdbahn, so wird er durch die Sonne verdeckt und unsichtbar. — Von der untern Conjunktion bis zur oberen nimmt der Durchmesser des Planeten ab, wird bei der oberen Conjunction am kleinsten und nimmt hierauf wieder bis zur unteren Conjunction zu.

3. Ein oberer Planet, dessen Bahn die Erdbahn umschließt, erscheint, wenn die Erde in E ist, an der Stelle J′ in Conjunction, dagegen in J in Opposition mit der Sonne; seine Elongation kann somit von 0° bis 180° wachsen. Da der Durchmesser der Erdbahn im Vergleiche zu dem der oberen Planeten klein ist, die Erde daher nicht weit vom Mittelpunkte der Planetenbahnen entfernt ist; so beobachten wir an den oberen Planeten keine solche Lichtphasen, wie bei der Venus, nur der Mars zeigt eine bemerkbare Phase, jedoch sehen wir nie weniger als sieben Achtel seiner ganzen Scheibe erleuchtet.

4. Der Umstand, daß die Erde nicht den Mittelpunkt der Planetenbahnen bildet, und selbst im Zustande der Bewegung sich befindet, wobei die Richtung derselben mit der des Planeten bald übereinstimmt, bald entgegengesetzt ist, bald einen Winkel einschließt, ist die Ursache zweier scheinbaren Unregelmäßigkeiten in den Planetenbewegungen, einer, welche die Geschwindigkeit und einer, welche die Richtung betrifft; erstere Unregelmäßigkeit nannten die alten Astronomen die erste, die andere die zweite Ungleichheit. Um diese Unregelmäßigkeiten zu begreifen, müssen wir die Bewegung des Planeten mit der der Erde combiniren. Gesetzt, die Erde wäre in A Fig. 373 unbeweglich, aber der Planet mache den Weg MN, so sieht ihn der Beobachter am Himmelsgewölbe anfangs in a, zuletzt in n, und der Planet scheint den Weg an zurückgelegt zu haben; bliebe der Planet in Ruhe, während die Erde den Weg AB oder AC zurücklegt, so würde sich der Planet am Himmel in der entgegengesetzten Richtung zu bewegen, und die Wege ab oder ac zu beschreiben scheinen. Bewegen sich Erde und Planet gleichzeitig, so ist zu unterscheiden, ob die Bewegung beider in derselben oder in gerade entgegengesetzter Richtung geschieht; im letzteren Falle wird der Planet in N dem in B ankom-

Fig. 373.



menden Beobachter in f erscheinen; seine Geschwindigkeit ist somit durch die des Beobachters vergrößert worden. Hat der Beobachter den Weg A C zurückgelegt, so erblickt er in C den nach derselben Richtung bis N fortgeschrittenen Planeten im Punkte g, somit scheint er einen kleineren Weg beschrieben zu haben als bei ruhiger Stellung der Erde; seine Geschwindigkeit wird also durch die des Beobachters vermindert. Hat der Beobachter den Weg AD und der Planet in derselben Zeit den Weg MN zurückgelegt, so sieht man den Planeten beständig an der nämlichen Stelle in a; er ist, wie man sagt, stationär.

Bewegt sich der Beobachter in der Richtung AM, die mit der Richtung MN, in welcher der Planet gleichzeitig fortschreitet, einen rechten Winkel einschließt, so wird die Bewegung des Planeten durch die des Beobachters weder beschleunigt noch verzögert, man sieht den Planeten mit seiner eigenen Geschwindigkeit sich bewegen.

Ein unterer Planet in der oberen Conjunction in v′, und ein oberer in der Conjunction J′, bewegen sich in Richtungen, die der wahren Bewegung der Erde gerade entgegengesetzt sind, ihre rechtläufige d. i. gegen Osten gerichtete Bewegung, wird daher durch die Bewegung der Erde am stärksten beschleunigt. Der untere Planet wendet sich hierauf immer mehr gegen die Erde, weshalb seine Bewegung gegen Osten durch die der Erde immer weniger beschleunigt erscheint; erlangt der Planet seine größte Ausweichung, indem er sich in dem Berührungspunkte der von der Erde zur Bahn gezogenen Tangente befindet, so wird er nur um so viel links sich zu bewegen scheinen, als die Erde sich rechts bewegt; hierauf wird die Bewegung des unteren Planeten immer mehr übereinstimmend mit der der Erde, folglich wird seine scheinbare Bewegung durch die der Erde vermindert und es tritt ein Zeitpunkt ein, in welchem der Planet in Folge der Bewegung der Erde um so viel links, als vermög seiner eigenen nach rechts gerückt wird, und daher am Himmelsgewölbe still zu stehen scheint; er wird also stationär. Nach diesem Zeitpunkte scheint sich der Planet gegen Westen zu bewegen, und man sagt, seine Bewegung sei rückläufig, weil er, da er mit größerer Geschwindigkeit in seiner Bahn fortschreitet als die Erde, sich nach Rechts schneller bewegt, als er vermög der Bewegung der Erde nach Links gerückt wird; diese rückläufige Bewegung wird am schnellsten im Augenblicke der unteren Conjunction, wo beide Körper sich parallel und nach derselben Seite bewegen. Hierauf erscheint der Planet an der Westseite der Sonne, die Richtung seiner Bewegung bildet mit der Richtung der Erde einen Winkel, der immer größer und größer wird; daher nimmt die Geschwindigkeit seiner rückläufigen Bewegung ab, bis sie wieder Null, und der Planet stationär wird, worauf seine Bewegung wieder rückläufig wird, und bis zur oberen Conjunction mit zunehmender Geschwindigkeit vor sich geht.

Die Geschwindigkeit eines oberen Planeten wird nach der Conjunction immer weniger und weniger durch die der Erde verstärkt, in der Quadratur schließen die Richtungen, in welchen sich beide Körper bewegen, einen rechten Winkel ein, weßhalb zu dieser Zeit die Bewegung der Erde ohne Einfluß auf die des Planeten ist; nach der Quadratur wird dieser Winkel ein spitziger; die Bewegungen beider Körper beginnen mehr und mehr übereinstimmend zu werden, und geschehen zur Zeit der Opposition genau

in der nämlichen Richtung; daher wird die scheinbare Bewegung des Planeten durch die der Erde immer mehr verzögert, bis endlich ein Zeitpunkt eintritt, wo die Geschwindigkeit gleich Null und der Planet stationär wird. Zur Zeit der Opposition bewegt sich die Erde mit einer größeren Geschwindigkeit ostwärts, als der Planet dahin fortschreitet, daher scheint letzterer gegen Westen fortzurücken, d. h. seine Bewegung erscheint rückläufig. Diese rückläufige Bewegung tritt schon vor der Opposition ein, erfolgt in diesem Zeitpunkte am schnellsten, wird hierauf wieder langsamer, endlich erscheint der Planet abermals stationär, worauf die Bewegung wieder rechtläufig wird, und der Planet sich mit wachsender Geschwindigkeit der Sonne nähert.

Wegen der Neigung der Ebene der Planetenbahn gegen die Ebene der Erdbahn, erscheint der Weg, welchen der Planet während der retrograden Bewegung beschreibt, an andern Stellen des Himmelsgewölbes, als der während der rechtläufigen Bewegung zurückgelegte, so daß er sich abwechselnd dem Aequator nähert, und wieder von ihm entfernt, und die Bahn an solchen Orten, wo eine Aenderung in der Richtung eintritt, die Gestalt einer Schlinge erhält.

5. Die Ellipsen, in welchen die Planeten sich bewegen, haben nur geringe Excentricitäten, weshalb man sie durch Jahrtausende als Kreise betrachtete. Die größte Excentricität haben Mars, dann Mercur, Juno, Pallas.

Die Ebenen der Planetenbahnen sind gegen die Ebene der Ekliptik geneigt, jedoch ist die Neigung gering, indem alle innerhalb des Zodiakus liegen mit Ausnahme der teleskopischen, deren Bahnen den Zodiakus überschreiten. Die geraden Linien, in welchen die Ebene der Ekliptik von den Ebenen der Planetenbahnen geschnitten wird, nennt man Knotenlinien, und die Punkte, in welchen die Bahnen die Ekliptik schneiden, heißen Knoten; der eine, von dem sich der Planet über die Ebene der Ekliptik erhebt, heißt der aufsteigende, der andere, von dem er sich unter diese Ebene senkt, der absteigende Knoten. Befindet sich der Planet in einem Knoten, so ist seine Breite gleich Null, und er wird sowohl von der Erde als von der Sonne aus in der Ebene der Ekliptik gesehen, demnach müssen auch die von der Sonne aus beobachteten Zeiten zwischen zwei Durchgängen eines Planeten durch denselben Knoten mit denen übereinstimmen, die von der Erde aus beobachtet werden.

6. Jeder Planet hat seine besonderen Eigenthümlichkeiten, die Einförmigkeit erscheint überall vermieden; doch kann man die Planeten in zwei Gruppen scheiden, deren jede besondere Eigenthümlichkeiten darbietet. Eine Gruppe besteht aus den der Sonne näher liegenden Planeten: Mercur, Venus, Erde, Mars, die sämmtlich von mäßiger Größe und beinahe gleicher Dichtigkeit sind, langsam um ihre Axe rotiren, minder abgeplattet sind und mit Ausnahme der Erde keine Trabanten haben; die zweite Gruppe umfaßt die von der Sonne entfernteren: Jupiter, Saturnus, Uranus, Neptun, die bedeutend größer, aber viel weniger dicht sind, schnell rotiren, daher stark abgeplattet sind und von mehreren Trabanten umkreist werden, Jupiter von 4, Saturnus von 8, Uranus von 6; auch bei Neptun hat man bereits einen Trabanten entdeckt. Die Größe der Durchmesser, so wie das Verhältniß der Massen und Dichtigkeiten bezüglich der Masse und

Dichtigkeit der Erde, die als Einheit angenommen wird, ist für die größeren Planeten aus der nachstehenden Tabelle zu ersehen.

Name	Durchmesser in geogr. Meilen	Masse	Dichte	Axendrehung
Merkur	671	$\frac{1}{6}$	1.12	24^h 5′
Venus	1694	0.9	0.92	23 21
Erde	1718	1	1	24
Mars	892	0.12	0.95	24 37
Jupiter	19294	316	0.24	9 55
Saturn	15507	95	0.14	10 29
Uranus	7466	17	0.24	— —

Die Massen der Venus und des Mars konnten aus den starken Störungen, die sie in der elliptischen Bewegung der Erde bewirken, berechnet werden. Die Masse des Merkur bestimmte Encke aus der Größe der Störungen, welche der nach ihm benannte Komet, der dem Merkur sehr nahe kommt, durch diesen Planeten in seinem Laufe erfährt.

Nimmt man das Volumen der Erde als Einheit an, so ist das des Merkur 0.04, der Venus 0.8, des Mars 0.125, des Jupiter 1333, des Saturn 9.28, des Uranus 76.

Bei Jupiter ist die Abplattung gleich $\frac{1}{18}$, d. h. der Polardurchmesser ist um $\frac{1}{18}$ kürzer als der Aequatorialdurchmesser, dieß gibt einen Unterschied von 1400 Meilen; die stärkste Abplattung hat Uranus, sie ist nach Mädlers Messungen $= \frac{1}{4.42}$. Die Tageshelle ist bei Merkur beinahe 7mal, bei der Venus 2mal, bei Mars nur halb so groß, bei Jupiter 27mal schwächer, bei Saturn 90mal schwächer und bei Uranus 360mal schwächer als auf der Erde. Am Uranus und Saturn könnte der Erdbewohner die Gestirne am Tage mit freiem Auge sehen.

8. Die Neigung der Ebene der Bahn eines Planeten gegen die Ebene seines Aequators nennt man auch Schiefe der Ekliptik; diese beträgt beim Merkur 20°, bei der Venus 72°, bei Mars 29°, bei Jupiter nur 3°, bei Saturnus 30° und bei Uranus 90°. Von der Schiefe der Ekliptik hängt die Verschiedenheit der Jahreszeiten ab; wir sind demnach im Stande den Wechsel der Jahreszeiten auf den einzelnen Planeten zu beurtheilen. Dieser Wechsel der Jahreszeiten kann am Jupiter nur unbedeutend sein, auch ist fast an allen Orten Tag und Nacht gleich, aber die Klimate der verschiedenen Gegenden sind nach Beschaffenheit ihrer Entfernung vom Aequator sehr verschieden; am Aequator entfernen sich die Sonnenstrahlen höchstens 3° vom Zenithe, an den Polen erheben sie sich zur Sommerszeit höchstens 3° über den Horizont.

9. Jeder Planet hat auch eine Atmosphäre und an seiner Oberfläche Berge und Thäler.

§. 241. Störungen oder Perturbationen. Ein Planet würde nur dann eine in ihrer Lage und Gestalt unveränderliche Ellipse beschreiben, wenn einzig die Sonne und kein anderer Weltkörper anziehend

auf ihn wirken möchte; da er jedoch von allen andern Körpern des Planetensystems dem allgemeinen Gravitationsgesetze gemäß angezogen wird, so ergeben sich bei jedem Planeten und Nebenplaneten Abweichungen von der rein elliptischen Bewegung und Aenderungen in der Lage und Form seiner Bahn, die man Störungen oder Perturbationen nennt. Man unterscheidet periodische und seculäre Störungen; erstere beziehen sich nur auf den Ort des Planeten in seiner Bahn und kehren in bestimmten kürzeren Zeiträumen wieder; letztere betreffen die Bahnen selbst und zwar die Excentricität, die Lage der Knoten- und der Apsidenlinie, dann die Neigung der Bahnen gegen einander, sie werden erst nach Jahrhunderten merklich, sind ebenfalls in Perioden eingeschlossen aber in solche, welche Jahrtausende umfassen.

Die Störungen erscheinen als kleine Größen, denn die Sonnenmasse ist mehr als 800mal größer als die Masse aller Planeten zusammengenommen, daher könnte die, durch die Sonne erzeugte elliptische Bewegung selbst durch einen Planeten, in welchem die Massen aller vereinigt wären, nur wenig abgeändert werden und man hat daher bei der Berechnung nicht nöthig, anstatt der Ellipse eine andere krumme Linie als Bahn anzunehmen. Würden die Planetenbahnen vollkommene Kreise sein, so könnten keine Aenderungen in der Excentricität und in der Lage der Apsidenlinie vorkommen; eben so wenig würden Aenderungen in den Neigungen der Ebenen der Bahnen vorkommen, wenn alle Bahnen in der Ebene der Ekliptik sich befänden. Glücklicherweise haben die Planetenbahnen nur sehr geringe Excentricitäten und liegen beinahe in einer und derselben Ebene, indem ihre Ebenen mit der Ebene der Ekliptik nur kleine Winkel einschließen, dazu kommt noch, daß die gegenseitigen Abstände der Planeten sehr beträchtlich sind. Diese Umstände bewirken, daß die Störungen nur kleine Größen sein können, weshalb die kleinen Aenderungen, die irgend ein Planet z. B. Jupiter in seiner Stellung durch die andern erleidet, keine Aenderung in der Stärke seiner Einwirkung auf einen zweiten Planeten z. B. auf die Erde hervorbringen und man immer die Rechnung so führen kann, als wenn nebst der Sonne und dem in seiner Bewegung gestörten Planeten nur ein einziger störender Körper vorhanden wäre. Man hat also bei der Berechnung der Störungen nur immer mit drei Körpern zu thun; das Problem der drei Körper ist eines der wichtigsten in der physischen Astronomie.

Die kleinen Störungen, welche in der elliptischen Bewegung der Körper unseres Sonnensystems eintreten, können den Beobachtern auf der Erde wegen ihres großen Abstandes von der Erde nur unter sehr geringen Gesichtswinkeln erscheinen, daher nur mit sehr genauen Instrumenten, welche die Messung sehr kleiner Winkel gestatten, beobachtet werden; solche Instrumente hatte man zu Kepler's Zeiten nicht, und konnte daher die Abweichungen von der elliptischen Bewegung nicht bemerken; wir verdanken also die Entdeckung der Keplerischen Gesetze nur der Unvollkommenheit der damaligen astronomischen Instrumente. In unseren Tagen sind die astronomischen Instrumente so sehr verfeinert worden, daß man die kleinsten Störungen genau zu messen im Stande ist; die genaueste Uebereinstimmung der beobachteten Störungen mit den aus dem Gravitationsgesetze berechneten, bezeuget die Richtigkeit dieses Gesetzes auf eine unumstößliche Weise. Im Jahre 1846 berechnete Leverrier aus den kleinen Störungen, die in der Bewegung des Uranus beobachtet wurden und keinem der vorhandenen Planeten zugeschrieben werden konnten, daß ein in noch größerer Entfernung befindlicher Planet da sein müsse; er bestimmte seine Masse, Umlaufszeit, Entfernung und seine Lage am Himmel, und in der That fand Gall in

Berlin den Planeten an der berechneten Stelle am 23. September 1846, der den Namen Neptun erhielt und der als Stern 8. Größe erscheint. Hier herrschte kein Zufall, keine Hypothese, sondern eine auf dem Gravitationsgesetze beruhende, rein theoretische Untersuchung führte zur Kenntniß des Ortes des Planeten.

Die Sonne bewirkt wegen ihrer beträchtlichen Masse in der elliptischen Bewegung des Mondes um die Erde bedeutende Störungen, so daß sowohl in seiner Entfernung von der Erde, als auch in der Richtung und Geschwindigkeit seiner Bewegung, in der Lage der Knoten und Apsidenlinie starke Veränderungen eintreten, und die Berechnung der Mondesbewegung sehr erschweren, es ist aber dennoch gelungen auch diese Schwierigkeiten zu besiegen; so daß wir nun die Stellung für jeden gegebenen Zeitpunkt auf das Genaueste berechnen können.

Die einzigen unveränderlichen Größen in unserem Sonnensysteme sind: Die Zeit, in welcher sich ein Planet um seine Axe dreht, so wie auch diejenige, in welcher er einen Umlauf um die Sonne macht; da das Quadrat der Umlaufszeit dem Cubus der halben großen Axe direct proportionirt ist, so muß auch die Länge der großen Axe eine unveränderliche Größe sein. Diese Unveränderlichkeit der großen Axe ist eine der glänzendsten Entdeckungen, welche die Astronomie der Mathematik zu danken hat, denn diese Unveränderlichkeit sichert die Stabilität unsers Sonnensystems, da jede Aenderung der großen Axe eine gegenseitige allmälige Annäherung und endlich ein Zusammenstoßen der Himmelskörper zur Folge hätte.

§. 242. Zodiakallicht, Sternschnuppen und Feuerkugeln, Kometen. In das Gebiet, in welchem die Anziehungskraft der Sonne herrschend erscheint, gehören:

1. ein sehr abgeplatteter Ring von dunstartiger Materie, welcher zwischen der Bahn der Venus und des Mars rotirt, die Erdbahn überschreitet, uns um die Zeit der Nachtgleiche als ein blasser Schimmer in der Gestalt einer schiefliegenden länglichen Ellipse im Zodiakus erscheint, und deshalb Zodiakallicht genannt wird. Um die Zeit der Frühlingsnachtgleiche bemerkt man dieses Licht bei einer völlig heiteren Atmosphäre nach dem Sonnenuntergange am westlichen, und um die Zeit der Herbstnachtgleiche vor dem Sonnenaufgange am östlichen Himmel.

2. Eine Schaar von sehr kleinen Weltkörpern (Asteroiden), deren Bahnen die Erdbahn schneiden, oder ihr sehr nahe kommen, und uns als Aerolithen und fallende Sternschnuppen oder Feuerkugeln erscheinen. Sie zeigen sich nur einzeln und in langen Zwischenräumen, aber sie ziehen auch periodisch in Schwärmen von vielen Tausenden, untermischt mit kleineren und größeren Feuerkugeln mehrere Stunden lang am Himmel fort. Man kennt jetzt zwei solche periodische Schwärme, wovon der eine zwischen dem 12. und 14. November, und der andere um den 10. August, dem Feste des heil. Laurentius sichtbar wird; letzterer heißt der Laurentiusstrom, der erstere das Novemberphänomen. Man ist der Ansicht, daß die periodischen Schwärme einen geschlossenen Ring um die Sonne bilden, in dem die Asteroiden ungleich vertheilt sind, so daß darin einige Gruppen vorkommen, in denen sie dicht und zahlreich bei einander sich befinden; daß dieser Ring nach dem Gravitationsgesetze um die Sonne herumkreiset, und die Bahn der Erde in zwei Punkten (Knoten) schneidet, in deren Nähe das Zusammentreffen der großen Gruppen mit der Erde Statt findet. — In dieser Ansicht wird man bestärkt, wenn man beachtet, daß das Erscheinen der Sternschnuppen und Feuerkugeln von allen klimatischen

Verhältnissen und von der Axendrehung der Erde unabhängig ist, und daß die Bewegung derselben mit planetarischer Geschwindigkeit, von 4½ bis 9 Meilen in einer Secunde vor sich geht. Sobald diese kleinen Massen der Erde nahe kommen, werden sie von ihr angezogen, erglühen beim Durchgange durch die Atmosphäre, die sie ungemein stark verdichten, und fahren entweder durch, ohne eine weitere Veränderung zu erfahren, oder sie lösen sich in Folge einer inneren Explosion unter starkem Getöse in Rauch auf, oder sie zerfallen in viele steinartige Stücke von verschiedener Größe, die auf die Erde mit einer großen Geschwindigkeit herabfallen, so daß sie nicht selten 10 bis 15 Fuß tief in den Boden eindringen. Man nennt diese Körper Meteorsteine oder Aerolithen; sie bestehen aus lauter Stoffen, die auch der Erde eigenthümlich sind; der vorherrschende Bestandtheil ist immer das Eisen; manche bestehen fast ganz aus gediegenem, schmiedbarem Eisen.

3. Die Cometen sind in unserem Sonnensysteme in großer Anzahl vorhanden, man hat deren 6 bis 7 Hundert astronomisch beobachtet, und kann mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß mehrere hunderttausend innerhalb unseres Planetensystems vorkommen. Sie erscheinen im Fernrohre als runde Dunstmassen, die gegen den Mittelpunkt dichter aber von solcher Feinheit sind, daß man durch sie die kleinsten Sterne, die sie bedecken, sehen kann; demnach kann der Stoff der Cometen nicht einmal die Dichte unserer Nebel haben. Oefters beobachtet man in der Mitte einen runden glänzenden Kern (Kopf des Cometen), der aber auch aus einer Masse von geringer Dichte bestehen muß, weil man niemals Lichtphasen an ihm wahrgenommen hat, wenn sich auch der Comet in einer Stellung befand, wo sie hätten erscheinen sollen. Nur bei einigen vermuthet man einen festen steinartigen Kern, weil man sie auch am hellen Tage leuchtend gesehen hat. Aus der Nebelhülle geht ein langer gerader oder krummer Schweif (der Besen bei den Chinesen) heraus, der gewöhnlich auf der von der Sonne abgewendeten Seite sich befindet und nicht selten eine Länge von 14 Millionen Meilen erlangt. Ein Comet vom Jahre 1823 hatte zwei Schweife, deren einer der Sonne zu- der andere von ihr abgewandt war. — Wird die Nebelhülle und der Schweif zur Masse des Cometen gerechnet, so sind diese Körper die größten in unserem Sonnensysteme; dessen ungeachtet beträgt die Gesammtmasse kaum den 5 tausendsten Theil der Erdmasse.

Die Cometen bewegen sich in verschiedenartigen Richtungen am Himmelsgewölbe, ihre Bahnen sind Ellipsen von großer Excentricität, deren Ebenen gegen die Ebene der Ekliptik sehr stark geneigt sind. Die Berechnung der Cometenbahnen gehört zu den schwierigsten Aufgaben der Astronomie, von einigen Cometen kennt man schon die Umlaufszeit mit Sicherheit, und hat sie bereits wiederholt beobachtet; diese sind: der Halley'sche Comet, der eine Umlaufszeit von 76 Jahren hat, und im Jahre 1842 an einem Orte beobachtet wurde, der von dem berechneten nur um eine Minute abwich; der Olbers'sche Comet mit einer Umlaufszeit von 74 Jahren; Encke's Comet, dessen Umlaufszeit 3 Jahre 115 Tage beträgt, dann Biela's Comet von 6 Jahren 270 Tagen Umlaufszeit. Im Jahre 1843 entdeckte Faye einen Cometen, dessen elliptische Bahn eine geringere Excentricität hat, als die aller andern Cometen, und dessen Umlaufszeit 7.29 Jahre zählt.

Es gibt Cometen, die mehrere tausend Jahre zu ihrem Umlauf brauchen; z. B. der schöne Comet vom Jahre 1811 nach Argelander 3065 Jahre, der furchtbar große vom Jahre 1680 nach Encke über 8800 Jahre; sie entfernen sich von der Sonne 21 bis 44mal weiter als Uranus. — Cometen, deren Perihelium weiter als die Marsbahn liegt, sind wegen ihrer Lichtschwäche für uns nicht leicht wahrnehmbar.

§. 243. Fixsterne. Es ist das zahllose Heer der Fixsterne, welches beim Anblick des Firmaments zur Nachtzeit zuerst unsere Aufmerksamkeit fesselt; in diesem Heere sondern selbst ungebildete Völker einzelne Gruppen aus, in welchen helle Sterne durch ihre Nähe an einander oder durch ihre gegenseitige Stellung den Blick auf sich ziehen. Diese Gruppen erhielten besondere Namen; schon im grauesten Alterthume spricht man vom großen Bären (den 7 Sternen des großen Wagens), vom Gürtel des Orion (Jakobsstab), vom Sirius, Bootes (Bärenhüter), von den Plejaden (Siebengestirn, Gluckhenne), von der Cassiopea, vom Schwan. Seit die Phönizier den kleinen Bären zur Schifffahrt benützten, ist er auch den Hellenen bekannt geworden; später auch das Sternbild des Drachen, des Cepheus, des Schützen und des Widders. Durch die Erfindung des Fernrohres wurde unser Blick in die Schöpfung endlos erweitert, und durch die Verbindung des Fernrohres mit den Meßinstrumenten wurden die Astronomen erst in den eigentlichen Besitz der Fixsternwelt gesetzt.

Das Eindringen in die Tiefen der Himmelsräume veranlaßte Bacon die Fernröhre mit den Schiffen zu vergleichen, welche die Menschen in einem unbekannten Ocean leiten: ut propria exercere possint cum coelestibus commercia.

Die Sterne einer jeden Gruppe (eines jeden Sternbildes) pflegt man von den größeren zu den kleineren herab mit dem Buchstaben des griechischen Alphabets zu bezeichnen. Die glänzendsten unter den Fixsternen heißen Sterne der ersten Größe, die ihnen im Glanze nächsten, heißen Sterne der zweiten Größe und so führt man diese Abstufungen in der Stärke des Lichteindruckes fort bis zu den Sternen der 6. Größe, zu welcher die kleinsten mit dem freien Auge sichtbaren gezählt werden; die teleskopischen sind weit zahlreicher und werden in 10 Klassen getheilt.

Nach Argelander gibt es 5000 bis 5800 dem unbewaffneten Auge sichtbare Sterne. Man zählt Sterne der

1 Gr.	2. Gr.	3. Gr.	4. Gr.	5. Gr.	6. Gr.	7. Gr.	8. Gr.	9. Gr.
20,	65,	190,	425,	1100,	3200,	13000,	40000,	142000.

Die Anzahl der uns nächsten Sterne beträgt über 148 Millionen.

2. Ein milchfarbiger Lichtgürtel, der in Gestalt eines größten Kreises von Ost nach West den Himmel umzieht und unter dem Namen Milchstraße (γαλαξιας Κυκλος, Himmelsfluß der Araber) bekannt ist, löset sich, sobald er durch ein stark vergrößerndes Teleskop betrachtet wird, in eine unzählige Menge kleiner, dicht neben- und hintereinander stehender Sterne auf, die auf einem ganz dunklen Grunde erscheinen.

William Herschel, von dem seine Grabschrift zu Upton sagt, er habe zuerst die Schranken des Himmels durchbrochen (coelorum perrupit claustra), ist der Ansicht, daß alle sichtbaren Sterne einem für sich bestehenden Systeme angehören, das die Gestalt einer Linse hat und von dessen Mittelpunkte wir nicht weit entfernt sind, wes-

halb uns, die wir gegen die scharfe Kante der Linse sehen, die vielen hintereinander und am weitesten entfernten Sterne sehr dicht aneinander gedrängt erscheinen und den Lichtgürtel bilden, den wir Milchstraße nennen, während die um die Mitte der beiden Seitenflächen der Linse herum vorkommenden Gestirne, da sie uns viel näher sind, weit von einander entfernt erscheinen und daher in geringerer Anzahl gesehen werden.

3. Im Alterthume kannte man keine anderen als weiße und röthliche Sterne; die Beobachter der neuesten Zeit haben telescopisch fast alle Abstuffungen des prismatischen Farbenbildes aufgefunden. Merkwürdig sind auch die Veränderungen, die in der Lichtstärke und Farbe an den Fixsternen wahrgenommen wurden. Alex. v. Humboldt unterscheidet drei große siderale Naturphänomene:

a) veränderliche Sterne, bei denen ein periodischer Lichtwechsel beobachtet wird, wie bei Algol im Sternbilde des Perseus;
b) Auflodern von sogenannten neuen Sternen und plötzliche Lichtveränderungen bei längst bekannten;
c) Sterne, deren Lichtstärke sich ändert, aber im Lichtwechsel keine Periodicität wahrzunehmen ist.

Castor ist grünlich, Pollux röthlich, Sirius, Vega, Regulus und Spica sind entschieden weiß, Procyon, Altair, der Polarstern gelblich, Aldebaran, Arcturus röthlich. J. Herschel zählt viele rubinfarbige kleine Sterne auf; ein kleiner Sternhaufen von $3\frac{1}{2}$ Minuten Durchmesser am südlichen Himmel besteht aus blauen Sternen; bisweilen erscheinen, sagt J. Herschel, über 100 vielfarbige Sterne im Gesichtsfelde eines großen Fernrohres. Argelander gibt 24 Sterne an, bei denen die Periode im Lichtwechsel befriedigend bestimmt ist. Im Sternbilde der Cassiopea erschien 1572 plötzlich ein Stern, der so hell wie Venus leuchtete, allmälig nahm sein Licht ab und verschwand nach 17 Monaten gänzlich; im Jahre 1604 erschien ein Stern im Sternbilde des Schlangenträgers, der ein Jahr lang sichtbar war. Ein Stern 4. Größe im Schiffe Argo (der Freude des südlichen Himmels) ging seit 1833 in einen Stern der ersten Größe über; auch Capella nimmt am Lichte zu. Castor war ehemals größer als Pollux, jetzt ist letzterer größer.

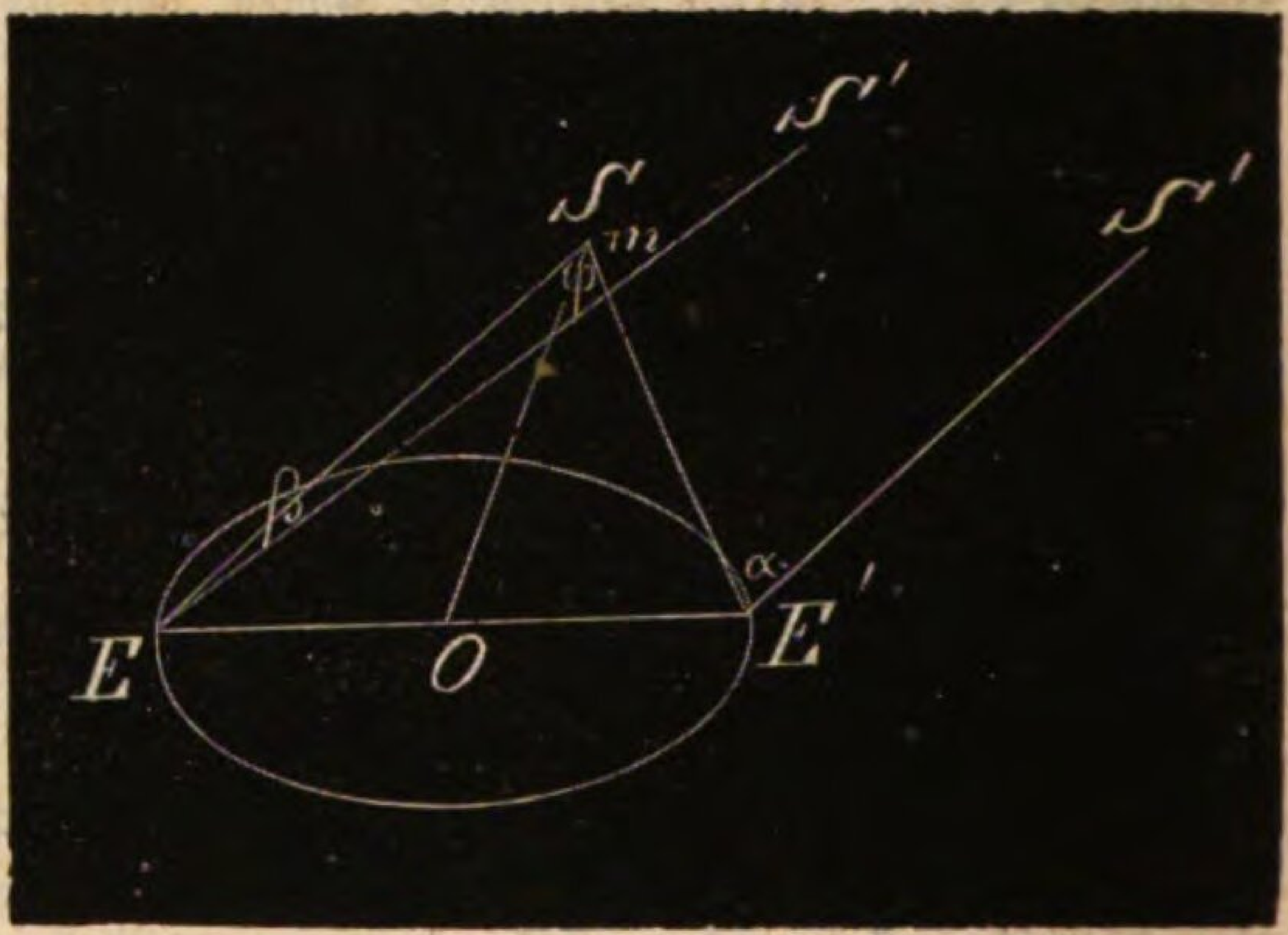
4. Nichts ist ruhend im Weltall, sagt Alex. v. Humboldt, auch die Fixsterne sind es nicht; die Beobachtungen berechtigen zu der Vermuthung, daß überall eine fortschreitende und zugleich eine rotirende Bewegung stattfinde. Bei den bisher beobachteten Bewegungen der Fixsterne zeigte sich eine mannigfaltige Verschiedenheit sowohl in der Richtung als in der Geschwindigkeit; der gegenseitige Abstand der Fixsterne und somit die Constellation bleibt daher nicht unverändert.

In 2000 Jahren haben Arcturus, μ in Cassiopeä und der Stern 61 im Schwan die Stellung um $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ und 6 Vollmondsbreiten gegen die benachbarten schwächeren Sterne geändert. Die Größe des jährlich zurückgelegten Weges wechselt von $\frac{1}{20}$ bis 8″; Arcturus legt 2″.25; α Centauri 3″.58; μ Cassiopeä 3″.74; der Stern δ des Eridanus 4″.38, 61 des Schwans 5″.12; ein Stern im Schiffe 7″.87. Diese Bewegungen konnten erst beobachtet werden, seitdem die Beobachtungskunst sich soweit ausgebildet hat, daß man Bögen von 1 Sec. und von Theilen 1 Sec. mit Sicherheit messen kann.

5. Beobachten wir die Lage eines Fixsternes S, Fig. 374 am Himmelsgewölbe, wenn die Erde in dem Punkte E ihrer Bahn sich befindet und vergleichen sie mit der, die sich nach einem halben Jahre, wo die Erde in E′ um den ganzen Durchmesser der Erdbahn von 41 Millionen Mei-

len von dem früheren Orte entfernt ist, so ergibt sich rücksichtlich der größeren Mehrheit der Sterne kein Unterschied in der Richtung der Visirlinien, also keine merkliche Neigung der Linien ES und ES' zu einander; man schloß hieraus, daß der Winkel E S O, unter welchem der Halbmesser der Erdbahn vom Fixsterne aus gesehen wird, und den man die jährliche Parallaxe des Fixsterns nennt, nicht einmal 1 Sec. und somit der Abstand eines Fixsterns von der Erde mehr als 4 Billionen Meilen beträgt. Diese Entfernung von 4 Billionen Meilen nennt man eine Sternweite. Es gibt indeß einige Sterne, bei denen eine Parallaxe beobachtet wird; allein der Winkel ist sehr klein und seine Bestimmung wird schon aus dem Grunde schwierig, weil die Größe der Strahlenbrechung für beide Beobachtungen verschieden ist, jedoch ist in dem Falle eine genaue Bestimmung der Parallaxe eines nahen Fixsternes S möglich, wenn wir ihn mit einem andern fast in derselben Richtung vorkommenden Fixstern S' vergleichen, dessen Entfernung so beträchtlich ist, daß er keine merkliche Parallaxe hat, und daher die Richtungen der Visirlinien ES' und E' S' stets zu einander parallel bleiben; die Strahlenbrechung ist bei beiden gleich groß, auch haben wir mit der Präcession, Nutation und Aberration nichts zu schaffen, weil sie bei beiden Sternen dieselbe Wirkung hervorbringen. Mißt man nun den Winkelabstand SES' beider Sterne, wenn die Erde in E ist, und dann den von E' beobachteten S E' S'; so ist $m = \alpha$, und $m = \beta + \varphi$ mithin die Parallaxe $ESE' = \varphi = \alpha - \beta$.

Fig. 374.



Da nun die Basis EE' bekannt ist, und auch die Winkel, welche SE und SE' mit der Ebene der Ekliptik bilden, so läßt sich die Entfernung des Fixsternes berechnen.

Dieser Methode bediente sich der berühmte Bessel, um die Entfernung des unter dem Namen Nr. 61. im Schwan bekannten kleinen Stern zu bestimmen; er maß den Winkelabstand von zwei kleinen Sternen in seiner Nähe mittelst seines großen Heliometers, und fand die jährliche Parallaxe $= 0''.3744$. Dieß entspricht einer Entfernung von etwa 14 Billionen geog. Meilen; das Licht würde 9¼ Jahr brauchen, um von diesem Fixsterne zu uns zu kommen.

Struve hat auf einem anderen Wege die jährliche Parallaxe mehrerer Fixsterne bestimmt.

Erwäget man, daß Uranus, der nur durch das Licht, welches er von der Sonne empfängt, leuchtend erscheint, dem bloßen Auge kaum sichtbar ist, und in der doppelten Entfernung gänzlich verschwinden würde, so können wir

als gewiß annehmen, daß die Fixsterne, die wir in Entfernungen, welche viele tausend Uranusweiten betragen, in so hellem Glanze sehen, Sonnen sind, die mit ihrem eigenen Lichte leuchten, und vielen Planeten und Kometen, die um sie herumkreisen mögen, Licht und Wärme ertheilen. Unsere Sonne ist also nur ein Tropfen in dem Ocean der Sonnen, die den Weltraum erfüllen.

6. Bekanntlich scheinen die Gegenstände, gegen die wir uns auf einer Reise bewegen, ihren Ort nicht zu ändern, aber die Gegenstände zur Rechten scheinen nach Rechts, die zur Linken nach Links sich zu entfernen; aus dieser scheinbaren Bewegung kann man in dem Falle, wo man die eigene Bewegung nicht wahrnehmen kann, mit Sicherheit schließen, daß man sich in einer gewissen Richtung bewegt. Nun beobachtete bereits W. Herschel, und die neueren Astronomen bestätigen es, daß es einen Punkt am Himmel gibt, im Sternbilde des Herkules um den herum keine bemerkbare eigene Bewegung der Fixsterne Statt findet, während die Sterne zur Rechten nach Rechts, die zur Linken nach Links sich zu bewegen scheinen; hieraus schließt man, daß unser Sonnensystem nach jenem Punkte im Sternbilde des Herkules sich hinbewegt.

7. Die Kenntniß des Fixsternhimmels ist in der neuesten Zeit durch die Beobachtungen der Doppelsterne und der Nebelflecke ausnehmend bereichert worden. Doppelsterne sind zwei, oder auch mehrere Sterne, die so nahe bei einander sind, daß sie dem freien Auge nur als ein Stern erscheinen; ein solcher Doppelstern ist auch der Polarstern, und auch der Stern Nr. 61. im Schwan.

Wenn zwei Sterne von einem gewissen Orte der Erdbahn betrachtet in der nämlichen geraden Linie liegen, so kann man nur den vorderen sehen, und nimmt den andern erst an einem andern Orte der Erdbahn wahr; solche Sterne heißen optische Doppelsterne, zum Unterschiede der physischen, die an allen Stellen der Erdbahn doppelt oder mehrfach gesehen werden. Bis jetzt sind in beiden Hemisphären gegen 6000 Doppelsterne beobachtet worden. William und John Herschel, Bessel und Struve beschäftigten sich mit den Untersuchungen der Doppelsterne.

Die physischen Doppelsterne stehen in gegenseitiger Abhängigkeit und Wechselwirkung zu einander, und scheinen eigene partielle Sonnensysteme zu bilden; denn bei vielen hat man eine eigene fortschreitende Bewegung wahrgenommen, wobei sie immerfort doppelt blieben; bei vielen wurde eine Bewegung des einen um den andern beobachtet, die Bahn als Ellipse erkannt und die Umlaufszeit bestimmt. In den vielfachen Sterngruppen kreisen zwei oder mehrere Sterne um einen weit außer ihnen liegenden Schwerpunkt, wie in unserem Sonnensysteme. — Bei vielen Doppelsternen hat der Hauptstern und der Begleiter die nämliche (beide weiß, oder beide blau) bei andern verschiedenartige Farben, weiß und blau; häufig sind diese Farben, wie Arago sagt, komplementär; jedoch gibt es auch grüne und blaue. Bei einer großen Verschiedenheit in der Farbe zeigt sich auch eine große Verschiedenheit in der Helligkeit.

8. Nebelflecke erscheinen in verschiedenen Gegenden des klaren Himmelsgewölbes wie dünne weiße Wölkchen in zahlreicher Menge von mannigfaltigen Formen und Größen. Man hat deren bereits Dritthalbtausend beobachtet, und bezüglich ihrer örtlichen Lage bestimmt. Viele derselben erscheinen, wenn sie durch stark vergrößernde Fernröhre betrachtet werden, als Haufen von unzählig vielen kleinen von einander getrennten Sternen; diese nennt man Sternhaufen. Bei andern beobachtet man

kleine hellglänzende Sterne, deren jeder eine nebliche Umhüllung hat; man nennt sie Nebelsterne, oder sternähnliche Nebel. Dann gibt es Nebel, die Herschel planetarische nennt, welche als eiförmige, scharf begrenzte Scheiben von mehreren Secunden im Durchmesser und von mildem Lichte, wie die Planeten erscheinen; sie sind von einem nebelichen Rande umgeben. Es gibt Nebelflecke, die im Gesichtsfelde der stärksten Fernröhre sich nur als matt leuchtende Wölkchen darstellen; nach den Beobachtungen von Lord Rosse, dessen Telescop mehrere Nebelflecke in Sternhaufen auflöste, wird es wahrscheinlich, daß selbst die Nebelflecke, welche unsere Teleskope bisher nicht aufgelöst haben, nur dicht zusammengedrängte Sternenschwärme sind.

Viele Nebelmassen mögen noch in fortschreitenden Gestaltungsprozessen sich befinden; so wie wir, sagt Alexander v. Humboldt in unseren Wäldern dieselbe Baumart gleichzeitig in allen Stuffen des Wachsthums sehen und aus diesem Anblicke den Eindruck fortschreitender Lebens-Entwicklung schöpfen, so erkennen wir auch im großen Weltraume die verschiedensten Stadien allmäliger Sternbildung.

Meteorologie.

§. 244. **Meteore; Witterung; Meteorologie.** Erscheinungen, welche in der die Erdkugel einschließenden Atmosphäre vorkommen, werden **Meteore** oder **Lufterscheinungen** genannt, von dem griechischen μετεωρος, welches Alles das, was in der Luft schwebt, bedeutet. Die Gesammtheit der Lufterscheinungen, die den jedesmaligen Zustand der Atmosphäre bilden, wie z. B. die Temperatur und der Druck der Luft, Wolken, Regen, Schnee, Winde und Gewitter heißt **Witterung** oder Wetter, und derjenige Theil der Naturlehre, welcher den Zusammenhang dieser Erscheinungen behandelt und auf Naturgesetze zurückführt, heißt **Witterungslehre** oder **Meteorologie**.

Die Lufterscheinungen sind zahlreich und ihre Erforschung schwierig; wir können unsere Beobachtungen nur in der Nähe der Erdoberfläche, also nur in der untersten Luftschichte anstellen, besitzen aber keine Mittel, um die Vorgänge in den höheren Schichten der Atmosphäre zu beobachten. Häufig geschieht es, daß eine Lufterscheinung, die an einem Orte auftritt, durch mehrere andere Erscheinungen veranlaßt wird, die ihren Ursprung an andern oft weit entfernten Orten haben, wo es keine Beobachter gibt, die sie aufzeichnen; deßhalb ist es oft unmöglich den Zusammenhang der Lufterscheinungen zu erkennen und ihre Entstehung zu erklären. Nur ein mehrjähriges Zusammenwirken vieler, an sehr vielen Orten und in den verschiedenartigsten Klimaten befindlichen, und mit vollkommenen Instrumenten ausgerüsteten Beobachter wird nach und nach über die vielen noch dunkel gebliebenen Theile der Meteorologie das gewünschte Licht verbreiten.

§. 245. **Die Atmosphäre.**

1. Ueber die Höhe der Atmosphäre können wir nichts Zuverläßiges angeben, da das Gesetz der Wärmeabnahme mit der Entfernung von der Erdoberfläche unbekannt und es daher unmöglich ist, zu berechnen, in welcher

Höhe die Expansivkraft der Luft mit der Schwere dieses Stoffes ins Gleichgewicht kommt; dort, wo dieses Gleichgewicht Statt findet, ist die Grenze der Atmosphäre. Schmidt findet die Höhe der Atmosphäre am Aequator 27.5 geographische Meilen, bei der Annahme, daß die Temperatur für gleiche Höhenunterschiede wie die Glieder einer geometrischen Progression abnimmt. Berücksichtigt man die Grenzen der Strahlenbrechung, so findet man 10 geographische Meilen als größtmögliche Höhe der Atmosphäre.

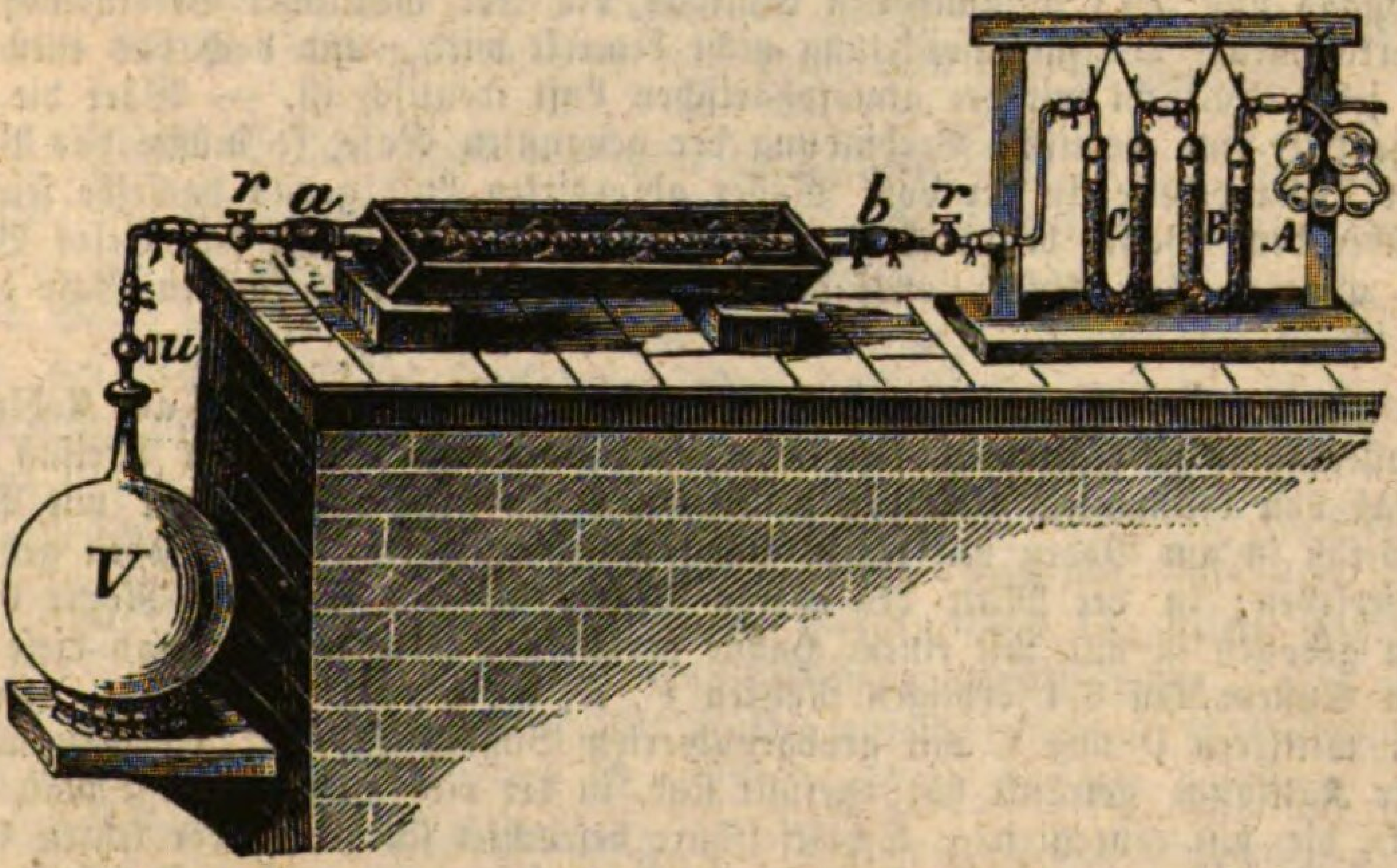
Die meisten Lufterscheinungen entstehen in geringeren Höhen der Atmosphäre; die wässerigen Meteore erscheinen in Höhen, die keine geographische Meile übersteigen. Das Gesammtgewicht der Atmosphäre beträgt 9 Trillionen 539895 Billionen 740000 Millionen Pfund.

2. Die Bestandtheile der Atmosphäre sind: Sauerstoff und Stickstoff, die bekanntlich an allen Orten der Erdoberfläche in demselben Verhältnisse mit einander gemengt sind und die Hauptbestandtheile der Atmosphäre bilden; dann eine sehr geringe veränderliche Menge von Kohlensäure- und Ammoniakgas, außerdem manche andere zufällige Stoffe, die sich bei der Fäulniß der Pflanzen- und der Thierstoffe entwickeln.

Die in der Atmosphäre stets in wechselnder Menge vorkommenden Wasserdünste werden nicht zu den Bestandtheilen der Atmosphäre gerechnet.

Die Fig. 375. stellt den Apparat vor, dessen man sich gegenwärtig bedient, um den Gehalt an Sauerstoff und Stickstoff in der Atmosphäre auf eine höchst genaue

Fig. 375.



Weise zu ermitteln. Aus dem großen Glasballon V, der mit einem Hahne verschlossen werden kann, wird die Luft möglichst vollständig ausgepumpt, und das Gewicht P des luftleeren Ballons bestimmt; hierauf bringt man den Ballon mit einer an jedem Ende mit einem Hahne versehenen Röhre a b in Verbindung, nachdem man diese Röhre mit metallischem Kupfer gefüllt, die in ihr befindliche Luft ausgepumpt, und hierauf ihr Gewicht p bestimmt hat. Die Röhre a b wird mit einem System von Uförmigen Röhren C und B, und einem sogenannten Kaliapparat A mittelst Kautschuck luftdicht verbunden; man füllt A mit concentrirter Kalilauge, so daß die unteren in einer geraden Linie liegenden Kugeln vollständig angefüllt sind; mit Bimssteinstückchen, welche mit concentrirter Kalilauge getränkt sind, füllt man die Röhre B, und mit andern, die man mit concentrirter Schwefelsäure befeuchtet hat, die zweite

Röhre C. Die Röhre a b wird zum Glühen erhitzt, und hierauf der Hahn r geöffnet; die atmosphärische Luft dringt nun von außen zuerst in den Kaliapparat ein, gibt in A und B ihre Kohlensäure an das Kali, in C ihre Wasserdünste an die Schwefelsäure, und in der Röhre a b ihren Sauerstoff an das erhitzte Kupfer ab; der Stickstoff geht in den Ballon, nachdem man den Hahn u ganz, den Hahn r aber nur wenig geöffnet hat, damit das Durchgehen der Luft nur langsam geschehe, und sie mit den Stoffen in den Röhren länger in Berührung bleibe. Sobald durch A keine Luftblasen mehr eintreten, verschließt man die Hähne u, r, r' und wägt den Ballon und die Röhre a b ab. Ist P' das jetzige Gewicht des Ballons, so ist P' — P das Gewicht des in ihm vorhandenen Stickstoffgases; hat die Röhre a b das Gewicht p', und findet man, nachdem man das in ihr befindliche Stickstoffgas herausgepumpt hat, ihr Gewicht gleich p''; so ist p' — p'' das Gewicht des in a b zurückgebliebenen Stickgases und p'' — p das Gewicht des mit dem Kupfer in Verbindung getretenen Sauerstoffes; mithin ist das Gewicht des Stickstoffes

$$P' - P + p' - p''$$

und des Sauerstoffes p'' — p; welche zusammen trockene von Kohlensäurefreie atmosphärische Luft geben, deren Gewicht gleich

$$P' - P + p' - p$$

ist; weiß man nun, daß in dieser Gewichtsmenge atmosphärischer Luft p'' — p Sauerstoff vorkommt, so berechnet man leicht die Gewichtsmenge desselben, die in 100 Gewichtstheilen atmosphärischer Luft enthalten ist. Durch zahlreiche Untersuchungen hat man gefunden, daß in 100 Gewichtstheilen atmosphärischer Luft 23 Gewichtstheile Sauerstoff und 77 Gewichtstheile Stickstoff, in 100 Raumtheilen, aber 20.9 Raumtheilen Sauerstoff und 79.1 Raumtheilen Stickstoff enthalten sind.

Die atmosphärische Luft ist nur ein Gemenge dieser beiden Gase, denn das Verhältniß, in welchem sie darin vorkommen, entspricht nicht dem Gesetze der Aequivalente; auch lehren die Versuche, daß bei Vermischung von 20.9 Raumtheilen Sauerstoffgas und 79.1 Raumtheilen Stickgas die bei chemischer Verbindung dieser Gase vorkommende Wärmeentwickelung nicht bemerkt wird, und doch das entstandene Gas in jeder Rücksicht mit der atmosphärischen Luft identisch ist. — Wäre die atmosphärische Luft eine chemische Verbindung der genannten Gase, so müßte das Verhältniß ihrer Bestandtheile in der vom Wasser absorbirten Luft genau dasselbe sein, wie in der über dem Wasser befindlichen; allein die Erfahrung lehrt, daß dieses Verhältniß ein anderes, der Absorptionsfähigkeit des Wassers für die beiden Gase entsprechendes ist.

Um die in der atmosphärischen Luft vorkommende Menge an Kohlensäure und Wasserdampf zu bestimmen, füllt man ein cylindrisches auf einem Dreifuß stehendes Gefäß von bestimmtem Volumen z. B. von 3 Kubikfuß Inhalt voll mit Wasser; dieses Gefäß ist am Boden mit einem Hahne, und einer kurzen nach oben gebogenen Röhre versehen; in der Mitte des oberen Deckels ist eine metallene Röhre befestigt, die oben gebogen ist und mit einem Hahne verschlossen werden kann; an diese Röhre wird ein System von 6 Uförmigen Röhren F, E, D, C, B, A angesetzt, von denen die zwei mittleren D und C mit grobgepulverten Bimssteinstücken, die man mit concentrirter Kalilauge getränkt hat, gefüllt sind, in die vier andern bringt man Bimssteinstücke, die mit concentrirter Schwefelsäure befeuchtet sind; mit der letzten Uförmigen Röhre A wird ein langes Rohr verbunden, das man an den Ort leitet, dessen Luft man untersuchen will. Die zwei Röhren A und B, in welche die atmosphärische Luft von Außen zuerst eintritt, werden zusammen abgewogen, und eben so auch die beiden mittleren. Hat man den Apparat in dieser Art zusammengesetzt, so läßt man das Wasser aus dem cylindrischen Gefäße, welches Aspirator heißt, herausrinnen, und öffnet den Hahn der oberen Röhre; die atmosphärische Luft, die von Außen in den leeren Raum des Gefäßes dringt, setzt ihre Wasserdämpfe in A und B, und ihre Kohlensäure in C und D ab; von den Wasserdämpfen, die sie etwa aus der Kalilauge aufnehmen könnte, wird sie wieder beim Durchgange durch E und F befreit, so daß sie ganz trocken in den Aspirator tritt. Ist alles Wasser aus dem Aspirator herausgeflossen, so gibt die Gewichtszunahme von A und B das Gewicht der in einer Luftmenge vom Volumen des Aspirators vorhandenen Wasserdämpfe, und die Ge-

wichtszunahme von C und D bestimmt das Gewicht der in demselben Volumen befindlichen Kohlensäure.

Aus den vielfältig angestellten Versuchen ergab sich, daß der Kohlensäuregehalt der atmosphärischen Luft im Freien zwischen 0.0315 und 0.0574 Procent schwankt. Im Mittel enthält die Luft des Continents 0.05 Procent Kohlensäure; durch Feuchtigkeit des Bodens wird die Menge der Kohlensäure vermindert, daher enthält die Luft auf den Bergen mehr Kohlensäure als die über feuchten Wiesen; am Morgen tritt ein Maximum, gegen Abend ein Minimum des Gehalts an Kohlensäure ein. Wenn die Luft 1 Procent Kohlensäure enthält, so tritt schon ein Unwohlsein ein, und eine gehörige Ventilation der Luft wird unerläßlich.

Aus dem angeführten Verfahren ist zu ersehen, daß man den Wassergehalt der Atmosphäre auch auf direktem Wege bestimmen kann.

Das Ammoniakgas kommt in der Atmosphäre nur in sehr geringer Menge vor, daher kann erst das in vielen hundert Kubikfuß vorkommende eine Menge geben, die sich bei der Untersuchung nicht mehr der Wahrnehmung entziehen kann; da das Ammoniakgas vom Wasser leicht absorbirt wird, so wird bei jeder Verdichtung der Wasserdünste in der Atmosphäre zu tropfbarem Wasser alles Ammoniakgas, welches in dem von den Dünsten eingenommenen Raume sich befindet, von den entstandenen Wassertröpfchen aufgenommen und mit dem Regen dem Erdboden zugeführt. Ein Pfund Regenwasser war als Dunst in der Atmosphäre in einem Raume von mehr als tausend Kubikfuß ausgebreitet und enthält alles Ammoniak, welches in diesem Raume enthalten war. Es war Liebig, der zuerst das Vorhandensein des Ammoniakgases auf diesem Wege nachgewiesen hat. Wird Regen- oder Schneewasser etwas Salzsäure ($Cl.H$) zugesetzt, so muß, falls Ammoniak (NH_3) darin ist, sich sogleich Salmiak ($ClNH_4$) bilden, das beim Abdampfen des Wassers in einer Porcellanschale im Rückstande zurückbleibt. Setzt man dem Rückstande etwas pulverigen gelöschten Kalk zu, so wird unter Bildung von Wasser und Chlorcalcium das Ammoniak in Gasform ausgeschieden und an dem starken urinösen Geruche leicht erkannt. Das Regenwasser enthält zu allen Zeiten Ammoniak, jedoch im Sommer, wo die Regentage weiter von einander entfernt sind, mehr als im Winter und im Frühling.

3. Jeder Bestandtheil der atmosphärischen Luft breitet sich dem Dalton'schen Gesetze gemäß nach allen Richtungen aus, und bildet eine eigene von den andern ganz unabhängige Atmosphäre um die Erdkugel, gerade so, wie wenn die andern nicht vorhanden wären; dadurch entsteht ein Gemenge, bei dem, wie die Rechnung lehrt, das Verhältniß der Bestandtheile im Gleichgewichtszustande an Orten, die in derselben Höhe sich befinden, dasselbe, aber in verschiedenen Höhen verschieden sein sollte. Allein da in der Atmosphäre keine Ruhe herrscht, und die Winde die Luft aus verschiedenen Gegenden zusammenbringen, so findet man in allen Höhen der Atmosphäre die Mischung ihrer Bestandtheile gleichförmig. Es ist von hohem Interesse, zu erfahren, welche Rolle jedem einzelnen Bestandtheile der Atmosphäre angewiesen worden ist. Wir wissen bereits, daß der Sauerstoff zum Athmen, zur Verbrennung, zur Verwesung der organischen Stoffe unentbehrlich, ja daß bei allen diesen Processen die Menge des verbrauchten Sauerstoffes beträchtlich ist, indem ein Mensch täglich mehr als 25, mithin jährlich über 9000 Kubikfuß Sauerstoffgas der Luft entzieht und ihr dafür ein eben so großes Volumen Kohlensäuregas gibt. Mit den 42 Pfund Kohlenstoff, die gewöhnlich in 100 Pfund trockenen Holzes enthalten sind, verbinden sich 112 Pfund oder nahe 1400 Kubikfuß Sauerstoff zu Kohlensäure. Berücksichtigen wir die vielen Millionen Menschen, die Milliarden von Thieren auf der Erde, die ungeheuere Menge von Brennstoffen, die alljährlich verbrannt werden, die Menge von Pflanzen die jährlich sterben und verwesen; so ersieht man, daß der Sauerstoff der

Atmosphäre, ungeachtet seiner ungeheueren Menge, dennoch nach und nach im Laufe einiger Jahrtausende verschwinden und durch kohlensaures Gas ersetzt werden würde, welches das Bestehen der Thierwelt unmöglich machen möchte, wenn es nicht einen Vorgang gäbe, welcher die Anhäufung von Kohlensäure verhindert, und zugleich der Atmosphäre den ihr durch die verschiedenen Naturprozesse entzogenen Sauerstoff ersetzt. Die dem thierischen Organismus so gefährliche Kohlensäure ist nämlich ein Hauptnahrungsmittel der Pflanzen, indem Kohlenstoff und die Elemente des Wassers ihre hauptsächlichsten Bestandtheile sind, gegen deren Menge die Menge der andern sehr unbedeutend ist. Zur Bildung der Albuminoide in der Pflanze, also zur Bildung des Samens und anderer Stoffe ist auch Stickstoff erforderlich, welcher den Pflanzen in Form von Ammoniak zugeführt wird. Da die Pflanze an den Ort, wo sie steht, gebunden ist, und ihre Nahrung nicht aufsuchen kann; so hat die hohe Weisheit des Schöpfers gesorgt, daß ihre Hauptnahrungsmittel sich luftförmig nach allen Seiten in der Atmosphäre verbreiten, so daß die Pflanzen, sie mögen wo immer wachsen, auf Bergen, in Thälern oder im Wasser, mit ihnen in Berührung kommen, und sie durch die Organe, die dazu bestimmt sind, in sich aufnehmen. Kohlensäure und Ammoniak werden vom Wasser in größerer Menge, als jede andere Gasart aufgenommen, dadurch häufig schon nach ihrer Entwicklung bei der Verwesung und Fäulniß im feuchten Boden großentheils zurückgehalten und zur Ernährung verwendet. Indem die Kohlensäure durch die Lebenskraft der Pflanze unter Mitwirkung des Lichtes zersetzt, und der Kohlenstoff mit den Elementen des Wasser und des Ammoniaks assimilirt wird, scheidet sich der Sauerstoff aus und verbreitet sich in der Atmosphäre nach allen Richtungen hin, um überall das Leben der Thiere und der Pflanzen zu unterhalten, und auch durch Verwesung und Fäulniß organischer Ueberreste, die er unterhält, neue Nahrung für die Pflanzen zu bereiten. Auf solche Art besteht vermittelst der Atmosphäre zwischen der Thier- und Pflanzenwelt die merkwürdige Wechselwirkung, daß Menschen und Thiere im lebenden Zustande durch Athmen und Brennen, nach dem Tode durch Verwesung und Fäulniß ihrer Körper den Pflanzen Kohlensäure und Ammoniak liefern, die Pflanzen dagegen der Thierwelt nicht nur die Mittel zur Ernährung bereiten, sondern auch die Kohlensäure, die das Leben der Thiere gefährdet, entfernen und die Atmosphäre mit dem reinsten Sauerstoffgas, ohne welches das thierische Leben unmöglich wäre, reichlich versehen.

Die **Kohlensäure** spielt in Verbindung mit dem Wasser noch eine andere sehr wichtige Rolle in der Natur, indem sie beim Verwitterungsprozesse die Gebirgsarten zerlegt, oder wie man sagt, aufschließt, zur Pflanzenernährung befähigt, und so geräuschlos die rohen Elemente der Erde fortwährend für das Leben gewinnt. Im Inneren der Erde entwickelt sich Kohlensäure in Folge eines noch fortdauernden Verwesungsprozesses urweltlicher Pflanzen, aber auch aus dem kohlensauren Kalke in Folge der in der Tiefe herrschenden Hitze.

Das Stickstoffgas in der Atmosphäre nimmt weder an dem Athmungs- noch an dem Verbrennungsprozesse einen Antheil, es ist auch bei der Ernährung der Pflanzen nicht wirksam, weil die Pflanze keinen Grundstoff sich direkt anzueignen vermag; es frägt sich nun, wozu soll die reichliche Menge von Stickstoff in der Atmosphäre dienen? Man glaubte, er sei nur

vorhanden, um das Sauerstoffgas zu verdünnen und dadurch zu bewirken, daß mit jedem Athemzuge eine geringere Menge von Sauerstoffgas in den Organismus komme, und auch der Verbrennungsprozeß verlangsamt werde. Es ist allerdings richtig, daß wenn der vorhandene Stickstoff der Atmosphäre durch Sauerstoff ersetzt wäre, der Mensch fünf Mal mehr Sauerstoff in derselben Zeit einathmen, folglich nicht nur die fünffache Menge von Speisen bedürfen würde, sondern auch in seinem Organismus eine dem Leben drohende Wärmeentwicklung zu gewärtigen hätte. Eben so müßte jeder Verbrennungsprozeß mit großer Raschheit vor sich gehen. — Wäre jedoch in der Atmosphäre nur so viel Sauerstoff als gegenwärtig, und kein Stickstoff vorhanden, so müßte das Athmen und das Brennen genau so vor sich gehen, wie gegenwärtig, indem dann der Sauerstoff, dem Dalton'schen Gesetze gemäß, dieselbe Atmosphäre um die Erde bilden würde, wie bei einer Mischung mit Stickgas, daher würde auch mit jedem Athemzuge dieselbe Sauerstoffmenge in die Brust dringen, wie im Gemenge mit Stickgas; letzteres Gas scheint daher ganz entbehrlich zu sein. Allein die große Menge von Stickstoff in der Atmosphäre ist eine höchst weise Natureinrichtung; denn um die Verdünstung der Gewässer überhaupt und die an der Oberfläche der Pflanzen, welche die Saftbewegung unterhält, insbesondere zu verlangsamen, um ferner die Ausstrahlung der Wärme der unter freiem Himmel wachsenden Pflanzen zu schwächen, war eine viel größere Dichte der Atmosphäre nothwendig, als die vorhandene Menge von Sauerstoffgas für sich allein besitzt. Diese größere Dichte war auch nöthig, um die Fallgeschwindigkeit der herabfallenden Regentropfen und Hagelkörner zu schwächen, und die nachtheiligen Folgen, die bei einer größeren Fallgeschwindigkeit eintreten müßten, entweder zu verhindern oder doch bedeutend zu mildern. — Wir haben ferner schon früher erfahren, welche bedeutenden Dienste der starke Luftdruck den Menschen und den Thieren bei allen Bewegungen leistet, und wie mühsam auf sehr hohen Bergen, wo der Luftdruck bedeutend schwächer ist, das Gehen dem Wanderer wird; auch haben wir uns überzeugt, daß bei der Bewegung der Säfte in Pflanzen und in Thieren der Luftdruck einen wichtigen Einfluß äußert. — Wenn wir in den Gebirgen der tropischen Zone, die mit gewissen Gegenden der nördlichen Breite rücksichtlich der Beschaffenheit des Bodens, der Temperatur und der Feuchtigkeit durchaus übereinstimmen, dennoch den Geschlechtern und Arten nach eine ganz andere Vegetation finden, und an der Spitze des Pic von Teyde, auf den canarischen Inseln, deren Höhe von 11430 Fuß bei der dem Wendekreise sehr nahen Lage noch nicht bis in die Region des ewigen Schnees hinaufreicht, dennoch keine Spur von organischen Leben wahrzunehmen ist; so sind wir wohl berechtigt, die Ursache dieser Erscheinungen in der geringen Dichte und dem geringen Luftdrucke der Atmosphäre daselbst zu suchen. — Wir sehen aus dem Gesagten, daß zum Gedeihen und Wohlbefinden der organischen Welt ein großer Luftdruck nothwendig ist, aber durch Vermehrung der Sauerstoffmenge nicht ohne nachtheilige Folgen zu erlangen war; diesen großen Luftdruck hat eine hohe Weisheit durch die große Menge des Stickstoffgases erzielt, das sich gegen alle Stoffe sehr indifferent verhält, und auf keinen Naturprozeß störend einwirkt.

An der Bildung der kolossalen urweltlichen Flora, der überaus reichen üppigen Vegetation, als deren Ueberreste die viel und weit verbreiteteten Lagen von Anthracit, Stein- und Braunkohlen erscheinen, mag in der Urzeit nicht nur der reichliche Gehalt der Atmosphäre an Kohlensäure und Wasserdampf, sondern auch der hieraus hervorgehende starke Luftdruck Theil genommen haben.

In den unteren Schichten der Atmosphäre kommen noch vielfältige andere Stoffe vor, jedoch in so geringer Menge, daß man sie bei der chemischen Analyse nicht entdecken kann. Außer diesen finden wir darin feste Theilchen in Menge als feiner Staub, von den sich immerfort abreibenden festen Körpern herrührend; aber auch beim Verdünsten einer Flüssigkeit, in welcher Salze aufgelöst sind, wie z. B. beim Verdünsten des Meerwassers, der Salpeterlaugen und Salzsoolen werden Theilchen in die Atmosphäre geführt, und mit dem herabfallenden Regen über die Erdoberfläche verbreitet; obwohl die in einem Kubikfuß Regenwasser vorkommende Menge dieser Salze sehr gering ist, so ist die gesammte Menge derselben, die durch das verdünstende Meerwasser alljährlich dem Festlande zugebracht wird, hinreichend, um Millionen von Pflanzen mit der erforderlichen Nahrung zu versehen.

In der Atmosphäre gibt es auch organische Stoffe, wie Samen, Infusorien und Keime derselben; sehr häufig kommen darin Stoffe vor, die bei der Fäulniß und Verwesung thierischer und vegetabilischer Stoffe, so wie bei manchen Krankheiten sich entwickeln, und mit den zugleich entstehenden Gasen in die Atmosphäre geführt werden. Diese letzteren Stoffe befinden sich im Zustande der Zersetzung und sind deshalb geeignet, der Blutmasse oder gewissen Bestandtheilen derselben, sobald sie damit in Berührung kommen, den Zustand der Zersetzung mitzutheilen und eine Krankheit zu erzeugen, so wie die Hefe einer Zuckerlösung beigemengt, eine Gährung und Umwandlung in derselben veranlaßt. Man nennt diese Stoffe Miasmen; ein Miasma, welches das Produkt einer Krankheit ist, und die Fähigkeit besitzt, im Blute eines Lebenden sich wieder zu erzeugen, heißt ein Contagium.

Von dem Vorhandensein organischer Stoffe in der Luft sumpfiger und ungesunder Gegenden kann man sich nach Boussingault leicht überzeugen, wenn man zwei Glasschalen, von denen die eine mit warmen Wasser gefüllt ist, die andere auch Wasser enthält, das man stark abkühlt, so daß Thau an der Schale erscheint, eine längere Zeit an solchen Orten stehen läßt; an dem kalten Wasser schlagen sich die Dünste der Luft nieder, und mit ihnen auch die Stoffe, die darin vorkommen; bringt man dann in jede Schale einen Tropfen Schwefelsäure, und dampft das Wasser bis zur Trockenheit ab, so findet man die Säure der erkalteten Schale geschwärzt, die der andern aber klar; dieß beweiset, daß in die erstere organische Stoffe aus der Atmosphäre kamen. Das Wasser welches sich an ungesunden Orten an erkalteten Gefäßen niederschlägt, hat einen unangenehmen Geruch und Geschmack wegen der Fäulniß der darin befindlichen organischen Stoffe.

§. 246. **Wärmevertheilung der Luft und der Erdoberfläche.** 1. Die mittlere Jahrestemperatur ist für jeden Ort eine fast unveränderliche Größe, denn die Aenderung derselben in verschiedenen Jahren beträgt 1° oder höchstens 2° R. Alex. von Humboldt kam zuerst auf den sinnreichen Gedanken, alle in derselben Erdhälfte liegenden Orte, welche dieselbe mittlere Jahrestemperatur besitzen, durch Linien zu verbinden, die man Isothermen nennt. Diese Linien sind vorzüglich geeignet: Die Vertheilung der Wärme auf der Erde anschaulich zu machen, und deren Uebersicht zu erleichtern; sie erscheinen nicht parallel zum Aequator, sondern sie sind unregelmäßige Linien, an denen mehrere Biegungen vorkommen. Beachten wir z. B. den Lauf der Isotherme von + 8° R. in der Richtung von Ost nach West, so finden wir, daß sie von einem gewissen in der Wüste Schamo in Asien befindlichen Orte, wo sie den Aequator am nächsten ist, immer mehr nördlich in die größeren Breiten sich erhebt, bei Astrachan Wien, und durch Holland, dann nördlich von London geht, und auf der Insel Man ihren nördlichsten Wendepunkt erreicht, von da sich wieder süd-

lich senkt und bei New-York wieder am südlichsten wird, indem sie von da an abermals nach Norden steigt, im stillen Weltmeere nicht ferne von der Westküste Nordamerika (56° nörd. B.) ihren zweiten nördlichen Wendepunkt erreicht, und sich dann wieder gegen Süden wendet. Von ähnlicher Beschaffenheit sind auch die andern Isothermen, bei einer jeden sind die südlichsten Wendepunkte im Inneren von Asien, und an der östlichen Küste von Nordamerika, ihre zwei nördlichsten an der Westküste von Europa und von Nordamerika.

Diese Biegungen der Isothermen bezeugen, daß der Wärmezustand eines Ortes nicht allein von der geographischen Breite abhängt, sondern, daß die Einwirkung der Sonnenstrahlen durch lokale Verhältniße mehrfach geändert wird. Wir haben die lokalen Umstände, welche das sogenannte solare Klima stark abändern, in der Experimentalphysik in Kürze kennen gelernt, und wollen hier noch die Ursachen besprechen, welche eine höhere Temperatur mithin ein Steigen der Isothermen an den Westküsten der Continente veranlassen. Zu diesen Ursachen gehören die Meeresströmungen an der Oberfläche, welche von der heißen Zone gegen die beiden Pole zu gerichtet sind, und daher kommen, daß die kraftvolle Einwirkung der Sonne in der heißen Zone das Meereswasser mehr erwärmt, mithin auch stärker ausdehnt, als in den benachbarten kälteren Klimaten, und da es nicht erhoben bleiben kann, so muß es gegen die niedriger stehenden Wasserflächen in den größeren Breiten abfließen, wodurch daselbst der Druck auf die untersten Meeresschichten vergrößert wird, und diese zur Bewegung gegen den Aequator genöthigt werden; auf solche Art entsteht in der Tiefe des Meeres eine zweite Strömung, deren Richtung der oberen entgegengesetzt ist. Die obere von der heißen Zone kommende, mithin warmes Wasser führende Strömung bringt in die größeren Breiten viel Wärme, und gestaltet die Wärmeverhältniße daselbst günstiger. Das gegen die Pole strömende Wasser hat in Folge der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde von West nach Ost vermöge seiner Trägheit das Bestreben gegen Osten mit der Geschwindigkeit der heißen Zone, von der es kommt, also mit einer größern vorzurücken, als diejenige ist, die den Gegenden der größeren Breite, wohin es gelangt, eigenthümlich ist, daher erscheint die Bewegung desselben desto mehr östlich, je weiter es sich vom Aequator entfernt. Auf diese Art entsteht der im atlantischen Ocean vorkommende Golfstrom, der das Aequatorialwasser von der Bahama-Straße in Westindien gegen Neufoundland in Nordamerika führt, anfangs nördlich fließt, aber immer mehr östlicher wird, und in dieser Richtung durch die nach Nordosten gehende Küste von Nordamerika unterstützt wird, so daß er sich gegen die Küste von Irland und Norwegen hinzieht, und dahin Wasser von einem höheren Wärmegrade bringt: dieser Strom bringt noch weiter gegen Norden vor und macht es durch seine Wärme den Wallfischfängern möglich, sogar bis zum 80. Grade zu gelangen. Kotzebue fand auch im großen Ocean eine Strömung von der heißen Zone in nordöstlicher Richtung, die eine Hauptursache des milderen Klimas ist, dessen sich die Westküste von Nordamerika erfreut.

Eine andere Ursache der höheren Temperatur an den Westküsten liegt darin, daß die von der heißen Zone kommenden Südwestwinde, so lange sie über dem Meere streichen, das wegen seiner großen Masse und wegen des Herabsinkens der erkalteten Theilchen keiner großen Erkältung fähig ist, nicht

viel von der Wärme, die sie besitzen, verlieren; sie kommen daher noch warm an den Westküsten der Länder an, und verlieren erst nach und nach ihren wärmenden Einfluß, so daß sie die Temperatur der Ostküsten nicht mehr zu erhöhen vermögen. Diesen Ursachen und dem Einfluße des Meeres, der die Winterkälte mildert, ist es zuzuschreiben, daß die mittlere Jahrestemperatur in Europa in derselben geographischen Breite desto tiefer gefunden wird, je weiter man vom atlantischen Ocean gegen Osten fortschreitet.

Die Bäume, die in Rom Anfangs Jänner blühen, sieht man zu Boston in Nordamerika, welches beinahe dieselbe Breite hat, erst Anfangs Mai, und im New-York erst zu derselben Zeit wie in Upsala in der Blüthe; Peking im östlichen Theile von Asien liegt etwas südlicher als Neapel und hat eine mittlere Jahrestemperatur, die über 4° tiefer ist, als die von Neapel.

Aus der Gestalt der Isothermen schließt man, daß der Nordpol nicht der kälteste Ort der nördlichen Halbkugel ist, sondern daß die Isothermen in der Nähe des Pols zwei getrennte, in sich selbst zurückkehrende Linien bilden, deren Mittelpunkt Brewster Kältepole nennt, wovon der eine auf dem asiatischen, der andere auf dem amerikanischen Continente liegt.

2. Es gibt nur wenige Pflanzen, die in jedem Klima gleich gut gedeihen, dazu gehört z. B. die Erdbeere. Die Heidelbeere erfordert ein kühleres Klima, wächst im nördlichen Deutschland in der Ebene, in der Schweiz nur in den Wäldern der Voralpen, in den Abruzzen nur auf der hohen Majella; Palmen, Cacao und die Vanille gedeihen nur zwischen den Wendekreisen. Zuckerrohr erfordert eine mittlere Jahreswärme von 18° R., die Kaffeebohne und Ananas von 14°.5 R., die Olive 10.°5 R., die Kastanien 7.°1 R. Jede Pflanze bedarf einer gewissen mittleren Jahrestemperatur, d. i. einer gewissen Summe von Wärme; aber die an einem Orte gedeihende Vegetation wird nicht einzig durch diese mittlere Jahrestemperatur bestimmt; so z. B. haben Drontheim und die südliche Spitze von Island dieselbe, die Hebriden, Orkneys- und Shettlands-Inseln sogar eine höhere mittlere Temperatur, und doch hat Drontheim noch Obst- und Weizenbau, während der Weizenbau in Schottland erst bei Inverneß, und der Obstbau noch etwas südlicher beginnt. Diese Erfahrungen haben darauf geführt die Vertheilung der Wärme auf einzelne Monate und Jahreszeiten, so wie die täglichen und monatlichen größten Aenderungen in den Kreis der Untersuchung zu ziehen, und es ergab sich, daß davon die Vegetation wesentlicher bestimmt wird, als durch die mittlere Jahreswärme. Es ist in der Meteorologie üblich, die Monate: Dezember, Jänner und Februar zum Winter, die drei folgenden März, April, Mai zum Frühling, die Monate Juni, Juli, August zum Sommer, und die letzten drei zum Herbste zu zählen. Die durch drei getheilte Summe der mittleren Temperaturen der drei Wintermonate gibt die mittlere Winterwärme, und der Durchschnitt der mittleren Temperatur der Sommermonate gibt die Sommerwärme eines Ortes. Die Linien, welche die Orte von gleicher Sommerwärme verbinden heißen Isotheren, und die durch Orte von gleicher Winterwärme gehen, Isochimenen; beide Linien haben einen andern Lauf als die Isothermen.

Einige Pflanzen schmiegen sich in der Natur den Isothermen, andere den Isotheren und wieder andere den Isochimenen an. Da noch heutzutage wie ehemals in Paläſtina Dattel und Wein zusammen gedeihen, die erstere aber nicht reif wird, wenn die mittlere Temperatur unter 14⅘° R. der letztere

nicht, wenn die mittlere Sommerwärme unter 16° sinkt, so schließt daraus Dove, daß sich das Klima von Palästina seit 4000 Jahren nicht um 2° geändert hat.

So z. B. ist die

	mittlere Winterwärme	mittlere Sommerwärme
in Drontheim	— 3.8 R.	+ 13 R.
auf den Shettlandinseln	+ 3.2 „	+ 9.5 „
Wien	— 0.02 „	+ 16.5 „
London	+ 3°.4 „	+ 13.7 „
Paris	+ 2°.6 „	+ 14°.5 „
Moskau	— 8°.1 „	+ 13.3 „
Astrachan	— 4°. „	+ 17.4 „

Manche Pflanzen sind im Stande eine große Winterkälte zu ertragen, aber sie bedürfen auch einer großen Sommerwärme, wenn ihre Früchte zur Reife kommen sollen; daher gedeiht Wein und Mais in Astrachan, wo im Winter das Quecksilber friert, die an Orten von geringerer Sommerwärme nicht reif werden. Es gibt Pflanzen die keiner großen Sommerwärme bedürfen, aber die selbst eine geringe Kälte nicht ertragen; daher kommt an der nordöstlichen Küste in Irland, wo im Winter kein Eis ist, aber im Sommer nicht einmal die Stachelbeere reif wird, die Myrte eben so gut im Freien fort, wie in Portugal.

3. Da die Temperatur der Luft mit der Erhebung über der Meeresfläche abnimmt, so muß auch die mittlere Jahrestemperatur, wie auch die mittlere Temperatur der einzelnen Monate und Jahreszeiten in verschiedenen Höhen von verschiedener Größe sein. Verbindet man die in verschiedenen Breiten liegenden Orte von gleicher mittlerer Jahrestemperatur, so erhält man Isothermen, die von den Polen gegen den Aequator zu sich immer mehr und mehr über die Erdoberfläche erheben, so daß am Aequator die Höhe des Ortes sehr bedeutend ist, der dieselbe mittlere Temperatur hat, wie ein im gleichen Niveau mit dem Meere befindlicher Ort in einer großen geog. Breite. Da nun in geringen Breiten die Wärme-Verhältnisse eines hohen Gebirges von den heißen Thälern bis zu der Schneeregion, in welcher selbst die Hitze des Sommers nicht mehr allen während der Winterszeit gefallenen Schnee wegzuschmelzen vermag, eine Menge von Abstuffungen darbieten; so müssen am Fuße derselben ganz andere Pflanzen und Thiere vorkommen, als weiter in der Höhe. Je höher man steigt, desto mehr nimmt die Pflanzenwelt den Charakter kälterer Himmelsstriche an.

Am auffallendsten zeigt sich der Wechsel der Pflanzenwelt in den tropischen Ländern; besteigt man z. B. den Pic von Teyde so geht man am Fuße desselben durch üppige Weinberge und Maisfelder welche hier die ursprüngliche Vegetation verdrängt haben, und kommt bald in die Region der immergrünen Laubhölzer; auf der Höhe von 4000 Fuß verlieren sich diese, und der Reisende findet sich umgeben von den harzigen Stämmen der canarischen Kiefer; es beginnt die Zone sommergrüner Laubhölzer. Hierauf erscheinen die Nadelhölzer bis zu einer Höhe von 6000 Fuß, und nun wird die Vegetation plötzlich niedrig; auf niedrige Gebüsche folgen Pflanzen, die den Charakter von Alpenkräutern tragen, zuletzt sieht man nur nackte Felsen.

4. Die größte an einem in der Luft gehörig aufgehängten Thermometer beobachtete Temperatur von + 43°.2 R. sah Ritchie in der Oase Mourzuck; am Aequator beobachtete Humboldt 30°.7 R., eine Wärme die auch schon Paris und Wien hatte; in den Polarländern beobachtete Kapitän Pary zuweilen eine Kälte von — 40°. R., im Fort Reliance in Nordamerika, sah man das Thermometer auf 45°.8 unter Null sinken.

Demnach beträgt der Unterschied zwischen der größten Wärme und der größten Kälte, die man auf der Erde beobachtet hat, 89° R. —

Am offenen Meere, entfernt von Inseln, steigt selbst in der tropischen Zone die Temperatur nicht über 24° R.

Ueber den Gang der Wärme während eines Jahres lehren die aus vielen Jahren genommenen Mittel in der gemäßigten Zone, daß

a) die mittlere tägliche Aenderung der Wärme im Dezember am kleinsten ist, von da beständig wächst, im April am größten wird, und von da wieder abnimmt. Auf dem Meere in beträchtlicher Entfernung von der Küste ist die tägliche Aenderung kleiner als auf dem festen Lande.

b) Juli erscheint als der heißeste, Jänner als der kälteste Monat. Aus den von Mädler bearbeiteten Zusammenstellungen der an verschiedenen Orten in Europa durch 110 Jahre fortgeführten Beobachtungen ist im Durchschnitte die wärmste Zeit zwischen 16. Juli bis zum 10. August, die größte Kälte tritt um dem 6. Jänner ein, daher der hl. Dreikönigstag seit lange als Kältebringer bekannt ist. Vom 19. bis zum 22. Jänner tritt abermals eine große Kälte ein. Die mittlere Jahrestemperatur stellt sich im April und October ein.

c) Von dem Zeitpunkte der größten Kälte nimmt die Temperatur nicht Tag für Tag zu, sondern es tritt öfters ein Rückfall, eine Hemmung ein; erst im April erfolgt eine rasche Zunahme. Die stärkste Anomalie ist die Kälte zwischen 9. bis 12. Mai: es sind dieß die den südlichen Gewächsen so gefährlichen Pancratius- und Servatiustage. In 110 Jahren war sie in diesen Tagen 70 mal gesunken und nur 40 mal gestiegen. Mädler schreibt diese Kälte dem Umstande zu, daß zu dieser Zeit die großen Schneemassen im Nordosten schmelzen, wozu die von Westen und Südwesten kommenden warmen Luftströme ihre Wärme verwenden, und die stark abgekühlte Luft an der Erdoberfläche von Nordost her zu uns in Mitteleuropa herfließt.

d) In der zweiten Jahreshälfte nimmt die Wärme einen ruhigeren Gang an, insbesondere im September; in der Mitte Oktobers stellt sich gewöhnlich eine große Heiterkeit ein.

e) Bedeutende Abweichungen von dem gewöhnlichen jährlichen Gange der Wärme sind immer auf beträchtliche Strecken, aber niemals über eine ganze Halbkugel verbreitet. Gewöhnlich herrscht in Europa und Asien dieselbe, in Amerika die entgegengesetzte Abweichung; nur selten geht die Linie zwischen den entgegengesetzten Abweichungen von Osten nach Westen. — Aus dem gleichzeitigen Auftreten der entgegengesetzten Abweichungen vom normalen Gange der Wärme folgt, daß in jedem Jahre zu der nämlichen Zeit die nämliche Wärmequantität vorhanden, aber ungleich vertheilt ist.

5. Die Wärmeverhältniße der südlichen Halbkugel sind noch wenig bekannt; allein so viel ist gewiß, daß die südliche Halbkugel kälter als die nördliche ist, indem in jener das Meer, in dieser das feste Land vorherrscht. In der nördlichen Halbkugel erstreckt sich das Polareis 9 Grade vom Pole herab, in der südlichen 18 bis 20 Grade, an manchen Stellen noch weiter.

6. Aus Pouillet's Beobachtungen, die er mit eigens dazu erfundenen Instrumenten anstellte, ergibt sich, daß die Wärmemenge, welche die Erdkugel jährlich von der Sonne erhält, falls sie gleichmäßig auf der Erde vertheilt wäre, eine Eisschichte zu schmelzen vermöchte, welche die Erde in einer Dicke von nahe 95 Fuß umziehen könnte. Diese beträchtliche Wärmemenge verliert sie jährlich durch Ausstrahlung in den Weltraum.

§. 247. Winde. Die nach einer gewissen Richtung fortschreitende Strömung der atmosphärischen Luft, wobei sie sich von gewissen irdischen Gegenständen entfernt und anderen nähert, wird Wind genannt. So kann z. B. die Bewegung der Luft von West nach Ost, die sie als eine der

Erde angehörige Masse in Folge der Drehung der Erdkugel um ihre Axe erleidet, nicht als Wind erscheinen, so lange dabei die Lage der bewegten Lufttheilchen gegen die Erdoberfläche nicht geändert wird. — Bei jedem Winde hat man, wie bei jeder fortschreitenden Bewegung die Richtung und die Geschwindigkeit zu berücksichtigen. Die Richtung, in welcher der Wind an einem Orte ankommt und fortschreitet, erkennt man aus der Stellung der allgemein bekannten Windfahnen; man belegt den Wind mit dem Namen derjenigen Gegend, von welcher er zu uns gelangt. Zur Bestimmung der Geschwindigkeit hat man eigene Instrumente, Anemometer (Windmesser) konstruirt, allein sie sind zu ungenau und selten in Anwendung; man begnügt sich gewöhnlich mit einer beiläufigen Bestimmung der Geschwindigkeit, und bezeichnet mit 0 eine ganz ruhige Luft, mit 1 den Wind, welcher nur die Baumblätter und die dünnsten Zweige, mit 2, der schon größere Zweige und kleine Aeste, mit 3, der große Aeste bewegt, und mit 4 den Sturm, welcher größere Aeste abbricht, und selbst Bäume entwurzelt. Mäßige Winde haben eine Geschwindigkeit von 12 bis 15 Fuß in 1″, Stürme besitzen eine Geschwindigkeit von mehr als 32 Fuß und erstrecken sich gewöhnlich über weite Länderstrecken; ist die Heftigkeit überaus groß, so heißen sie Orkane.

Man unterscheidet zunächst nach den vier Hauptweltgegenden des Horizontes vier Hauptwinde, den Nord- Ost- Süd- und Westwind, die man mit den Buchstaben N, O, S, W. bezeichnet; die vier Mitten zwischen je zwei Hauptweltgegenden geben Nordost (NO), Südost (SO), Südwest (SW) und Nordwest (NW). Wird jeder dieser 8 Theile des Horizonts halbirt, so erhält man 16 verschiedene Windesrichtungen die man bezeichnet, indem man die Namen der Weltgegenden, zwischen die sie fallen zusammenstellt, dabei aber stets die Hauptgegend voransetzt; NNO, ONO, OSO, SSO u. s. w. Eine kreisförmige Scheibe, die in 8, 16 oder 32 gleiche und mit den Namen der Weltgegenden bezeichnete Abtheilungen getheilt ist, wird eine Windrose genannt; man stellt sie so auf, daß die Weltgegenden am Horizonte mit denen an der Scheibe angezeigten übereinstimmen. — Die Ziffer, welche die Windstärke angibt, wird zu den Buchstaben gesetzt, welche die Windrichtung bezeichnen, — Die Windfahne muß auch an einem Orte aufgestellt werden, wo der Wind von allen Seiten auf sie wirken kann, sie muß leicht beweglich sein und vertikal stehen.

Der Zug der Wolken zeigt die Richtung eines in den oberen Regionen herrschenden Windes an, dessen Richtung nicht immer mit dem in den unteren Schichten der Atmosphäre wehenden, und an der Richtung der Windfahne erkennbaren übereinstimmt.

2. Sobald die Ausdehnsamkeit der Luft an einem Orte auf irgend eine Art verändert wird, so beginnt eine Strömung der Luft von größerer Ausdehnsamkeit in den Raum, wo Luft von geringerer Ausdehnsamkeit sich vorfindet. Die am häufigsten vorkommende Ursache der Winde ist die Verschiedenheit in der Temperatur zweier aneinander grenzenden Luftmassen, wobei jederzeit eine doppelte Luftströmung Statt findet, indem die wärmere in den kälteren, und die kältere Luft in den wärmeren Raum eindringt. (§. 69 der Experimentalphysik.) Auf diese Art entstehen die an den Meeresküsten vorkommenden Land- und Seewinde; am Tage wird das feste Land durch die Einwirkung der Sonnenstrahlen viel rascher erwärmt, als das Meerwasser, daher tritt allmälig eine Ungleichheit in der Temperatur der darüber befindlichen Luftmassen ein, die zur Folge hat, daß gegen 9 Uhr Morgens in den untersten Luftschichten eine vom Meere kommende Luftströmung (ein Seewind) sich einstellt, die anfangs sehr schwach ist, aber mit der zunehmenden Erwärmung des festen Landes stärker, und zur Zeit

der größten Tageshitze am stärksten wird, jedoch immer nur auf einige Meilen ins Meer sich erstreckt. Hierauf nimmt die Ungleichheit in der Temperatur mehr und mehr ab, allein da das feste Land nach dem Sonnenuntergange viel rascher abkühlt, als das Meerwasser, dessen glatte Oberfläche wenig Ausstrahlungspunkte besitzt, und das eine große Wärmecapacität hat, so wird zur Nachtzeit die Luft über dem festen Lande kälter als die über dem Meere, weshalb eine Strömung der Luft vom festen Lande gegen die See, ein sogenannter Landwind sich erhebt, der den Schiffen das Abfahren erleichtert. Während diese Luftströmungen in den untern Luftschichten herrschen, kommen entgegengesetzte in den obern vor; sie erlangen niemals eine beträchtliche Stärke, weil der Unterschied der Temperatur der Luft über dem festen Lande und über dem Meere immer nur ein geringer ist. Sie werden auch an großen Seen beobachtet, allein öfters selbst an der Meeresküste durch andere Winde geschwächt oder auch aufgehoben.

3. Die Ungleichheit der Temperatur der Luft in der heißen Zone und der Luft in Gegenden der andern Zonen veranlaßt constante, stets in derselben Richtung gehende Luftströmungen, die man Passatwinde nennt, in den unteren Luftschichten entstehen Strömungen der kalten Luft von den Polen gegen den Aequator, die man Polarströme nennt, und in den oberen Luftschichten Strömungen der warmen Luft vom Aequator gegen die Pole, die Aequatorialströme genannt werden; in der nördlichen Halbkugel herrscht daher an der Erdoberfläche ein beständiger Nordwind, in den Höhen ein Südwind, in den südlichen unten ein Südwind und oben ein Nordwind.

In Folge der Axendrehung der Erdkugel hat die am Aequator befindliche Luft eine größere Umdrehungsgeschwindigkeit als die in größeren geographischen Breiten vorkommende; daher wird die von den Polargegenden kommende Luft bei ihrer Annäherung an den Aequator nicht so schnell gegen Osten fortschreiten als die Gegenstände auf der Erde in den kleineren Breiten, zu denen diese Luft gelangt; indem sie nun immer mehr, je weiter sie vordringt, zurückbleibt, also immer weiter gegen Westen erscheint, gewinnt die Polarströmung bezüglich der Gegenstände auf der Erdoberfläche eine mehr und mehr östliche Richtung, so daß nahe an der tropischen Zone der nördliche Polarstrom ein Nordostpassat und der südliche ein Südostpassat wird.

Der in den oberen Luftregionen gehende Aequatorstrom wird wegen seiner großen Umdrehungsgeschwindigkeit in Gegenden von größerer Breite schneller gegen Osten sich bewegen, als die hier befindlichen Körper, und erhält somit eine mehr und mehr westliche Richtung; er wird allmälig in der nördlichen Halbkugel ein Südwestpassat, und in der südlichen ein Nordwestpassat.

In den Gegenden, wo der Nordostpassat mit dem Südostpassat zusammentrifft, stellt sich ein Ostwind ein; denn die in ihren Richtungen einander entgegengesetzten Polarströme heben sich auf, und es bleibt nur die aus dem Unterschiede in der Umdrehungsgeschwindigkeit hervorgehende scheinbare Bewegung von Ost nach West, die aber auch nur mit geringer Geschwindigkeit vor sich geht, weil die Polarströme während ihres längeren Verweilens in Gegenden von größerer Umdrehungsgeschwindigkeit eine Verstärkung dieser Geschwindigkeit erfahren, auch wird die horizontale Bewegung

dieses Ostwindes durch die vom erhitzten Boden lebhaft aufsteigenden warmen Luftströme nicht selten ganz aufgehoben, so daß öfters eine Windstille eintritt, weshalb diese Region zwischen den beiden Passatwinden die Region der Calmen oder der Windstillen heißt; die hier in der Regel herrschende Ruhe wird durch Windstöße, Stürme und Orkane, welche die hier zu gewissen Zeiten entstehenden Gewitter begleiten, öfters unterbrochen.

Demnach haben wir eine Region, wo der Nordostpassat, eine zweite, wo der Südostpassat herrscht, und zwischen beiden einen ungefähr 6 Grade breiten Gürtel der Windstillen; im atlantischen Ocean erstreckt sich der erstere bis 28 und 30 Grade, im großen Ocean bis 25 Grade, die Grenze des letzteren Passates ist im 21. Grade. Allein diese Grenzen der Passate und der Calmen erleiden im Laufe eines Jahres Aenderungen in ihrer Lage, wie sie die Fig. 376. ersichtlich macht.

Fig. 376.



Die oberen Passatwinde werden in größeren Breiten abgekühlt und dadurch verdichtet, weßhalb sie sich mehr und mehr herabsenken, in Folge des dabei eintretenden verstärkten Luftdruckes wieder verdichten, was eine Verminderung der Wärmecapacität, mithin eine Wärmeentwicklung zur Folge hat, die mit der Wärme, welche diese Winde beim Abkühlen verlieren, den Gegenden der gemäßigten und der kalten Zone zu Theil wird und die Temperatur derselben erhöhet. Im atlantischen Ocean erscheint der Südwestpassat schon zwischen dem 30. und 40. Grade nördlicher Breite an der Oberfläche des Meeres und weht hier regelmäßig fort.

Den Nordostpassat benützen die Schifffahrer, die von Europa nach Amerika reisen, indem sie von Madeira südlich bis an die Grenze des Passatwindes segeln, der sie nun beständig nach Westen treibt; dieser Wind war es, welcher bei den Seeleuten des Columbus die Furcht erzeugte, daß sie keinen günstigen Wind zur Rückkehr bekommen werden, weßhalb sie auf die Beendigung der Reise drangen. Auf der Rückreise von den Antillen wählte Columbus glücklicherweise sogleich den besten Weg, indem er zuerst nach Norden ging, und dann mit dem Südwestpassat nach Europa kam. Dieser Wind ist die Ursache, warum die Fahrt von Amerika nach England viel kürzer dauert, als die Rückfahrt.

Wo die tropische Gegend festes Land enthält, das durch die Sonnenstrahlen stärker erhitzt wird als das Wasser, ist auch der obere Passat wärmer und bringt somit mehr Wärme in die gemäßigte Zone; dabei ist auch die Beschaffenheit des Landes vom Einfluße. Die Lage von Europa ist daher günstiger als die von Nordamerika.

4. Die Passatwinde erfahren Störungen durch die Richtung und Erhebungen der Meeresküsten, ferner durch die das feste Land durchziehenden Gebirge, aber auch durch Luftströmungen, die in Folge der ungleichen Erwärmungs- und Erkaltungsfähigkeit des festen Landes und des Meerwassers entstehen; die Passatwinde werden deshalb erst in einiger Entfernung von der Küste wahrnehmbar. In der Nähe der Küsten erhalten sie eine andere Richtung, und werden in sogenannte beständige Küstenwinde umgewandelt, so z. B. herrscht an der Westküste von Mexiko ein beständiger Westwind, an der brasilianischen ein beständiger Südwind. Die niedrige Temperatur des asiatischen Continents in den Wintermonaten, während gleichzeitig das angrenzende indische Meer viel wärmer ist, und südlich

vom Aequator der Sommer herrscht, hat zur Folge, daß zu dieser Zeit der Nordostpassat mit einer besonderen Heftigkeit auftritt. In der andern Jahreshälfte erscheint das feste Land von Asien viel stärker erwärmt als der angrenzende indische Ocean; dieser Temperaturunterschied veranlaßt eine Strömung der über dem Meere befindlichen kälteren Luft zunächst von Süden nach Norden, die aber beim weiteren Fortschreiten wegen der größeren Geschwindigkeit, mit welcher sie sich um die Erdaxe gegen Osten bewegt, sich mehr und mehr gegen Osten wendet und somit als Südwestwind erscheint der seine größte Stärke im Juli und August erhält, wo der Wärmeunterschied zwischen dem Continente und dem Meere am größten ist. Diese regelmäßig abwechselnden Winde nennt man Moussons; vom April bis October findet man in den nördlichen Theilen des indischen Oceans den Südwestmousson, in den Wintermonaten den Nordostmousson; im südlichen Theile dieses Meeres ist auch im Sommer der Südostpassat, nur wird er an der Ostküste von Afrika durch einen Weststrom geschwächt, der hier entsteht, weil zu dieser Zeit das feste Land kälter ist als das Meer. Wechselwinde, die in einem Theile des Jahres nach einer Richtung wehen, in der übrigen Zeit veränderlich sind, oder eine entgegengesetzte Richtung nehmen, kommen im persischen und arabischen Meerbusen vor, dann auch an der Ostküste von Amerika und von Afrika.

5. Der Temperaturunterschied, der in Gegenden von verschiedener Breite besteht, veranlaßt auch in großen Entfernungen vom Aequator eine Polarströmung, die jedoch durch den daselbst bis zur Erdoberfläche herabsinkenden Aequatorialstrom mannigfaltig in der Richtung und Stärke abgeändert, oder nach Beschaffenheit der örtlichen Verhältnisse zuweilen ganz aufgehoben wird. Rücksichtlich der zwei Hauptströme in größeren Breiten ist zu beachten, daß daselbst der Polarstrom nur eine geringe Abweichung gegen Osten haben kann, dagegen die Abweichung des Aequatorialstromes gegen Westen desto beträchtlicher wird, je mehr er sich dem Pole nähert; deshalb wird letzterer dort, wo er den Boden erreicht, in der Regel dem Polarstrome nicht gerade entgegengesetzt sein, sondern die Richtungen beider Winde schließen einen Winkel ein, so daß ein Wind von mittlerer Richtung entsteht. Die Veränderungen in den Wärmezuständen auf dem Festlande, die durch mannigfaltige örtliche Einflüsse hervorgebracht werden, veranlassen besondere Luftströmungen, welche bald den einen, bald den andern der zwei Hauptströme verstärken, oder die Richtung derselben abändern, so daß daselbst ein großer Wechsel in der Richtung und Stärke des Windes Statt findet. Hat z. B. ein Nordostwind in einer nördlichen Gegend das Uebergewicht, so wird er bei seinem weitern Fortschreiten gegen Süden in Folge der Axendrehung immer mehr östlich, und kann oft in Folge neuer Einwirkungen in einen vollkommenen Ostwind übergehen; kommt dieser mit dem Südwestpassat zusammen, so entsteht ein Südostwind, der bei zunehmender Heftigkeit des Südwestwindes immer mehr südlich wird, und endlich in einen fast reinen Südwestwind übergeht, dieser muß bei seinem Fortschreiten in größeren Breiten wegen der geringen Umdrehungsgeschwindigkeit dieser Gegenden zu einem Westwinde werden, welcher beim Zusammentreffen mit einem Nordostwinde zu einem Nordwestwinde, oder auch zum Nordwinde sich zusammensetzt, bis endlich wieder nur der Nordost vorherrschend wird. Demnach erfolgt der Wechsel des Windes in der

nördlichen Halbkugel in der Regel von S nach W, N, O, S; in der südlichen Halbkugel erfolgt die Drehung in der entgegengesetzten Richtung von S nach O, N, W, S. Dove hat aus vielfältigen Beobachtungen, die an verschiedenen Orten angestellt worden sind, gefunden, daß der Wechsel des Windes weit häufiger dem nach ihm benannten Drehungsgesetze gemäß erfolgt, als in der entgegengesetzten Richtung.

Im Winter, wo die Schneedecke den Unterschied des Wärmeleitungs- und Ausstrahlungsvermögens verwischt, tritt der Charakter der beiden Hauptströme am schärfsten hervor; entweder herrscht andauernd der dunstreiche Südwestwind, und wir haben fortwährend einen trüben Himmel, oder es herrscht anhaltend der Nordoststrom und das Wetter ist heiter. Wenn in den südlichen Gegenden im Frühjahr der Schnee verschwunden ist, im Norden aber noch der Winter herrscht, so muß der Polarstrom mit großer Lebhaftigkeit sich einstellen; daher ist in vielen Gegenden von Europa im März oder im April der trockene Nordost- oder Ostwind vorherrschend, der das Austrocknen des Bodens sehr rasch fördert. — Während die Mittagshöhe der Sonne, und die Dauer des Tages zunimmt, wächst die Temperatur des Festlandes schneller als die des atlantischen Oceans; auch wird letzterer während des Sommers durch Polaresmassen abgekühlt, weshalb in den unteren Luftschichten ein von Westen kommender Wind entsteht, welcher den herabgesenkten Südwestpassat verstärkt, aber auch die Richtung desselben westlicher macht; daher kommt es, daß im Sommer die Westwinde vorherrschend sind. — Im Herbste stellt sich, in Folge der schnelleren Abkühlung des festen Landes ein Ostwind ein, welcher dem Nordoststrom das Uebergewicht über den Südwestpassat verschafft, so daß zu dieser Zeit häufig Nordost- und Ostwinde wehen. — Gebirgszüge, so wie auch die von hohen mit Schnee bedeckten Gebirgen herabstürzenden kalten Luftströme ändern oft die Richtung und Stärke des vorherrschenden Windes. — In der nördlichen Halbkugel kommen die Südwest- und Westwinde, dann die Nordostwinde am häufigsten vor.

Ein Wind, der über sandige, stark erhitzte Flächen geht, wird durch seine Hitze und Trockenheit sehr empfindlich; er heißt gewöhnlich Samum, d. i. giftiger Wind, wiewohl er nicht giftig, sondern dadurch schädlich ist, daß er eine sehr schnelle Verdünstung an der Oberfläche des Körpers bewirkt, so daß die Haut und der Gaumen ganz trocken erscheinen und das Athmen sehr erschwert wird; selbst das Wasser, das man in Schläuchen mit sich führt, verschwindet bald. Der durch die Wüste gehende Samum ist auch durch die große Menge von feinem Sand und Staub, die er in die Atmosphäre bringt, höchst beschwerlich; um sich dagegen zu schützen, pflegen die Reisenden ihr Gesicht mit Tüchern zu bedecken. — In Aegypten weht der heiße und trockene Wind durch 50 Tage vom 29. April bis zum 18. Juni, deshalb nennt man ihn Chamsin. An der Westküste der Sahara nennen die Neger diesen Wind Harmattan oder Talgwind, wie schon an einem andern Orte bemerkt worden ist. — Auch manche Gegenden Europas werden von heißen Winden belästigt, wie z. B. die Ebenen von Andalusien von dem aus SO oder S kommenden Solano; Italien von dem südlichen Winde Sirocco.

§. 248. **Wässerige Meteore.** Der Uebergang des atmosphärischen Wasserdunstes in den tropfbaren Zustand kann an einem Orte bewirkt werden:

a) Wenn zu den in der Atmosphäre vorhandenen Dünsten eine neue Dunstmenge hinzutritt z. B. durch Winde herbeigeführt, und dadurch das der vorhandenen Temperatur entsprechende Maximum der Spannkraft und Dichte überschritten wird, wo dann ein Theil dieser Dünste sogleich in tropfbaren Zustand übergeht, und der Rest das der Temperatur der Luft entsprechende Maximum der Spannkraft behält. Dasselbe bewirkt

b) eine Erniedrigung der Temperatur unter den Grad, für welchen die Spannkraft, welche die Dünste besitzen, das Maximum ist.

c) Auch durch Vermehrung des auf die Dünste wirkenden Druckes kann die Dichte derselben so weit vergrößert werden, daß sich ein Niederschlag bildet.

Der Niederschlag wird desto reichlicher, je stärker die Abkühlung oder der Druck, oder je bedeutender die neu hinzutretende Dunstmenge ist; er erscheint entweder in Form von Thau an den festen Körpern, welche die Abkühlung der Dünste veranlassen, oder falls er sich in der ganzen Ausdehnung einer feuchten Luftmasse bildet, als Nebel oder Wolke, deren Wassertröpfchen sich bei fortdauernder Bildung der Niederschläge so sehr vergrößern können, daß sie als Regen, oder bei niedriger Temperatur der Luft als Schnee herabfallen.

1. Gewöhnlich versteht man unter Thau denjenigen wässerigen Beschlag, der sich an festen unter freiem Himmel befindlichen Körpern bei einer heiteren und windstillen Nacht in Gestalt von kleinen Tröpfchen bildet; er entsteht in Folge der Abnahme der Temperatur, die zur Nachtzeit bei Körpern unter freiem Himmel eintreten muß, indem sie beständig Wärme in den Weltraum ausstrahlen, und diese bei einem heiteren Himmel nicht mehr zurück erhalten. Die Temperatur dieser Körper sinkt mehrere Grade unter die der sie umgebenden Luft, weil diese nur ein geringes Wärmeausstrahlungsvermögen besitzt, und als schlechter Wärmeleiter durch Mittheilung nur wenig zu wärmen vermag. Ist der Himmel mit Wolken bedeckt; so beobachtet man keinen Temperaturunterschied zwischen den festen Körpern und der sie berührenden Luft, weil die Wolken selbst die beim Uebergange der Dünste in tropfbaren Zustand frei gewordene Wärme gegen die Erdoberfläche ausstrahlen, und die von da kommenden Wärmestrahlen zurückwerfen.

Weht zur Nachtzeit ein Wind, so bringt er immer neue noch nicht abgekühlte Lufttheilen mit den Körpern in Berührung, wodurch diese gewärmt werden, was die Wirkung der Ausstrahlung bedeutend vermindert.

Sind die Körper bei einer heiteren Nacht kälter geworden als die Luftschichte, die sie zunächst umgibt, so entziehen sie dieser und auch den in ihr befindlichen Wasserdünsten desto mehr Wärme, je tiefer ihre Temperatur gesunken ist; die Abkühlung der Dünste kann nun so weit gehen, daß sich ein Niederschlag bildet und an die erkalteten Körper ansetzt. Das Thauwasser ist rein, nur in der Nähe von Salzseen, enthält es etwas Salz; aber immer enthält es Kohlensäure.

Aus dem Gesagten folgt, daß die größte Menge von Thau vor dem Sonnenaufgange entsteht, wo der Temperaturunterschied zwischen den Körpern und der Luft am größten ist; die Thaumenge muß im Herbste und Frühjahr, wo die Nächte lang sind, und daher die Wärmeausstrahlung lang dauert, bei übrigens gleichen Umständen größer sein, als im Sommer, sie nimmt aber auch zu mit dem Feuchtigkeitsgrade und dem Dunstgehalte der Atmosphäre. Ein reichlicher Thau an einem Sommermorgen ist nur die Folge eines großen Feuchtigkeitszustandes der Atmosphäre und daher gewöhnlich Vorbote des Regenwetters. In wasserreichen Gegenden erscheint der Thau sehr reichlich, besonders in warmen Klimaten, wo der Dunstgehalt der Luft sehr groß ist. — Auf Anhöhen entsteht nicht so viel Thau als in den Niederungen, weil die Lufttheilchen, denen die kälter gewordenen Körper etwas Wärme entzogen haben, sogleich dichter werden, deshalb in die Tiefe herabfallen, an ihrer Stelle andere noch nicht abgekühlte, also wärmere Lufttheilchen mit den Körpern in Berührung kommen und einigen Ersatz an Wärme bringen; aus diesem Grunde werden Bäume weniger bethaut als Gras. Körper, deren Wärmeausstrahlungsvermögen größer ist, werden rei-

cher mit Thau bedeckt; an solchen, die unter einer, wenn auch schwachen Bedeckung sich befinden, oder die in der Nähe von Bäumen, oder hohen Mauern stehen, erscheint kein Thau. —

Haben die unter freiem Himmel befindlichen Körper beim Eintritte der Nacht eine Temperatur, die nur wenige Grade über Null zählt, so kann diese Temperatur in den langen Herbst- und Frühlingsnächten bei heiterem Himmel und Windstille leicht einige Grade unter Null sinken, wo dann die abgesetzten Thautröpfchen in Reif übergehen. Eine andere Art von Reif bildet sich bei einem feuchten und warmen Winde, der auf eine Kälte von längerer Dauer sich einstellt, indem die Dunsttheilchen die mit den stark erkalteten Körpern in Berührung kommen, nicht nur tropfbar werden, sondern sogleich erstarren; an die bereits erstarrten setzen sich andere, die der Wind beständig zuführt, wieder an und gehen ebenfalls in festen Zustand über; dieß dauert so lange, bis die im Freien befindlichen Körper die Temperatur der warmen Luft angenommen haben.

Dieser feste Niederschlag erscheint am Boden als Glatteis, an den Bäumen Häusern und dergl. in der Gestalt von Eisfaden, die Fransen oder Bärte bilden. Auf dieselbe Art entstehen im Winter die feinen Eistheilchen an den kalten Haupt- und Barthaaren aus den Wasserdünsten, die wir aushauchen.

Alle Umstände, welche den Temperaturunterschied zwischen der Luft und den unter freiem Himmel stehenden Körpern fördern, begünstigen die Bildung des Reifes. Er entsteht also nur bei heiteren Nächten, leichter in Niederungen, als an den Anhöhen. Wie man die Körper im Freien gegen eine für sie gefährliche Wärmeausstrahlung schützen kann, ist bereits in der Experimentalphysik angegeben worden.

2. Nebel und Wolken. Die Wassertröpfchen oder Wasserbläschen, aus denen Nebel und Wolken bestehen, sind spezifisch schwerer als die atm. Luft; sie sollten daher sogleich nach ihrer Entstehung herabfallen und nicht in der Luft schweben; allein das Herabfallen wird erschwert einmal durch die Adhäsion, die zwischen ihnen und der Luft besteht, dann durch den Widerstand der Luft, den sie bei der Kleinheit ihres Gewichtes nicht leicht zu überwinden vermögen; dazu kommt noch, daß vom erhitzten Erdboden warme Luftströme in die Höhe steigen, welche nicht nur die Bewegung der Wolken nach abwärts verhindern, sondern diese in desto größere Höhen führen, je stärker der Boden erhitzt worden ist; deshalb schweben die Wolken im Sommer höher als im Winter. Durch die vom Boden aufsteigenden Luftströme wird auch das Aufsteigen des Nebels bewirkt.

Ein Aufsteigen der Wolken wird auch dadurch veranlaßt, daß die Luft, in der die Wolke schwebt, nicht mehr alle Sonnenstrahlen durchläßt, sondern einen Theil zurückhält, dadurch erwärmt und spezifisch leichter wird, deshalb in die Höhe steigt und die Wassertröpfchen mit sich reißt.

Nach Kratzenstein sind die Wassertröpfchen so klein, daß sie beim Herabfallen in der Luft nicht ganze 2 Fuß in einer Secunde zurücklegen, weshalb schon ein schwacher Luftstrom, der nur mit der Geschwindigkeit von 2 Fuß aufsteigt, ihr Herabfallen verhindert. Wenn durch Verdünstung der Durchmesser eines Wasserkügelchens kleiner wird, so nimmt das Gewicht im kubischen, die Oberfläche, mithin auch der Widerstand der Luft nur im quadratischen Verhältnisse mit dem Durchmesser ab, weshalb das Wasserkügelchen desto weniger fähig wird den Widerstand der Luft zu überwinden, je kleiner es wird. Wolken, die hoch gehen, bestehen aus kleineren Wassertröpfchen. — Vergrößern sich die Wasserkügelchen in Folge neuer Niederschläge durch Zusammenfließen mehrerer in eines, so nimmt wieder das Gewicht eines jeden im größeren Verhältnisse zu als der Luftwiderstand, weshalb sie bald in den Stand kom-

men, diesen zu überwinden; sie sinken dann tiefer herab, bis sie in eine so dichte Luftschichte gelangen, daß der Luftwiderstand in Verbindung mit den nach oben aufsteigenden Luftströmen den weiteren Fall zu hemmen vermag.

Senkt sich die Wolke tiefer herab, so gelangt sie in wärmere Luftschichten, und kann, wenn diese noch nicht mit Dünsten gesättigt sind, wieder in unsichtbaren Dunst aufgelöst werden. Dieß geschieht auch dann, wenn die Wolke, die jedem Windzuge leicht folgt, über eine sehr erhitzte Gegend geht, von der warme Luftströme mit Lebhaftigkeit in die Höhe steigen. Das Verschwinden der Wolke kann sehr schnell vor sich gehen, weil jedes Wasserkügelchen an seiner ganzen Oberfläche verdünstet und ohnehin sehr klein ist. Geht eine Wolke über stark bethaute oder feuchte Wiesen und Wälder, so vergrößert sie sich, indem die nach oben sich erhebenden Luftströme viel Dünste mit sich führen und neue Niederschläge veranlassen.

Weil gegen Abend das Aufsteigen der warmen Luftströme aufhört, so senken sich die während der Tageszeit entstandenen Wolken und lösen sich in den warmen unteren Luftschichten auf, weshalb gegen Abend der Himmel am heitersten, die Aussicht vom Berge am schönsten wird. Verschwinden am Abend die Wolken nicht, so sind die unteren Luftschichten mit Dünsten gesättigt. — Die Wolken, die der Polarstrom über die afrikanische Sandwüste bringt, verschwinden bald, daher kann auch kein Regen die wenigen hier lebenden Wesen erquicken.

Die Bildung von Nebel und Wolken wird bekanntlich auch durch Mengung zweier mit Dünsten gesättigten Luftmassen von ungleicher Temperatur veranlaßt; die Ursache davon liegt in dem Umstande, daß das Maximum der Spannkraft der Dünste in einem stärkeren Verhältnisse zunimmt als die Temperatur; weshalb für das arithmetische Mittel der Temperaturen im Gemenge das arithmetische Mittel der Spannkräfte der darin befindlichen Dünste jederzeit zu groß ist. Sind die sich mengenden Luftmassen nicht mit Dünsten gesättiget, so werden Wolken und Nebel nur dann entstehen, wenn die aus der Mengung hervorgehende Spannkraft der Dünste das der mittleren Temperatur des Gemenges entsprechende Maximum überschreitet, wo dann im ganzen Gemenge ein Niederschlag sich bildet.

Auf diese Art kommt es, daß der kalte Nordostwind bei seinem Einbrechen in eine warme und feuchte Luft, Nebel, bewölkten Himmel und selbst Regengüsse bewirkt. — Gelangen die warmen und dunstreichen Südwinde in kalte Gegenden, so entstehen stets dichte Wolken. — Bricht im Winter plötzlich eine heftige Kälte ein, so rauchen die Gewässer, weil aus dem Wasser, das nicht so schnell erkalten kann, Dünste von einer Spannkraft sich entwickeln, bei der sie in der kalten Luft nicht ausdehnsam bleiben können. — Geht ein warmer, feuchter Luftstrom über Gewässer, die kälter sind als die Luft, so entsteht ein Nebel.

Der Nebel über den Gewässern, welcher zuweilen schon am Abend, insbesondere aber am Morgen zu sehen ist, entsteht dadurch, daß die Luft über den Gewässern zur Nachtzeit wärmer ist, als die über dem festen Lande, und auch Dünste von höherer Spannkraft enthält; in Folge dieses Temperaturunterschiedes strömt die kältere Luft vom Lande über die Gewässer und mengt sich mit der hier vorhandenen; ist bereits die Landluft feucht, so tritt sicher die Nebelbildung ein. — Wenn durch Winde warme und feuchte Luft gegen hohe Berge getrieben wird, so erscheinen diese in Wolken gehüllt.

3. Howard, der viele Jahre lang die Gestalten der Wolkengebilde beobachtete, unterscheidet 3 Hauptformen derselben: 1. die Federwolken (cirrus) die als zarte, weiße, jederzeit sehr hoch schwebende Streifen, oder Fasern, oder als krause Haarbüschel erscheinen, zuweilen pinselförmig oder feder-

artig aussehen; 2. die Haufenwolke (cumulus) hat das Aussehen eines oben kugelförmig begrenzten und auf einer horizontalen Ebene ruhenden Berges. Die Haufenwolken bilden oft interessante Gruppen in den Mittagsstunden der warmen Jahreszeiten; 3. die Schichtwolke (stratus) ist der an der Erdoberfläche erscheinende Nebel, der sich öfters am Abend über Wiesen und Gewässern lagert und nach dem Aufgange wieder verschwindet.

Man unterscheidet ferner 4 Nebenformen, die theils Uebergänge von einer Hauptform in die andere, theils Zusammensetzungen derselben zu sein scheinen.

1. Die federige Haufenwolke (cirro-cumulus) besteht aus einer Menge von kleinen gerundeten weißen Wölkchen, die allgemein unter dem Namen Schäfchen bekannt sind.

2. Die federige Schichtwolke (cirro-stratus), deren Masse jederzeit zu sehr ausgebreitet ist, und die daher an geringer Dichte und Tiefe erkannt wird; sie ist mannigfaltig gestaltet, bildet aber gewöhnlich eine horizontale Schichte, welche in der Nähe des Horizonts, wo man den vertikalen Querschnitt sieht, als ein dichter, weit ausgedehnter Streifen sich darstellt.

3. Die streifige oder gethürmte Schichtwolke (cumulo-stratus) bildet sich zunächst aus der Haufenwolke, indem diese dichter, daher auch dunkler wird und nach oben zu sich unregelmäßig gestaltet, so daß der obere Theil über die Grundfläche hinausreicht. Die zweite so wie die dritte Nebenform geht allmählig in eine dichte graue Nebelmasse über, deren Theile ein dicht zusammenhängendes Ganze bilden, und die man Regenwolke nennt.

Die Cirri schweben zuweilen über den höchsten Bergspitzen der Erde, im Mittel in der Höhe von 20,000 Fuß; die Höhe der Haufenwolken beträgt im Durchschnitte 5000 Fuß; die Regenwolken gehen sehr tief, ihre Höhe wechselt zwischen 1200 und 5000 Fuß. Im Sommer werden die Wolken durch die aufsteigenden Luftströme höher geführt als im Winter, aus gleichem Grunde schweben sie unter den Tropen immer in der Höhe von 9 bis 10000 Fuß.

Die Farbe der Wolke hängt von der Lage derselben gegen die Sonne und gegen den Beobachter, aber auch von ihrer Dichte ab.

4. Regen. Die aus der Regenwolke herabfallenden Regentröpfchen sind anfänglich sehr klein, und werden deshalb in den unteren wärmeren und noch nicht mit Dünsten gesättigten Luftschichten sehr bald in unsichtbaren Dunst verwandelt, so daß sie gar nicht auf die Erdoberfläche gelangen, dieß geschieht auch zuweilen bei einem Winde, der bekanntlich die Verdünstung sehr befördert, erst wenn sich der Wind legt, stellt sich der Regen vollständig ein. Da die Regentropfen aus Höhen kommen, wo eine niedrige Temperatur herrscht, so setzen sich beim Herabfallen an sie wie an jeden kalten in eine wärmere dunsthaltige Luft gebrachten Körper neue Niederschläge an, wodurch sie vergrößert werden und zwar desto mehr, je bedeutender die Höhe ist, von der sie herabkommen, je größer der Dunstgehalt und Feuchtigkeitszustand der untern Luftschichten, dann je größer der Unterschied in der Temperatur der Wolke und der unteren Luftmassen ist, daher sind die Regentropfen auf hohen Bergen viel kleiner, als in Thälern, im Sommer, insbesondere beim Beginn des Regens auffallend groß, und erlangen in der

heißen Zone nicht selten die Größe von einem Zoll im Durchmesser; in einer kälteren Jahreszeit, wo die Luft unten nur wenig wärmer ist, als die in der Wolkenhöhe, oder wenn in der letzteren Höhe ein warmer Luftstrom herrscht, sind die Regentropfen so fein, daß sie in die Luft leicht schweben und der Regenschirm gegen das Naßwerden nicht schützt.

Die großen Tropfen fallen mit größerer Geschwindigkeit herab, weil sie den Luftwiderstand leichter überwinden. Den in großen Tropfen herabfallenden, gewöhnlich nur kurze Zeit dauernden Regen nennt man Platzregen; er kommt in größeren Breiten nur zur Sommerszeit vor.

Wird eine niedrig gehende Wolke durch den Wind gegen Berghöhen getrieben, so kann in Folge der Abkühlung der bewegten Luftmasse an den Berghöhen ein neuer Niederschlag der in ihr vorhandenen Dünste bewirkt werden, durch den die Wasserkügelchen der Wolke so sehr vergrößert werden, daß sie als Regentropfen herabfallen. Es können aber auch bei der Hemmung der Bewegung am Berge die Wasserkügelchen der Wolke so sehr einander genähert werden, daß sie in große Tropfen zusammenfließen, so daß das Wasser der Wolke in großer Menge und mit großer Heftigkeit sich herabstürzt. Man nennt diesen Regenfall einen Wolkenbruch; er kann auch entstehen, wenn eine Wolke von zwei nach entgegengesetzten Richtungen gehenden Luftströmungen zusammengedrückt wird.

Das Regenwasser enthält Spuren von Kalk, Bittererde, Kali, Eisen, Mangan, Salzsäure, nach einem Gewitter Salpetersäure. Zuweilen führen Winde viel feine organische Stoffe, wie z. B. Blüthenstaub in die Atmosphäre, die den Regen, mit dem sie herabfallen, gelb oder roth färben, daher die Meinung, daß es Schwefel- und Blutregen gebe. Windstöße können auch Fruchtkörner und Knöllchen fortführen, die dann irgendwo wieder herabfallen. Manchmal werden bei Platzregen die Knöllchen mancher Pflanzen herausgerissen, von den Wurzeln getrennt und fortgeschwemmt; man glaubt dann oft, sie seien mit dem Regen herabgefallen. Frösche werden durch den nach langer Trockenheit eintretenden Regen schaarenweise hervorgelockt, und so entsteht der Glaube, daß sie mit dem Regen herabgekommen seien.

5. Schnee. Die Wolken schweben häufig in Höhen, deren niedrige Temperatur geeignet ist, die Wassertröpfchen derselben in Eiskrystalle zu verwandeln, die durch neue Niederschläge sich vergrößern und als Schneeflocken herabfallen. Sind die unteren Luftschichten warm, so schmelzen daselbst die fallenden Schneeflocken und kommen als Regentropfen herab, daher regnet es in der Ebene, während es auf den Bergen schneit. Oefters thauen die Schneeflocken in den unteren Luftschichten nicht vollständig auf, sondern jede sintert zu einem kleinen undurchsichtigen Klümpchen zusammen, wodurch der sogenannte Graupelregen entsteht. — Die den Schneeflocken beigemengte Luft ist die Ursache, daß der Schnee die auffallenden Sonnenstrahlen größtentheils unverändert zurückwirft, und daher blendend weiß erscheint, eine Beimengung von Pflanzenstoffen färbt ihn zuweilen röthlich.

Wenn nach einer anhaltenden Kälte ein Südwind in die oberen Regionen eindringt, aber die unteren noch nicht erreicht, so fallen aus den Wolken Regentropfen herab, die in den unteren Luftschichten zu kleinen durchsichtigen Eiskügelchen gefrieren. Dieß ereignet sich auch dann, wenn der herrschende Südwind, bei dem es regnete, plötzlich durch einen kalten Nordwind verdrängt wird.

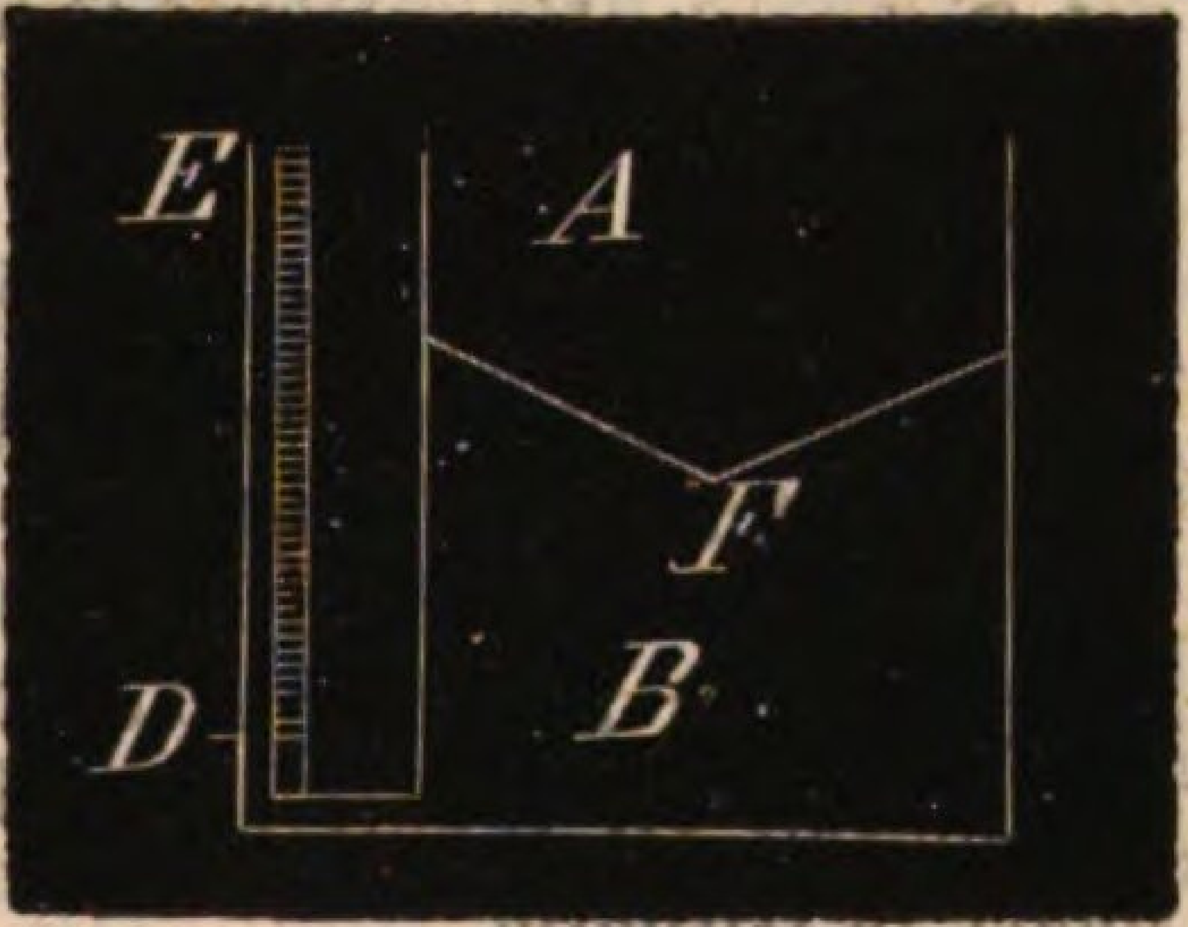
Fällt der Schnee nicht dicht, so kann man an einer dunklen unter 0° erkalteten Fläche die schönen Gestalten der Schneeflocken beobachten. Häufig hängen sich mehre Flocken aneinander, oder sie erleiden durch Aufthauung in den unteren Luftschichten Veränderungen in ihrer Gestalt. Scoresby hat in den Polargegenden 120 verschie-

dene Gestalten beobachtet, und gefunden, daß bei jedem Schneefall eine Form vorherrschend war.

6. **Regenmenge.** Zur Beurtheilung der klimatischen Beschaffenheit eines Ortes, und der daselbst möglichen Vegetation ist die Kenntniß der jährlichen Regenmenge und der Vertheilung derselben auf die einzelnen Jahreszeiten erforderlich. Dazu dienen eigene unter dem Namen **Ombrometer** bekannte Apparate, welche unter freiem Himmel aufgestellt, anzeigen, wie viele Linien hoch die Wasserschichte wäre, die das herabgefallene Regenwasser auf einer horizontalen Ebene bilden würde, falls es sich über dieser Ebene erhalten und weder verdünsten, noch in die Erde eindringen würde. Die Höhe dieser Wasserschichte in Fuß ausgedrückt, multiplicirt mit der Anzahl der Quadratschuhe einer dem Regen ausgesetzten Fläche, gibt die Regenmenge d. i. die Anzahl der Kubikschuhe Wasser an, das auf diese Fläche beim Regnen herabgefallen ist. Die monatliche und jährliche Regenmenge gibt man jedesmal dadurch an, daß man mittelst des Ombrometers bestimmt, wie hoch der Boden durch den während eines Monats oder eines Jahres herabgefallenen Regen mit Wasser bedeckt würde, wenn sich das Wasser überall so, wie im Ombrometer angesammelt hätte. Man muß zu diesem Behufe den Wasserstand im Ombrometer Tag für Tag bestimmen.

In der einfachsten Form besteht der Regenmesser aus einem parallelepipedischen Gefäße B, Fig. 377. dessen Querschnitt genau einen Quadratfuß beträgt und auf dem ein zweites A von derselben Größe, aber mit einem trichterförmigen Boden aufgesetzt ist. Letzteres nimmt das Regenwasser auf, welches dann durch die kleine Oeffnung in der Mitte in das untere Gefäß abfließt, und durch die am Boden angebrachte Röhre auch in die verticale Glasröhre übergeht, in welcher es stets so hoch wie im Gefäße B steht. Bringt man nun vor dem Beginne der Beobachtung etwas Wasser in den Behälter B, bemerkt den Stand desselben in der Röhre DE, und stellt hierauf den Apparat unter freiem Himmel auf, so läßt sich nach jedem Regen an der Röhre DE erkennen, um wie viel Linien der Wasserstand in B durch den Regen zugenommen hat.

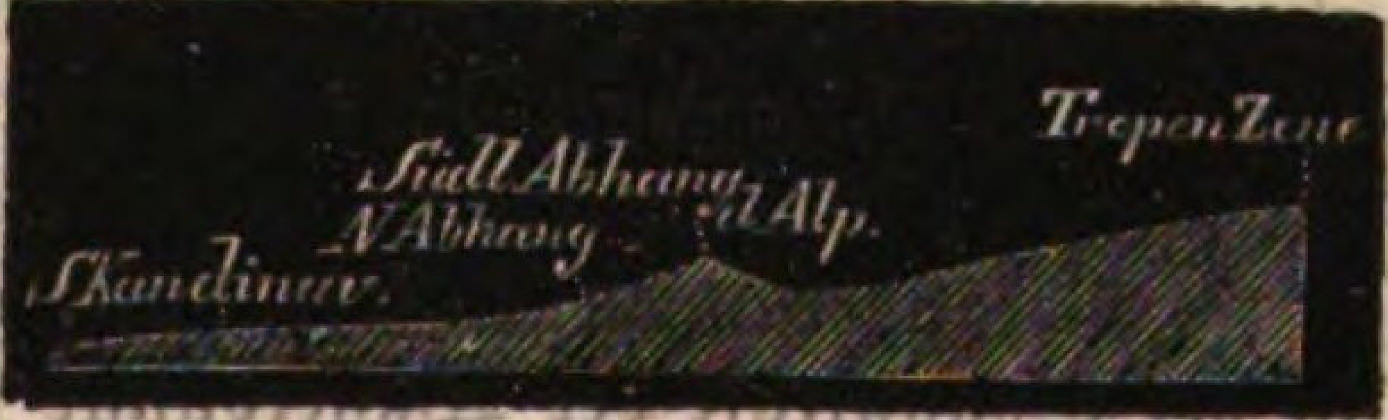
Fig. 377.



In Betreff der jährlichen Regenmenge läßt sich im Allgemeinen behaupten, daß sie in den Gegenden größer sein muß, deren Atmosphäre einen beträchtlicheren Wassergehalt besitzt, wie dieß in warmen und wasserreichen Gegenden der Fall ist. Sie ist desto kleiner, je weiter ein Ort vom Aequator entfernt ist, ändert sich aber an demselben Orte von einem Jahre zum andern, oft sehr beträchtlich, so daß die mittlere Regenmenge eines Ortes immer erst die aus einer größeren Anzahl von Jahren erhaltene Durchschnittszahl ist. — Die Fig. 378. macht die Regenmenge für die verschiedenen Breiten anschaulich; allein locale Umstände, insbesondere die Nähe des Meeres, herrschende Winde, Gebirgszüge und Ueppigkeit der Vegetation haben Einfluß auf die Reichhaltigkeit der Niederschläge. Auf Bergen sind zumal im Sommer die Regen häufiger.

Fig. 378.

Regenhöhe in den Zonen.



In höheren Breiten regnet es in jedem Monate, aber die jährliche Regenmenge ist nicht gleichmäßig auf alle Jahreszeiten vertheilt, auch ist die Vertheilung nicht an allen Orten dieselbe; so kann man die Länder Europas bezüglich der Vertheilung der jährlichen Regenmenge in 3 Gruppen theilen; eine umfaßt die Länder, wo die Sommerregen sehr selten sind (Italien, das südöstliche Frankreich, südliche Portugal), die zweite begreift die Länder, wo im Herbste, und die dritte diejenige, wo im Sommer die größte Regenmenge niederfällt; zur zweiten gehören England, das westliche Frankreich, die Niederlande, zum dritten Deutschland, Dänemark, Schweden.

Zwischen den Wendekreisen ist auf dem Meere, wo die Stärke und Regelmäßigkeit der Passate durch nichts gestört wird, der Himmel gewöhnlich heiter, und Regen sind selten, am seltensten zur Zeit, wo die Sonne in der andern Hemisphäre weilt. Allein auf dem festen Lande erleidet der Passatwind Aenderungen in seinem Auftreten, welche Regen bewirken; man unterscheidet hier eine trockene und eine nasse Jahreszeit; letztere ist die Zeit der Annäherung der Sonne an das Zenith, wo die Sonnenstrahlen die Erde stark erhitzen, dadurch nicht nur eine lebhafte Verdünstung der Gewässer, sondern ein rasches Aufsteigen warmer Luftströme vom erhitzten Boden veranlassen; diese Luftströme führen eine große Menge von Dünsten in beträchtliche Höhen, wo in Folge der hier herrschenden niederen Temperatur starke Niederschläge sich bilden, die in heftigen Regengüßen auf die Erde herabkommen. Diese Regenzeit dauert in manchen Gegenden mehrere Wochen, in andern mehrere Monate, doch regnet es nicht ununterbrochen, sondern einige Stunden vor und einige Stunden nach dem Mittage. Zu der Zeit, wo die Sonne im Zenith ist, sind die Regen am stärksten. — In der trockenen Jahreszeit ist selbst das Erscheinen einer Wolke eine Seltenheit.

In der Region der Calmen findet man die periodischen Regen nicht, sondern hier gibt es fast täglich um die Mittagszeit heftige Regengüße begleitet von Blitz und Donner —

Daß sich die Regentropfen beim Herabfallen vergrößern, beweist der Umstand, daß Ombrometer die an einem Orte der Erdoberfläche in verschiedenen Höhen aufgestellt werden, eine desto kleinere Regenmenge anzeigen, je weiter sie vom Erdboden abstehen.

§. 249. **Barometer-Aenderungen.** Der Druck der Atmosphäre gegen einen Theil der Erdoberfläche hängt von dem Gewichte der darüber stehenden Luftsäule, aber auch von der Spannkraft der Wasserdünste ab; dieser Druck ist bekanntlich dem Barometerstande proportional. Eine jede Aenderung in der Masse der drückenden, trockenen Luftsäule, und in der Spannkraft der Wasserdünste gibt sich durch eine Aenderung im Barometerstande zu erkennen.

Eine Aenderung in der Masse der drückenden Luftsäule tritt ein, wenn die mit dem erhitzten Boden in Berührung stehenden Theile erwärmt vertikal aufwärts in die Höhe steigen, und daselbst in Folge der hier eintretenden Erhöhung der Expansivkraft in die kältere Nachbarschaft abfließen; dieses Abfließen eines Theiles der Masse aus der Luftsäule, die über der erwärmten Gegend steht, hat ein Sinken des hier befindlichen Barometers zur Folge, während das Barometer der Nachbarschaft durch die dahin kommende Luftmasse zum Steigen gebracht wird; nach einiger Zeit wird aber auch hier eine Strömung der kalten Luft in den wärmeren Raum eintreten, somit wieder das Barometer daselbst sinken, und in der wärmeren Gegend steigen.

Eine an einem Orte eintretende Erniedrigung der Temperatur bewirkt ein Zusammenziehen der ganzen Luftsäule, mithin ein Zuströmen der Luft aus der Nachbarschaft in den oben leer gewordenen Raum, wodurch ein Steigen des Barometers veranlaßt wird.

Veränderungen in der Lufttemperatur veranlassen auch Aenderungen in der Spannkraft der Wasserdünste in der Atmosphäre; eine Erhöhung der

Temperatur, da sie durch stärkere Dunstbildung die Spannkraft des atmosphärischen Wasserdunstes vermehrt, bewirkt ein Steigen des Barometers; die Verminderung der Temperatur kann einen theilweisen Niederschlag veranlassen, in jedem Falle bewirkt sie eine Abnahme der Spannkraft der Wasserdünste, und hat daher immer ein Sinken des Barometerstandes zur Folge. Demnach sind die Wirkungen, welche die Wasserdünste bei eintretenden Temperatur-Aenderungen hervorbringen, entgegengesetzt denjenigen, welche diese Aenderungen in der trockenen Luft erzeugen; diese entgegengesetzten Wirkungen werden sich entweder ausgleichen, oder es bekommt bald die eine, bald die andere das Uebergewicht. Die Barometer-Aenderungen, die von den regelmäßigen, täglichen und jährlichen Aenderungen der Temperatur abhängen, heißen regelmäßige oder auch periodische, weil sie sich in der Periode von einem Tage oder von einem Jahre wiederholen. Diejenigen, die von Einflüßen herrühren, die den regelmäßigen Gang der Temperatur stören, heißen unregelmäßige Aenderungen oder Störungen. Der mittlere Durchschnitt der stündlichen, an einem Tage beobachteten Barometerstände ist der mittlere Barometerstand des Tages oder das barometrische Tagesmittel; die Summe der Tagesmittel eines Monats, durch 30 dividirt, gibt den mittleren Barometerstand des Monats oder das barometrische Monatsmittel; durch Division der Summe der Monatsmittel mit 12 erhält man den mittleren Barometerstand des Jahres.

Wenn man von dem beobachteten Barometerstande die mittelst des Hygrometers bestimmbare Spannkraft der atmosphärischen Dünste abzieht, so gibt der Rest den Druck der trockenen Atmosphäre; man kann auf diese Art den täglichen, monatlichen und jährlichen Gang des Druckes der trockenen Luft bestimmen. Die Beobachtungen lehren:

a) Das Minimum der mittleren Spannkraft des Dunstes tritt um 6 Uhr Morgens, das Maximum um 10 Uhr Abends, der größte Druck der trockenen Luft tritt gegen 8 Uhr Morgens ein, bleibt einige Zeit unverändert, und sinkt dann fort bis 4 oder 6 Uhr Nachmittags; worauf er dann beständig bis zu seinem Maximum wächst. Der Grund, daß die Wendestunden des Luftdruckes erst nach den Wendestunden der Temperatur eintreten, ist in dem Umstande zu suchen, daß das Aufsteigen der warmen Luftströme, und deren Abfließen in die Nachbarschaft immer einige Zeit erfordert. — Das Zusammenwirken beider Ursachen hat zur Folge, daß an allen Orten vom Aequator bis zu einer Breite von 79 Graden und einer Höhe von 2000 Klaftern über der Meeresfläche, die in den Verhältnissen eines Seeklima's sich befinden, der Barometerstand zwischen 8½ und 10½ Uhr Vormittags, und zwischen 9 und 11 Uhr Abends ein Maximum ist, dem ein Sinken nachfolgt, so daß er zwischen 3 und 5 Uhr Morgens und 3 und 5 Uhr Nachmittags ein Minimum wird. Diese stündlichen Schwankungen erfolgen unter den Tropen sehr regelmäßig; an Orten mit einem entschiedenen Continentalklima tritt das Maximum am Morgen entweder nicht ein, oder ist sehr unbedeutend. Die größten täglichen Aenderungen treten in der tropischen Zone ein, und betragen 2.4^{mm}; mit der Entfernung vom Aequator nimmt die tägliche Aenderung ab, beträgt in Prag 0.8^{mm} und in Petersburg nur 0.2^{mm}.

b) Zur Zeit der größten Jahreswärme erscheint der Druck der trockenen Luft

am kleinsten, wächst dann fort und wird einige Zeit nach der größten Kälte im Jahre am größten. Die mittlere Spannkraft des atmosphärischen Dunstes befolgt den entgegengesetzten Gang; ihr Einfluß auf den Barometerstand ist in den Sommermonaten überwiegend, dagegen gewinnt in den Wintermonaten die Aenderung des Druckes der trockenen Luft das Uebergewicht. Daher ist in der gemäßigten Zone der Barometerstand im Winter am größten, und erreicht im Februar sein Maximum, nimmt dann ab, und wird im April ein Minimum. Hierauf steigt der Barometerstand, erreicht im Oktober sein zweites Maximum, dem wieder ein kleines Minimum im November nachfolgt, nach dessen Eintritte das Barometer wieder sich erhebt.

Zwischen den Wendekreisen erscheint die Wirkung, welche die Veränderung der Luftwärme im Drucke der trockenen Luft bewirkt, stets größer als die, welche durch dieselbe Wärmeänderung im Drucke des atmosphärischen Dunstes hervorgebracht wird; daher gibt es nur ein Minimum im heißesten Monat, worauf dann das Barometer beständig bis zum kältesten Monat steigt.

Die Größe der jährlichen Aenderung nimmt wieder mit der Entfernung vom Aequator ab. Der mittlere Luftdruck der Monate Juli und August ist nahe dem Jahresmittel gleich.

c) Nach Kreil's Beobachtungen veranlaßt der Mond eine Art von Ebbe und Fluth in der Atmosphäre, nämlich ein regelmäßiges Steigen und Fallen des Barometers in einer Periode, welche genau mit der Bewegung des Mondes innig zusammenhängt.

Mit gehöriger Berücksichtigung der Ursachen, welche die Barometer-Veränderungen veranlassen, wird es möglich, aus dem Stande des Barometers die bevorstehende Witterung mit einiger Wahrscheinlichkeit anzugeben. Bedeutende Aenderungen im Barometerstande treten nur in Folge von starken Aenderungen in der Temperatur und im Dunstgehalte ein; aber diese Aenderungen führen auch Veränderungen in der Witterung herbei. Ein bedeutendes Fallen des Barometers kann eine Folge von starken Niederschlägen der Dünste in der Atmosphäre sein, und wird als Vorbote einer nassen Witterung betrachtet, die jedoch nicht immer sich einstellt, weil nicht jedesmal der entstandene Niederschlag bis zur Entstehung des Regens verdichtet wird. Ungewöhnlich rasches Fallen wird als ein Zeichen einer eingetretenen, bedeutenden Störung des Gleichgewichtes, daher als Vorbote eines nahenden Sturmes betrachtet.

Da durch Winde bedeutende Aenderungen in dem Wärme- und Feuchtigkeitszustande der Atmosphäre eines Ortes hervorgebracht werden, so werden durch Winde auch starke Barometer-Aenderungen erzeugt. In Europa tritt bei den kalten und trockenen Nordost- und Ostwinden, die einen heiteren Himmel bewirken, der höchste, dagegen bei den warmen, regenbringenden Süd- und Südwestwinden, der kleinste Barometerstand ein. Allein so ist es nicht überall auf der Erde, indem z. B. am Ausflusse des Laplata-Stromes in Amerika die warmen Nordwestwinde trockene Luft führen, daher einen heiteren Himmel, aber ein Sinken des Barometers bewirken; dagegen veranlassen die kalten Südostwinde, bei denen das Barometer steigt, gewöhnlich ein regnerisches Wetter.

Hat man an einem Orte aus jahrelang fortgesetzten Beobachtungen für jede Windesrichtung den mittleren Barometerstand ermittelt, so kann man, nach Leop. von Buch's Erfahrungen, regnerisches Wetter sicher erwarten, wenn das Barometer unter den mittleren Stand, welcher dem herrschenden Winde entspricht, herabsinkt.

§. 250. Elektrische Meteore. Zur Untersuchung des elektrischen Zustandes der Atmosphäre bedient man sich einer 8 bis 12 Fuß langen Stange, die man am oberen Ende mit einem isolirenden Fischbeinstäbchen, und

dieses mit einer metallenen Spitze versieht, an die ein glühender Schwamm, der die Elektricität vorzüglich gut leitet, angesteckt wird; von der Spitze geht ein Metalldraht zu einem sehr empfindlichen Elektroskop. Mittelst eines papiernen Drachen, den man in die Höhe steigen läßt, wird es möglich die elektrische Beschaffenheit hochliegender Luftschichten zu erkennen. Becquerel befestigte zur Erforschung der Elektricität in der Höhe einen sehr langen und feinen Golddraht mit einem Ende an ein empfindliches Elektrometer, mit einem anderen an einen Pfeil, welchen er mittelst eines Bogens abschoß.

Saussure, Arago, Schübler haben mittelst der angeführten Vorrichtungen gefunden, daß bei heiterem Himmel die Atmosphäre stets positiv, die Erde negativ ist; kurz vor dem Sonnenaufgange ist die Stärke der Luftelektricität am geringsten, erreicht aber schon in einigen Stunden nach dem Aufgange der Sonne einen gewissen, größten Werth, worauf sie wieder abnimmt, und einige Stunden nach der Mittagszeit ein Minimum wird, welches nur etwas höher ist, als jenes am Morgen. Wenn sich die Sonne dem Horizonte nähert, nimmt wieder die Stärke der Luftelektricität zu, und erreicht in beinahe zwei Stunden nach Sonnenuntergang ihr zweites Maximum, worauf sie abermals bis zum Morgen abnimmt, weil die feuchte Luft der Nacht die Elektricität zur Erde herableitet. — Die Stärke der Luftelektricität bei heiterem Himmel ist in den höher liegenden Luftschichten größer als in denen, welche der Erdoberfläche näher stehen.

Auch bei trübem Wetter ist nach Schübler's Beobachtungen die Electricität der Luft positiv; allein während es regnet oder schneit, ist sie bald positiv, bald negativ; auch der herabfallende Niederschlag ist bald positiv, bald negativ, am häufigsten positiv bei Nordwinden, dagegen negativ elektrisch bei Südwinden. Wir können den Grund dieses Wechsels gegenwärtig noch nicht mit Bestimmtheit angeben; wohl mögen dabei die Aenderungen in der Temperatur von großem Einflusse sein.

2. Die freie Elektricität, welche in einem Wasserkügelchen der Wolke vorkommt, kann nur eine sehr geringe Spannung besitzen, für welche selbst ein guter Elektricitätsleiter ein Nichtleiter ist; da überdieß jedes Wasserkügelchen von atmosphärischer Luft umgeben ist, so kann der Uebergang der Elektricität von einem Kügelchen zum andern sich nur langsam fortpflanzen, weßhalb eine Nebelmasse, die den Erdboden berührt nicht augenblicklich die Elektricität verlieren kann. — Geht die Bildung einer Wolke sehr rasch vor sich, so tritt die Electricität mit jener kräftigen Spannung auf, welche die Entstehung eines Blitzes möglich macht, weil sie sich nicht so schnell, als sie entsteht, zerstreuen kann; ist die Wolke sehr dicht, so liegen die Wasserkügelchen sehr nahe an einander, und man kann die ganze Wolke als einen zusammenhängenden Leiter betrachten, an dessen Oberfläche sich die freie Elektricität der einzelnen Wasserkügelchen anhäuft, und eine große Spannung erhält, da diese Oberfläche bedeutend kleiner ist, als die der Wasserkügelchen zusammen genommen. Solche dichte Wolken, an deren Oberfläche Electricität von großer Spannung sich anhäuft, bilden sich in der heißen Jahreszeit in der mit Dünsten gesättigten Luft viel leichter als in einer anderen Jahreszeit, weil bei einer gewissen Temperatur-Verminderung wegen des großen Dunstgehaltes eine viel größere Menge tropfbar wird, als wenn kältere, mit Dünsten gesättigte Luft um eben so viele Grade erkaltet.

3. Bei heiterem, windstillem Wetter und großer Feuchtigkeit der Luft,

wie dieß häufig im Sommer eintritt, steigen vom erhitzten Erdboden Luftmassen mit Raschheit vertikal aufwärts, kommen in bedeutende Höhen und bringen dahin eine Menge Wasserdünste, aus denen sich Cirri und Cirrostrate bilden, die dem Himmel ein weißliches Aussehen geben; um das Gleichgewicht herzustellen, sinken kalte Luftmassen an der Seite der warmen herab, und verursachen in der feuchten Atmosphäre die rasche Bildung einer Gewitterwolke, die an Dichte so stark zunimmt, daß sie ein ganz schwarzes Aussehen erhält; ihre starke, elektrische Spannung macht sich schon in der Entfernung von einer halben Meile erkennbar. Ein in den oberen Regionen herrschender Wind verstärkt das Sinken der kalten Luftmassen, und damit auch die Bildung der Niederschläge. Oertliche Umstände, wie Feuchtigkeit und eine warme Lage des Bodens, können das Aufsteigen der Luftmassen, und so die Bildung der Gewitterwolken begünstigen. Die Gewitter erscheinen in den ersten Nachmittagsstunden am häufigsten, weil zur Zeit der größten Tageshitze der aufsteigende Luftstrom am lebhaftesten ist. Der herabstürzende kalte Luftstrom ist wahrscheinlich die Ursache des Gewittersturmes, der aus der Wolke weht, aber nur kurze Zeit dauert.

Gebirgsgewitter können auch z. B. durch einen lebhaften Südwind, der die warme Luft an der Wand des Gebirges zum Aufsteigen nöthigt, hervorgebracht werden. — Die sogenannten Platzregen entstehen auf dieselbe Weise, wie der Gewitterregen, aber die elektrische Spannung in der Wolke ist nicht so groß, daß ein Blitz möglich würde. — Die Gewitter, welche vulkanische Ausbrüche begleiten, sind Folgen der Niederschläge, welche sich aus den hoch-aufsteigenden glühenden Wasserdünsten in den Höhen der Atmosphäre mit Raschheit bilden.

Wenn im Sommer der Süd- oder Südwestwind längere Zeit herrschend gewesen, dabei der Dunstgehalt der warmen Atmosphäre groß geworden ist, und es bricht hierauf plötzlich der kalte Nordostwind ein, so verursacht er anfänglich eine Windstille, welche in uns die unangenehme Empfindung der Gewitterschwüle veranlaßt, weil die Luft mit Dünsten gesättigt erscheint, daher die Ausdünstung des Körpers gehemmt ist. Auf die Windstille folgt eine rasche Bedeckung des Himmels, mit dichtem Gewölke und bald erscheint das Gewitter ausgebildet. Die Drehung des Windes von Süd durch West nach Nordost gibt sich durch ein Steigen des Barometers während des Gewitters und durch eine Abkühlung der Luft nach dem Gewitter zu erkennen.

Ein rascher Niederschlag mit Blitz und Donner kann auch durch einen Südost- oder Südwestwind beim stürmischen Einbrechen desselben in eine erkaltete Atmosphäre bewirkt werden. Während dieses Gewitters sinkt das Barometer und die Luft erscheint nach dem Gewitter nicht abgekühlt.

Die Wintergewitter kommen in Gegenden von großer Luftfeuchtigkeit vor, wenn auf einen anhaltenden warmen südlichen Wind, der den Dunstgehalt der Luft sehr vermehrte, ein stürmischer Nord- oder Nordostwind einbricht.

Der **Blitz** erscheint entweder in der Gestalt eines zickzackförmigen scharf begrenzten Streifens von rother oder violetter Färbung, vollkommen ähnlich dem Funken, der vom Conductor der Elektrisirmaschine in einen Leiter überspringt, oder als ein bläuliches oder violettes, schwächeres Licht, welches das ganze sich gleichsam öffnende Gewölk erleuchtet; oder er hat die Form einer Feuerkugel, die von der Wolke zur Erde fährt, und dem

gemeinen Manne unter dem Namen Donnerkeil bekannt ist. Der Blitz der ersten Art führt größtentheils, doch nicht immer zur Erde; der Blitz der zweiten Art geht von einer Wolke in die andere über.

Jede Gewitterwolke erzeugt in allen, in ihrer Wirkungssphäre befindlichen guten Leitern auf der Erde eine Vertheilung der natürlichen Electricität, zieht die ungleichnamige an und stößt die gleichnamige in die Erde ab; verliert die Wolke durch eine plötzliche Entladung ihre Electricität, so vereinigen sich rasch die getrennten Electricitäten in den Leitern auf der Erde mit einander, welche Vereinigung eine gewaltige Erschütterung erzeugen kann und Rückschlag genannt wird. — Die Luft, durch die der Blitz fährt, wird in Folge der Verdichtung, die sie erfährt, so heiß, daß sie brennbare Körper entzündet. Der Blitz reißt leichte Körperchen leicht fort, die dann an anderen Orten wieder abgesetzt werden, daher kommt es, daß er an Gebäuden an manchen Stellen Spuren von Eisen, Kohle und ähnlichen Stoffen zurückläßt. Wenn der Blitz in einen sandigen, oder aus schmelzbaren Substanzen bestehenden Boden fährt, so entstehen röhrenförmige geschmolzene Massen, die man Blitzröhren nennt. Andere Wirkungen des Blitzes sind bereits in der Experimentalphysik angeführt worden.

Ein Blitzableiter, bei dem die Leitung an einem Orte unterbrochen ist, wäre für ein Gebäude gefährlich; man kann nach Wagners Vorschlag von der ununterbrochenen Leitung sich leicht überzeugen, wenn man die Leitung sammt einem Galvanometer in den Schließungsbogen einer Volta'schen Kette aufnimmt, und den electrischen Strom durchgehen läßt, findet keine Unterbrechung Statt, so erscheint die Nadel abgelenkt.

Der Hagel. Wir können die wahre Ursache des Hagels nach dem gegenwärtigen Stande der Wissenschaft noch nicht mit Bestimmtheit angeben; Kämtz geht bei seiner Erklärung von der Aehnlichkeit aus, die zwischen den Erscheinungen bei Sommergewittern und bei Hagelschauern Statt findet, indem an den Tagen, wo der Hagel fällt, in der Atmosphäre eine große Ruhe herrscht, die Wolken am Himmel stille stehen, die Hitze groß und die Luft mit Dünsten beinahe gesättigt ist; den Beobachtungen zufolge nimmt an solchen Tagen die Temperatur der Luft in vertikaler Richtung viel schneller ab, als es nach den gewöhnlichen Gesetzen geschehen sollte; daher steigen die warmen und feuchten Luftströme mit großer Raschheit vertikal aufwärts und gelangen in Höhen, wo ihre Dünste in Schneeflocken übergehen. Localverhältnisse können das rasche Aufsteigen der feuchten Luftmassen begünstigen, wie z. B. in eingeschlossenen Thälern, wo die Bergwände den aufsteigenden Strom gegen Seitenströme schützen. Kommen in den Höhen, wo sich die Schneeflocken gebildet haben, von der Seite lebhafte Luftströmungen, so entstehen durch Vermischung der Luftschichten von ungleicher Temperatur starke Niederschläge, die kalten Luftmassen sinken in die Tiefe, und bewirken hier neue plötzliche Niederschläge; es bilden sich Wirbelwinde, welche die zuerst entstandenen Schneeflocken umhertreiben und zu größeren Massen zusammenballen. Die so entstandenen Hagelkörner können während des Herabfallens wieder schmelzen und sich sogar in Dünste auflösen; sind aber die unteren Luftschichten sehr feucht, und durch die herabfallenden Luftmassen stark abgekühlt, so werden sich die Hagelkörner durch neue Niederschläge, die an ihre Oberfläche sich ansetzen und sogleich gefrieren, vergrößern, wo dann der undurchsichtige Schneekern mit einer

durchsichtigen Rinde bedeckt erscheint. Bei diesen raschen Niederschlägen entwickelt sich eine große Menge von Electricität, welche den Blitz und Donner verursacht, der das Hagelwetter begleitet.

Der Hagel ist zwischen den Wendekreisen bis zu einer Höhe von 2000 Fuß über der Meeresfläche äußerst selten; zwischen dem 40. und 55. Breitegrade kommt er überall vor, so daß es nur wenige Gegenden gibt, wo er wegen besonders günstigen localen Verhältnissen entweder gar nicht oder nur sehr selten sich einstellt, wie z. B. in einigen Gegenden der Schweiz. Im hohen Norden ist der Dunstgehalt der Atmosphäre zu klein, weshalb sich wohl Graupeln, aber keine eigentlichen Hagelkörner bilden können.

Polarlicht. Dieses ist eine den Polargegenden eigenthümliche Lichterscheinung, die in der Gegend des Nordpols Nordlicht, und am Südpol Südlicht genannt wird. Man sieht gegen den Pol hin am Horizonte einen Nebel in der Gestalt eines Kreissegments 8 bis 10 Grade hoch sich erheben; die Dichtigkeit desselben ist so gering, daß man durch diesen Nebel die hellfunkelnden Sterne mit dem freien Auge sehen kann, um diesen Nebel bildet sich ein lebhafter Lichtbogen von 1 bis 6 Vollmondsbreiten, dessen höchster Punkt nahe am magnetischen Meridiane sich befindet. Die ganze Erscheinung senkt und hebt sich, zieht sich hin und her, und erleidet merkliche, oft plötzlich eintretende Veränderungen in ihrer Gestalt. Nach einigen Stunden steigt aus dem Lichtbogen eine Lichtsäule mit Blitzesschnelle empor, manchmal bis zum Zenith des Ortes hinauf, und theilt sich oben in mehrere Strahlen; sie ist öfters mit schwarzen Strahlen gemengt, verlängert und verkürzt sich, bewegt sich langsam nach Osten und nach Westen, und verschwindet nach einigen Minuten um einer andern Platz zu machen. Oefters erheben sich gleichzeitig mehrere Säulen endlich aus allen Stellen des Lichtbogens, ja selbst an vielen entgegengesetzten Punkten des Horizonts, so daß der ganze nördliche Himmel wie von zuckenden Flammen erfüllt ist; nur an einer Stelle am Himmel, in der Nähe des Zeniths, die von der Verlängerung der Neigungsnadel getroffen wird, herrscht fortdauernde Ruhe; sie wird die Krone genannt. Allein nur selten bildet sich das Polarlicht zur Krone aus; ist aber diese entstanden, so wird das Strahlenschießen schwächer, die Feuersäulen erscheinen immer kürzer, und nach einiger Zeit sieht man nur breite blaßleuchtende Flecke am Himmel unregelmäßig zerstreut; auch diese verschwinden früher als das dunkle Segment.

Die Entstehung des Polarlichtes können wir nicht erklären; wir wissen nur, daß es in der Atmosphäre der Erde erscheint, weil es seine Lage gegen die Firsterne eben so wie alle andern Gegenstände am Horizonte verändert; daß schon am Morgen des Tages, an dem zur Nachtzeit ein Nordlicht erscheint, der Gang der Magnetnadel unregelmäßig ist, und eine Störung des Gleichgewichts in der Vertheilung des Erdmagnetismus andeutet; daß letzterer an der Bildung des Polarlichtes bedeutenden Antheil nimmt, beweiset die Unruhe der Magnetnadel während des Polarlichtes, dann der Umstand, daß der höchste Punkt des Lichtbogens nahe im magnetischen Meridiane und der Mittelpunkt der Krone in der Richtung der Inclinationsnadel sich befindet; der Erdmagnetismus erlangt kurz vor dem Eintreten des Polarlichtes seine größte Stärke, diese nimmt aber in dem Maße ab, in welchem die Lebhaftigkeit des Nordlichtes wächst, und gewinnt erst

allmählig wieder ihren gewöhnlichen Werth. Die beim Polarlichte vorkommenden Feuersäulen haben viel Aehnlichkeit mit den electrischen Lichtbüscheln, die in einem luftleeren Raume beim Ausströmen der Electricität von einer Kugel in eine andere einige Zoll entfernte zum Vorschein kommen; allein die mit sehr empfindlichen Electrometern während des Polarlichtes angestellten Versuche haben keine Electricität nachgewiesen. Man hält daher das Polarlicht für eine magnetische Erscheinung, welche den Act der Wiederherstellung des durch verborgene Ursachen gestörten Gleichgewichts in der Vertheilung des Erdmagnetismus begleitet, wie der Blitz die Wiederherstellung des Gleichgewichts in der Vertheilung der Electricität; das Polarlicht stellt sich demnach, wie Humboldt sagt, als ein magnetisches Ungewitter dar.

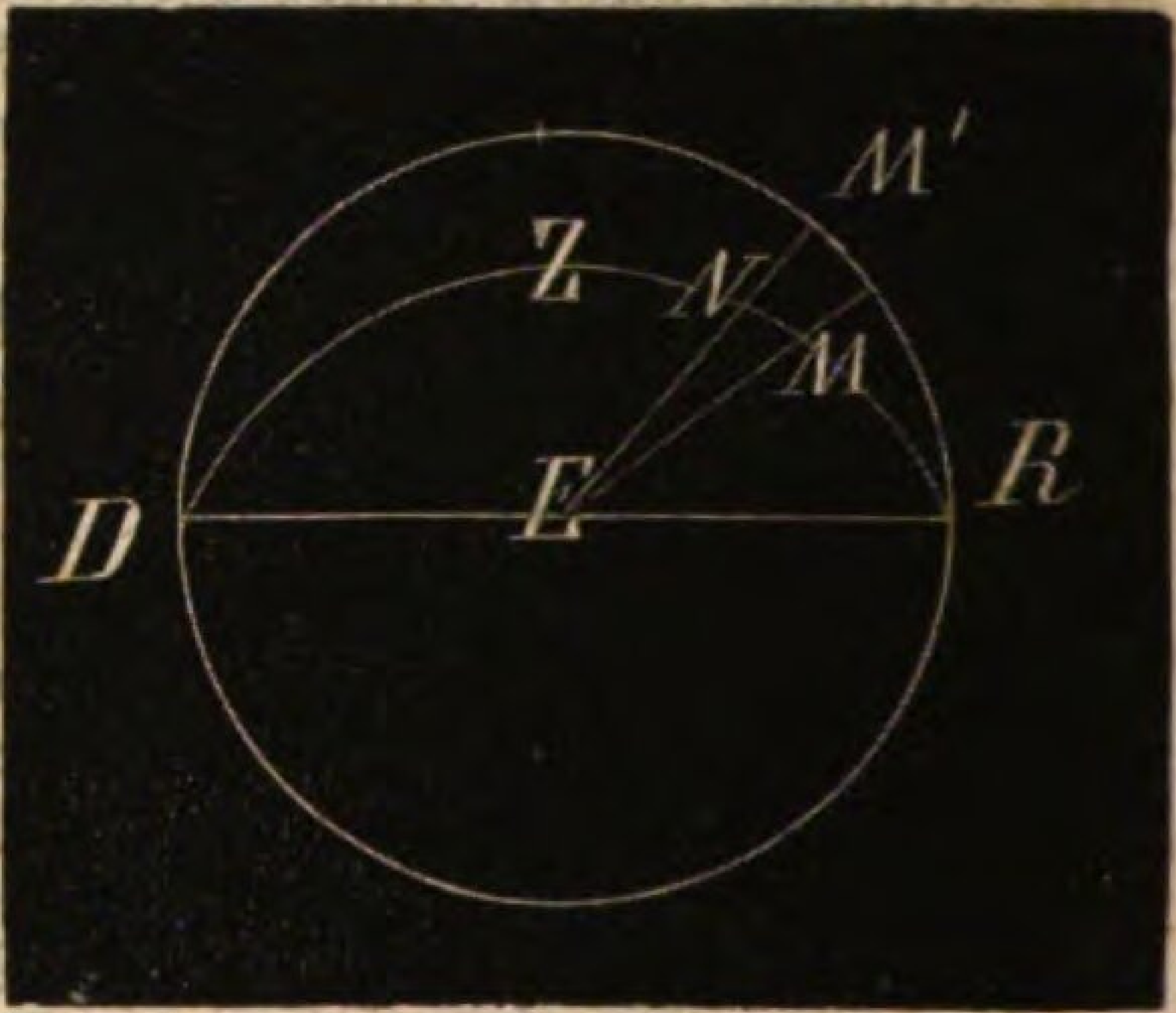
Manche zählen auch die unter dem Namen Wettersäulen (Tromben) bekannten Wirbelwinde zu den electrischen Erscheinungen; die über Wasser erscheinenden Wettersäulen nennt man Wasserhosen, die über Land gehenden Land- oder Sandhosen. Sie haben die Gestalt eines bald geraden, bald schiefen Doppelkegels; indem sich ein Theil der Wolkenmasse kegelförmig herabsenkt, und von der Erdoberfläche ein zweiter Kegel mit der Spitze nach oben gekehrt erhebt; beide Kegel drehen sich um ihre Axe mit großer Geschwindigkeit, während sie in der Richtung des herrschenden Windes fortschreiten. Solche Wettersäulen sind auf dem Lande im Stande, Bäume zu entwurzeln, Häuser abzudecken, schwere Balken mehrere hundert Fuß weit zu tragen. Dabei stellt sich öfters auch Blitz und Donner ein. Wir besitzen noch keine genügende Erklärung dieser Erscheinung, weil bisher zu wenig wissenschaftliche Beobachtungen über dieselbe gesammelt worden sind.

§. 251. Lichtmeteore. 1. Bläue des Himmels. Die Eigenschaft der Luft, von den durchgehenden Sonnenstrahlen das blaue Licht vorzugsweise zurückzuwerfen, ist bekanntlich die Ursache der Bläue des Himmels so wie der blauen Färbung der entfernten Berge, Wälder und anderer Gegenstände. Die Nebelbläschen, die in der Luft zerstreut schweben, und die weißes Licht zurückzuwerfen vermögen, mengen dem blauen Lichte weißes bei, wodurch das Aussehen des Himmels weißlich wird, und dieß desto mehr, je mehr Nebelbläschen in der Luft sich anhäufen. In der Nähe des Horizontes schweben viele Staub- und Rauchtheilchen in der Atmosphäre, die ebenfalls weißes Licht zurückwerfen; außerdem ist jede vom Auge durch die Atmosphäre in der Nähe des Horizontes gezogene gerade Linie länger, als diejenigen Linien, die durch hochgelegene Punkte der Atmosphäre gehen und unter denen die Verticale am kürzesten ist. Da nun in längeren Linien mehr Nebelbläschen vorkommen, als in den kürzeren, so erscheint das Blau des Himmelsgewölbes in der Nähe des Horizontes mit viel mehr Weiß gemischt als das der höheren Theile der Atmosphäre. Erheben wir uns in bedeutende Höhen, so lassen wir viele Nebelbläschen und alle Staubtheilchen hinter uns, wodurch die Ursache der weißen Beimischung vermindert wird, und weil dann zwischen uns und dem dunklen Weltraume nur eine Atmosphäre von geringer Dichte, die nur wenig blaue Strahlen zurückwirft, sich befindet, so erscheint uns der Himmel in bedeutenden Höhen z. B. auf hohen Bergen tief blau. Nach den neuesten Untersuchungen von M. Schlagintweit nimmt die Tiefe der Färbung zwischen 600 und 10000 Fuß Höhe rasch zu.

Das Himmelsgewölbe in der Nähe des Horizontes erscheint nicht bloß weißlich, sondern auch schwächer erleuchtet als in der Nähe des Zeniths, und schon deshalb er-

scheint es in einem weiteren Abstande vom Beobachter zu stehen, als der Theil im Zenithe, weshalb es das Aussehen hat, als wenn das Himmelsgewölbe am Zenithe eingedrückt wäre; daher kommt es, daß der Punkt M Fig. 379., der zwischen dem Zenithe und dem Horizonte in der Mitte zu liegen scheint, nicht um 45° sondern nur um 23° vom Horizonte entfernt ist, der Punkt M′ hingegen dessen Abstand vom Horizonte wirklich 45° beträgt, erscheint in N, dem Zenithe näher gerückt. Alle Sterne am Himmel scheinen dem Horizonte näher zu sein als sie es wirklich sind.

Fig. 379.



Arago hat gefunden, daß das Licht des blauen Himmels theilweise polarisirt erscheint, und zwar in einer Ebene, die durch den Ort des Beobachters, den betrachteten Punct am Himmel und durch die Sonne geht. Betrachtet man z. B. den Polarstern, so geht die Polarisationsebene durch die Weltaxe und die Sonne; richtet man ein Nicol'sches Prisma auf den Polarstern, so kann man, falls daselbst der Himmel heiter ist, durch Drehung des Prisma's die Lage der Polarisationsebene auch dann, wenn die Sonne nicht zu sehen ist, auffinden, und aus dem Winkel, den sie mit der Meridianebene des Beobachtungsortes einschließt, die Tagesstunde so genau, wie mit einer Sonnenuhr angeben. Darauf beruht Wheatston's Polaruhr.

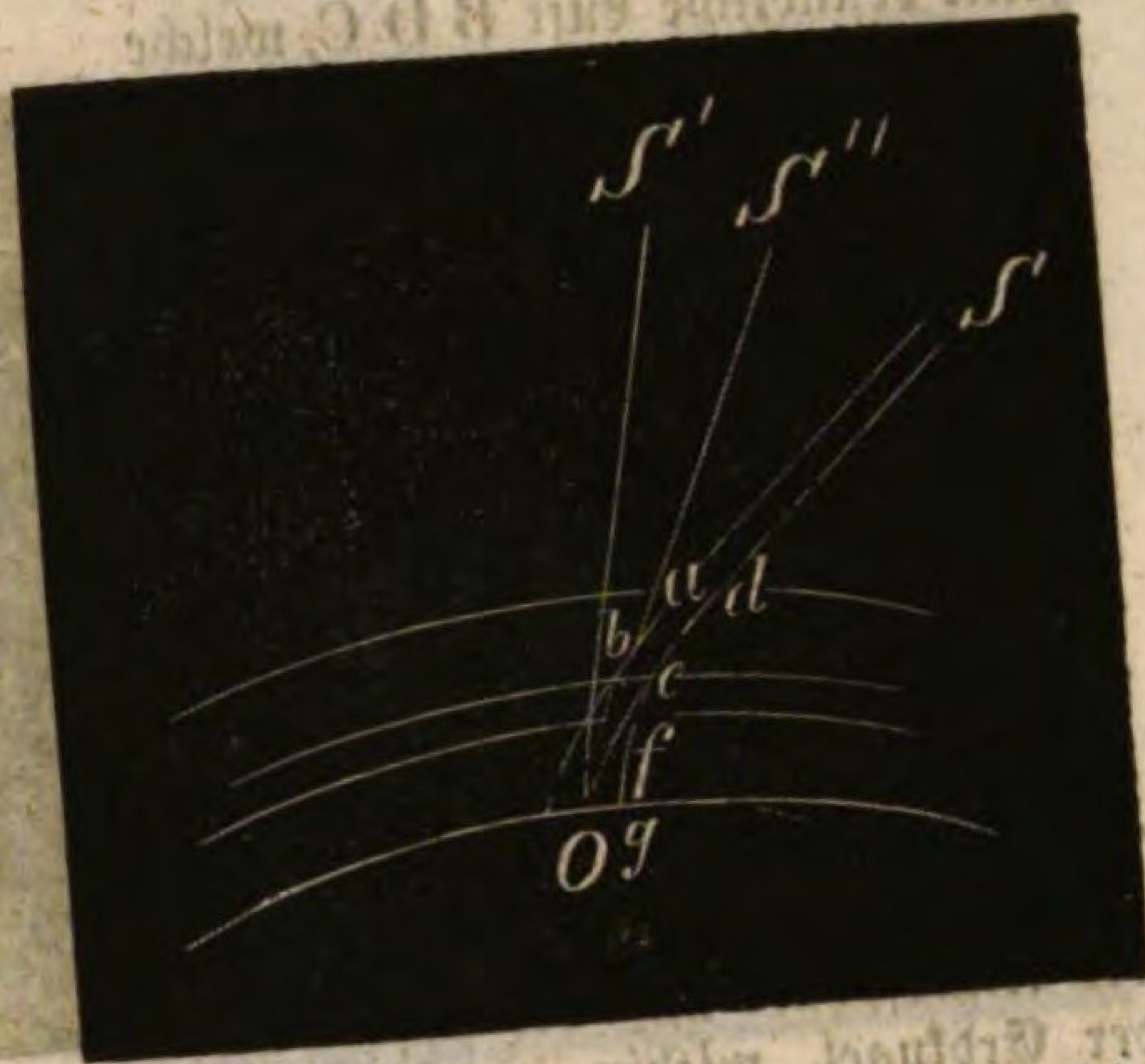
Untersucht man die Stärke der Polarisation des Lichtes, welches von den Punkten kommt, die in der durch die Sonne und den Zenith gehenden Ebene liegen, so findet man, daß dasjenige am stärksten polarisirt ist, welches von dem Punkte kommt, der 88° bis 92° von der Sonne absteht; entfernt man sich von diesem Punkte weiter so nimmt die Polarisation immer mehr ab und wird bei einem Punkt unmerklich; diesen Punkt nennt Arago den neutralen Punkt: Von diesem Punkte an wächst die Polarisation wieder, aber die Polarisationsebene steht auf der früheren senkrecht. Steht die Sonne im Horizonte so liegt Arago's neutraler Punkt nach Brewsters Untersuchungen 18.°5 über dem der Sonne gegenüber liegenden Punkte Einen zweiten neutralen Punkt entdeckte Babinet, dieser liegt 18.°5 über der Sonne wenn die Sonne am Horizonte ist. Zwischen den beiden neutralen Punkten ist das Licht in der Einfallsebene, zwischen einem neutralen Punkte und der Sonne oder dem gegenüberstehenden Punkte senkrecht auf die Einfallsebene polarisirt. Brewster fand bei besonders günstigen Umständen noch einen dritten neutralen Punct 15° bis 16° unter der Sonne, wenn sie am Horizonte steht; erhebt sich die Sonne, so nähert sich dieser neutrale Punkt sammt dem von Babinet entdeckten der Sonne, und beide fallen mit ihr zusammen, wenn sie im Zenithe sich befindet.

2. Nächtliches Funkeln (Scintillation) der Sterne. Bei dieser Erscheinung ist zu unterscheiden: Veränderung der Lichtstärke, nämlich plötzliche Abnahme derselben bis zum Verlöschen und Wiederauflodern, dann öfters Veränderung der Farbe, und eine kleine Ortsänderung.

Die Ursache der Ortsänderung liegt in der ungleichen Brechung, welche die von einem Fixsterne kommenden Lichtstrahlen in der Atmosphäre erfahren, wenn diese aus Schichten von ungleicher Temperatur, Dichtigkeit und Feuchtigkeit besteht. Nehmen wir an, es komme von dem

Fixsterne S Fig. 380. ein Lichtstrahl, der in der Atmosphäre eine krumme Bahn a b o zurücklegt, in das Auge des Beobachters, so daß dieser den Stern in S' erblickt; aber im folgenden Augenblicke wird eine Luftschichte bei b durch eine wärmere oder feuchtere ersetzt, daher wird der durchgehende Lichtstrahl eine andere Ablenkung erfahren, und das Auge nicht mehr treffen, aber ein anderer Strahl der früher die krumme Linie d e g beschrieben hat, gelangt nun ins Auge, so daß dieses den Stern in der Tangente von of im Punkte S'', mithin an einem andern Orte erblickt. Diese Ortsänderung ist nur gering, da diese Unterschiede in der Brechung der Lichtstrahlen nur klein sein können; daher ist sie nur an Fixsternen, die bekanntlich nur als Punkte erscheinen, wahrzunehmen.

Fig. 380.



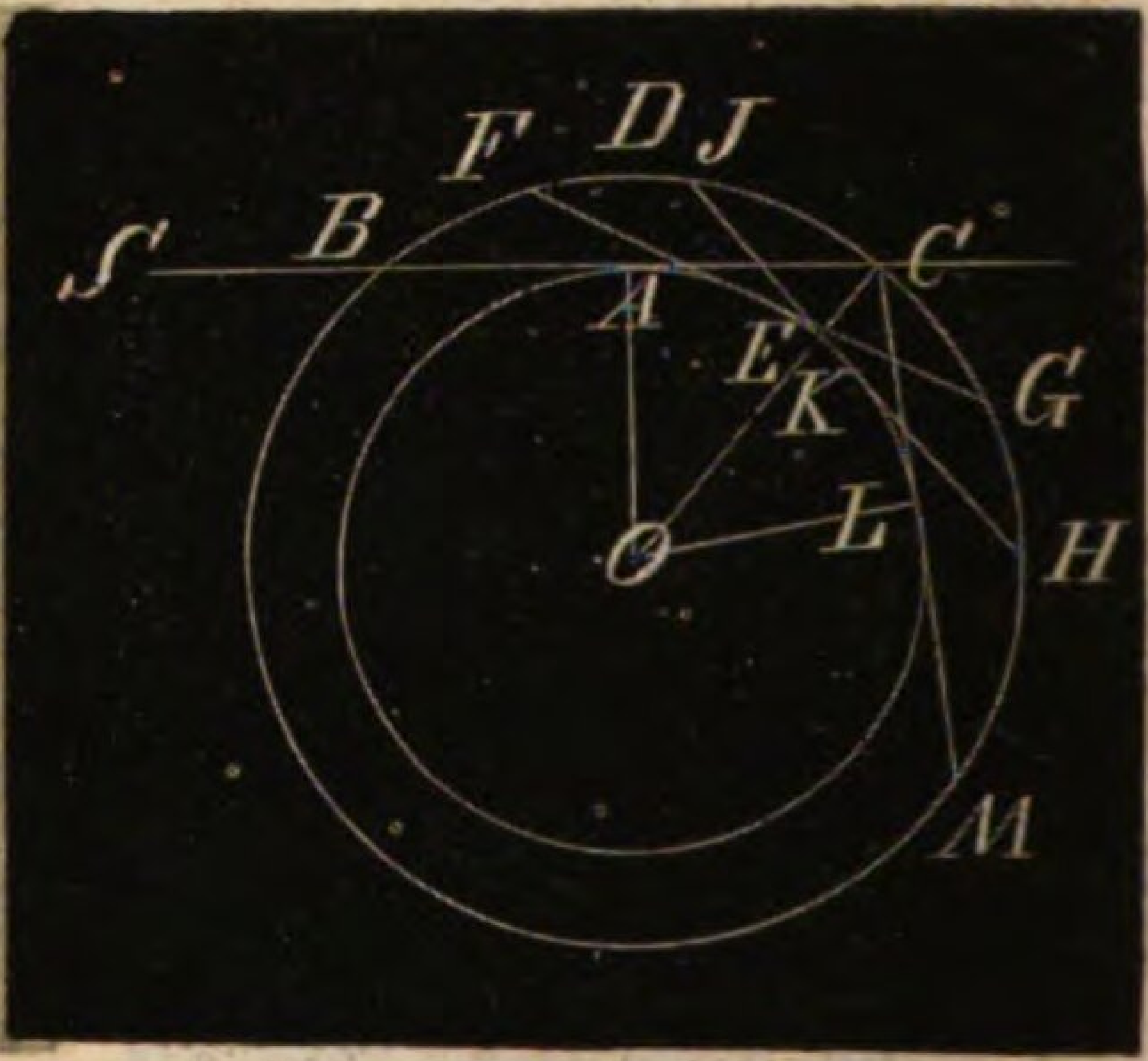
Die Aenderungen in der Lichtstärke und in der Farbe sind nur Folgen von Interferenz der von einem Fixsterne kommenden und vermittelst der Krystalllinse im Auge in einem Punkte der Netzhaut zusammentreffenden Strahlen, wovon einige durch Luftschichten von einer andern Dichte und Feuchtigkeit durchgingen und daher in einer andern Phase anlangen, als die andern Strahlen; die Wirkung der Interferenz muß schnell wieder eine andere werden, da gleich darauf ein anderes Licht in das Auge kommt, bei welchem die Unterschiede der auf dem Wege erlittenen Brechungen von anderer Beschaffenheit sind, daher auch die Farbe und die Lichtstärke, die beim Zusammentreffen der Strahlen durch Interferenz entsteht, eine andere sein muß. — Es ist nicht die Menge der Dünste, sondern nur die ungleiche Vertheilung derselben in den über einanderliegenden Schichten, und die deshalb eintretende Bewegung, dann die Strömungen kalter und warmer Luft, welche die Interferenzerscheinung beständig verändern.

Die Stärke der Scintillation scheint auch von der Natur des den Fixsternen eigenthümlichen Lichtes abzuhängen, da z. B. Wega mehr scintillirt als Arctur und Procyon. — Bei großen Planeten gibt es keine Scintillation. Schon die Alten wußten, daß das zitternde Licht die Fixsterne von den Planeten unterscheidet. In den heiteren Winternächten der gemäßigten Zone wird durch das Funkeln der prachtvolle Eindruck des gestirnten Himmels vermehrt; zwischen den Wendekreisen und ihnen nahe, findet 12 bis 15° über dem Horizonte nach **Humboldt**, wegen der gleichmäßigeren Mischung der Luftschichten kein Funkeln der Sterne statt, was dem Himmelsgewölbe einen eigenthümlichen Charakter von Ruhe ertheilt. Vor dem Eintritte der Regenzeit beobachtete **Humboldt** an vielen Orten die Scintillation der Sterne auch in großen Höhen über dem Horizonte. In Arabien und im persischen Meerbusen bemerkt man nur im Winter eine schwache Scintillation.

3. **Dämmerung.** Wenn die Sonne im Westen unter den Hori-

zont B C Fig. 381. tritt, erleuchtet sie noch immer die über dem Horizonte befindliche Luft B D C, welche Erleuchtung eine Helligkeit über den Horizont verbreitet, bei der es möglich wird die Gegenstände deutlich zu unterscheiden; diese Helligkeit wird aber immer schwächer und verschwindet endlich ganz, denn in Folge der Axendrehung der Erde rückt der Ort A gegen Osten fort, wobei sein Horizont im Westen sich erhebt, und im Osten sich senkt; nach einiger Zeit kommt A nach E und sein Horizont erhält die Lage F E G, bei welcher der östliche Theil C G der Atmosphäre auf der Nachtseite der Erdkugel, mithin im Schatten liegt, und nur der westliche Theil F D C noch von der Sonne erleuchtet erscheint, kommt der Ort A nach K und der Horizont in die Lage I K H, so ist von der über dem Horizonte befindlichen Atmosphäre nur noch der kleine Theil I C in Westen erleuchtet, aber auch hier verschwindet die Erleuchtung, sobald der Ort A nach L gelangt, wo sein Horizont mit der von C gezogenen tangirenden Ebene zusammenfällt. Auf solche Art steigt nach dem Sonnenuntergange von Osten her die Finsterniß herauf, während die Erleuchtung der Atmosphäre, die man Abenddämmerung nennt, sich im Westen mehr und mehr zurückzieht und endlich verschwindet. — Auf ähnliche Weise entsteht die Morgendämmerung. Um dieselbe Figur gebrauchen zu können, wollen wir die Bewegung von L nach K, E, A annehmen, und es ist leicht einzusehen, daß, wenn der Beobachter den Ort L verlassen hat, es in Osten zu dämmern beginnt, in K sieht er schon einen Theil I C der Atmosphäre erleuchtet, dieser wird immer größer, und drängt die Finsterniß im Westen immer mehr zurück, so daß der Beobachter, wenn er den Ort A erreicht, die ganze über den Horizonte stehende Atmosphäre erleuchtet, und bald darauf die Sonne aufgehen sieht.

Fig 381.

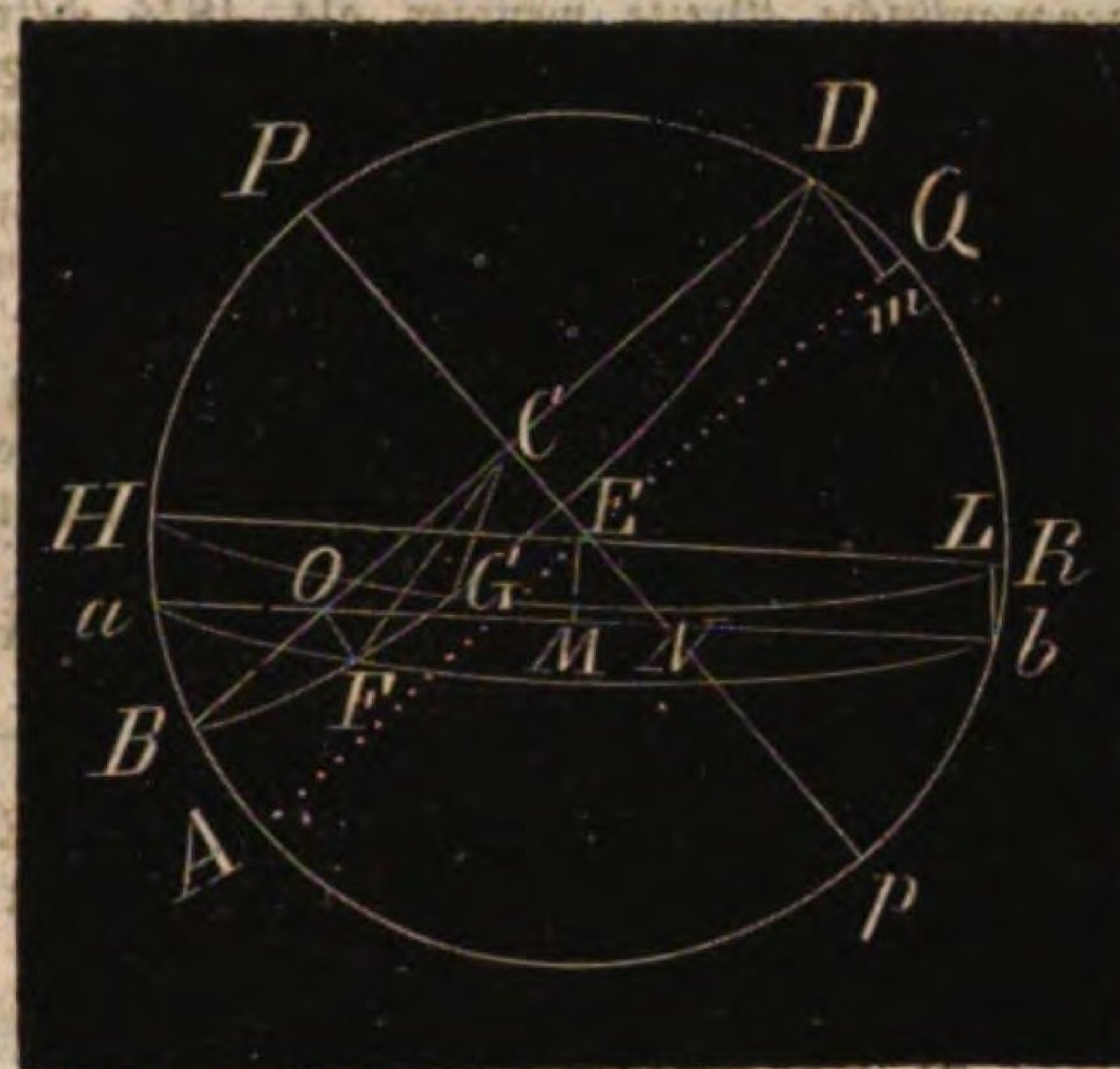


Die Helligkeit in der Dämmerungszeit hängt vom Zustande der Atmosphäre ab, eine größere Menge von Nebelbläschen macht, daß eine größere Menge Sonnenlicht reflectirt und die Helligkeit verstärkt wird; haben die Nebelbläschen eine bedeutende Höhe, so werden sie noch viel Licht reflectiren, wenn die Sonne tief unter dem Horizonte steht, und die Dauer der Dämmerung erscheint ungewöhnlich lang. In Gegenden, wo der Himmel sich durch große Reinheit auszeichnet, wie z. B. in Italien, im Innern von Afrika stellt sich bald nach Sonnenuntergang eine tiefe Dunkelheit ein.

Die Astronomen nehmen das Ende der Dämmerung an, wenn die Sonne den 18. Grad unter dem Horizonte erreicht, oder was gleich viel ist, wenn der Beobachtungsort 18 Grade gegen Osten vorgerückt ist; die Zeit, welche die Sonne bei ihrer scheinbaren täglichen Bewegung braucht, um diesen 18. Grad zu erreichen, ist die Dauer der Dämmerung. Der Kreis, der 18° tief parallel zum Horizonte gezogen wird, heißt der Dämmerungskreis. Um die Dauer der Dämmerung zu finden

sei B G D Fig. 382. irgend ein von der Sonne beschriebener Parallelkreis, und a F b der zum Horizonte H R parallele Dämmerungskreis, dessen Ebene die Meridianebene in der Geraden a b schneidet; so ist B G der halbe Nachtbogen, und B F der unter den Dämmerungskreis fallende Theil desselben, der dem Centriwinkel B C F $= y$ entspricht. Fällt man von E die Senkrechte E M auf die Ebene des Dämmerungskreises; und von b die Senkrechte b L auf den Horizont, so ist E M $=$ b L $=$ sin. b E R $=$ sin. 18°, weil der Bogen b R 18° zählt. Nun ist $EN = \frac{EM}{\sin.\varphi}$, wenn $\varphi =$ der Polhöhe PEH $=$ PN a CE ist gleich dem Sinus der Declination D Q $= \delta$ und C D $=$ C F $= \cos.\delta$.

Fig. 382.



$CN = \sin.\delta + \frac{\sin. 18^\circ}{\sin.\varphi}$ und da

$CO = CN \operatorname{tang}\varphi$, so ist

$$CO = \left(\sin.\delta + \sin.\frac{18^\circ}{\sin.\varphi}\right) \operatorname{tang}\varphi.$$

Die Gerade O F ist die gemeinschaftliche Durchschnittslinie der Ebene des Parallel- und des Dämmerungskreises, die beide auf der Meridianebene senkrecht stehen, daher ist auch O F auf der Meridianebene senkrecht und das Dreieck O C F rechtwinkelig, mithin

$$\cos. y = \frac{OC}{FC} = \left(\sin.\delta + \sin.\frac{18^\circ}{\sin.\varphi}\right) \frac{\operatorname{tang}\varphi}{\cos.\delta}; \text{ hieraus folgt:}$$

$$\cos. y = \operatorname{tang}\delta \operatorname{tang}\varphi + \frac{\sin. 18^\circ}{\cos.\delta \cos.\varphi}.$$

Bezeichnet man mit x den halben Nachtbogen B G, so ist nach §. 234.

$$\cos. x = \operatorname{tang}\delta \operatorname{tang}\varphi \ (1) \text{ und}$$

$$\cos. y = \cos. x + \frac{\sin. 18^\circ}{\cos.\delta \cos.\varphi} \ (2).$$

Hat man den Bogen y und x berechnet, so gibt der Bogen $x - y$ dividirt mit 15 die Dauer der Dämmerung.

Aus der Gleichung (1) folgt für $\delta = 0$, auch $\cos. x = 0$, und aus (2)

$$\cos. y = \frac{\sin. 18^\circ}{\cos.\varphi};$$

am Aequator selbst, wo $\varphi = 0$, erhält man $\cos. y = \sin. 18^\circ$, mithin

$$y = 90 - 18 = 72^\circ;$$

da nun $x = 90$, so ist $x - y = 18^\circ$; die Dauer der Dämmerung $= \frac{18}{15}$ $=$ 1 Stunde 12 Minuten.

In den Gegenden, wo der Parallelkreis den Dämmerungskreis berührt, daher $y = 0$ ist, liegt der ganze Nachtbogen zwischen dem Horizonte und dem Dämmerungskreise, mithin dauert die Dämmerung die ganze Nacht hindurch und die Nächte werden helle Nächte genannt. Um für einen Ort die Zeit zu finden, wo die hellen Nächte beginnen, braucht man nur $y = 0$ zu setzen, und man hat

$$1 = \operatorname{tang}\varphi \operatorname{tang}\delta + \frac{\sin. 18^\circ}{\cos.\delta \cos.\varphi}; \text{ daher}$$

$$\cos.\delta \cos.\varphi = \sin.\varphi \sin.\delta + \sin. 18^\circ, \text{ und}$$

$$\cos. (\varphi + \delta) = \sin. 18^\circ,$$

mithin $\varphi + \delta = 90 - 18 = 72^\circ.$

Wird die Declination der Sonne so groß, daß sie mit der Polhöhe des Ortes 72° gibt, so beginnen an diesem Orte die hellen Nächte. In der geographischen Breite von 72° beginnen diese Nächte schon bei der Declination 0; an Orten, deren geographische Breite weniger als $48\frac{1}{2}$ beträgt, gibt es keine hellen Nächte, daher hat Wien, dessen geographische Breite 48° 12′ 35″ beträgt, keine hellen Nächte.

Man überzeugt sich leicht aus den Gleichungen (1) und (2), daß an demselben Tage in höheren Breiten die Dämmerung länger dauert; aber auch an demselben Orte ist die Dauer der Dämmerung nicht immer gleich groß; denn verzeichnet man sich die Parallelkreise, so ersieht man, daß die zwischen den Horizont und den Dämmerungskreis fallenden Theile wohl gleich lang sind, allein die Anzahl der Grade mithin auch die Dauer der Dämmerung ist desto größer, je bedeutender die Declination der Sonne ist; zur Zeit der Solstitien dauert die Dämmerung am längsten, zur Zeit der Nachtgleichen ist sie am kürzesten.

Da der Winkel AOL = 18°, und AOE = 9°, weil die Dreiecke A O C und COL Fig. 382. congruent sind; so ist $OC = \frac{A\,O}{\cos.\ 9°}$. Wird von C O der Erdhalbmesser A O abgezogen, so erhält man E C d. i. die Höhe der Atmosphäre, die noch fähig ist Dämmerung zu erzeugen. Man findet diese Höhe beinahe gleich 10 geographischen Meilen.

4. Morgen- und Abendröthe. Forbes betrachtete durch den aus dem Sicherheitsventil eines Dampfkessels ausströmenden Dampf das Licht einer Laterne und fand, daß der Dampf nahe an der Ausflußöffnung fast vollkommen durchsichtig und farblos war, einige Zoll höher erschien das Licht orangegelb, und diese Farbe nahm bis zu einer Höhe von 20 Zoll rasch an Tiefe zu; höher hinauf, wo der Dampf schon vollständig zu Nebelbläschen verdichtet wird, erscheint er durchscheinend aber farblos und wird bei einer beträchtlicheren Dicke ganz unburchsichtig. Hieraus schloß Forbes, daß der Dampf bei einer gewissen Stuffe der Verdichtung die Eigenschaft besitzt, die orangefarbigen Strahlen vorzugsweise durchzulassen, und erklärt hieraus die Abend- und Morgenröthe. Denn in der Zeit vor dem Sonnenuntergang geht die Abkühlung der Erdoberfläche und der untersten Luftschichten rasch vor sich, so daß der atmosphärische Dunst in den Uebergangszustand von vollkommener Ausdehnsamkeit in den Zustand der Verdichtung kommt, in welchem er vorzugsweise den gelben und rothen Sonnenstrahlen den Durchgang gestattet. Da ferner gegen Abend auch die Wolken in die unteren wärmeren Luftschichten sich herabsenken, und daselbst allmählig sich auflösen, so werden auch die Dünste, die nun entstehen, in einem ähnlichen Uebergangszustande sich befinden, und die Entstehung der Abendröthe am westlichen Himmel begünstigen.

Am Morgen beobachtet man bei demselben Zustande der Dünste in der Atmosphäre am östlichen Himmel dieselbe Erscheinung, die man Morgenröthe nennt; sie ist in der Regel weniger lebhaft als die Abendröthe, weil bei heiterem Himmel zur Nachtzeit viel Dünste als Thau niedergeschlagen worden sind. Eine lebhafte Morgenröthe ist ein Zeichen, daß die Dünste nahe daran sind, in dichte Nebelbläschen überzugehen, weshalb am Tage durch Hinzutreten neuer Dünste und durch Aufsteigen derselben in höhere kältere Regionen die Bildung von Wolken und Verdichtung derselben zum Regen leicht eintreten kann. Ein starkes Morgenroth wird daher als Vorbote baldigen Regens betrachtet.

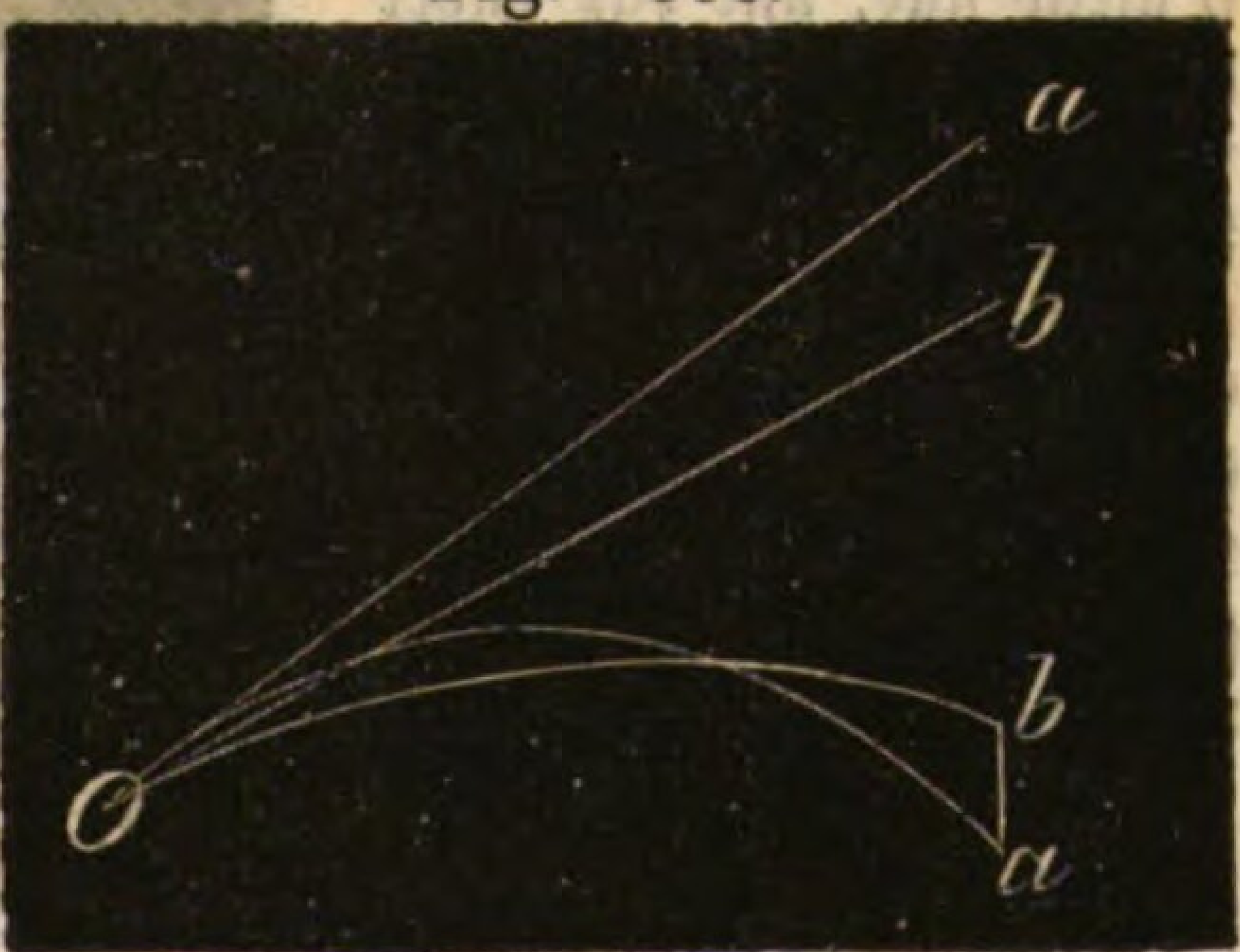
R. Clausius ist der Ansicht, daß in dem sogenannten Uebergangszustande die Luft bereits mit Nebelbläschen erfüllt ist, die aber eine solche

Feinheit besitzen, daß das Licht beim Durchgange in Folge einer wie bei dünnen Plättchen vorkommenden Interferenz eine orangegelbe oder röthliche Färbung annehmen muß, welche jedoch erst nach dem Durchdringen mehrerer solcher Bläschen unter sich intensiv genug wird, um bemerkbar zu werden. Bei einer größeren Dicke geben die Bläschen der Reihe nach alle anderen Farben der Newton'schen Ringe im durchgehenden Lichte; diese Farben mischen sich und das Orange wird undeutlicher, bis endlich die Bläschen in so großer Menge und von so verschiedener Dicke vorkommen, daß in Folge der Mischung der Farben Weiß entsteht. — Clausius erklärt auch die Bläue des Himmels aus der Interferenz der Strahlen, die an den Häutchen kleiner Nebelbläschen reflectirt werden.

5. Wasserziehen der Sonne. Steht die Sonne hinter einem dichten Gewölke, welches einen recht dunklen Schatten wirft, aber an einigen Stellen durchbrochen ist, so daß daselbst die Sonnenstrahlen ungehindert durchgehen können; so sehen wir die auf dem Wege der Lichtstrahlen befindlichen Lufttheilchen, Nebelbläschen und Staubtheilchen erleuchtet, wie in dem Falle, wo Sonnenstrahlen durch eine Oeffnung im Fensterladen in ein verfinstertes Zimmer eintreten; der erleuchtete Weg der Sonnenstrahlen erscheint uns in der Gestalt von hellen Streifen, die in der beschatteten Atmosphäre sich lebhaft zeigen, und bei mäßiger Höhe gleichsam als Strahlen erscheinen, die von der Sonne ausgehen. Im Sommer nimmt man diese Lufterscheinung, welche das Wasserziehen der Sonne heißt, häufiger wahr, als im Winter, und gewöhnlich nur bei niedrigem Sonnenstande. Da Nachmittags bei Annäherung der Sonne an den Horizont die Wolken gewöhnlich verschwinden, wenn die Luft trocken ist, so wird das Wasserziehen der Sonne Nachmittags als ein Zeichen einer größern Feuchtigkeit der Atmosphäre, mithin als Vorbote eines nahen Regens angesehen.

6. Luftspiegelung. Wir haben bereits in der Experimentalphysik erfahren, daß man über einem stark erhitzten Boden Bilder von entfernt stehenden Gegenständen erblickt, ohne daß hiezu die Wirksamkeit einer spiegelnden Fläche nöthig wäre, weshalb man diese Bilder Luftbilder und die Erscheinung Luftspiegelung nennt. Man beobachtet diese Erscheinung auch auf dem Meere bei sehr ruhigem Wetter, wenn das Wasser viel kälter ist als die Luft, daher die Dichtigkeit der Luftschichten viel rascher abnimmt als beim gewöhnlichen Zustande. Denn ist ab Fig. 383. ein entfernter Gegenstand, so sieht man denselben nicht bloß vermöge der Strahlen, die nahe geradlinig von a und b ins Auge kommen, sondern die in schiefer Richtung nach oben zu gehenden Strahlen müssen, da sie in Luftschichten von rasch abnehmender Dichte kommen, mehr und mehr vom Einfallslothe gebrochen werden, und bekommen dadurch bald eine so schiefe Richtung, daß sie eine totale Reflexion erleiden, sich nach abwärts wenden und nun

Fig. 383.

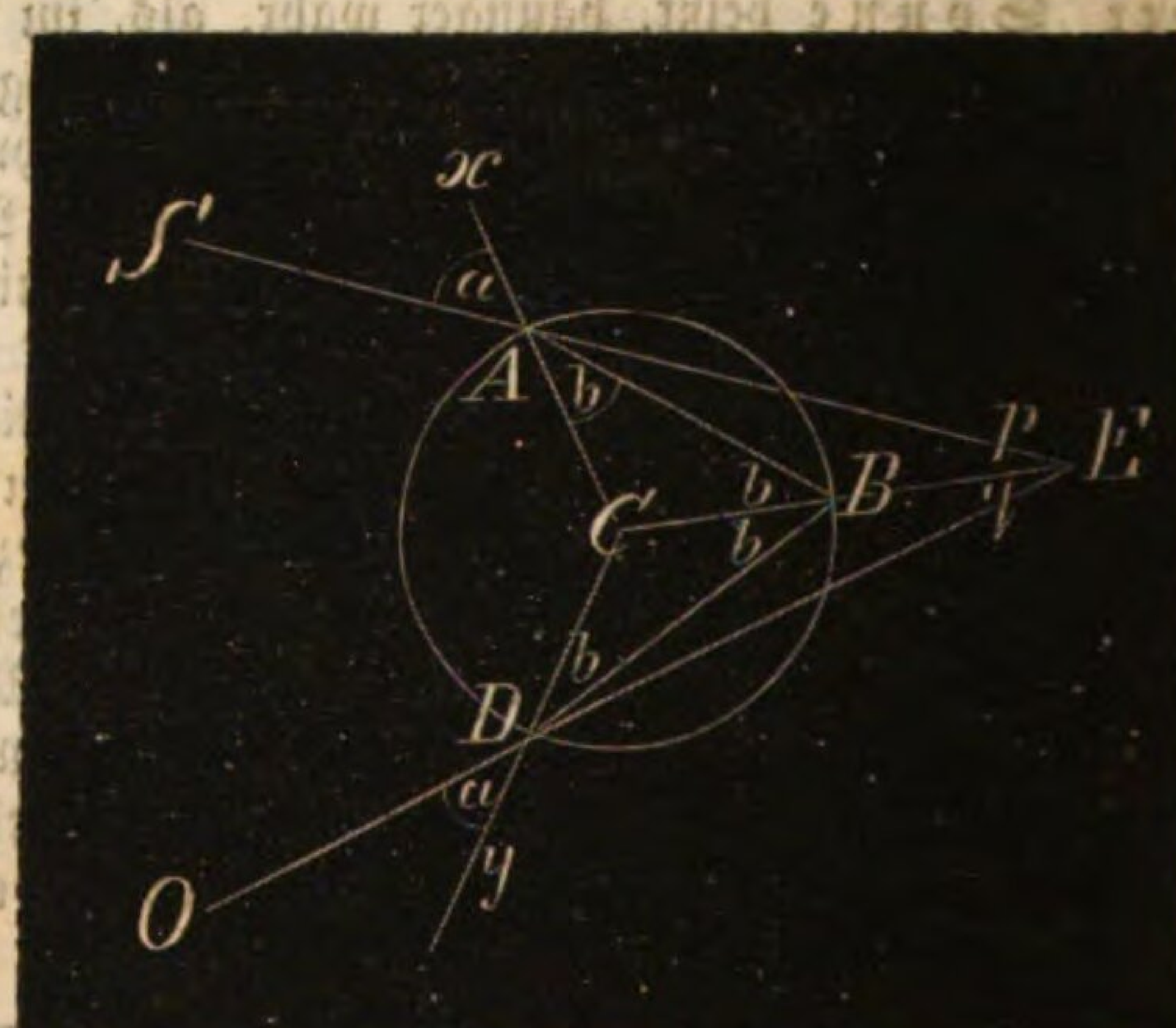


mehr und mehr zum Einfallslothe gebrochen werden; auf diese Art wird von den vielen von b nach oben zu ausgehenden Strahlen einer in einer krummen Linie in das Auge O gelangen, und dieses den Punct b in der Richtung der durch O zur krummen Linie gezogenen Tangente z. B. in b′ erblicken. Von den Strahlen, die von a ausgehen, kann nur derjenige Strahl nach O kommen; der von a weniger schief als b ausfährt, und daher höher dringt, bis er eine totale Reflexion erleidet, und deshalb über den ersten zu liegen kommt, so daß das Auge den Punct a über b′ in a′, und das Bild von ab in umgekehrter Lage wahrnimmt. Manchesmal ist nur das Bild a′ b′ aber nicht der Gegenstand zu sehen, weil letzterer unter dem Horizonte sich befindet.

Wenn auf dem festen Lande ein rascher Wechsel der Temperatur eintritt, der Erdboden kälter ist als die Luft, und daher Luftschichten von rasch abnehmender Dichte entstehen, wird es möglich Gegenstände, die unter dem Horizonte sich befinden, vermittelst bogenförmig gehender Lichtstrahlen wahrzunehmen.

7. Regenbogen. Die Bildungsweise des Regenbogens ist bereits in der Experimentalphysik in Kürze besprochen worden, es ist daher nur nöthig, noch einige Hauptumstände näher zu erörtern; dazu gehört insbesondere die Bestimmung des Winkels S E O = w Fig. 384, welchen der verlängerte einfallende Strahl S A mit dem verlängerten aus dem Regentropfen austretenden Strahl O D einschließt, und der die Größe der Ablenkung des einfallenden Strahls angibt. Setzt man den Einfallswinkel S A x = a, den Brechungswinkel C A B = b, und berücksichtigt, daß beim Hauptregenbogen in den gleichschenkeligen und congruenten Dreiecken C A B und B C D die Winkel an den Grundlinien A B und B D sämmtlich dem Winkel b gleich sind, und daß daher beim Austritte, für den Einfallswinkel C D B = b der Brechungswinkel O D y = a ist; so wird ersichtlich, daß in den Dreiecken A C E und D C E, A C = C D, C E = C E, und die der größeren Seite C E gegenüberliegenden Winkel C A D und C D E, deren jeder = a ist, einander gleich, mithin die Dreiecke congruent sind; daher bildet die C E mit den Halbmessern A C und D C gleiche Winkel, eben so wie die Grade B C, weshalb C E und B C zusammenfallen müssen, auch sind die Winkel A E C und C E D einander gleich. Bezeichnet man A E B mit p und C E D mit q, so ist

Fig. 384.



$$A B C = b = p + a - b, \text{ und } b = q + a - b,$$

mithin $$p + q = w = 4b - 2a.$$

Aus dem Brechungsgesetze $\sin. a = n \sin. b$ läßt sich für jeden Einfallswinkel der entsprechende Brechungswinkel b berechnen, indem man den mittleren Brechungsexponenten n für Wasser = 1.33 annimmt. Ist aber b berechnet, so bestimmt man den Ablenkungswinkel w, und überzeugt sich auf diese Weise, daß die auf den Tropfen parallel auffallenden Sonnenstrahlen aus dem Tropfen in divergirenden Richtungen austreten und sich im Raume so sehr zerstreuen, daß derjenige Lichttheil, der das Auge eines entfernt stehenden Beobachters trifft, einen merklichen Eindruck zu erzeugen nicht vermag; ohnehin wird das Licht durch die zweimalige Brechung und eine Reflexion im Tropfen sehr geschwächt. Die Berechnung des Winkels w lehrt, daß mit der Größe des Einfallswinkels auch der Werth von w wächst, der Zuwachs aber immer kleiner wird und schon verschwindet, wenn der Einfallswinkel dem Werthe von 59° sich nähert, für welchen Werth der Ablenkungswinkel ein Maximum wird; daher treten viele der parallelen und nahe unter dem Winkel von 59° einfallenden Strahlen unter demselben Ablenkungswinkel, also in parallelen Richtungen dicht aneinander aus dem Tropfen heraus, und bilden ein Lichtbündel, das geeignet ist, in dem in seiner Richtung befindlichen Auge eines Beobachters einen bei weitem stärkeren Lichteindruck zu erzeugen als die anderen Strahlen, weshalb die Strahlen dieses Lichtbündels wirksame Strahlen genannt werden.

Lassen wir den Einfallswinkel a um eine äußerst kleine Größe α wachsen, und bezeichnen wir die der Aenderung α entsprechende Aenderung des Brechungswinkels mit β: so ist

$\sin. (a + \alpha) = n \sin. (b + \beta)$, und $\sin. a + \alpha \cos. a = n \sin. b + n \beta \cos. b$,

weil $\cos. \alpha = 1$, und $\sin. a = \alpha$, und eben so $\cos. \beta = 1$ und $\sin. \beta = \beta$ gesetzt werden kann; daher ist

$$\alpha \cos. a = n \beta \cos. b.$$

Heißt ω die Aenderung, welche w in Folge der Aenderung des Einfallswinkels erleidet, so ist

$$w + \omega = 4 b + 4 \beta - 2 a - 2 \alpha, \text{ mithin } \omega = 4 \beta - 2 \alpha,$$

und $$\omega = \frac{4 \alpha \cos. a}{n \cos. b} - 2 \alpha.$$

Die Aenderung des Ablenkungswinkels wird gleich Null, wenn

$\frac{4 \alpha \cos. a}{n \cos. b} = 2 \alpha$, mithin $2 \cos. a = n \cos. b$; woraus folgt:

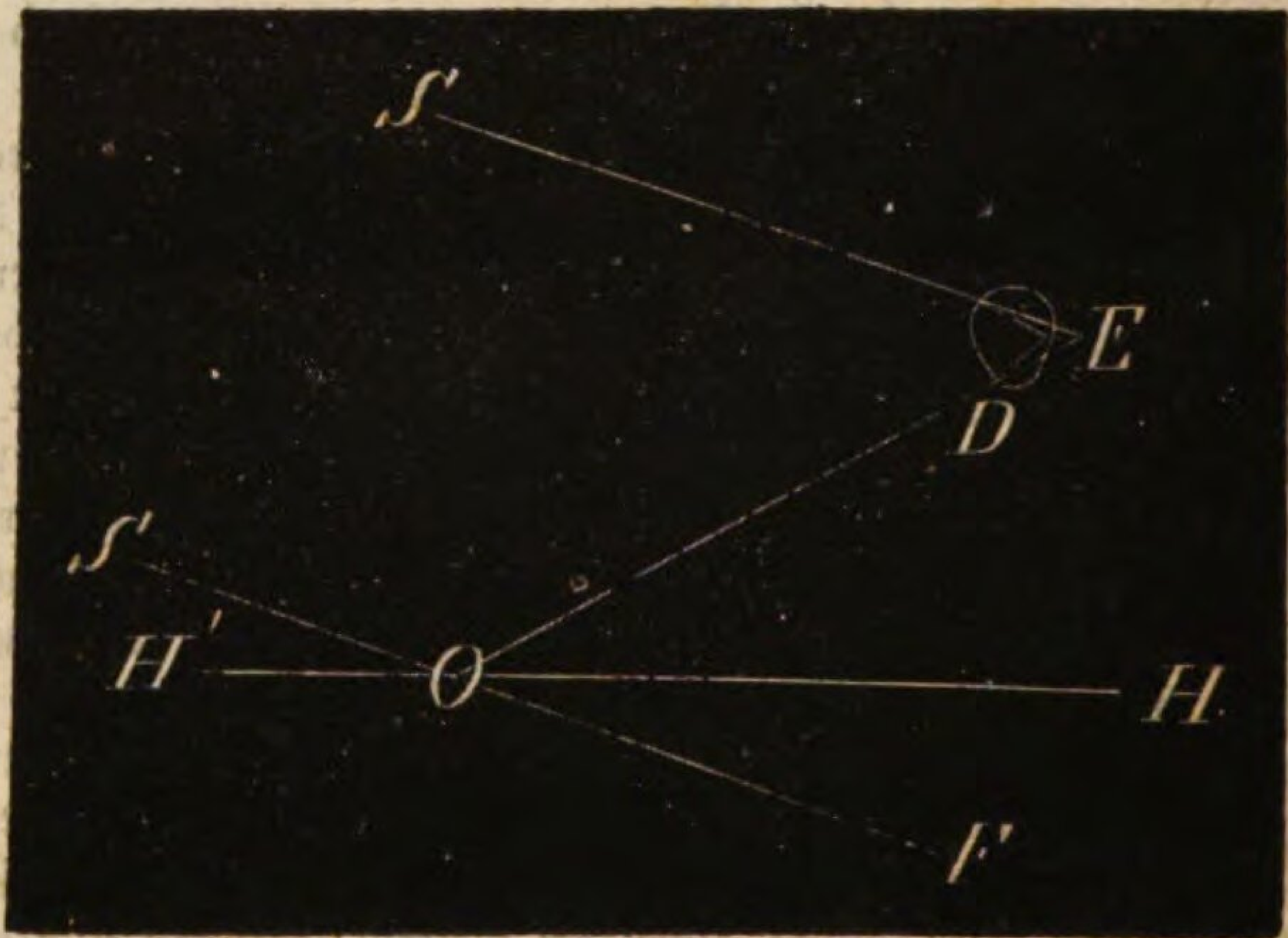
$4 \cos.^2 a = n^2 \cos.^2 b$, und $\sin a = \sqrt{\frac{4 - n^2}{3}}$;

nach dieser Formel berechnet man den Einfallswinkel für die wirksamen Strahlen, da für rothe Strahlen $n = \frac{108}{3}$, und für violette

$n = \frac{109}{81}$ ist, so ergibt sich für die wirksamen rothen Strahlen ein Ablenkungswinkel von 42° 2′, und für die wirksamen violetten 40° 16′.

Man denke sich durch das Auge O Fig. 385. des Beobachters auf der Erde eine Horizontale O H, und eine zur Sonne gehende Gerade O S gezogen und letztere nach O F verlängert; so ist, da alle auf den Horizont auffallenden Sonnenstrahlen unter sich parallel sind, S O F parallel zu allen, die auf die Regenwand auffallen; legen wir durch O F eine verticale Ebene und ziehen in dieser die Gerade O E dergestalt, daß sie mit O F den Winkel E O F = 42° 2 einschließt, so ist auch der Winkel S E O = 42° 2′, weshalb der Tropfen D roth erscheinen und wegen der verticalen Stellung

Fig. 385.



der Ebene E O F den Gipfel des Regenbogens bilden wird, dessen Erhebung über dem Horizonte O H die Höhe des Regenbogens genannt wird. Diese Erhebung bestimmt der Winkel

$$EOH = EOF - HOF;$$

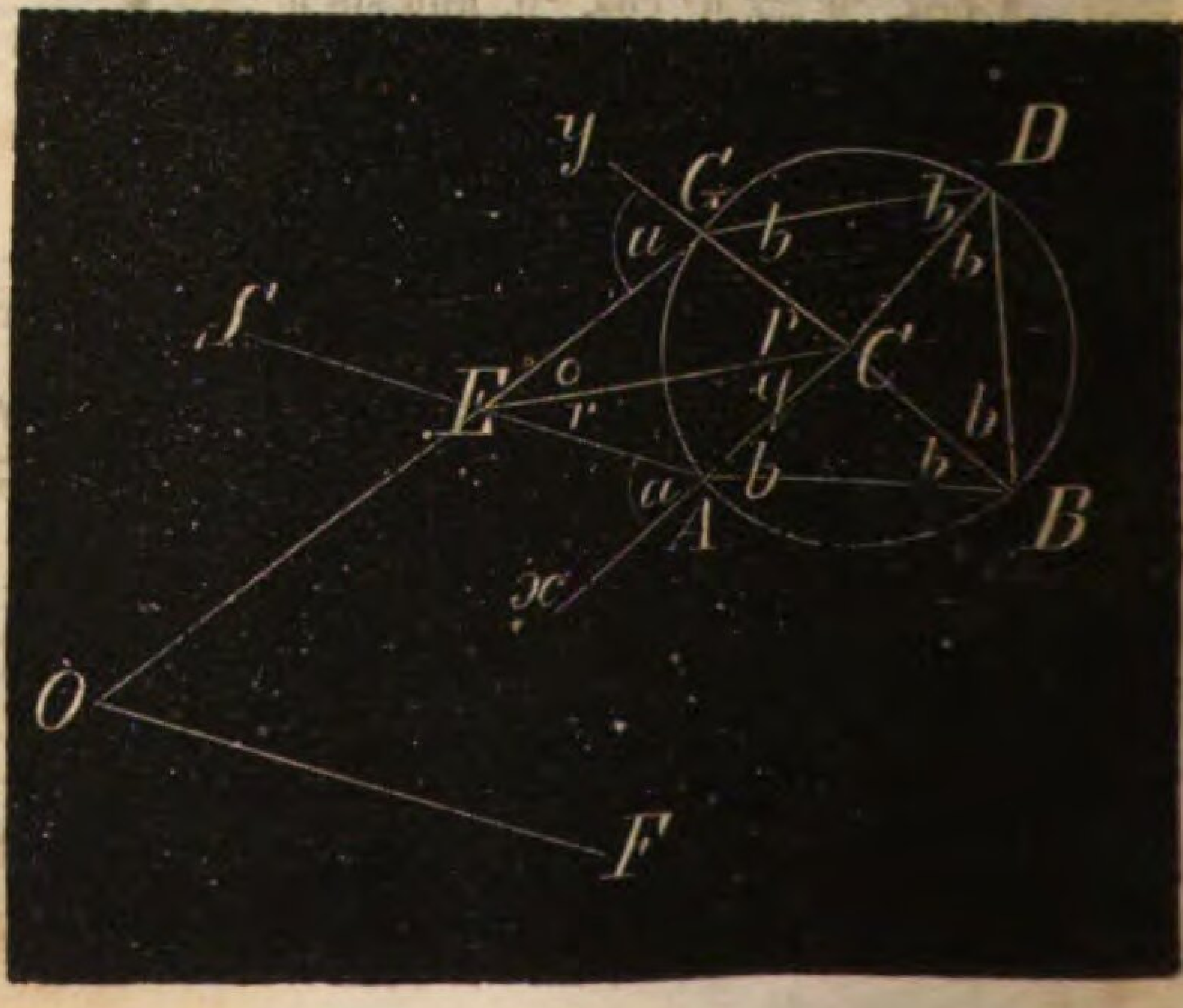
da H O F = S O H' das ist der jedesmaligen Sonnenhöhe, die wir mit h bezeichnen wollen, so ist

$$EOH = 42^\circ\, 2' - h,$$

woraus ersichtlich wird, daß der Regenbogen am Morgen nur am westlichen und am Abend nur am östlichen Himmel erscheinen kann, daß seine Höhe wächst, wenn die Höhe der Sonne abnimmt, und daher am größten ist, wenn die Sonne am Horizonte sich befindet. Hat die Sonne eine Höhe von 42° 2' oder eine größere, so ist kein Regenbogen mehr möglich.

Um die Ablenkung der Strahlen zu finden, welche die untere Hälfte des kugelförmigen Tropfens treffen, nach einer zweimaligen inneren Reflexion in das Auge O Fig. 386. eines Beobachters gelangen, und falls sie zu den wirksamen gehören, die Entstehung des Nebenregenbogens veranlassen; haben wir zu beachten, daß in den congruenten und gleichschenkeligen Dreiecken A C B, B C D, D C G jeder der Winkel an den Grundlinien dem Brechungswinkel b, und daher der Winkel O G y, welchen der austretende Strahl mit dem Einfallslothe bei G einschließt, dem Einfallswinkel a gleich ist. Hieraus er-

Fig. 386.



gibt sich die Kongruenz der Dreiecke E G C und E C A, daher die Gleichheit der Winkel p und q, dann der Winkel o und r.

Nun ist

$$a = o + p \text{ und } a = r + q, \text{ mithin}$$

$$2a = o + p + q + r = GEA + GCA; \text{ allein}$$

$$GCA = 360 - (ACB + BCD + CGD), \text{ oder}$$

$$GCA = 360 - (540 - 6b) = 6b - 180^\circ,$$

daher $GEA = SEO = 180^\circ + 2a - 6b = w'$.

Berechnet man nach der letzten Formel für jeden Einfallswinkel die Größe des Ablenkungswinkels; so ergibt sich, daß die Ablenkung abnimmt, wenn der Einfallswinkel wächst und ein Minimum wird, wenn letzterer den Winkel von 71° erreicht; Strahlen, deren Einfallswinkel um weniger als einen halben Grad von 71° abweicht, erleiden dieselbe Ablenkung und treten in parallelen Richtungen dicht bei einander heraus, sie sind somit wirksame Strahlen.

Bezeichnen wir mit ω' die Aenderung, welche der Ablenkungswinkel w' erfährt, wenn sich der Einfallswinkel um α ändert; so hat man

$$\omega' = 2\alpha - 6\beta = 2\alpha - \frac{6\alpha \cos. a}{n \cos. b};$$

wird der Ablenkungswinkel ein Minimum, so ist die Aenderung ω' für jede unendlich kleine Aenderung α gleich Null; mithin

$$2\alpha = \frac{6\alpha \cos. a}{n \cos. b} \text{ oder } n \cos b = 3 \cos. a, \text{ und}$$

$n^2 \cos.^2 b = 9 \cos.^2 \alpha$, woraus man findet

$$\sin. a = \sqrt{\frac{9 - n^2}{8}}$$

Für rothe Strahlen ist $a = 71^\circ\, 52'$
„ violette „ „ $a = 71^\circ\, 39'$.

Der Ablenkungswinkel für die wirksamen rothen beträgt 50° 58′ und für die wirksamen violetten 54° 10′

Da die Höhe des untersten rothen Randes des Nebenregenbogens 50° 58′ — h, und die des Hauptregenbogens 42° 2′ — h beträgt; so ist die Breite des zwischen den beiden Regenbogen liegenden Raumes 8°56′; in diesem Raume liegen jene Regentropfen, von denen keine Strahlen ins Auge kommen können; denn die Strahlen die nach einer einmaligen innern Reflexion austreten, könnten nur dann ins Auge kommen, wenn ihr Ablenkungswinkel mehr als 42° 2′ betragen würde; aber ein solcher ist nicht möglich, da die Ablenkung für Strahlen, deren Einfallswinkel 59° übersteigt, wieder kleiner wird als 42° 2′. Diejenigen Strahlen, die aus diesen Regentropfen nach einer zweimaligen innern Reflexion heraustreten, müßten, um ins Auge zu gelangen, eine Ablenkung erleiden, die kleiner ist als 50° 58′; allein der Winkel von 50° 58′ gibt die kleinste Ablenkung, die bei den Strahlen möglich ist, welche die untere Hälfte des Tropfens treffen, und nach einer zweimaligen inneren Reflexion austreten. Das Auge bekommt daher aus dem Raume zwischen den beiden Regenbogen keine anderen Strahlen als höchstens die schwachen, die an der Vorderseite des Tropfens reflectirt werden, weßhalb dieser Raum viel dunkler erscheint, als die Räume unter dem Hauptregenbogen, und über dem Nebenregenbogen.

Werden Sonnenstrahlen von der Oberfläche des Wassers gegen eine Regenwolke reflectirt, so ist es gerade so, als wenn eine unter dem Wasser stehende Sonne die Wolke erleuchten würde, wodurch die Entstehung eines neuen Regenbogens veranlaßt wird. — Erscheint eine Wiese mit Thau oder Regentropfen bedeckt, und steht die Sonne niedrig, so erblickt man häufig einen farbigen Bogen, der auf dieselbe Art entsteht, wie der Regenbogen.

Ist die Regenwand dem Beobachter und die Sonne dem Horizonte nahe, so sieht man einen ganzen Kreis mit Regenbogenfarben. Eine solche Regenwand bilden

die Tropfen, in welche sich das herabfallende Wasser bei Springbrunnen und Wasserfällen gewöhnlich zertheilt.

8. Höfe um Sonne und Mond. Wir sehen nicht selten die Sonne, den Mond, zuweilen auch die größeren Gestirne von hellen Ringen umgeben, die man Höfe nennt. Es gibt kleine und große Höfe; die ersteren hängen mit dem Körper, den sie umgeben, zusammen, und ihr Durchmesser ist bald größer bald kleiner; man nennt sie auch Lichtkränze; der große Hof hat einen Durchmesser von 22 bis 23 Graden; bei seinem Erscheinen sieht man zuweilen einen zweiten, dessen Halbmesser 43° beträgt, und manchmal auch einen dritten in einem Abstande von 90°. Der Lichtkranz erscheint öfters mit Regenbogenfarben, wo dann das Roth den äußeren Rand bildet; beim großen Hof erscheint das Roth dem leuchtenden Körper näher.

Wenn man zwischen zwei geschliffene Planglässer sehr viele gleich große runde Stanniolblättchen unregelmäßig, aber doch so legt, daß der Abstand von je zwei dem Durchmesser eines Scheibchens gleich wird, bringt sie hierauf vor das Objectiv eines Fernrohrs, das man nach einer runden Oeffnung im Fensterladen eines verfinsterten Zimmers richtet, und leitet directes Sonnenlicht herein; so erblickt man die runde Oeffnung ausgezeichnet hell, und um sie herum Farbenringe, die offenbar durch Beugung der Lichtstrahlen an den Kanten der Scheibchen entstehen. Dieselbe Erscheinung ergibt sich, wenn man anstatt der Stanniolscheibchen Glaskügelchen nimmt, ja man findet, daß die Farbenringe desto größer erscheinen, je kleiner die Kügelchen sind. Diese Beugungserscheinungen haben viel Aehnlichkeit mit den kleinen Höfen, so daß man diese, nach Fraunhofer, als Ergebnisse der Beugung betrachtet, welche die von einem Gestirn ausgehenden Lichtstrahlen an dem Umfange der kleinen Nebelbläschen, die in der Atmosphäre vorkommen, in dem Falle erleiden, wenn die Nebelbläschen in solchen Abständen von einander sich befinden, daß durch die Zwischenräume noch Licht durchgehen kann. Sind die Nebelbläschen größer, so erscheint der Durchmesser des Hofes kleiner, bei starker Vergrößerung derselben wird der Hof so klein, daß er nur noch um die Fixsterne zu sehen ist.

Die in gleichen Abständen vom leuchtenden Körper schwebenden Nebelbläschen werden dem Auge dieselben Farbenstrahlen zusenden; sind die Nebelbläschen gleich groß, so werden sich die Ringe von gleicher Farbe verstärken, sind sie ungleich, so fallen verschiedene Farben über einander und der Hof erscheint farblos.

Diese Entstehung der kleinen Höfe aus der Beugung des Lichtes an den Nebelbläschen bestätigt auch die Erfahrung, daß der Mond und die Sonne, durch eine leicht bethaute Glasplatte angesehen, von einem kleinen Hof umgeben erscheinen, ferner noch die Thatsache, daß um die Flamme einer Kerze, die in einem Zimmer brennt, wo viel Dünste durch kalte Zugluft niedergeschlagen werden, ein Hof sich zeigt. — Wird eine Glasplatte, die man etwas fett gemacht hat, mit Bärlappsamen bestreut, dann mit einer zweiten Glasplatte bedeckt, und nun zwischen das Auge und ein Kerzenlicht gestellt, so erblickt man ebenfalls einen kleinen Hof.

Die Entstehung der großen Höfe läßt sich aus der Brechung des Lichtes in Eiskrystallen erklären, die in der Atmosphäre insbesondere an kalten Wintertagen schweben, und die Gestalt von 6seitigen Säulen haben, da bekanntlich die Eisnadeln unter Winkeln von 60° sich zusammenstellen. Die

Bildung des zweiten großen Hofes erklärt Frauenhofer aus der Brechung der Lichtstrahlen in 6seitigen Eisprismen, die eine pyramidale Zuspizzung besitzen.

9. Nebensonnen und Nebenmonde. Zuweilen erscheint nebst den farbigen Höfen ein horizontaler weißer Kreis am Himmel, der durch die Sonne oder den Mond geht, eine dem scheinbaren Durchmesser des Gestirns gleiche Breite hat, und häufig um den ganzen Himmel sich herumzieht; die Stellen, wo dieser weiße Kreis die Höfe durchschneidet, treten; da hier zwei Ursachen der Erleuchtung zusammenwirken, besonders glänzend hervor, so als wenn daselbst leuchtende Gestirne vorhanden wären, sie werden deshalb Nebensonnen und Nebenmonde genannt, je nachdem die Sonne oder der Mond der leuchtende Körper ist. Bisweilen sieht man beim Aufgehen oder Untergehen der Sonne in einer verticalen Säule, die sich von der Sonne erhebt, eine Nebensonne. Die Höfe und der horizontale Kreis sind nicht immer vollständig ausgebildet, daher erscheinen zuweilen Nebensonnen mit langen glänzenden Schweifen in der Richtung des horizontalen Kreises.

Die Erfahrung, daß man bei Betrachtung der aufgehenden oder untergehenden Sonne mittelst eines aus horizontalen und nahe aneinander gezogenen Fäden bestehenden Gitters eine verticale Säule erblickt, veranlaßte Frauenhofer zu der Ansicht, daß auch die verticale Säule, die beim Auf- oder Untergange der Sonne in der Atmosphäre zuweilen zu sehen ist, durch Beugung der Sonnenstrahlen an horizontal schwebenden Eisnadeln oder Nebelbläschen entsteht, wenn diese zwar unregelmäßig im Luftraume aber doch so vertheilt sind, daß je zwei für einen horizontal gehenden Strahl einerlei Abstand haben, und die Lichtstrahlen wie an den horizontalen Fäden eines Gitters in verticaler Richtung gebeugt werden: Farben können dabei nicht erscheinen, weil die Farbenstreifen, die jeder einzelne Lichtpunkt der Sonne erzeugt, übereinanderfallen.

Betrachtet man die Sonne, den Mond, oder eine Kerzenflamme durch ein Gitter, das man sich bildet, indem man auf einem mit Goldblättchen belegten Planglase parallele, aber ungleich von einander abstehende gerade Linien radirt, und das man so hält, daß die radirten Linien eine verticale Stellung haben; so bemerkt man an beiden Seiten des leuchtenden Körpers einen horizontalen weißen Streifen von der Breite dieses leuchtenden Körpers, der so lang ist als das Glas und offenbar durch Beugung der Strahlen, die hier nur in horizontaler Richtung möglich ist, hervorgebracht wird. Frauenhofer ist nun der Ansicht, daß Eisnadeln oder Nebelbläschen, die in sehr geringen Abständen von einander in der Atmosphäre schweben und gleichsam verticale Linien bilden, die zwischen ihnen horizontalgehenden Lichtstrahlen in horizontaler Richtung beugen, und so den horizontalen Kreis erzeugen. Kann die Beugung in horizontaler und verticaler Richtung geschehen, so erblickt man ein durch den leuchtenden Körper gehendes weißes Kreuz.

Umständlichere Belehrung über derlei Gegenstände findet man in Kämtz's, Kunzeks und Schüblers Meteorologie.

Gedruckt bei J. Stöckholzer v. Hirschfeld.

Tafel

der größten Spannkräfte des Wasserdampfes in Wiener-Linien für Temperaturen der Luft nach der Réaumur'schen Thermometerscala.

	0.0	+ 0.1	+ 0.2	+ 0.3	+ 0.4	+ 0.5	+ 0.6	+ 0.7	+ 0.8	+ 0.9
— 12°	0.86	0.86	0.87	0.88	0.89	0.89	0.90	0.91	0.92	0.92
— 11°	0.93	0.94	0.95	0.96	0.96	0.97	0.98	0.99	1.00	1.01
— 10°	1.01	1.02	1.03	1.04	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.09
— 9°	1.10	1.11	1.12	1.13	1.14	1.15	1.16	1.17	1.18	1.19
— 8°	1.20	1.21	1.22	1.23	1.24	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29
— 7°	1.30	1.31	1.32	1.34	1.35	1.36	1.37	1.38	1.39	1.40
— 6°	1.42	1.43	1.44	1.45	1.46	1.47	1.49	1.50	1.51	1.52
— 5°	1.54	1.55	1.56	1.57	1.59	1.60	1.61	1.63	1.64	1.65
— 4°	1.67	1.68	1.70	1.71	1.72	1.74	1.75	1.77	1.78	1.79
— 3°	1.81	1.82	1.84	1.85	1.87	1.88	1.90	1.91	1.93	1.95
— 2°	1.96	1.98	1.99	2.01	2.03	2.04	2.06	2.08	2.09	2.11
— 1°	2.13	2.14	2.16	2.18	2.20	2.21	2.23	2.25	2.27	2.29
0°	2.30	2.32	2.34	2.36	2.38	2.40	2.42	2.44	2.46	2.48
+ 1°	2.50	2.52	2.54	2.56	2.58	2.60	2.62	2.64	2.66	2.68
+ 2°	2.70	2.72	2.75	2.77	2.79	2.81	2.83	2.86	2.88	2.90
+ 3°	2.93	2.95	2.97	3.00	3.02	3.04	3.07	3.09	3.12	3.14
+ 4°	3.16	3.19	3.22	3.24	3.27	3.29	3.32	3.34	3.37	3.40
5°	3.42	3.45	3.48	3.50	3.53	3.56	3.59	3.61	3.64	3.67
6°	3.70	3.73	3.76	3.79	3.82	3.85	3.88	3.91	3.94	3.97
7°	4.00	4.03	4.06	4.09	4.12	4.13	4.19	4.22	4.25	4.28
8°	4.32	4.35	4.38	4.42	4.45	4.49	4.52	4.55	4.59	4.62
9°	4.66	4.70	4.73	4.77	4.80	4.84	4.88	4.92	4.95	4.99
10°	5.03	5.07	5.11	5.14	5.18	5.22	5.26	5.30	5.34	5.38
11°	5.43	5.47	5.51	5.55	5.59	5.63	5.68	5.72	5.76	5.80
12°	5.85	5.89	5.94	5.98	6.03	6.07	6.12	6.16	6.21	6.26
13°	6.30	6.35	6.40	6.45	6.49	6.54	6.59	6.64	6.69	6.74
14°	6.79	6.84	6.89	6.94	6.99	7.05	7.10	7.15	7.21	7.26
15°	7.31	7.37	7.42	7.48	7.53	7.59	7.64	7.70	7.76	7.81
16°	7.97	7.93	7.99	8.05	8.11	8.17	8.22	8.28	8.34	8.41
17°	8.47	8.53	8.59	8.66	8.72	8.78	8.84	8.91	8.98	9.04
18°	9.11	9.17	9.24	9.31	9.37	9.44	9.51	9.58	9.65	9.72
19°	9.79	9.86	9.93	10.00	10.08	10.15	10.22	10.30	10.37	10.44
20°	10.52	10.59	10.67	10.75	10.83	10.90	10.98	11.06	11.14	11.22
21°	11.30	11.38	11.46	11.54	11.63	11.71	11.79	11.87	11.96	12.05
22°	12.13	12.22	12.30	12.39	12.48	12.57	12.66	12.75	12.84	12.43
23°	13.02	13.11	13.20	13.26	13.32	13.38	13.44	13.51	13.57	13.63
24°	13.96	14.06	14.16	14.26	14.36	14.46	14.56	14.66	14.36	14.87
25°	14.97	15.08	15.18	15.29	15.40	15.50	15.61	15.72	15.83	15.94
26°	16.05	16.15	16.26	16.37	16.48	16.60	16.72	16.84	16.95	17.07
27°	17.19	17.30	17.43	17.55	17.67	17.79	17.91	18.04	18.16	18.28

Physik

Kunzek, August

Lehrbuch der Physik mit mathematischer Begründung, zum Gebrauche in den hö
heren Schulen und zum Selbst-Unterrichte

Wien 1853